



פתרון הבחינה במתמטיקה

קייץ תשפ"ו, 2026, מועד ב', שאלון 35581:
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"





1. ביום ראשון יצאו שתי מכוניות, מכונית א' ומכונית ב', מעיר A ונסעו לעיר B באותו הכביש. מכונית א' יצאה בשעה 8:00 ונסעה במהירות v קמ"ש, ומכונית ב' יצאה בשעה 8:27 ונסעה במהירות mv קמ"ש. שתי המכוניות הגיעו לעיר B באותה השעה.
- א. קבעו איזה מן הביטויים III-I שלפניכם מייצג את אורך הכביש בין עיר A ובין עיר B. נמקו את קביעתכם.

I. $\frac{0.45mv}{m-1}$

II. $\frac{1.45mv}{m+1}$

III. $\frac{0.55mv}{m-1}$

- ביום שני בשעה 8:00 יצאה מכונית א' מעיר B ונסעה לעיר A, ומכונית ב' יצאה מעיר A ונסעה לעיר B. כל אחת מהן נסעה באותו הכביש ובאותה המהירות שבה נסעה ביום ראשון. 45 דקות לאחר ששתי המכוניות יצאו לדרך, המרחק ביניהן היה 36 ק"מ. המכוניות נפגשו בשעה 9:00.
- ב. (1) מצאו את הערך של m .
(2) מצאו את אורך הכביש בין עיר A ובין עיר B.

- מייד לאחר שנפגשו המכוניות, עצרה מכונית א' למשך שעה וחצי, ולאחר מכן המשיכה לנסוע לעיר A באותה המהירות שבה נסעה קודם.
- מכונית ב' המשיכה לנסוע בלי לעצור, ומייד לאחר שהגיעה לעיר B נסעה חזרה לעיר A.
- ג. מצאו באיזו שעה נפגשו המכוניות בפעם השנייה.

$\sum_{n=1}^{\infty}$	v קמ"ש	t שעות	
$AB=x$	v	$\frac{x}{v}$	מכונית א'
$AB=x$	mv	$\frac{x}{mv}$	מכונית ב'

$$\frac{m}{x} = \frac{1}{x} + \frac{mv}{60} \quad | \cdot mv$$

$$mx = x + 0.45 \cdot mv$$

$$x(m-1) = 0.45mv$$

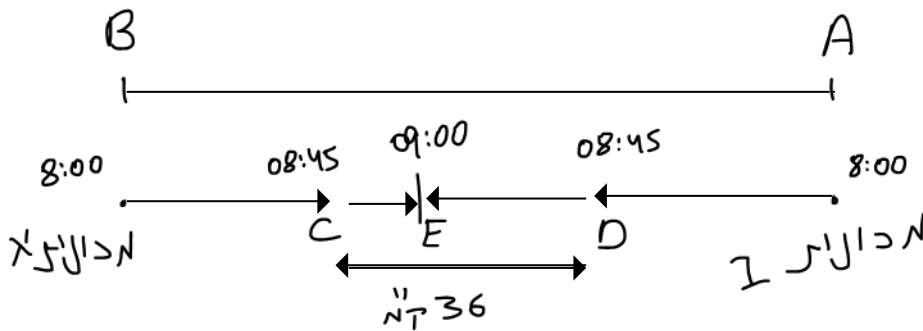
$$x = \frac{0.45mv}{m-1}$$

כ"ו I





1



$$0.25V + 0.25mV = 36 \quad (1)$$

$$V + mV = 144$$

$$(2) \quad V + mV = X = \frac{0.45mV}{m-1}$$

$$V(m+1) = \frac{0.45mV}{m-1}$$

$$(m+1)(m-1) = 0.45m$$

$$m^2 - 0.45m - 1 = 0$$

$$m = 1.25 \quad m = -0.8$$

בסוף, מתקבל

$$m = 1.25$$

(1) 1

(2) 1

$$(1) \quad V + 1.25V = 144$$

$$V = 64$$

ע"מ

$$AB = \frac{0.45mV}{m-1}$$

$$AB = 144$$

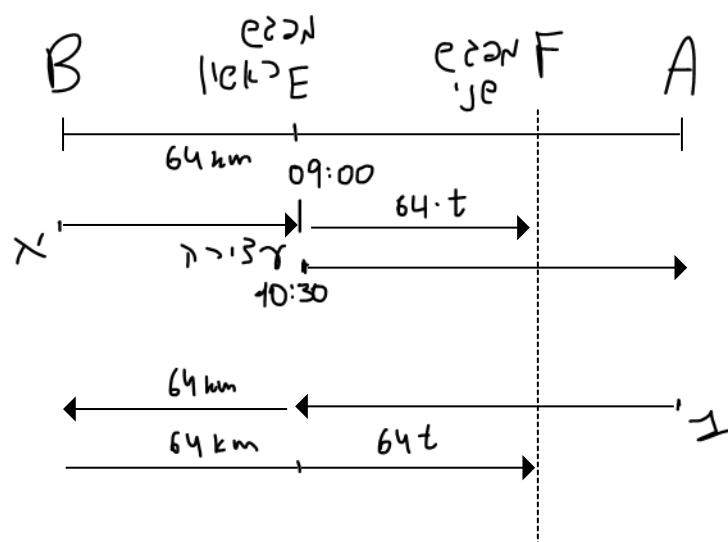
נ"מ





מייד לאחר שנפגשו המכוניות, עצרה מכונית א' למשך שעה וחצי, ולאחר מכן המשיכה לנסוע לעיר A באותה המהירות שבה נסעה קודם.

מכונית ב' המשיכה לנסוע בלי לעצור, ומייד לאחר שהגיעה לעיר B נסעה חזרה לעיר A.
ג. מצאו באיזו שעה נפגשו המכוניות בפעם השנייה.



מסלול	v	t	הערות
64	64	1	B → E א
80	80	1	A → E ב
64 · t	64	t	א
80(t+1.5)	80	t+1.5	ב

$$80(t+1.5) = 64 + 64 + 64 \cdot t$$

$$80t + 120 = 128 + 64t$$

$$16t = 8$$

$$t = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{שעה}$$

בשעה 11:00
(נסעו קראם השנייה)

$t = \text{שמן מהפצה } 10:30$
אז המפגש השני.

שמן הנפגוש של מכונית א

א - 1.5 ש - F

$t + 1.5 = \text{שמן הנפגוש של ב}$

מכונית ב בין המפגשים



2. a_n היא סדרה הנדסית אינסופית יורדת שכל איבריה חיוביים ומנתה היא q .

א. לפניכם שלוש טענות I–III. קבעו איזו מן הטענות נכונה ונמקו את קביעתכם.

I. $-1 < q < 0$

II. $0 < q < 1$

III. $1 < q$

b_n היא סדרה אינסופית שאיבריה מקיימים $b_n = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$ לכל n טבעי.

ב. הוכיחו כי הסדרה b_n היא הנדסית ומנתה היא q .

נתון כי סכום הסדרה b_n גדול פי 1.96 מסכום הסדרה a_n .

ג. מצאו את הערך של q .

c_n היא סדרה שאיבריה מקיימים $c_n = \frac{b_n}{4 \cdot a_n}$ לכל n טבעי.

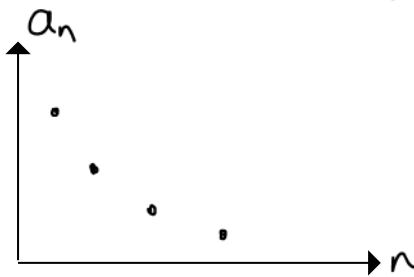
נתון כי סכום k האיברים הראשונים בסדרה הוא 34.79.

ד. (1) הוכיחו כי הסדרה c_n היא קבועה.

(2) מצאו את הערך של k .

החליפו את הסימן של כל אחד מן האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה c_n .

ה. מצאו את סכום k האיברים הראשונים בסדרה c_n לאחר החלפת הסימנים. נמקו את תשובתכם.



X $a_n > 0 \quad \forall n \quad a_{n+1} < a_n$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1 \Rightarrow 0 < q < 1$$

II נכונה

$$b_n = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$$

I

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3}}{a_n + a_{n+1} + a_{n+2}} = \frac{a_{n+1} \cdot (1 + q + q^2)}{a_n \cdot (1 + q + q^2)} = \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = q \quad \forall n$$

$$\frac{b_1}{1-q_b} = 1.96 \cdot \frac{a_1}{1-q_a} \quad S_{b_n} = 1.96 \cdot S_{a_n} \quad \text{נניח} \quad q_b = q_a = q$$

$$b_1 = 1.96 \cdot a_1$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = a_1 \cdot (1 + q + q^2) = 1.96 \cdot a_1 \quad | : a_1$$

$$q^2 + q - 0.96 = 0$$

$$q = 0.6 \quad q = -1.6$$

לא מקובל
לנרש

$$C_n = \frac{a_n + a_{n+1} + a_{n+2}}{4 \cdot a_n}$$

c_n היא סדרה שאיבריה מקיימים $c_n = \frac{b_n}{4 \cdot a_n}$ לכל n טבעי.

נתון כי סכום k האיברים הראשונים בסדרה הוא 34.79.

ד. (1) הוכיחו כי הסדרה c_n היא קבועה.

(2) מצאו את הערך של k .

$$C_n = \frac{a_n(1+q+q^2)}{4 \cdot a_n} = \frac{1+q+q^2}{4} = 0.49$$

$$C_n = 0.49 \text{ סדרה קבועה}$$

(1) T

$$k \cdot C_n = 0.49 \cdot k = 34.79$$

$$k = 71$$

(2) T

החליפו את הסימן של כל אחד מן האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה c_n .

ה. מצאו את סכום k האיברים הראשונים בסדרה c_n לאחר החלפת הסימנים. נמקו את תשובתכם.

$$\underbrace{c_1 - c_2 + c_3 - c_4 + \dots + c_{69} - c_{70}}_{=0} + c_{71} = c_{71} = 0.49$$

$$S_k = 0.49$$



3. כדי להתקבל לעבודה בחברה מסוימת על המועמדים לעבור שלושה שלבי קבלה זה אחר זה: מבחן א', מבחן ב' וריאיון אישי.

רק מועמד שעובר את מבחן א' ניגש למבחן ב', ורק מועמד שעובר את מבחן ב' ניגש לריאיון.

מועמד שעובר את כל שלושת השלבים מתקבל לעבודה.

ההסתברות שמועמד יעבור את מבחן א' היא p ($0 < p < 1$).

ההסתברות שמועמד שעבר את מבחן א' יעבור את מבחן ב' גדולה פי 2 מן ההסתברות שמועמד יעבור את מבחן א'.

ההסתברות שמועמד יתקבל לעבודה גדולה פי 3 מן ההסתברות שמועמד יעבור את שני המבחנים ולא יעבור את הריאיון.

א. מצאו את ההסתברות שמועמד שעבר את שני המבחנים יעבור את הריאיון.

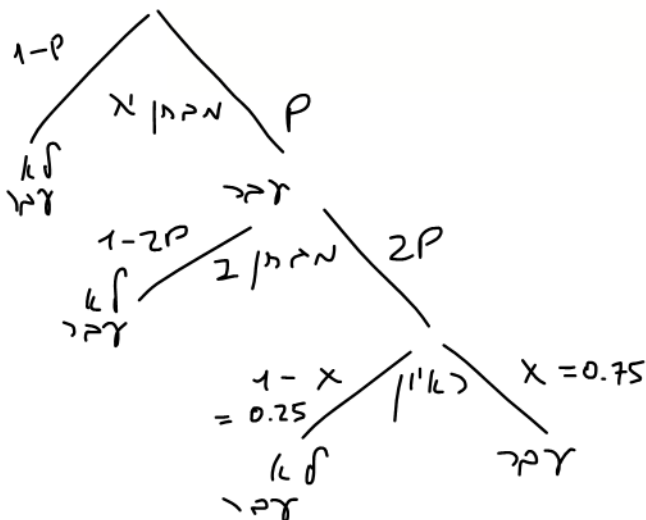
94% מן המועמדים לא מתקבלים לעבודה.

ב. מצאו את הערך של p .

ג. ידוע כי מועמד לא התקבל לעבודה. מהי ההסתברות שמועמד זה עבר את מבחן א'?

מבין כל המועמדים שלא התקבלו לעבודה בוחרים באקראי 5 מועמדים.

ד. מהי ההסתברות שלפחות שניים מהם עברו את מבחן א'?



$$P(\text{עבר א' ו-B}) = 2p^2 \cdot x$$

$$P(\text{עבר א' ו-B ולא עבר ראיון}) = 2p^2(1-x)$$

$$2p^2 \cdot x = 3 \cdot 2p^2 \cdot (1-x)$$

$$x = 3 - 3x$$

$$4x = 3$$

$$x = 0.75$$

$$P(\text{עבר א' ו-B} / \text{עבר א'}) = 0.75$$

$$0.94 = 1 - p + p \cdot (1 - 2p) + 2p^2 \cdot 0.25$$

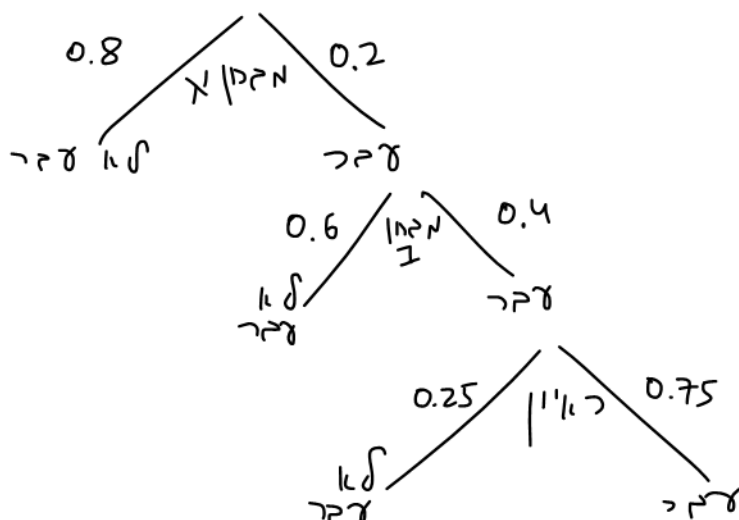
$$0.94 = 1 - p + p - 2p^2 + 0.5p^2$$

$$1.5p^2 = 0.06$$

$$p^2 = 0.04$$

$$p = 0.2$$





א

$$P(\text{Success} / \text{Success}) = \frac{0.2 \times 0.6 + 0.2 \times 0.4 \times 0.25}{0.94} = \frac{0.14}{0.94} = \frac{7}{47}$$

$n=5$

מבין כל המועמדים שלא התקבלו לעבודה בוחרים באקראי 5 מועמדים.

ד. מהי ההסתברות שלפחות שניים מהם עברו את מבחן א'?

$k: 0, 1, 2, 3, 4, 5$
 P_T

$$P_T = 1 - P_5(0) - P_5(1) \quad \text{I}$$

$$P = P(\text{Success} / \text{Success}) = \frac{7}{47}$$

$$P(T) = 0.1628$$

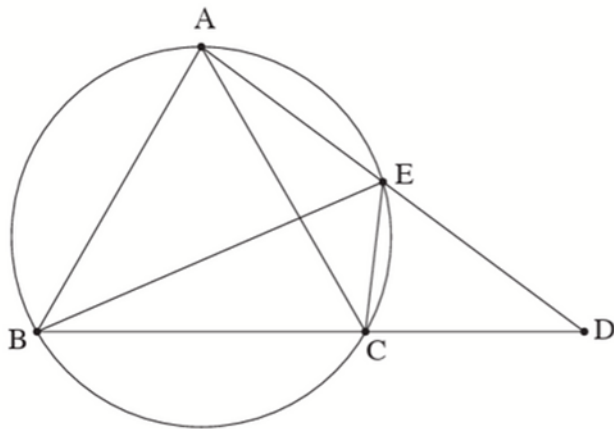
$$P_5(0) = \binom{5}{0} \left(\frac{7}{47}\right)^0 \left(\frac{40}{47}\right)^5 = 0.4465$$

$$P_5(1) = \binom{5}{1} \left(\frac{7}{47}\right)^1 \left(\frac{40}{47}\right)^4 = 0.3907$$

$$P_5(0) + P_5(1) = 0.8372$$



פרק שלישי – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. ABC הוא משולש שווה צלעות החסום במעגל.

הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BC, כמתואר בסרטוט.

הקטע AD חותך את המעגל בנקודה E.

א. הוכיחו: $\angle AEB = \angle BEC = \angle CED = 60^\circ$.

ב. הוכיחו: $\triangle AEB \sim \triangle CED$.

ג. הוכיחו: $\frac{AE}{CE} = \frac{BC}{CD}$.

נתון כי שטח המשולש AEB גדול פי 2.25 משטח המשולש CED.

ד. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש ABD משטח המשולש CED.

המספר	לגיה	נימוק
①	$\triangle ABC$ שווה צלע	נתון
②	$AB = BC = AC$	לפי 1
③	$\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$	לפי 1
④	$\angle AEB = \angle ACB = 60^\circ$	זוויות היתריות – הנשענות על אותה קשת שווה.
⑤	$\angle BEC = \angle BAC = 60^\circ$	
⑥	$\angle CED = 60^\circ$	השלמה ל-180, זווית שטוחה.
⑦	$\angle AEB = \angle BEC = \angle CED = 60^\circ$ ~ ש. ל. ~	לפי 4, 5, 6
⑧	$\angle ABE = \alpha$	סימון (ראו שרטוט) מסל הפתרון

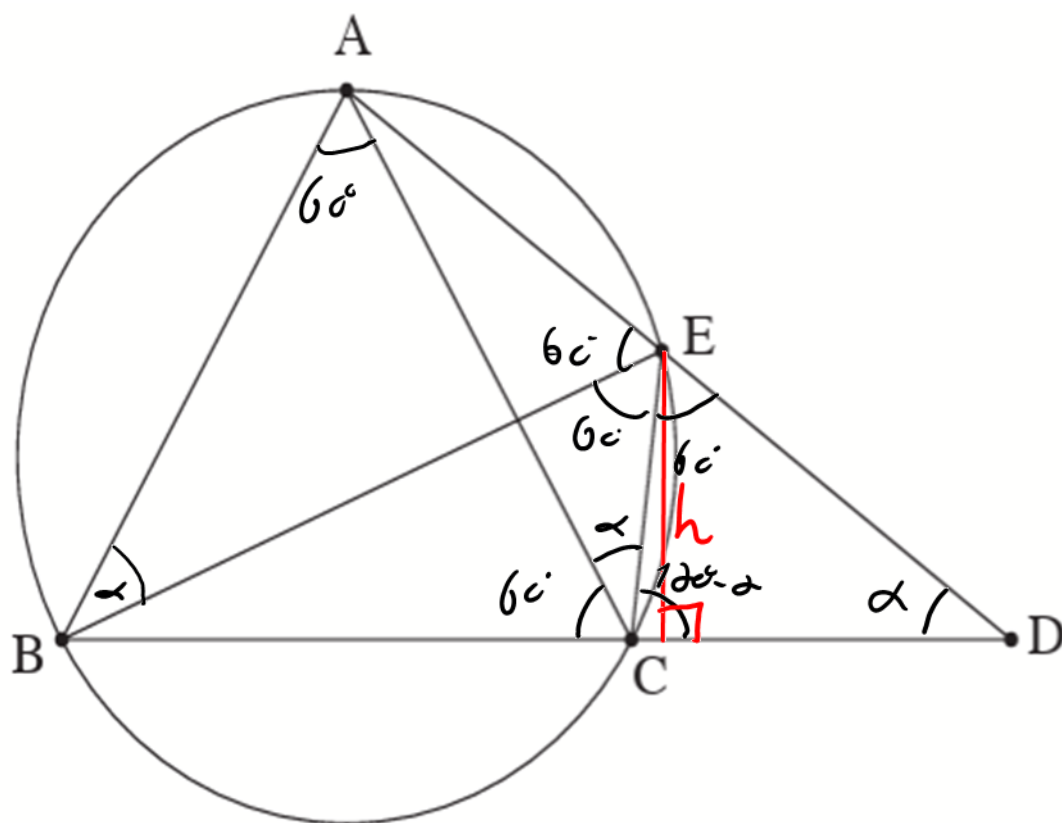


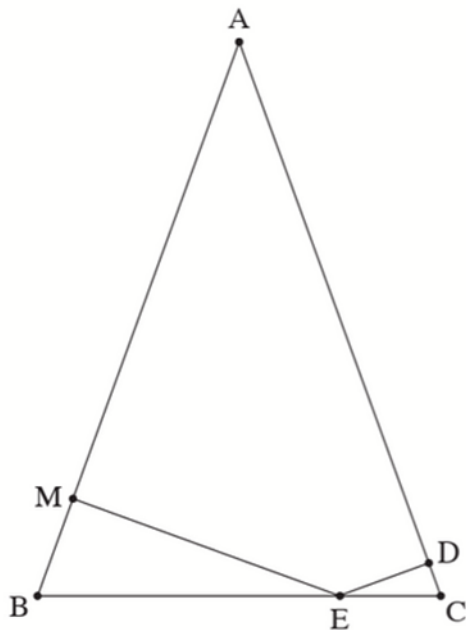
המספר	לסנה	ניחן
9	$\angle ACE = \angle ABG = \alpha$	זווית היקפית הנשענת על יונים דלת שווה.
10	$\angle ACN = 180 - \alpha$	השלימה ל-180, זווית של זווית. לפי 9, 3
11	$\angle CDE = \alpha$	השלימה ל-180, זווית של זווית. לפי 10, 6
12	$\angle CDE = \angle ABG$	כאן השתקפה. לפי 9, 11
13	$\triangle AEB \sim \triangle CED$ ל.ד.ל. כי	משפט זוויות S.S. לפי 8, 12
13	$\frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE} = \frac{AB}{CD}$	יחס הזכאות המתקבל במשולשים הזוויתיים. לפי 13
14	$\frac{AE}{CE} = \frac{BC}{CD}$ ל.ד.ל. כי	לפי 13, 2
15	$S_{AEB} = 2.25 \cdot S_{ABD}$	נכון
16	$\frac{S_{AEB}}{S_{ABD}} = \left(\frac{AE}{CE}\right)^2$	יחס השטחים של משולשים זוויתיים שווה ליחס הזכאות המתקבל. בדיקת.
17	$\frac{AE}{CE} = 7.5$	חילוק. לפי 16, 15



הגסבר	לחנה	נחמד
(18)	$\frac{BC}{CD} = \frac{AE}{CE} = 1.5$	
(19)	$S_{CDE} = \frac{CD \cdot h}{2}$	נוסחת שטח משולש + גובה, שיק יעיל מאוד
	$S_{BCE} = \frac{BC \cdot h}{2}$	אוקה. שיעור 3 - E.
(20)	$S_{BCE} = 1.5 \cdot S_{CDE}$	היעוב. לפי 18, 19
(21)	$S_{ABD} = S_{CDE} + S_{BCE} + S_{ABE}$	חיבור שטחים
(22)	$S_{ABD} = 4.75 \cdot S_{CED}$	היעוב. לפי 15, 20, 21
(23)	$\frac{S_{ABD}}{S_{CED}} = 4.75$ לפי 3	







5. בסרטוט שלפניכם משולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$). הנקודה E נמצאת על הבסיס BC כך ש- $BE = 3 \cdot EC$. הנקודה D נמצאת על הצלע AC כך ש- ED מאונק ל- AC . הנקודה M נמצאת על הצלע AB כך ש- EM מאונק ל- AB . נסמן: $\angle ABC = \alpha$, $30^\circ < \alpha < 90^\circ$, $EC = k$.
- א. הביעו באמצעות k ו- α את אורכי הקטעים ME ו- DE .
- ב. מצאו את הערך של α .
- ג. נתון כי סכום שטחי המשולשים CED ו- BEM הוא $1.6k^2$. נתון כי אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש AED הוא 29. מצאו את הערך של k .

פתרון:
נניח $EC = k$ ו- $BE = 3k$.

$$AB = AC$$



$$\angle ABC = \angle ACB = \alpha$$

$$\triangle CED:$$

10

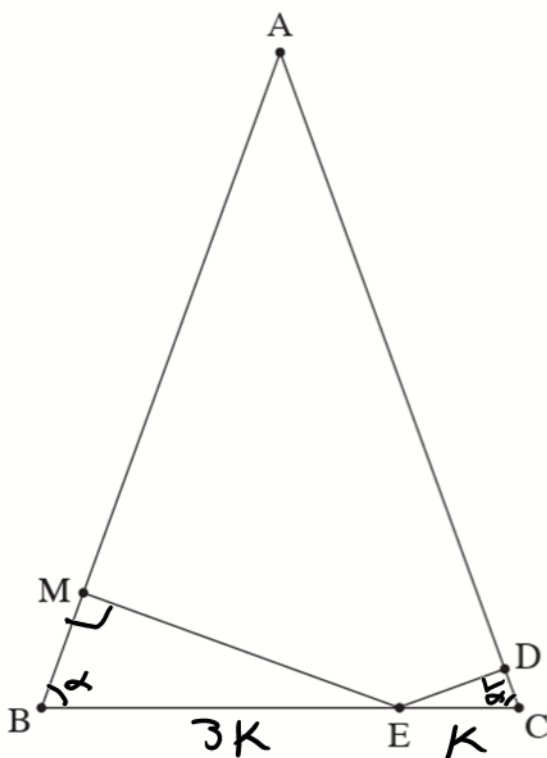
$$\frac{DE}{k} = \sin \alpha$$

$$DE = k \sin \alpha$$

$$\triangle BEM:$$

$$\frac{ME}{3k} = \sin \alpha$$

$$ME = 3k \sin \alpha$$



הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





7. נתון: $S_{CED} + S_{BEM} = 1.6K^2$

$$S_{CED} = \frac{CE \cdot DE \cdot \sin(90^\circ - \alpha)}{2} = \frac{K \cdot K \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2} = \frac{K^2 \sin 2\alpha}{4}$$

$$S_{BEM} = \frac{BE \cdot ME \cdot \sin(90^\circ - \alpha)}{2} = \frac{3K \cdot 3K \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2} = \frac{9K^2 \sin 2\alpha}{4}$$

$$S_{CED} + S_{BEM} = \frac{K^2 \sin 2\alpha}{4} + \frac{9K^2 \sin 2\alpha}{4} = 2.5K^2 \sin 2\alpha$$

נשווה לנתון: $2.5K^2 \sin 2\alpha = 1.6K^2$ / $2.5K^2 \neq 0$

$\sin 2\alpha = 0.64$

$2\alpha = 39.79^\circ + 360^\circ k$ או $2\alpha = 140.21^\circ + 360^\circ k$

$\alpha = 19.895^\circ + 180^\circ k$ או $\alpha = 70.105^\circ + 180^\circ k$

בתחום הנתון: $\alpha = 70.105^\circ$

ד. משולש ADE הווי ישר (כי $\angle ADE = 90^\circ$)
כן, AE היא היקף המעגל.

נתון כי רדיוס המעגל החוסם משולש זה הוא 18, כלומר $AE = 36$.

נבדוק - קל AD קטן מ-18, ונראה
במשפט פיתגורס.





$$\underline{\Delta ABC}: \quad \frac{4K}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} = \frac{AC}{\sin \alpha}$$

$$AC = \frac{4K \sin \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{4K \sin \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2K}{\cos \alpha} = 5.88K$$

$$\underline{\Delta CED}: \quad \frac{CD}{K} = \cos \alpha \rightarrow CD = K \cos \alpha = 0.34K$$

$$AD = AC - CD = 5.54K \quad \text{חומר קלעם:}$$

$$DE = K \sin \alpha = 0.94K$$

נמצא את המרחק AED:

$$(0.94K)^2 + (5.54K)^2 = 58^2$$

$$0.8836K^2 + 30.6916K^2 = 3364$$

$$31.5752K^2 = 3364$$

$$K^2 = 106.54$$

$$\boxed{K = 10.32}$$



6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{6(x-1)^2}{x^2+a}$.

a הוא פרמטר חיובי.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן. הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

נתון כי שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $f(x)$ הוא 7.5.

ג. מצאו את הערך של a.

בעבור הערך של a שמצאתם ענו על הסעיפים ד-ה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$.

$g(x) = \frac{-f'(x)}{(f(x))^2}$ היא פונקצייה המקיימת

ה. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $g(x)$.

(3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום $-a \leq x \leq 0$.

$$x^2 + a = 0$$

$$x^2 = -a < 0$$

אין פתרון

נניח: $a > 0$

תחום ההגדרה

$$x \in \mathbb{R}$$

א' (1)

$$f(x) = \frac{6(x^2 - 2x + 1)}{x^2 + a}$$

אסימטות ואופקית $y = 6$

א' (2)

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 6$$

$$u = 6(x-1)^2 \quad v = x^2 + a$$

$$u' = 12 \cdot (x-1) \cdot 1 \quad v' = 2x$$

$$f'(x) = \frac{12(x-1) \cdot (x^2+a) - 2x \cdot 6 \cdot (x-1)^2}{(x^2+a)^2} = \frac{12(x-1) \cdot [x^2+a - x(x-1)]}{(x^2+a)^2}$$

ג





$$f'(x) = \frac{12(x-1)(x+a)}{(x^2+a)^2} = \frac{0}{1}$$

$$12(x-1)(x+a) = 0$$

$$x=1 \quad x=-a$$

x	-a	1
f'	+	-
f	max	min

$$y = 12(x-1)(x+a)$$

$$f(1) = \frac{6(1-1)^2}{1^2+a} = 0$$

$$f(-a) = \frac{6(-a-1)^2}{(-a)^2+a} = \frac{6(a+1)^2}{a(a+1)} = \frac{6(a+1)}{a}$$

$$\max(-a, \frac{6(a+1)}{a})$$

$$\min(1, 0)$$

$$\frac{6(a+1)}{a} = 7.5$$

א.

נתון כי שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $f(x)$ הוא 7.5.

ג. מצאו את הערך של a .

$$6a+6 = 7.5a$$

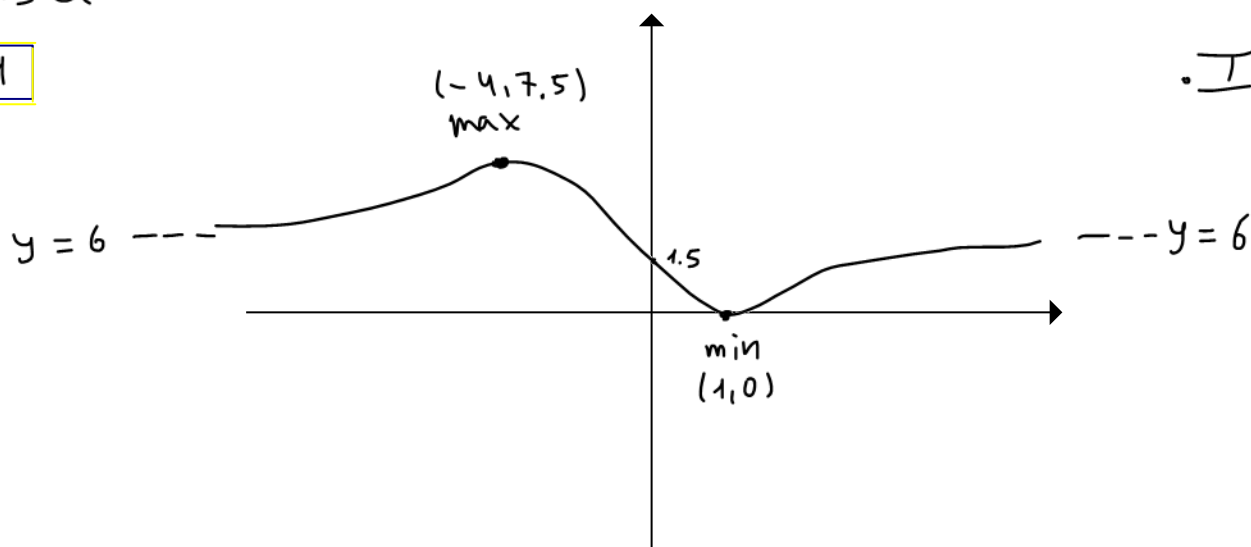
$$6 = 1.5a$$

$$a=4$$

בעבור הערך של a שמצאתם ענו על הסעיפים ד-ה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה.



$$f(0) = 1.5$$



$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

$g(x) = \frac{-f'(x)}{(f(x))^2}$ היא פונקציית המקיימת

ה. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

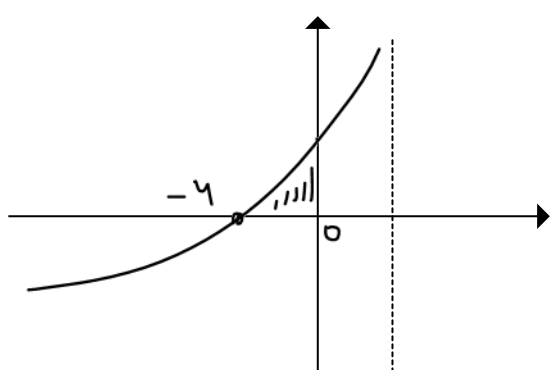
(2) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

(3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום $-a \leq x \leq 0$.

$f(x) \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$ (1)

x		-4		1	
$f(x)$	+	0	-	0	+
$-f'(x)$	-	0	+	0	-
$(f(x))^2$	+	+	+	0	+
$g(x)$	-	0	+	///	-

(2) חיוביות: $-4 < x < 1$
שליליות: $x < -4$, $x > 1$



(3) $S = \int_{-4}^0 \frac{-f'(x)}{(f(x))^2} dx = \int_{-4}^0 -f'(x) \cdot (f(x))^{-2} dx$
 $= - \left. \frac{(f(x))^{-1}}{-1} \right|_{-4}^0 = \left. \frac{1}{f(x)} \right|_{-4}^0 = \frac{1}{f(0)} - \frac{1}{f(-4)}$
 $= \frac{1}{1.5} - \frac{1}{7.5} = \frac{8}{15}$

$S = \frac{8}{15}$



7. נתונה הפונקצייה $f(x) = (\sin x)^2 \cdot \cos(2x)$, המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

א. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \sqrt{a \cdot f'(x)}$.

a הוא פרמטר שלילי.

ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד בתחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

א. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית.

$$\sin(-x) = -\sin x, \quad \cos(-x) = \cos x$$

$$f(-x) = (\sin(-x))^2 \cdot \cos(2(-x)) = (-\sin x)^2 \cdot \cos(2x) = (\sin x)^2 \cos(2x) = f(x)$$

$$f(-x) = f(x) \quad \text{הוכיח!}$$

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

$$f'(x) = \sin 2x \cdot \cos 2x - 2 \sin(2x) \sin^2 x$$

$$f'(x) = \sin 2x (\cos 2x - 2 \sin^2 x)$$

$$f'(x) = \sin 2x (1 - 2 \sin^2 x - 2 \sin^2 x)$$

$$f'(x) = \sin 2x (1 - 4 \sin^2 x) = 0$$

$$u = (\sin x)^2 \quad u' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

$$v = \cos(2x) \quad v' = -2 \sin(2x)$$



$$\sin 2x = 0$$

$$2x = 0 + \pi k$$

$$x = 0 + \frac{1}{2}\pi k$$

$$x = 0$$

$$1 - 4\sin^2 x = 0$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

אין נתיב
בגומא

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k$$

אין נתיב
בגומא

x	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	min	max	min	max	min

$$\min \left(-\frac{\pi}{4}, 0 \right)$$

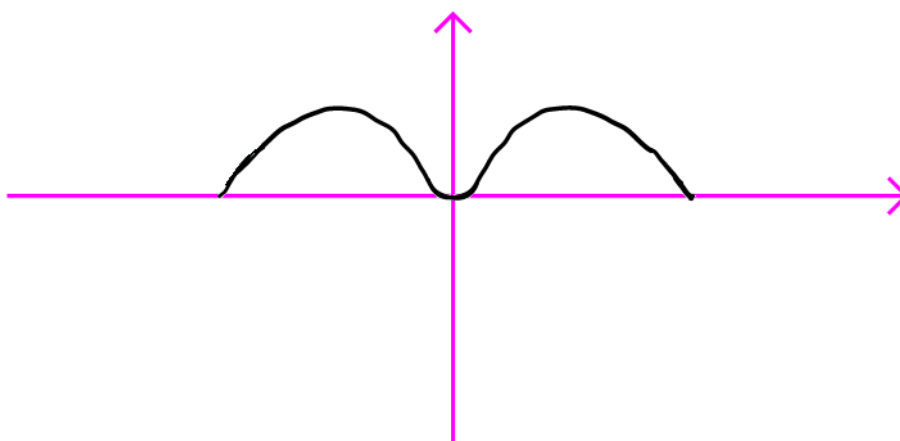
$$\max \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{1}{8} \right)$$

$$\min (0, 0)$$

$$\max \left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{8} \right)$$

$$\min \left(\frac{\pi}{4}, 0 \right)$$

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.





פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

נתונה הפונקצייה $g(x) = \sqrt{a \cdot f'(x)}$

a הוא פרמטר שלילי.

ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

$$af'(x) \geq 0 \quad | : a < 0$$

$$f'(x) \leq 0$$

$$\boxed{-\frac{\pi}{6} \leq x \leq 0, \quad \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{4}}$$

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

$$g(x) = 0$$

$$a \cdot f'(x) = 0 \quad | : a$$

$$f'(x) = 0$$

$$x = \frac{\pi}{6}, 0, -\frac{\pi}{6}$$

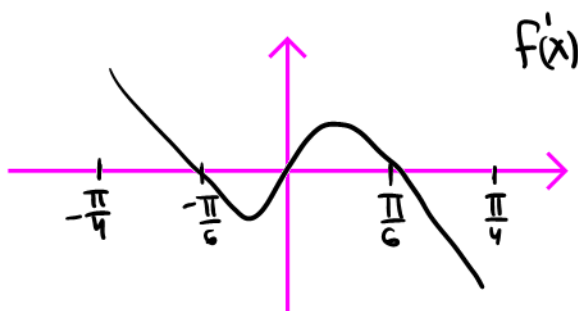
$$\boxed{\left(\frac{\pi}{6}, 0\right), (0, 0), \left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)}$$

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד בתחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

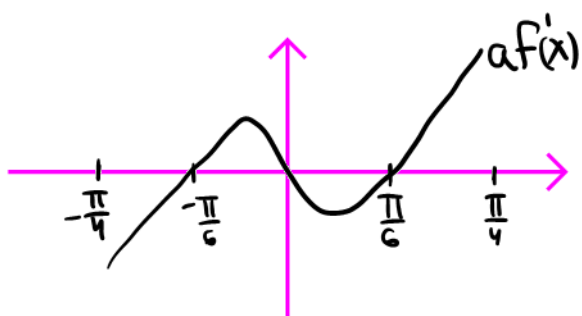
הנתיב מלא על כן ש? (א) יש ש?
נקודות פיתול ולכן? (א) יש ש?
נקודות קיצון.

ראשית (שרטט) את $f'(x)$

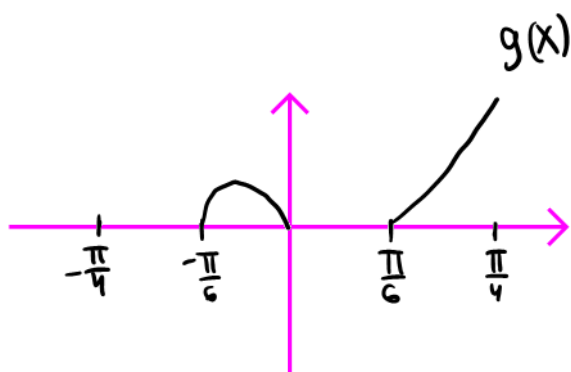


הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה

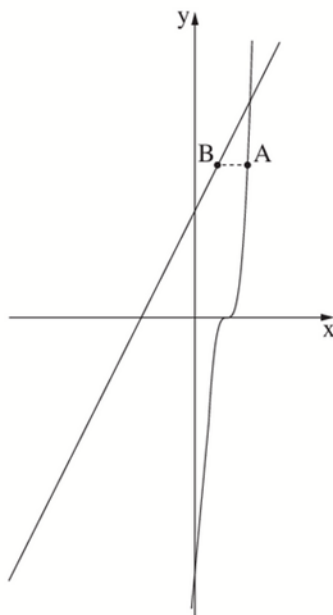




קטע Π נשרט אל $af'(x)$
כאשר כופלים כו'ן בקבוע שלילי היא
מסתובבת סביב ציר x 180° .



אוסיוק נשרט אל $g(x)$
כאשר מכפלים בעז'ר שלילי ע'
כו'ן, תחומי שפ'צ'ור הופכים לאי-הצורה
תחומי ע'לי וירידה באזורי תיוב'ור נותרים
עצמ' שינוי מאחר ואק' אזור'ם טרע' מסוג
זה רואים ש'נפ'צ'ורה צ'ורה סי'ין.



8. בסרטוט שלפניכם מתוארים גרף הפונקצייה $f(x) = (4x - 2)^3$ והישר $y = 3x + b$.

b הוא פרמטר חיובי.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ כך ששיעור ה־ x שלה

קטן משיעור ה־ x של נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הישר הנתון.

הנקודה B נמצאת על הישר הנתון כך שהקטע AB מקביל לציר ה־ x .

נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A .

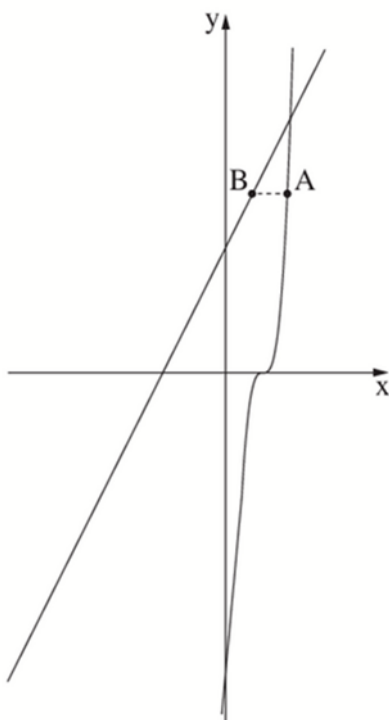
נתון: $0 \leq t \leq 0.7$.

א. הביעו באמצעות b ו־ t את שיעור ה־ x של הנקודה B .

ב. (1) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע AB הוא מינימלי.

(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

א. הביעו באמצעות b ו־ t את שיעור ה־ x של הנקודה B .



$$A(t, (4t-2)^3)$$

עין ה־ y של A ! B נהיה. (גליל את x_B)

$$(4t-2)^3 = 3x + b$$

$$(4t-2)^3 - b = 3x$$

$$x_B = \frac{(4t-2)^3 - b}{3}$$





ב. (1) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע AB הוא מינימלי.

נקודה כזו נמצאת על הישר AB , נחלקו ונחשב מינימל (אורך)

$$D(t) = X_A - X_B = t - \frac{(4t-2)^2 - 6}{3} =$$

$$D'(t) = 1 - \frac{3(4t-2)^2 \cdot 4}{3} = \frac{3 - 12(4t-2)^2}{3} = 0$$

$$3 = 12(4t-2)^2 \rightarrow (4t-2)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow 4t-2 = \frac{1}{2} \quad \vee \quad 4t-2 = -\frac{1}{2}$$

$$4t = \frac{5}{2} \quad 4t = \frac{3}{2}$$

$$t = \frac{5}{8} \quad t = \frac{3}{8}$$

t	$0 < x < \frac{3}{8}$	$x = \frac{3}{8}$	$\frac{3}{8} < x < \frac{5}{8}$	$x = \frac{5}{8}$	$\frac{5}{8} < x < 0.7$
$D'(t)$	-	0	+	0	-
$D(t)$	max	min	max	min	max

(בחן נגד הנקודה המינימלית):

$$D\left(\frac{3}{8}\right) = \frac{5}{12} + \frac{b}{3} = 0.41 + \frac{b}{3}$$

$$D(0.7) = \frac{397}{750} + \frac{b}{3} = 0.52 + \frac{b}{3}$$

לסיכום: נקודת $t = \frac{3}{8}$ אורך הקטע AB מינימלי

(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

(בחן נגד הנקודה המקסימלית):

$$D(0) = \frac{8}{3} + \frac{b}{3}$$

$$D\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{7}{12} + \frac{b}{3}$$

לסיכום: נקודת $t = 0$ אורך הקטע AB מקסימלי