

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות
 - פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
- יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

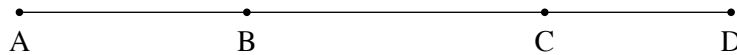
בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות

1. היישובים A, B, C ו-D נמצאים על ישר אחד, כמתואר בסרטוט.



המרחק בין היישוב A ליישוב B הוא 30 ק"מ.
 טרקטורון יצא בשעה 7:00 מן היישוב B ונסע במהירות קבועה ליישוב D.
 בשעה 7:05 יצאה מכונית מן היישוב A ונסעה ליישוב D במהירות הגבוהה ב-28 קמ"ש מן המהירות של הטרקטורון.
 המכונית והטרקטורון נפגשו ביישוב C הנמצא במרחק של 40 ק"מ מן היישוב B.
א. מצאו את מהירות הנסיעה של הטרקטורון.

נתון כי זמן הנסיעה של המכונית מן היישוב C ליישוב D היה קטן ב-21 דקות מזמן הנסיעה של הטרקטורון מן היישוב C ליישוב D.

ב. מצאו באיזו שעה הגיע הטרקטורון ליישוב D.

2. במשולש ABD, הקודקוד B נמצא על החלק השלילי של ציר ה-x,

והקודקוד D נמצא ברביע הראשון, כמתואר בסרטוט.

הצלע AD מקבילה לציר ה-x.

נתון: $A(4, 5)$,

$AB = AD = 13$.

א. מצאו את שיעורי הקודקודים D ו-B.

דרך הנקודה D העבירו ישר המאונך לצלע BD,

וחותך את ציר ה-x בנקודה C.

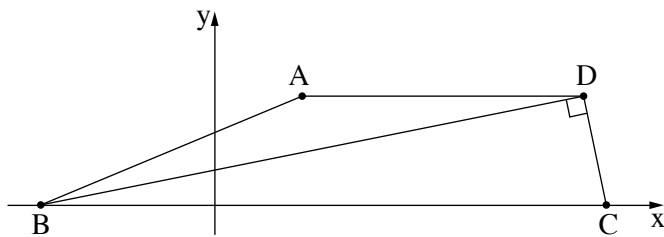
ב. מצאו את משוואת הישר DC.

ג. מצאו את שטח המרובע ABCD.

ד. מצאו את משוואת המעגל החוסם את משולש BDC.

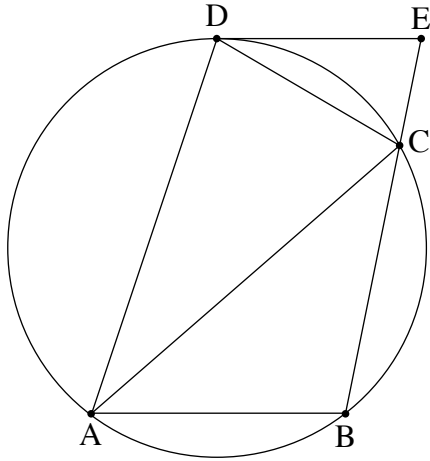
דרך הנקודה B העבירו משיק למעגל שאת משוואתו מצאתם בסעיף ד.

ה. מצאו את משוואת המשיק.



3. במשק חקלאי מסוים מגדלים שני סוגים של פלפלים: פלפלים גדולים ופלפלים קטנים. מספר הפלפלים הגדולים גדול פי 4 ממספר הפלפלים הקטנים. בוחרים באקראי פלפל אחד מבין כל הפלפלים במשק החקלאי.
- א. מהי ההסתברות שהפלפל שנבחר הוא פלפל קטן? הפלפלים הגדולים במשק החקלאי הם אדומים או צהובים, והפלפלים הקטנים הם אדומים או ירוקים. 0.6 מן הפלפלים הגדולים הם אדומים. 0.75 מן הפלפלים הקטנים הם אדומים. בוחרים באקראי פלפל אחד מבין כל הפלפלים במשק החקלאי.
- ב. מהי ההסתברות שהפלפל שנבחר הוא פלפל גדול צהוב?
- ג. (1) מהי ההסתברות שהפלפל שנבחר הוא פלפל אדום? (2) ידוע שנבחר פלפל אדום. מהי ההסתברות שפלפל זה הוא פלפל גדול?
- כל הפלפלים במשק החקלאי נשלחים לשני בתי אריזה א' ו' ב'. לבית אריזה א' נשלחים כל הפלפלים האדומים, ולבית אריזה ב' נשלחים כל הפלפלים הצהובים וכל הפלפלים הירוקים.
- ד. האם אחוז הפלפלים הגדולים בבית אריזה א' גדול או קטן מאחוז הפלפלים הגדולים בבית אריזה ב'? נמקו את תשובתכם.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. בסרטוט שלפניכם מרובע ABCD החסום במעגל.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC

כך ש-DE מקביל לצלע AB.

א. הוכיחו: $\angle ADC = \angle DEC$.

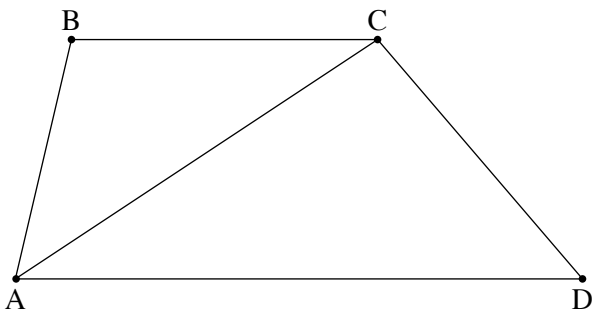
נתון כי הישר DE משיק למעגל בנקודה D.

ב. הוכיחו: $\triangle ADC \sim \triangle DEC$.

נתון: $CE = 3$, $AC = 12$.

ג. מצאו את אורך הצלע CD.

ד. מצאו פי כמה גדול שטח המרובע ACED משטח המשולש DEC.



5. בסרטוט שלפניכם טרפז ABCD ($BC \parallel AD$).

נתון: $AB = 8$, $BC = 10$, $AC = 14$.

א. מצאו את גודל הזווית ACB.

נתון כי שטח המשולש ACD הוא 67.

ב. מצאו את אורך הצלע AD.

ג. מצאו את גודל הזווית ADC.

הנקודה E נמצאת על הצלע CD כך ש- AE הוא חוצה זווית CAD.

ד. מצאו את האורך של AE.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2x^2 - 17}{x^2 - 1} + a$. הוא פרמטר. a .
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 הביעו את תשובתכם באמצעות a אם יש צורך.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 הביעו את תשובתכם באמצעות a אם יש צורך.
- ג. נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ הוא 20.
 מצאו את הערך של a .
- הציבו $a = 3$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ד-ו.
- ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x) + 9$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ו. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) האם גרף הפונקצייה $g(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = (a - x) \cdot \sqrt{3x - 6}$.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי הנקודה (5, 9) נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את הערך של a.

הציבו $a = 8$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

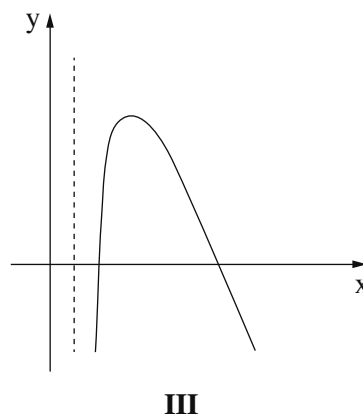
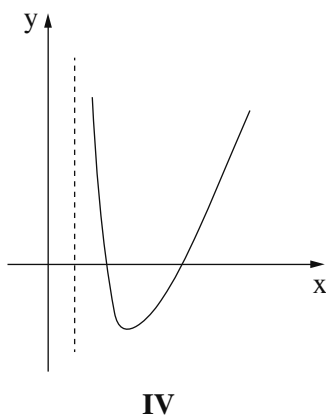
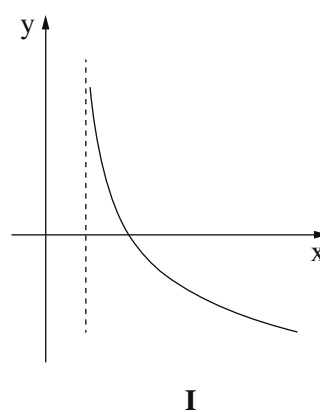
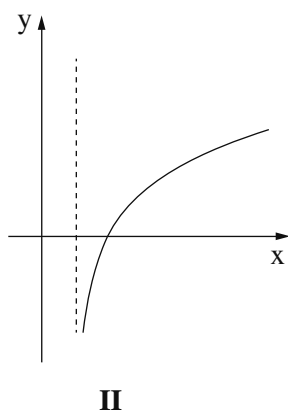
ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

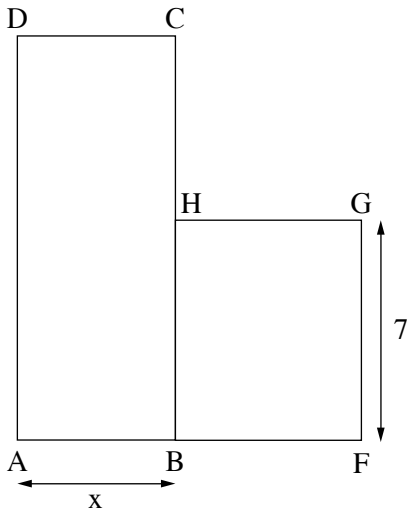
ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x > 2$.

ו. (1) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 14$.





8. בסרטוט שלפניכם מתוארת גינה ציבורית המחולקת לשני מתחמים. מתחם ABCD ובו דשא, ומתחם BFGH ובו מתקנים לילדים. כל אחד מן המתחמים הוא בצורת מלבן. נסמן ב- x את אורך הצלע AB. נתון כי אורך הצלע GF הוא 7 מטרים, וכי אורך הצלע BF גדול ב-2 מטרים מאורך הצלע AB. את המתחם ABCD הקיפו בגדר שאורכה 32 מטרים.
- א. (1) הביעו באמצעות x את אורך הצלע AD.
 (2) הביעו באמצעות x את שטח המתחם ABCD.
- ב. הביעו באמצעות x את היחס בין שטח המתחם ABCD ובין שטח המתחם BFGH.
- ג. מצאו את הערך של x שבעבורו היחס בין שטח המתחם ABCD ובין שטח המתחם BFGH הוא מקסימלי.

בהצלחה!