



פתרון הבחינה במתמטיקה

קיץ תשפ"ו, 2026, שאלון 35572, מועד ב', גרסה 05:
מוגש ע"י צוות מורי מתמטיקה של "יואל גבע"





1. נתון הישר $y = x$ ונתונה הפרבולה $y^2 = 2px$.

א. הוא פרמטר חיובי.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון, והיא נקודת חיתוך של הפרבולה עם הישר.

א. הביעו באמצעות p את שיעורי הנקודה A.

נסמן ב- ℓ את המשיק לפרבולה בנקודה A.

הנקודה F היא מוקד הפרבולה. מעגל I שמרכזו בנקודה F משיק לישר ℓ בנקודה B.

ב. הביעו באמצעות p את משוואת מעגל I.

ג. הראו כי הנקודה B נמצאת על ציר ה- y .

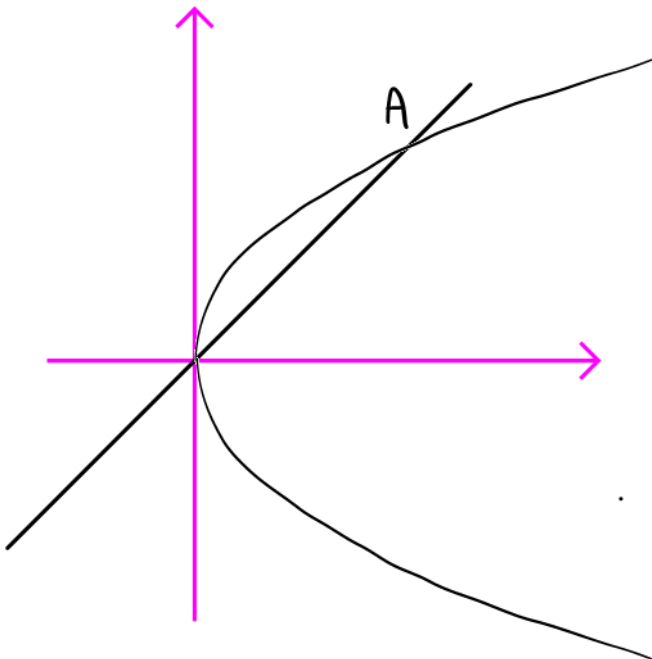
נתון: $AB = 4\sqrt{5}$.

ד. מצאו את הערך של p .

ה. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים מבפנים למעגל I ואורך הרדיוס שלהם

הוא $2\sqrt{5} - 3$.

א. הביעו באמצעות p את שיעורי הנקודה A.



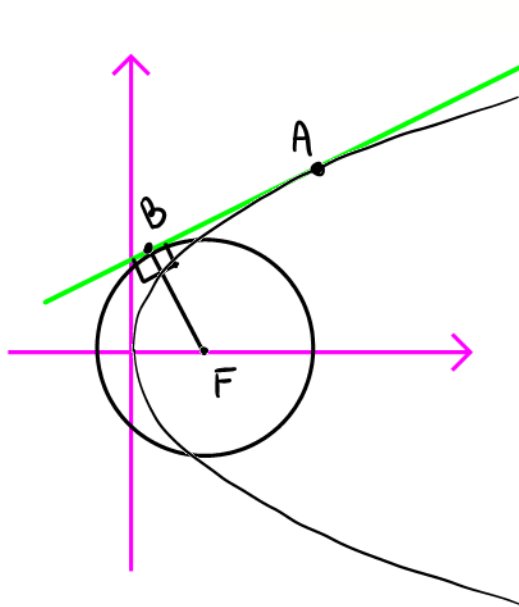
$$\begin{aligned} & \begin{cases} y = x \\ y^2 = 2px \end{cases} \\ & x^2 = 2px \\ & x(x - 2p) = 0 \\ & x = 0, \quad x = 2p \\ & \boxed{A(2p, 2p)} \end{aligned}$$



נסמן ב- ℓ את המשיק לפרבולה בנקודה A.

הנקודה F היא מוקד הפרבולה. מעגל I שמרכזו בנקודה F משיק לישר ℓ בנקודה B.

ב. הביעו באמצעות p את משוואת מעגל I.



מרכז המעגל: $F(\frac{p}{2}, 0)$

נדע מרחק נקודה F מהישר ℓ .

נתאר את הישר ℓ כתצוגה כללית
(שמש קווסטור משיק לפרבולה)

$$y \cdot y_0 = p(x + x_0)$$

$$y \cdot 2p = p(x + 2p)$$

$$2py - px - 2p^2 = 0 \quad | : p \neq 0$$

$$\ell: -x + 2y - 2p = 0$$

$$R = \frac{|-\frac{p}{2} + 0 - 2p|}{\sqrt{1+4}}$$

$$R = \frac{\sqrt{5}p}{2}$$

$a = -1$	$b = 2$	$c = -2p$
$x_0 = \frac{p}{2}$	$y_0 = 0$	$d = R$

מעגל המעגל: $(x - \frac{p}{2})^2 + y^2 = \frac{5p^2}{4}$

ג. הראו כי הנקודה B נמצאת על ציר ה-y.

שינוי הישר ℓ הוא $\frac{p}{2}$ כלומר $\frac{1}{2}$. נראה שאם דמיון את B

דמיון על ציר y השפחה של B הופכי ונציג, כלומר של $\frac{1}{2}$: (סולרין משיק סדרות)

נתב אר נקודה החיתוך של ℓ עם ציר y: $-0 + 2y - 2p = 0$

$$y = p$$

נקודה החיתוך של הישר ℓ עם ציר y היא $(0, p)$

$$m = \frac{p-0}{0-\frac{p}{2}} = -2$$

כע- נתב אר השינוי בינה סכין נקודה F:

אכן אשנו שנקודה B מונח על ציר y





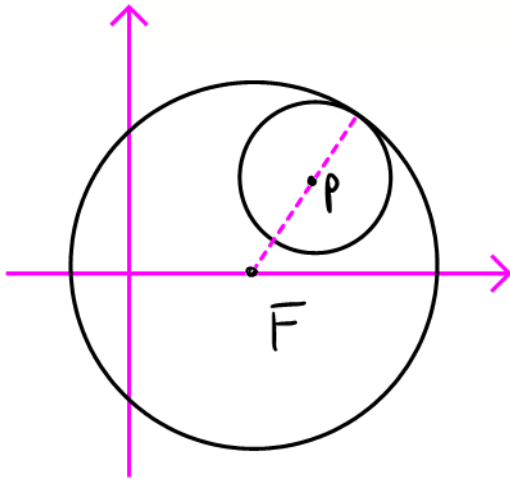
נתון: $AB = 4\sqrt{5}$.

7. מצאו את הערך של p .

$A(2p, 2p) \quad B(0, p)$

$$d_{AB} = \sqrt{(2p-0)^2 + (2p-p)^2} = \sqrt{4p^2 + p^2} = \sqrt{5p^2} = \sqrt{5}p = 4\sqrt{5} \rightarrow \boxed{p=4}$$

ה. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים מבפנים למעגל I ואורך הרדיוס שלהם הוא $2\sqrt{5} - 3$.



נצייר מרכז המעגל הפנימי: $P(x_p, y_p)$

מרכז המעגל החיצוני: $F(2, 0)$

רדיוס מעגל חיצוני: $R = 2\sqrt{5}$

רדיוס מעגל פנימי: $r = 2\sqrt{5} - 3$

כעת נזכר שכאשר ישנה

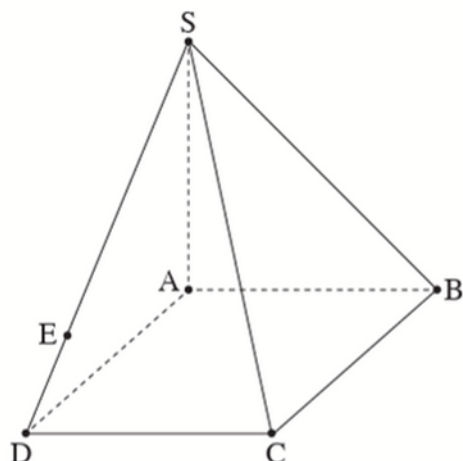
השקה מבפנים קלע מרכזי שלהם

לחיתוך הרדיוסים.

$$d_{PF} = R - r$$

$$\sqrt{(x_p - 2)^2 + (y_p - 0)^2} = 2\sqrt{5} - (2\sqrt{5} - 3)$$

$$\boxed{(x-2)^2 + y^2 = 9}$$



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

המקצוע AS הוא גובה בפירמידה.

אורך המקצוע AS שווה לאורך צלע הריבוע ABCD.

הנקודה E נמצאת על המקצוע SD כך ש- $SE = \frac{3}{4} \cdot SD$.

הנקודה N מקיימת: $\vec{SN} = k \cdot \vec{SC}$. k הוא פרמטר.

נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- k את הווקטור $\vec{EN}$.

נתון: $|\vec{EN}| = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot |\underline{w}|$.

ב. מצאו את הערך של k.

הציבו $k = \frac{1}{2}$, וענו על הסעיפים ג-ד.

ממקמים את הפירמידה במערכת צירים כך ש- $A(0, 0, 0)$, $B(0, 12, 0)$.

הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x, והקודקוד S נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודות N ו- E.

(2) מצאו את משוואת המישור ENB.

ד. האם נפח הפירמידה SENB גדול מנפח הפירמידה CENB, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את תשובתכם.

פתרון:

$$\vec{EN} = \vec{ES} + \vec{SN} = -\frac{3}{4}\vec{SD} + k\vec{SC} = -\frac{3}{4}(\vec{SA} + \vec{AD}) + k(\vec{SA} + \vec{AM} + \vec{DC})$$

$$\vec{EN} = -\frac{3}{4}(-\underline{w} + \underline{u}) + k(-\underline{w} + \underline{u} + \underline{v}) = \frac{3}{4}\underline{w} - \frac{3}{4}\underline{u} - k\underline{w} + k\underline{u} + k\underline{v}$$

$$\boxed{\vec{EN} = (k - \frac{3}{4})\underline{u} + k\underline{v} + (\frac{3}{4} - k)\underline{w}}$$

$$|\vec{EN}| = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot |\underline{w}| \quad \text{נתון!}$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{u} \cdot \underline{w} = \underline{v} \cdot \underline{w} = 0$$

$$30 \text{ כ נתונים!}$$

$$\underline{u} \cdot \underline{u} = \underline{v} \cdot \underline{v} = \underline{w} \cdot \underline{w} = |\underline{w}|^2$$

$$\text{ס. איך זה?}$$

$$|\vec{EN}| = \sqrt{\vec{EN} \cdot \vec{EN}} = \sqrt{((k - \frac{3}{4})\underline{u} + k\underline{v} + (\frac{3}{4} - k)\underline{w}) \cdot ((k - \frac{3}{4})\underline{u} + k\underline{v} + (\frac{3}{4} - k)\underline{w})}$$



הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





$$|\vec{EN}| = \sqrt{(k - \frac{3}{4})^2 \cdot |\underline{u}|^2 + k^2 |\underline{u}|^2 + (\frac{3}{4} - k)^2 \cdot |\underline{u}|^2}$$

$$|\vec{EN}| = \sqrt{(k^2 - \frac{3}{2}k + \frac{9}{16} + k^2 + \frac{9}{16} - \frac{3}{2}k + k^2) |\underline{u}|^2}$$

$$|\vec{EN}| = \sqrt{3k^2 - 3k + \frac{9}{8}} \cdot |\underline{u}|$$

נשווה את שני הצדדים:

$$\sqrt{3k^2 - 3k + \frac{9}{8}} \cdot |\underline{u}| = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot |\underline{u}| \quad /: |\underline{u}| \neq 0$$

$$\sqrt{3k^2 - 3k + \frac{9}{8}} = \frac{\sqrt{6}}{4} \quad /(\quad)^2$$

$$3k^2 - 3k + \frac{9}{8} = \frac{3}{8}$$

$$3k^2 - 3k + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow 4k^2 - 4k + 1 = 0$$

$$(2k - 1)^2 = 0 \Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{2}}$$

ד. נתון $A(0,0,0)$, $B(0,12,0)$
נשאל - האם זה צדוקים? ס. הנתונים:

$$AS = AB \Rightarrow S(0,0,12)$$

$$AD = AB \Rightarrow D(12,0,0)$$

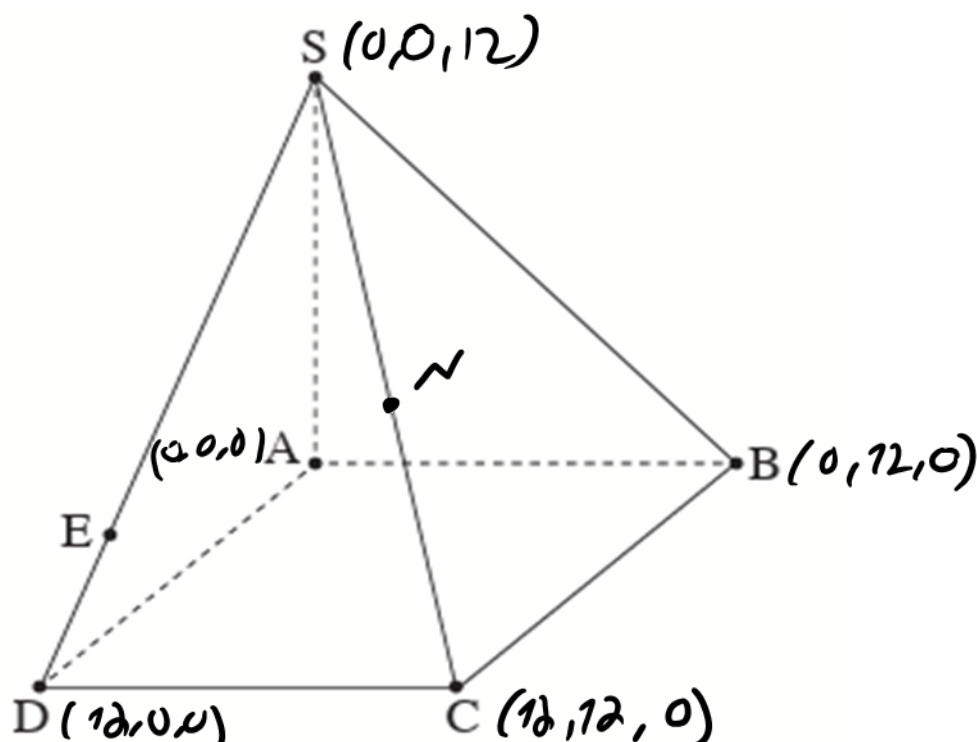
$$\vec{DC} = \vec{AB} \Rightarrow C - D = B - A \Rightarrow C(12,12,0)$$

נסיים - זה צדוקים? נשאל הנתונים:

נ

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





ג. (1)

(3~) גרם הנקודה E :

$$\vec{SE} = \frac{3}{4} \vec{SD} \Rightarrow E - S = \frac{3}{4} (D - S)$$

$$\Rightarrow (x, y, z) - (0, 0, 12) = \frac{3}{4} ((12, 0, 0) - (0, 0, 12))$$

$$(x, y, z - 12) = \frac{3}{4} (12, 0, -12)$$

$$(x, y, z - 12) = (9, 0, -9)$$

$$x = 9$$

$$y = 0$$

$$z = 3$$

$$\Rightarrow \boxed{E(9, 0, 3)}$$

נמשך הנקודה ~ :

$$\vec{SN} = k \cdot \vec{SC} = \frac{1}{2} \vec{SC}$$



$$\begin{aligned}
 N-S &= \frac{1}{2} (C-S) \\
 (x, y, z) - (0, 0, 12) &= \frac{1}{2} ((12, 12, 0) - (0, 0, 12)) \\
 (x, y, z-12) &= \frac{1}{2} (12, 12, -12) \\
 (x, y, z-12) &= (6, 6, -6) \\
 x &= 6 \\
 y &= 6 \\
 z &= 6 \quad \Rightarrow \quad \boxed{N(6, 6, 6)}
 \end{aligned}$$

ד. (ב) הזאת פרמטרים של המישור:

$$X = B + t(E-B) + S(N-B)$$

$$X = (0, 12, 0) + t(9, -12, 3) + S(6, -6, 6)$$

נצטרך למצוא את המישור:

$$X = (0, 12, 0) + t(3, -4, 1) + S(1, -1, 1)$$

נחזק את המשוואה:

$$\begin{cases} (a, b, c) \cdot (3, -4, 1) = 0 \\ (a, b, c) \cdot (1, -1, 1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a - 4b + c = 0 \\ a - b + c = 0 \Rightarrow b = a + c \end{cases} \quad \text{הצבה}$$

$$3a - 4a - 4c + c = 0 \rightarrow a = -3c$$

$$b = 2 \quad a = 3 \quad c = -1 \quad \text{נבחר}$$

✓

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





הנורמל הוא $(3, 2, 0)$ - הנורמל

$$3x + 2y - z + d = 0$$

נציב $B(0, 12, 0)$:

$$3 \cdot 0 + 2 \cdot 12 - 0 + d = 0 \Rightarrow d = -24$$

הנורמל - הנורמל : END $3x + 2y - z - 24 = 0$

3. לשם הפיוניציה $SEND$ - $CENB$
יש לווקטור קסיס (משולס $CENB$).

נמצא לו - האוקד של שתי הפירמידות.
נתחיל ק - $SEND$:

$$h_1 = \frac{|3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 12 - 24|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{36}{\sqrt{14}}$$

הקו - $CENB$:

$$h_2 = \frac{|3 \cdot 12 + 2 \cdot 12 - 0 - 24|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{36}{\sqrt{14}}$$

לשם הפירמידה יש לווקטור קסיס.

לכן, שוקח הפירמידה שוקד



3. נתונים שלושה מספרים מרוכבים:

$$w = z_1 \cdot z_2 + \frac{z_1}{z_2}, \quad z_2 = \frac{1}{r} \cdot (\cos(\alpha + 90^\circ) + i \cdot \sin(\alpha + 90^\circ)), \quad z_1 = r \cdot (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$$

$$, 0^\circ < \alpha < 90^\circ, r > 0$$

הנקודה A מייצגת את המספר w במישור גאוס. נתון כי שיעור ה-x של הנקודה A הוא -1.

א. מצאו את הערך של α .

נתון כי הנקודה A נמצאת על הישר $y = -1$.

ב. מצאו את הערך של r.

$$z^4 = 128 \cdot (z_1 \cdot w)^2$$

z הוא משתנה מרוכב.

ג. מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

כל אחת מן הנקודות B ו-C מייצגת פתרון אחד מבין הפתרונות שמצאתם בסעיף ג.

הנקודה B נמצאת ברביע הראשון והנקודה C נמצאת ברביע השני.

המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס המקיימות $|z| = b$ חותך את החלק החיובי של ציר ה-y בנקודה K.

b הוא מספר ממשי חיובי.

נתון כי שטח המרובע CKBO הוא $7\sqrt{2}$.

ד. מצאו את הערך של b.

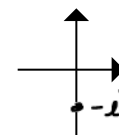
$$z_1 = r \operatorname{cis} \alpha, \quad z_2 = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(\alpha + 90^\circ), \quad w = z_1 \cdot z_2 + \frac{z_1}{z_2}, \quad \operatorname{Re}(w) = -1$$

$$z_1 \cdot z_2 = r \operatorname{cis} \alpha \cdot \frac{1}{r} \operatorname{cis}(\alpha + 90^\circ) = 1 \cdot \operatorname{cis}(2\alpha + 90^\circ)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r \operatorname{cis} \alpha}{\frac{1}{r} \operatorname{cis}(\alpha + 90^\circ)} = r^2 \operatorname{cis}(-90^\circ) = -r^2 i$$

$$\operatorname{cis}(-90^\circ) = \cos(-90^\circ) + i \sin(-90^\circ)$$

$$= 0 + i \cdot (-1) = -i$$



$$w = \operatorname{cis}(2\alpha + 90^\circ) - r^2 i$$

$$w = \cos(2\alpha + 90^\circ) + i(\sin(2\alpha + 90^\circ) - r^2)$$

$$\operatorname{Re}(w) = \cos(2\alpha + 90^\circ) = -1 \Rightarrow$$

$$2\alpha + 90^\circ = 180^\circ + 360^\circ k$$

$$\alpha = 45^\circ + 180^\circ k$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$





$$\operatorname{Im}(w) = \sin(2\alpha + 90^\circ) - r^2 = -1$$

$$0 - r^2 = -1$$

$$r^2 = 1$$

$$r = 1$$

נתון כי הנקודה A נמצאת על הישר $y = -1$.

ב. מצאו את הערך של r .

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\sin(2\alpha + 90^\circ) = \sin 180^\circ = 0$$

$$z_1 = r \operatorname{cis} \alpha = 1 \operatorname{cis} 45^\circ$$

$$w = -1 - i = \sqrt{2} \operatorname{cis} 225^\circ$$

$$z^4 = 128 \cdot (z_1 \cdot w)^2$$

z הוא משתנה מרוכב.

ג. מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה.

$$z_1 \cdot w = \sqrt{2} \operatorname{cis} 270^\circ = -i\sqrt{2}$$

$$(z_1 \cdot w)^2 = (-i\sqrt{2})^2 = -2$$

$$z^4 = -256 = 256 \operatorname{cis} 180^\circ$$

$$z_k = \sqrt[4]{256} \operatorname{cis} \left(\frac{180 + 360 \cdot k}{4} \right)$$

$$z_k = 4 \operatorname{cis} (45^\circ + 90^\circ k)$$

$$R_w = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\tan \theta = \frac{-1}{-1} \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ w \\ \nearrow \end{array}$$

$$\theta = 45^\circ + 180^\circ = 225^\circ$$

$$z_0 = 4 \operatorname{cis} 45^\circ$$

$$z_1 = 4 \operatorname{cis} 135^\circ$$

$$z_2 = 4 \operatorname{cis} 225^\circ$$

$$z_3 = 4 \operatorname{cis} 315^\circ$$



הנקודה O היא ראשית הצירים.

כל אחת מן הנקודות B ו-C מייצגת פתרון אחד מבין הפתרונות שמצאתם בסעיף ג.

הנקודה B נמצאת ברביע הראשון והנקודה C נמצאת ברביע השני.

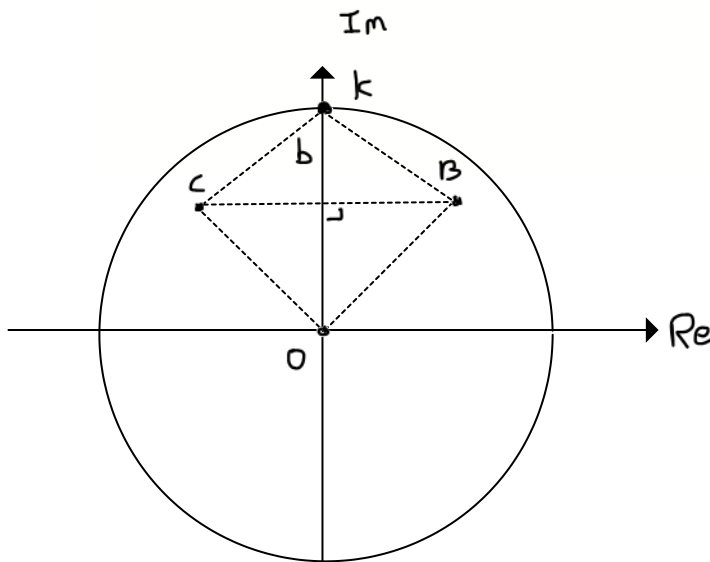
המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס המקיימות $|z| = b$ חותך את החלק החיובי של ציר ה-y

בנקודה K.

b הוא מספר ממשי חיובי.

נתון כי שטח המרובע CKBO הוא $7\sqrt{2}$.

ד. מצאו את הערך של b.



המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ המקיימות $|z| = b$ חותך את הציר ה-y

בנקודה K. $BC \perp KO$ $y_B = y_C$
BC מקביל לציר האנכי.

$$z_B = 4 \cdot (\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i \Rightarrow B(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$$

$$z_C = 4 \cdot (\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ) = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i \Rightarrow C(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$$

$$BC = x_B - x_C = 4\sqrt{2}$$

$$KO = y_K - y_O = b$$

$$S_{CKBO} = \frac{BC \cdot KO}{2} = \frac{b \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}$$

$$b = 3.5$$





4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{1}{e^x - 1} + \frac{5}{e^x - 5} + a$ הוא פרמטר.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

ב. הוכיחו כי פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית בכל תחום הגדרתה.

נתון כי הישר $y = 2$ הוא אסימפטוטה של הפונקצייה $f(x)$.
ג. מצאו את שני הערכים האפשריים של a .

הציבו $a = 2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. הראו כי $f(x) = \frac{2e^{2x} - 6e^x}{e^{2x} - 6e^x + 5}$.

- ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \ln 2$.

$$\begin{aligned} e^x - 1 &= 0 \\ e^x &= 1 \\ x &= \ln 1 = 0 \\ x &\neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^x - 5 &= 0 \\ e^x &= 5 \\ x &= \ln 5 \\ x &\neq \ln 5 \end{aligned}$$

(1) $x \neq 0, x \neq \ln 5$
 $\ln 5 \approx 1.6$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{\infty} + \frac{5}{\infty} + a = a$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{0-1} + \frac{5}{0-5} + a = -2 + a$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (e^x - 1) - 1 \cdot e^x}{(e^x - 1)^2} + \frac{0 \cdot (e^x - 5) - 5 \cdot e^x}{(e^x - 5)^2}$$

$$f'(x) = -\frac{e^x}{(e^x - 1)^2} - \frac{5e^x}{(e^x - 5)^2}$$

$e^x > 0$
 $\frac{1}{(\quad)^2} > 0$
הקטנה

(2) $x = \ln 5, x = 0$
 $y = a - 2, y = a$
 $x \rightarrow -\infty, x \rightarrow +\infty$

7. $f'(x) < 0$
 $x \neq 0, x \neq \ln 5$

$f'(x) < 0$
הקטנה

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a \Rightarrow a = 2$$

נתון כי הישר $y = 2$ הוא אסימפטוטה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שני הערכים האפשריים של a .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a - 2 \Rightarrow a - 2 = 2$$

$$a = 4$$

$$a = 4, a = 2$$

הציבו $a = 2$ בפונקצייה $f(x)$, ונענו על הסעיפים ד-ו.

ד. הראו כי $f(x) = \frac{2e^{2x} - 6e^x}{e^{2x} - 6e^x + 5}$

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

$$f(x) = \frac{e^x - 5}{e^x - 1} + \frac{e^x - 1}{e^x - 5} + 2 = \frac{1 \cdot (e^x - 5) + 5(e^x - 1) + 2(e^x - 1)(e^x - 5)}{(e^x - 1)(e^x - 5)}$$

7.

$$= \frac{e^x - 5 + 5e^x - 5 + 2 \cdot (e^{2x} - 6e^x + 5)}{e^{2x} - 5e^x - e^x + 5} = \frac{6 \cdot e^x - 10 + 2 \cdot e^{2x} - 12 \cdot e^x + 10}{e^{2x} - 6e^x + 5}$$

$$f(x) = \frac{2e^{2x} - 6e^x}{e^{2x} - 6e^x + 5}$$

$$2e^{2x} - 6e^x = 0$$

$$(ln 3, 0)$$

7.1

$$2e^x(e^x - 3) = 0$$

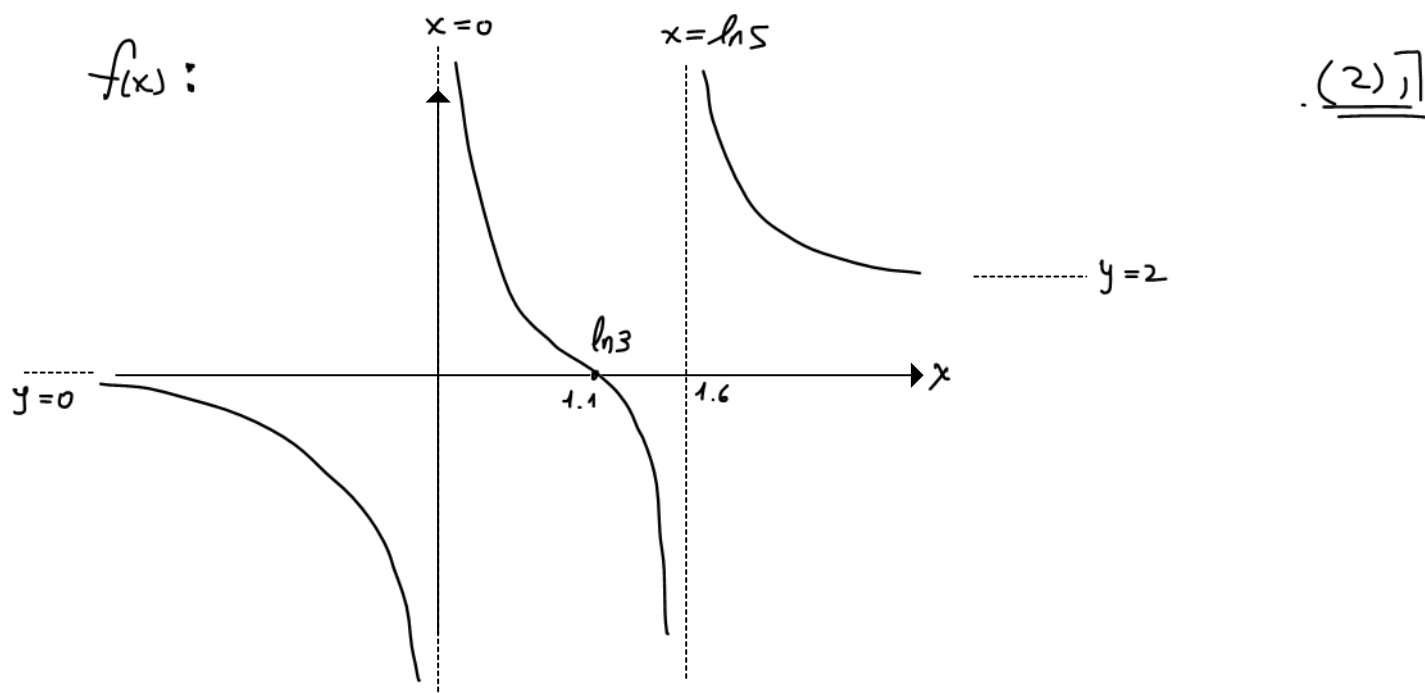
$$e^x = 0 \quad e^x = 3$$

$$x = \ln 3$$

פירוק

$$\ln 3 \approx 1.1$$





1. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \ln 2$.

$$S = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{2e^{2x} - 6e^x}{e^{2x} - 6e^x + 5} dx = \left[\ln |e^{2x} - 6e^x + 5| \right]_{\ln 2}^{\ln 3}$$

$$= \ln |e^{2\ln 3} - 6e^{\ln 3} + 5| - \ln |e^{2\ln 2} - 6e^{\ln 2} + 5|$$

$$= \ln |-4| - \ln |-3| = \ln 4 - \ln 3$$

$$S = \ln 4 - \ln 3 = \ln \frac{4}{3} = 0.2877$$



5. נתונה הפונקצייה $f(x) = 8 \cdot \ln(x^2 + 7) - 2x$, המוגדרת לכל x .

א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה והקעירות כלפי מטה של הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי הפונקצייה $f(x)$ חותכת את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \ln(f(x) - 18)$, המוגדרת בתחום שבו $f(x) > 18$.

ד. (1) כמה אסימפטוטות מאונכות לציר ה- x יש לפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

$$f(x) = 8 \ln(x^2 + 7) - 2x$$

$$f'(x) = \frac{8 \cdot 2x}{x^2 + 7} - 2 = \frac{16x - 2(x^2 + 7)}{x^2 + 7} = \frac{-2x^2 + 16x - 14}{x^2 + 7} = 0 \rightarrow x = 1, 7$$

x	$x < 1$	$x = 1$	$1 < x < 7$	$x = 7$	$x > 7$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$					

$$\begin{matrix} \min(1, 14.63) \\ \max(7, 18.202) \end{matrix}$$

ב. מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה והקעירות כלפי מטה של הפונקצייה $f(x)$.

$$f''(x) = \frac{(-4x + 16)(x^2 + 7) - 2x(-2x^2 + 16x - 14)}{(x^2 + 7)^2} \quad \begin{matrix} u = -2x^2 + 16x - 14 & u' = -4x + 16 \\ v = x^2 + 7 & v' = 2x \end{matrix}$$

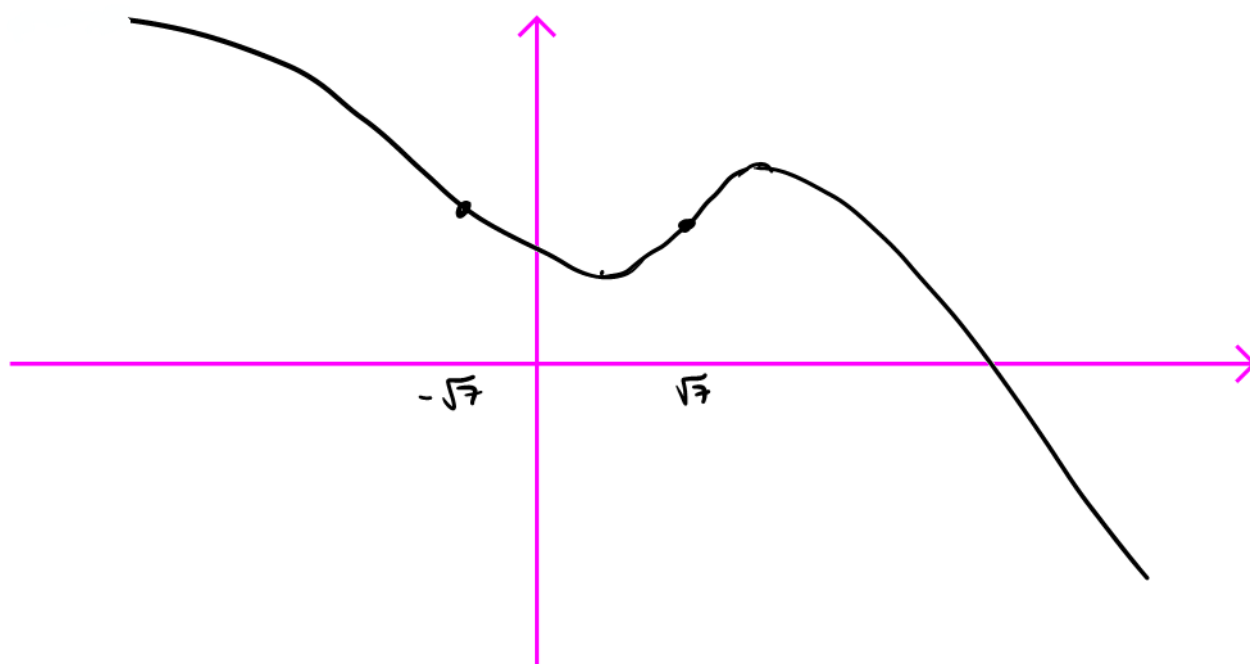
$$f''(x) = \frac{-4x^3 - 28x + 16x^2 + 112 + 4x^3 - 32x^2 + 28x}{(x^2 + 7)^2}$$

$$f''(x) = \frac{-16x^2 + 112}{(x^2 + 7)^2} = 0 \rightarrow -16x^2 = -112 \rightarrow x^2 = 7 \rightarrow \boxed{x = \pm\sqrt{7}}$$

x	$x < -\sqrt{7}$	$-\sqrt{7} < x < \sqrt{7}$	$\sqrt{7} < x$
$f''(x)$	-	+	-
$f'(x)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
$f(x)$	$\cap$	$\cup$	$\cap$

קטרוֹן מַעֲלָה: $-\sqrt{7} < x < \sqrt{7}$
קטרוֹן מַנְיָה: $x < -\sqrt{7}, \sqrt{7} < x$

ידוע כי הפונקצייה $f(x)$ חותכת את ציר ה־x בנקודה אחת בלבד.
ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

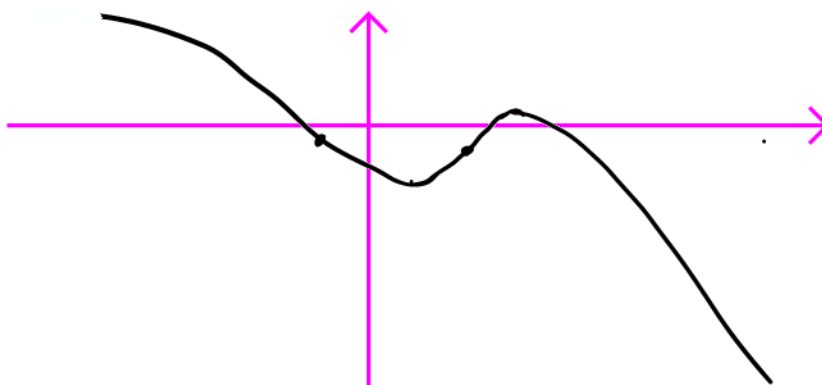




נתונה הפונקצייה $g(x) = \ln(f(x) - 18)$, המוגדרת בתחום שבו $f(x) > 18$.

ד. (1) כמה אסימפטוטות מאונכות לציר ה- x יש לפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

נציר $h(x) = f(x) - 18$
ראשית נציר את $h(x)$



נקודת המקסימום נמצאת כמעט ב- $(7, 0.202)$, עכ"ל נקודת 3 נקודות חיתוך עם ציר ה- x שבהן $g(x)$ יהפכו לאסימטה אנכית
אנכית שלילית יהפכו לאנכית אי-הגדרה ב- $g(x)$
עסיכום: בנקודת $g(x)$ ישנן 3 אסימטה אנכית

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

הטרנספורמציה מסוג h תחילה עולה וירידה נותרים אלא שינוי (כל ערך $g(x)$ מוגדל כמחזק) מאחר וכאשר גורמים את הטכניקה תחילה התייבשה והשלישית של הנגזרת בהם (כל ערך $g(x)$ מוגדל) נראה שאת באופן כללי $g(x) = \ln(h(x)) \rightarrow g'(x) = \frac{h'(x)}{h(x)}$
כאשר $g(x)$ מוגדל $h(x)$ תיבשה,
עכ"ל ש"ה! נא' g בעולה סימן שהיה.

עסיכום: בנקודת $g(x)$ ישנן נקודת מקסימום שלילית $(7, \ln(0.202))$



(3) סרטוט סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

