



פתרון הבחינה במתמטיקה

קיץ תשפ"ו, 2026, מועד ב', שאלון 35482:
מוגש ע"י צוות מורי מתמטיקה של "יואל גבע"





1. תלמידי כיתה י"ב ותלמידי כיתה י"ב בבית ספר מסוים החליטו לערוך מסיבת סיום.
כדי לממן את עלות המסיבה הם אספו במשך כמה שבועות בקבוקים ריקים, והעבירו אותם למחזור תמורת כסף.
תלמידי כיתה י"ב אספו בקבוקים במשך 5 שבועות.
מספר הבקבוקים שהם אספו בכל שבוע גדול פי q ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע שלפניו.
מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב בשבוע הרביעי גדול פי 3.375 ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע הראשון.
א. מצאו את הערך של q .
מספר הבקבוקים סך הכול שאספו תלמידי כיתה י"ב בשבוע הראשון ובשבוע האחרון היה 2,425.
ב. מצאו את מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב בשבוע הראשון.
תלמידי כיתה י"ב אספו בקבוקים במשך 18 שבועות. בכל שבוע הם אספו d בקבוקים יותר מבשבוע שלפניו.
בשבוע השני תלמידי כיתה י"ב אספו 230 בקבוקים.
תלמידי כיתה י"ב אספו 6,300 בקבוקים סך הכול.
ג. מצאו את הערך של d .
בעבור כל בקבוק שהעבירו התלמידים למחזור, הם קיבלו 0.3 שקלים.
העלות של מסיבת הסיום היא 3,400 שקלים.
ד. האם הסכום הכולל שקיבלו תלמידי שתי הכיתות ממחזור כל הבקבוקים יספיק למימון עלות המסיבה?
נמקו את תשובתכם.

פתרון

י"ב

נסו היקני'ן ליה אסנו כל לבוע זענל ני q אסנו
ייני'ן ליה אסנו כל לבוע אסנו .
נסו היקני'ן ליה אסנו כל לבוע אסנו סגנו היקני'ן
לעני'ן .
נ=5



$$a_4 = 3.375 a_1 \quad \text{לפי:}$$

$$q \neq 1 \quad (1)$$

$$a_4 = 3.375 a_1$$

$\Downarrow$

$$a_1 q^3 = 3.375 a_1 \quad / : a_1 \neq 0$$

$$q^3 = 3.375$$

$$q = \sqrt[3]{3.375}$$

$$q = 1.5$$

$$a_1 + a_5 = 2425 \quad \text{לפי:}$$

$$q \neq 1 \quad (2)$$

$$a_1 + a_5 = 2425$$

$\Downarrow$

$$a_1 + a_1 q^4 = 2425$$

$$q = 1.5 \quad \text{לפי}$$





$$a_1 + a_1 \cdot (1.5)^7 = 2425$$

$$a_1 + 5.0625a_1 = 2425$$

$$6.0625a_1 = 2425 \quad | : 6.0625$$

$$a_1 = 400$$

שאלה 2: מס' דיוקדיון

2 ו'

כל שנים הם מסו' דיוקדיון וימ' משלח מלגה.

$\Rightarrow$ מס' דיוקדיון שנים אוטומט' כל שנים מבו' סדרה וימ' מלגה.

$$n = 18$$

$$b_2 = 2200 \quad \text{ניסיון:}$$

$$s_{18} = 6000$$

$$d = ? \quad (<)$$





$$b_2 = 230 \Rightarrow \underline{b_1 + d = 230}$$

$$S_{18} = 6300$$

ניגשו > נוסחה לסכום סדרה חשבונית

$$S_n = \frac{n [2b_1 + (n-1)d]}{2}$$

$$S_{18} = 6300 \Rightarrow \frac{18 [2b_1 + (18-1)d]}{2} \stackrel{2.}{=} 6300 \quad / \cdot 2$$

$$18 [2b_1 + 17d] = 12600 \quad / : 18$$

$$\underline{2b_1 + 17d = 700}$$

נכתבו שתי משוואות שיהיה עליהן:

$$\begin{cases} b_1 + d = 230 & / \cdot (-2) \\ 2b_1 + 17d = 700 \end{cases}$$



$$\begin{cases} -23a - 2d = -760 \\ 23a + 17d = 700 \end{cases}$$

$$15d = 240 \quad | : 15$$

$$d = 16$$

נסתו ל' קניין קינאו המלכין צ"ס טקס.
זלמ ויטסיק: סטנ טקס

(ג) נמנו זמ ויסנל המל טקס המלכין למל הניקל.
י"ג 1

$$a_1 = 400$$

$$q = 1.5$$

$$n = 5$$

ניצו קנלסח. לסכ סכר. וינ(טמ)

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$





$$S_5 = \frac{400 \left((1.5)^5 - 1 \right)}{1.5 - 1} = 5275$$

⇒ א"כ 1 איטל 5275 יוניוני.

א"כ 2 איטל 6300 יוניוני (חין)

$$\text{איטל (חין)} = (5275 + 6300) \cdot 0.3 = 3722.5$$

איטל (חין) איז גרויסער פון איטל (אין) (3722.5 > 3300).

מסקנה:

(איטל (חין) וספיק) איז גרויסער פון איטל (אין).





טריגונומטריה במרחב

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

SO הוא גובה הפירמידה.

נתון כי האורך של SO הוא 7.2 וכי נפח הפירמידה הוא 38.4.

א. מצאו את אורך מקצוע הבסיס ABCD.

ב. מצאו את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה.

הנקודה F נמצאת על גובה הפירמידה SO.

מן הנקודה F חיברו קטעים לקודקודים A, B ו-D כך שנוצרה

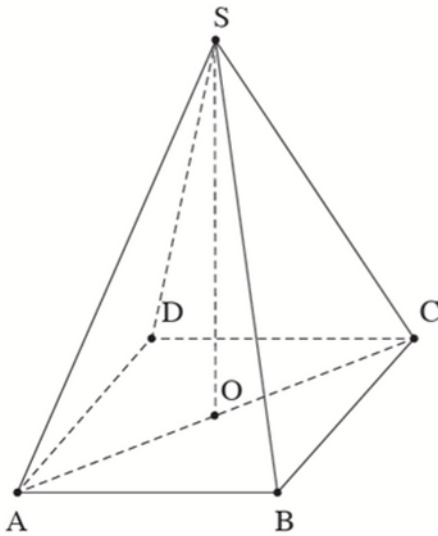
פירמידה ישרה FABD.

נתון כי גודל הזווית שבין מקצוע צדדי של הפירמידה FABD

ובין הבסיס ABD הוא 60° .

ג. (1) מצאו את אורך הקטע FO.

(2) מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה SABCD מנפח הפירמידה FABD.



פתרון:

א. לפי נוסחת נפח פירמידה:

$$V = \frac{B \cdot h}{3}$$

$$38.4 = \frac{B \cdot 7.2}{3}$$

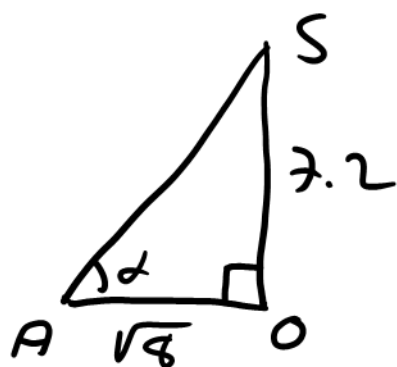
$$B = \frac{38.4 \cdot 3}{7.2}$$

$$B = 16$$

שטח הריבוע ABCD הוא 16 ולכן
אורך הצלע הבסיס הוא 4.

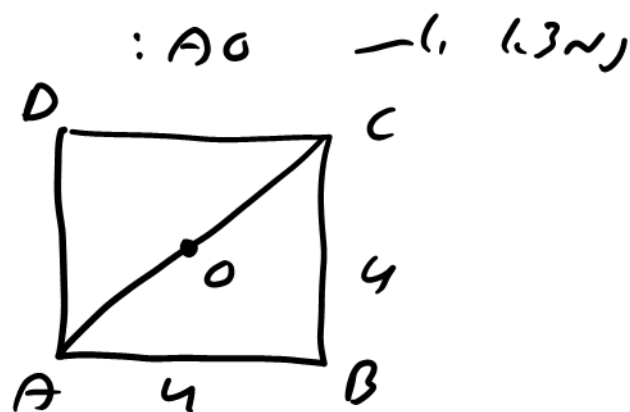
ב. האליווה בין הצלע הצדדית לבסיס היא
אליווה הכוללת SAO במשולש SAO:





$$\tan \alpha = \frac{7.2}{\sqrt{8}}$$

$$\alpha = 68.55^\circ$$



$$AC^2 = 4^2 + 4^2 = 32 \quad \sqrt{\quad}$$

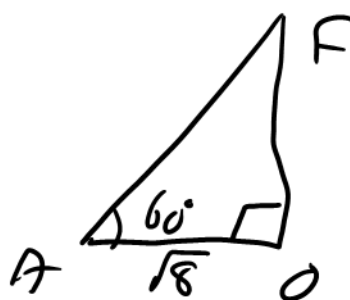
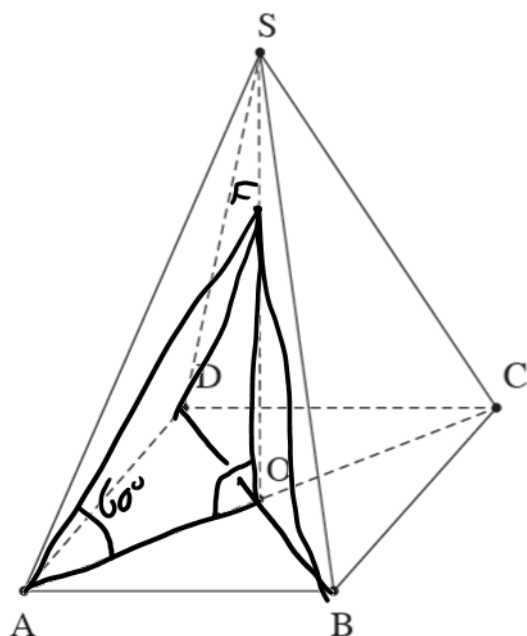
$$AC = \sqrt{32}$$

$$AO = \frac{1}{2} AC = \frac{\sqrt{32}}{2} = \sqrt{8}$$

הנלוות בין מהצוג 333 לבסיס ה-68.55

ד. (1) נוסף את הקו F, ל-
ההקוץ של הפירמידה
החבטה.

כזי עתק ל-OF
נתבונן במשולש AOF:





$$\tan 60^\circ = \frac{OF}{\sqrt{8}} \Rightarrow \boxed{OF = 2\sqrt{6}}$$

ד. (2) נחשב יא - נסה פירוט 37 : FABD

$$V = \frac{S_{ABD} \cdot OF}{3} = \frac{\frac{4.4}{2} \cdot 2\sqrt{6}}{3} = \frac{16\sqrt{6}}{3}$$

כאשר נוסף לחשב יא - היחיד:

$$\frac{V_{SABCD}}{V_{FABD}} = \frac{38.4}{\frac{16\sqrt{6}}{3}} = \boxed{\frac{6\sqrt{6}}{5}}$$





3. נתונה הפונקצייה $f(x) = ax + 5 \cos(2x) - 1$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$.
a הוא פרמטר.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$ הוא -5 .
א. מצאו את הערך של a.

הציבו $a = 5$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ב-ד.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)$ שנגזרתה מקיימת $g'(x) = f(x)$.

הפונקצייה $g(x)$ ופונקציית הנגזרת $g'(x)$ מוגדרות בתחום $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$.

ד. לפניכם שני היגדים I-II. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.

I. לפונקצייה $g(x)$ יש שתי נקודות קיצון פנימיות.

II. הפונקצייה $g(x)$ עולה בתחום $0 < x < \frac{2}{3}\pi$.

פתרון:

$$f'(\frac{\pi}{4}) = -5$$

לע. נטיל:

$$f'(x) = a - 10 \sin 2x \Rightarrow -5 = a - 10 \sin(2 \cdot \frac{\pi}{4})$$

$$-5 = a - 10 \cdot 1$$

$$\boxed{a = 5}$$

$$f(x) = 5x + 5 \cos(2x) - 1 \quad 0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi \quad \text{ד.}$$

$$f'(x) = 5 - 10 \sin 2x$$

מה 1.3 — נקודות הקיצון:



$$5 - 10 \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = \frac{5}{6}\pi + 2\pi k \quad \vee \quad 2x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$x = \frac{5}{12}\pi + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \pi k$$

בתחום הנתון נדק

$$x = \frac{5\pi}{12}, \quad x = \frac{\pi}{12}$$

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 5 \cdot \frac{\pi}{12} + 5 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{12}\right) - 1 = 4.64$$

$$f\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 5 \cdot \frac{5\pi}{12} + 5 \cos\left(2 \cdot \frac{5\pi}{12}\right) - 1 = 1.21$$

בנוסף נחשב גם את נקודות הקצה
בתחום:

$$f(0) = 5 \cdot 0 + 5 \cdot \cos 0 - 1 = 4$$

$$f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 5 \cdot \frac{2\pi}{3} + 5 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{2\pi}{3}\right) - 1 = 6.96$$

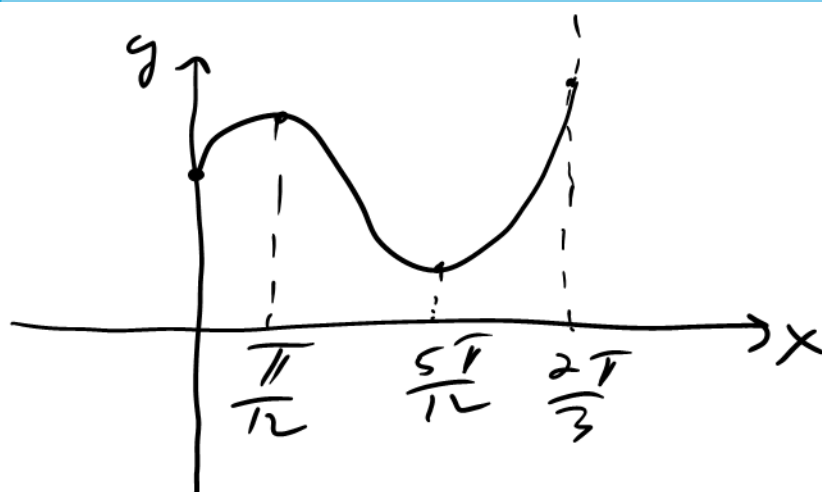
נזכר גם
שם הקיצונים:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
f'(x)		+	0	-	0	+
f(x)	.	↗	.	↘	.	↗

נסתכל:

נקודות הקיצון: $(0, 4)$, $\left(\frac{\pi}{12}, 4.64\right)$, $\left(\frac{5\pi}{12}, 1.21\right)$, $\left(\frac{2\pi}{3}, 6.96\right)$





ד. שניטל:

$$g'(x) = f(x) \quad \text{נכון}$$

היציג I לא נכון. $(x) < 0$ בכל התחום ואכן
אפונה ציה (x) אין נהוצות היצון פנימי ויתחום.

היציג II נכון. $(x) > 0$ בכל התחום ואכן
 (x) מלאה בכל התחום.





4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (2x^2 - ax) \cdot e^x$, המוגדרת לכל x .

a הוא פרמטר.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 1$.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 3$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ב-ו.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x) - 2e$, המוגדרת לכל x .

ו. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) האם גרף הפונקצייה $g(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.

$$f(x) = (2x^2 - ax) \cdot e^x$$

פתרון שאלה 4

$$f'(x) = (4x - a) \cdot e^x + (2x^2 - ax) \cdot e^x$$

א. נמצא את הכוונה:

$$f'(x) = [2x^2 + (4-a)x - a] \cdot e^x$$

נציב $x=1$, נשווה למצא פאנס ונקיץ את a :

$$f'(1) = 0$$

$$[2 \cdot 1^2 + (4-a) \cdot 1 - a] \cdot e^1 = 0 \quad / \div e$$

$$2 + 4 - a - a = 0 \quad / + 2a$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





$$6 = 2a \quad / \div 2$$

$$a = 3$$

$$f(x) = (2x^2 - 3x) \cdot e^x$$

$$f'(x) = [2x^2 + x - 3] \cdot e^x$$

ב. נשווה נגזרת לאפס ונחלק שיצורו x במק' הקיצון:

$$f'(x) = 0$$

$$[2x^2 + x - 3] \cdot e^x = 0 \quad / \div e^x \neq 0$$

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

נפתור ד"מ נוסחת השורשים

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -1.5$$

נציב בביטוי' עקבלו שיצור' ה y :

$$f(1) = (2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1) \cdot e^1 = -e = -2.718 \longrightarrow (1, -e)$$

$$f(-1.5) = (2 \cdot (-1.5)^2 - 3 \cdot (-1.5)) e^{-1.5} = \frac{9}{\sqrt{e^3}} = 2.008 \longrightarrow (-1.5, \frac{9}{\sqrt{e^3}})$$

המשק כתיבן סעיף ב'

נציג טרבי ביניימ בנגזרת לבציקת תמומי עלייה ויריבה וסיוול נה' הקיצון:

x	-2	-1.5	0	1	2
$f'(x)$	$\oplus$	0	$\ominus$	0	$\oplus$
$f(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

$$(-1.5, 2.008)$$

נקודת המקסימום היא $(-1.5, \frac{9}{\sqrt{e^3}})$ או

$$(1, -2.718)$$

נקודת המינימום היא $(1, -e)$ או

$$(2x^2 - 3x) \cdot e^x = 0$$

$$2x^2 - 3x = 0$$

$$x(2x - 3) = 0$$

$$x = 0$$

$$(0, 0)$$

$$2x - 3 = 0$$

$$2x = 3$$

$$x = 1.5$$

$$(1.5, 0)$$

ל. נציג $x=0$, $y=0$ עקביל
שידורי נקודות החיתוק עם הצירים:

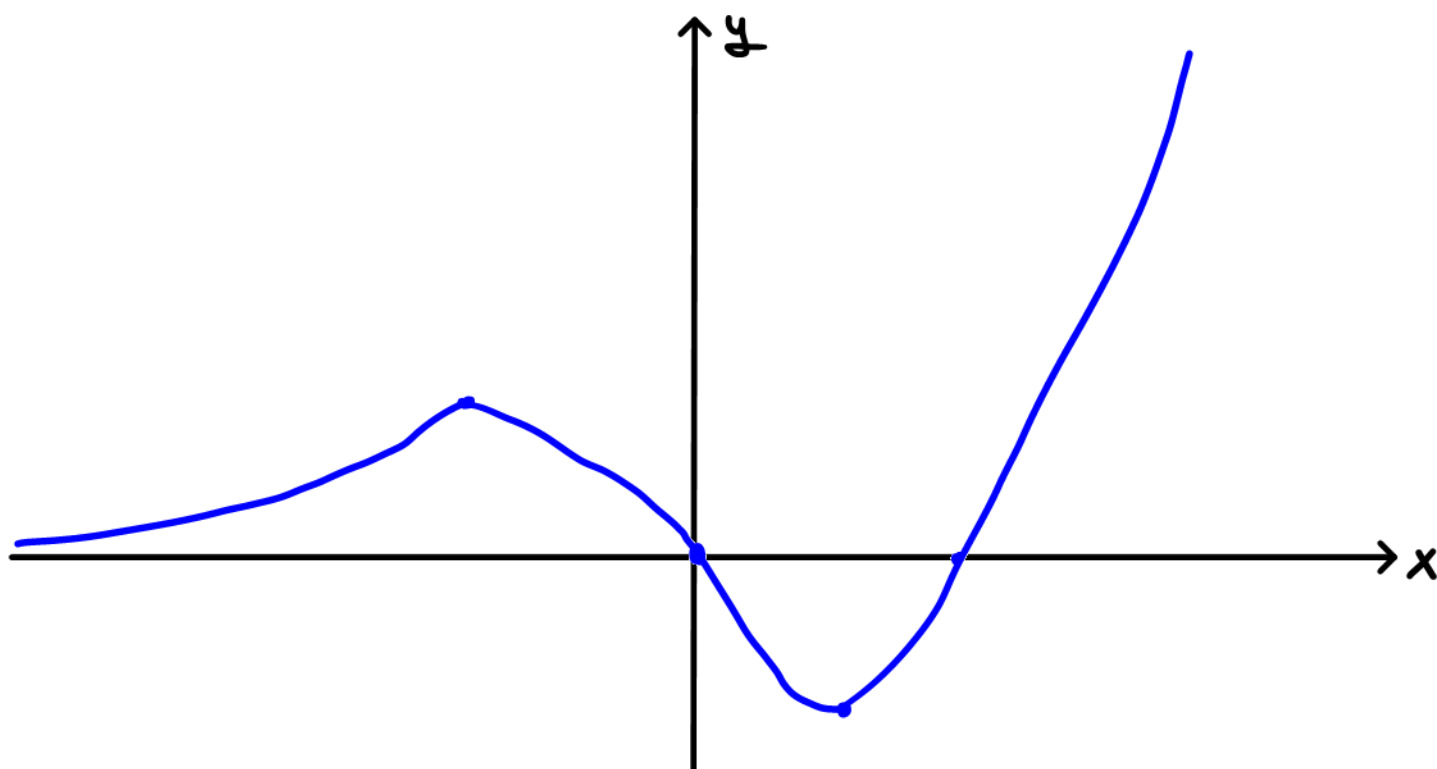
נקודות החיתוק עם הצירים

הן $(0, 0)$, $(1.5, 0)$





3. סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$



ה. תחומי החלוקה הם: $x < 0$ או $1.5 < x$

תחום הגילוי הוא $0 < x < 1.5$





$$g(x) = -f(x) - 2e$$

$$g'(x) = -f'(x)$$

1. (1)

נקודות הקיצון יתקבלו באותם שיצורי ה- x אך סוג הקיצון יתחלף (ואז תחומי עלייה וירידה יתחלפו)

$$g(-1.5) = -f(-1.5) - 2e = \frac{-9}{\sqrt{e}} - 2e = -7.44$$

ולכן נקודת המינימום של $g(x)$ היא $\min(-1.5, -7.44)$

$$g(1) = -f(1) - 2e = e - 2e = -e = -2.718$$

ולכן נקודת המקסימום של $g(x)$ היא $\max(1, -e)$
 $\stackrel{11e}{(1, -8.155)}$

(2) גירף $g(x)$ לא חותך את ציר ה- x

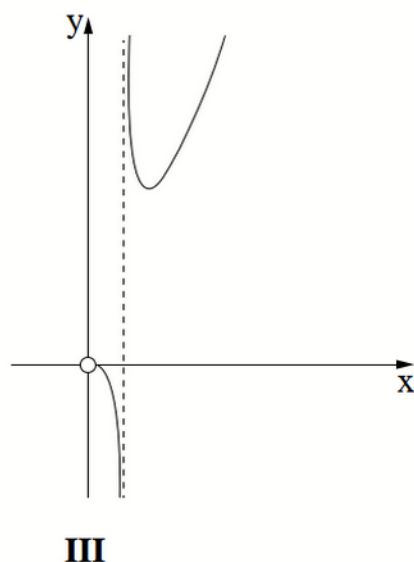
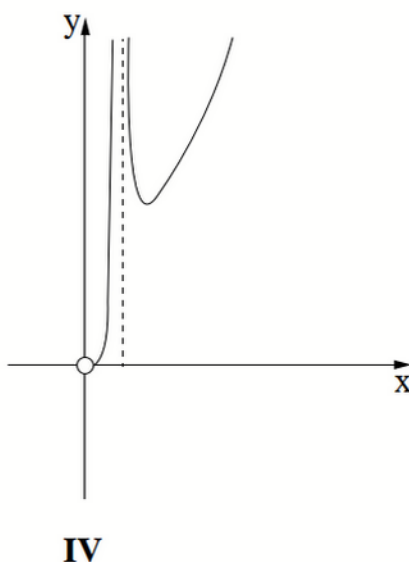
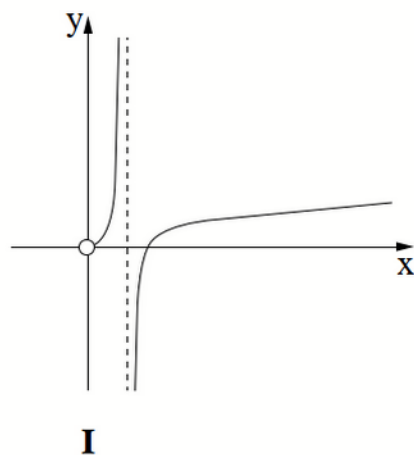
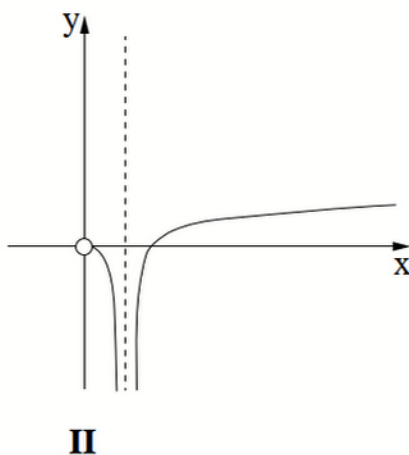
יש פארבולה נק' $\max$ מוחלט בזריק y גילי.





5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2}{-6 + 4\ln(x)}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
 ב. האם גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.
 ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 ד. תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (1) קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $f(x)$, ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = e^3$.





פתרון שאלה 5

$$f(x) = \frac{x^2}{-6 + 4 \cdot h(x)}$$

א. (1) בתחום ההגדרה:

$$-6 + 4h(x) \neq 0$$

$$4h(x) \neq 6$$

$$h(x) \neq 1.5$$

$$x \neq e^{1.5}$$

$$x \neq \sqrt{e^3}$$

$$x \neq 4.481$$

וזו

$$0 < x$$

ב. (2) משוואת האסימפטוטה המאונכת לערך x :
 $x = \sqrt{e^3} = 4.481$

ג. גרף הפונקציה $f(x)$ לא מותק את ציר ה- x . נימוק:

נחטט את נק' החיתוך ונראה שהיא לא בתחום ההגדרה

$$f(x) = 0$$

$$\frac{x^2}{-6 + 4h(x)} = 0$$

$$x^2 = 0$$

$x = 0$ סתירה: לא בתחום ההגדרה

כזו שצייק הפונקציה יתאפס א צריך להיזהר אפס אק זה לא בתחום

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה 



$$f(x) = \frac{x^2}{-6+4 \cdot \ln(x)}$$

ד. (1) נגזרת אחר הפונק':

$$\frac{x^2}{2x} \quad \frac{-6+4 \cdot \ln x}{\frac{4}{x}}$$

$$f'(x) = \frac{2x(-6+4 \ln x) - x^2 \cdot \frac{4}{x}}{(-6+4 \ln x)^2} = \frac{-12x+8 \cdot x \cdot \ln x - 4x}{(-6+4 \ln x)^2} = \frac{-16x+8 \cdot x \cdot \ln x}{(-6+4 \ln x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{8x(\ln x - 2)}{(-6+4 \ln x)^2}$$

$$f'(x) = 0$$

נשווה לאפס:

$$\frac{8x(\ln x - 2)}{(-6+4 \ln x)^2} = 0$$

כנס
למכנה $\neq 0$

$$8x(\ln x - 2) = 0$$

$$8x = 0$$

$$\cancel{x = 0}$$

לא בת.ה

$$\ln x - 2 = 0$$

$$\ln x = 2$$

$$x = e^2 = 7.39$$



המשק $g(x)$: נציב $x = e^2$ במונח' סקבלר שיצור ה y :

$$f(e^2) = \frac{(e^2)^2}{-6 + 4 \cdot \ln(e^2)} = \frac{e^4}{2} = 27.3 \quad (e^2, \frac{e^4}{2}) \text{ או } (7.39, 27.3)$$

נציב ערכי ביניים בנגזרת סקבלר תחומי עלייה וירידה וסיווג נק' הקיצון:

x	0	1	4.481	5	7.39	8
$f'(x)$	///	$\ominus$	///	$\ominus$	0	$\oplus$
$f(x)$	///	$\searrow$	///	$\searrow$	min	$\nearrow$

נקודת המינימום של הפונקציה היא $(e^2, \frac{e^4}{2})$ או $(7.39, 27.3)$

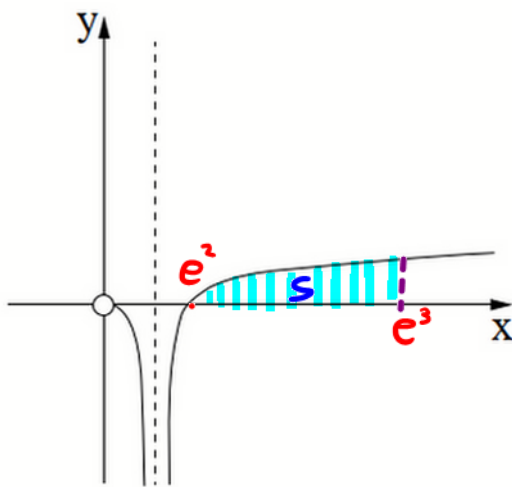
2. (2) תחום עלייה: $e^2 < x$

תחומי ירידה: $e^2 > x > \sqrt{e^3}$ או $0 < x < \sqrt{e^3}$

3. (1) גרף III מתאים לפונקציה $f(x)$ כיון שהוא היחיד

שמתאים לתחום העלייה והירידה

גרף II מתאים לפונקציה הנגזרת $f'(x)$ לפי תחומי החילוקין והשלישון שמתאים לבדיקה שדרכנו בטבלה



3. (2) נחשב את השטח
המצרף אינטגרל מסויים:

$$S = \int_{e^2}^{e^3} f'(x) dx = [f(x)]_{e^2}^{e^3} = f(e^3) - f(e^2) = \frac{(e^3)^2}{-6+4 \cdot 3} - \frac{(e^2)^2}{-6+4 \cdot 2}$$

$$= \frac{e^6}{6} - \frac{e^4}{2} = 67.238 - 27.299 = 39.94$$

השטח המבוקש הוא: