



פתרון הבחינה במתמטיקה

קיץ תשפ"ו, 2026 שאלון 35471, מועד ב', גרסה 05:
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"





1. במדינה מסוימת נערך מחקר ארצי בתחום הבריאות. במחקר נבדק מספר הצעדים היומי שהולך כל אחד מן המשתתפים. נמצא כי מספר הצעדים היומי מתפלג נורמלית, וסטיית התקן היא 800. נמצא כי 37.5% מן המשתתפים במחקר הולכים פחות מ- 6,944 צעדים ביום.
 - א. מצאו את ממוצע מספר הצעדים היומי של המשתתפים במחקר. משרד הבריאות ממליץ ללכת יותר מ- 8,400 צעדים ביום.
 - ב. מצאו את אחוז המשתתפים במחקר שמקיימים את ההמלצה הזאת. נמצא כי 14,722 מן המשתתפים במחקר הולכים יותר מ- 7,200 צעדים ביום ופחות מ- 8,400 צעדים ביום.
 - ג. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה אנשים סך הכול השתתפו במחקר? במחקר נבדק גם מספר שעות השינה ביממה של כל אחד מן המשתתפים במחקר. נמצא כי גם מספר שעות השינה ביממה מתפלג נורמלית. ממוצע שעות השינה של המשתתפים במחקר הוא 7 שעות. שרית השתתפה במחקר. מספר שעות השינה של שרית ביממה הוא 9.28, ומספר הצעדים היומי שלה הוא 8,416. ציון התקן של מספר הצעדים היומי של שרית זהה לציון התקן של מספר שעות השינה שלה ביממה.
 - ד. מצאו את סטיית התקן של מספר שעות השינה ביממה של המשתתפים במחקר.

פתרון

נתון: מספר הצעדים היומי מתפלג נורמלית, וסטיית התקן היא 800.

נתון: $\sigma = 800$

$$\bar{x} = 800$$

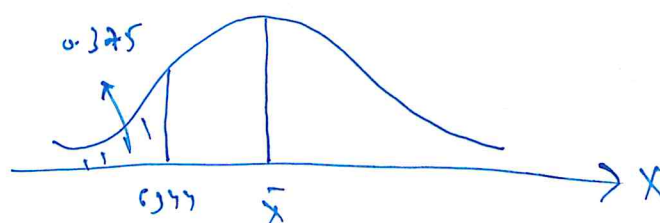
נתון: 37.5% מן המשתתפים במחקר הולכים פחות מ- 6,944 צעדים ביום.



(11)

$$37.5\% \Rightarrow p = 0.375$$

נחמה



$$p = 0.375 \Rightarrow z = -0.32$$

↑
נחמה

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

נחמה, כן/סח: .

$$-0.32 = \frac{6544 - \bar{x}}{800} \quad / \cdot 800$$

$$-256 = 6544 - \bar{x}$$

$$\bar{x} = 6544 + 256$$

$$\bar{x} = 7200$$

$$\bar{x} = 7200$$

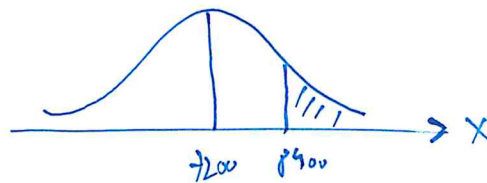
נחמה

נחמה



השאלה: מהו הסתברות של נוסף ללכת יומי - 800 שנים נוסף דולר.

(7)



$$x = 8000$$

$$\bar{x} = 7200$$

$$s = 800$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$z = \frac{8000 - 7200}{800} = 1.5$$

$$z = 1.5 \Rightarrow p = 0.933 \Rightarrow p = 1 - 0.933 = 0.067$$

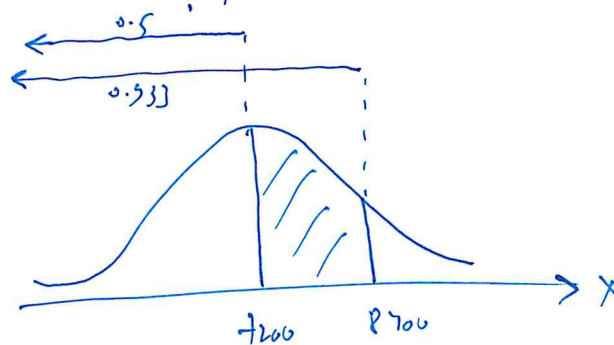
$$p = 0.067 \Rightarrow 6.7\%$$

תשובה: 6.7%





ייתכן: 14722 הן הנתונים הנחשבים והולג'ן יאמר $n = 200$ (ענו) דיוק
אם לא $n = 8600$ (ענו) דיוק



אם לא יאמר, הנתונים הנחשבים אינם דיוק, $n = 8600$.

$$P(7200 \leq x \leq 8600) = 0.933 - 0.5 = 0.433$$

$$P = \frac{\text{חלק}}{\text{סך}}$$

נ

$$0.433 = \frac{14722}{n}$$

נ

$$n = \frac{14722}{0.433} = 34000$$

מצינו: 34000 חלקים.

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





למה? כי כן ייתכן של מספר היעדים היושבים על המבחן.

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$z = \frac{8416 - 7200}{800} = 1.52$$

עליו עומד המבחן: $z_j = z_x$

לכך נחשבים:

$$1.52 = \frac{5.28 - 7}{s_j}$$

$$1.52 = \frac{2.28}{s_j}$$

$$s_j = \frac{2.28}{1.52}$$

$$s_j = 1.5$$

$s_j = 1.5$
מה

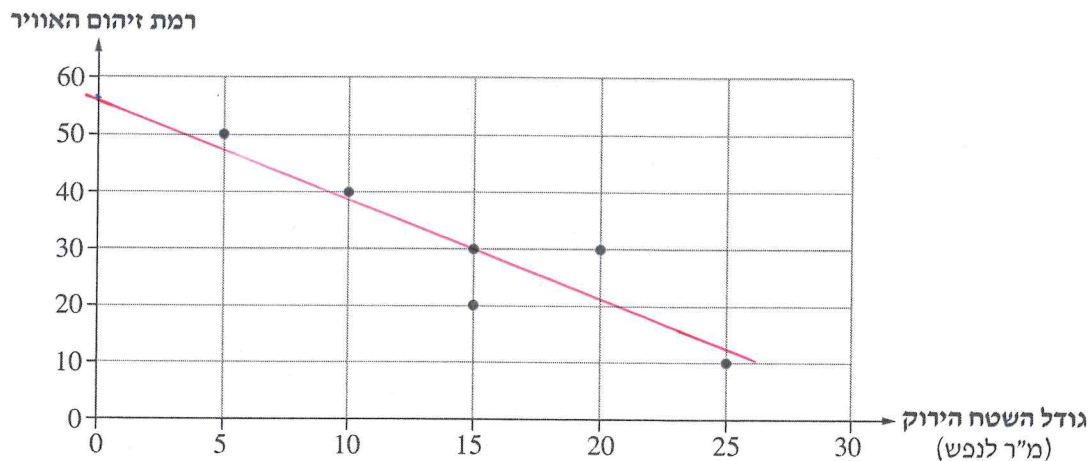
הערה:





2. חוקר סביבה בדק ב-6 ערים שונות את הקשר בין גודל השטח הירוק (פארקים וגינות) לנפש בעיר (המשתנה x) ובין רמת זיהום האוויר בעיר (המשתנה y).

החוקר קבע את רמת זיהום האוויר בכל עיר על פי מדד איכות האוויר AQI (מדד מספרי של כמות המזהמים באוויר). הנתונים מוצגים בדיאגרמת הפיזור שלפניכם.



נסמן ב- r את מקדם המתאם בין x ל- y .

א. לפניכם ארבעה היגדים IV-I. קבעו איזה היגד נכון. נמקו את קביעתכם.

I. $0 < r < 1$

II. $r = -1$

III. $-1 < r < 0$

IV. אי אפשר לקבוע את טווח הערכים של r .

ב. (1) חשבו את ממוצע גודל השטח הירוק לנפש ב-6 הערים.

(2) חשבו את ממוצע רמת זיהום האוויר ב-6 הערים.

נתון כי משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x היא: $y = -1.8x + b$.

ג. (1) מצאו את הערך של b .

(2) על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי לרמת זיהום האוויר בעיר שגודל השטח הירוק שלה הוא 18 מ"ר לנפש?

ד. חשבו את סטיית התקן של גודל השטח הירוק ב-6 הערים.

ה. החוקר מצא כי סטיית התקן של רמת זיהום האוויר היא $S_y = \sqrt{\frac{500}{3}}$.

היעזרו במשוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x ומצאו את מקדם המתאם r .

ו. החוקר גילה שהייתה תקלה במכשיר המדידה, וכי למעשה רמת זיהום האוויר בכל אחת מ-6 הערים הייתה גבוהה ב-4 מרמת הזיהום שנמדדה. החוקר תיקן את הנתונים בהתאם לכך.

ז. (1) האם שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר תיקון הנתונים גדל, קטן או לא השתנה? נמקו את תשובתכם.

(2) כתבו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר תיקון הנתונים של רמת זיהום האוויר.

הזדמנות לעתודה יש כעם חיים. אל תתפשרו עליה



נחמן

11) (100) $\rightarrow$ $\frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2}$

X	d
5	50
10	40
15	20
15	30
20	30
25	10

ייתכן להגות אולי עדין יתכן ונראה שיש (הן רגילות) ,
 (ישו הן ישו יונת) (הוא דבר זה ממש) , (אולי r ממש וי) : קנה מ (ו-1) .
שיקרה: III היא ההיגיון היחיד ($-1 < r < 0$)



נ (1)

$$\bar{x} = \frac{5 + 10 + 15 + 15 + 20 + 25}{6} = \frac{90}{6} = 15$$

$$\bar{x} = 15$$

תל קה:

נ (2)

$$\bar{y} = \frac{50 + 40 + 20 + 30 + 30 + 10}{6} = \frac{180}{6} = 30$$

$$\bar{y} = 30$$

תל קה:

נ (3) נתון: משוואת ישרי היוקוסיה לניקוי ע לפני א היא: $y = -1.8x + 3$

נ (4) $b = 1$

נקיית המנוע $(\bar{x}, \bar{y})$ נמצאת על ישר היוקוסיה,
ולכן ניתן לנבא: משוואת ישר היוקוסיה, ולחלץ את a .



$$y = -1.8x + b$$

$$(15, 30) \xrightarrow{\text{היציאה}} 30 = (-1.8) \cdot 15 + b$$

$$30 = -27 + b$$

$$b = 57$$

2) | x נ יציג היציאה : $x=18$
? y

$$y = -1.8x + 57$$

$$x=18 \rightarrow y = (-1.8) \cdot 18 + 57$$

$$y = 24.6$$

תוצאה:
24.6 = היציאה



$$s_x = 1 \quad (3)$$

יואל גבע :)

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{n}}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{(5-15)^2 \cdot 1 + (10-15)^2 \cdot 1 + (15-15)^2 \cdot 2 + (20-15)^2 \cdot 1 + (25-15)^2 \cdot 1}{6}}$$

$$s_x = \frac{5\sqrt{15}}{3}$$



$$s_y = \sqrt{\frac{500}{3}}$$

נניח:

$$m = r \cdot \frac{s_y}{s_x}$$

ניגשו > נוסחה:

$$s_x = \frac{5\sqrt{5}}{3}, \quad s_y = \sqrt{\frac{500}{3}}, \quad m = -1.8 \quad : \text{נניח}$$

$$-1.8 = r \cdot \frac{\sqrt{\frac{500}{3}}}{\frac{5\sqrt{5}}{3}}$$

$$-1.8 = r \cdot 2$$

$$-1.8 = 2r \quad | :2$$

$$r = -0.9$$



$$s_x = \sqrt{\frac{500}{3}}$$

יחידות:

$$\left(\sqrt{\frac{500}{3}} = \frac{10\sqrt{15}}{3} \right)$$

(.) $\sqrt{=}$!

למצוא את סטיית הייחוס של (s_x) .

היכנסו לנוסחה:

$$s_x = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{n}}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{(15-15)^2 \cdot 1 + (10-15)^2 \cdot 1 + (15-15)^2 \cdot 2 + (20-15)^2 \cdot 1 + (25-15)^2 \cdot 1}{6}}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{250}{6}} = \frac{5\sqrt{15}}{3}$$

תשובה:

$$y = x + 1$$

1) נון אוקסידציה של היסוד יקרה של המלח n ,

לא מלח זה נל, ולא מלח זה v (יתן תשובה על x),
ואין m , שיתן יסוד היוקוסי לא ושלח.

תשובה: לא ושלח

2) אוקסידציה של היסוד יקרה של המלח n (ו יתן תשובה על x),

מכאן זה יסוד היוקוסי v ויתן תשובה על x .

תשובה:

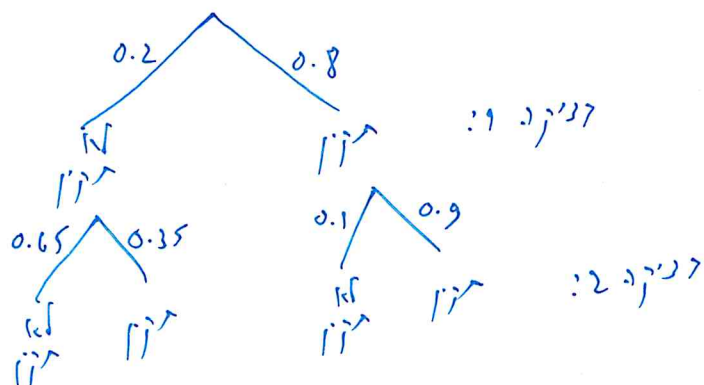
לשיטת יסוד היוקוסי לא יתן תשובה: 1.8×10^{-6}



3. במפעל מסוים מייצרים מחשבים.
- כל המחשבים שיוצרו במחזור ייצור מסוים נבדקו בשתי בדיקות איכות כדי לוודא שהם תקינים. בבדיקה הראשונה נמצא ש-80% מן המחשבים הם תקינים.
- אם מחשב נמצא תקין בבדיקה הראשונה, ההסתברות שבבדיקה השנייה הוא יימצא תקין היא 0.9.
- אם מחשב לא נמצא תקין בבדיקה הראשונה, ההסתברות שבבדיקה השנייה הוא יימצא תקין היא 0.35.
- בחרו באקראי מחשב שיוצר במחזור הייצור.
- מהי ההסתברות שבדיוק באחת הבדיקות המחשב נמצא תקין?
 - מהי ההסתברות שלפחות באחת הבדיקות המחשב נמצא תקין?
- רק מחשב שנמצא תקין בשתי הבדיקות מועבר למכירה.
- בחרו באקראי מחשב שיוצר במחזור הייצור.
- ידוע שהמחשב שנבחר נמצא תקין לפחות באחת הבדיקות. מהי ההסתברות שמחשב זה הועבר למכירה?
- נתון כי במחזור ייצור זה ייצרו 250 מחשבים.
- מצאו את מספר המחשבים שהועברו למכירה במחזור ייצור זה.
- מבין המחשבים שייצרו במחזור ייצור זה, בוחרים באקראי שני מחשבים זה אחר זה (הוצאה ללא החזרה).
- מהי ההסתברות שבדיוק מחשב אחד הועבר למכירה?

סיכוי

לחברת ייצור מחשבים של 250 מחשבים





1)

$$P \left(\begin{array}{l} \text{דניאל קולט} \\ \text{ויקנת'ל קולט} \\ \text{מגיל קולט} \end{array} \right) = 0.8 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.35 = 0.15$$

לא קולט לא קולט

חש' קנ: $p = 0.15$

2)

$$P \left(\begin{array}{l} \text{דניאל קולט} \\ \text{ויקנת'ל קולט} \\ \text{מגיל קולט} \end{array} \right) = 1 - 0.2 \cdot 0.65 = 0.87$$

לא קולט
לא קולט

חש' קנ: $p = 0.87$

שני: ין מילי סקמט יסון דלג ויזנ'ל מונדו למנדו

3)

$$P \left(\begin{array}{l} \text{הדמיון} \\ \text{למנוח} \end{array} \middle/ \begin{array}{l} \text{ממיל קולט} \\ \text{למיל קולט} \\ \text{מיל ונקל} \end{array} \right) = ?$$



נניח כי אדם מסוים אינו יכול לדבר גרמנית:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(\text{הוצע / אשכנזי} | \text{אנשים שדוברים גרמנית}) = \frac{P(\text{הוצע / אשכנזי} \cap \text{אנשים שדוברים גרמנית})}{P(\text{אנשים שדוברים גרמנית})} = \frac{P(\text{אנשים שדוברים גרמנית} | \text{הוצע / אשכנזי}) \cdot P(\text{הוצע / אשכנזי})}{P(\text{אנשים שדוברים גרמנית})}$$

$$= \frac{0.8 \cdot 0.9}{0.87} = \frac{0.72}{0.87} = \frac{72}{87}$$

$$P = \frac{72}{87}$$

התשובה:



מיון: סיכור ייגל = סוג מהלך

נ) מספר (מהלך) שביצעו למעלה = 1

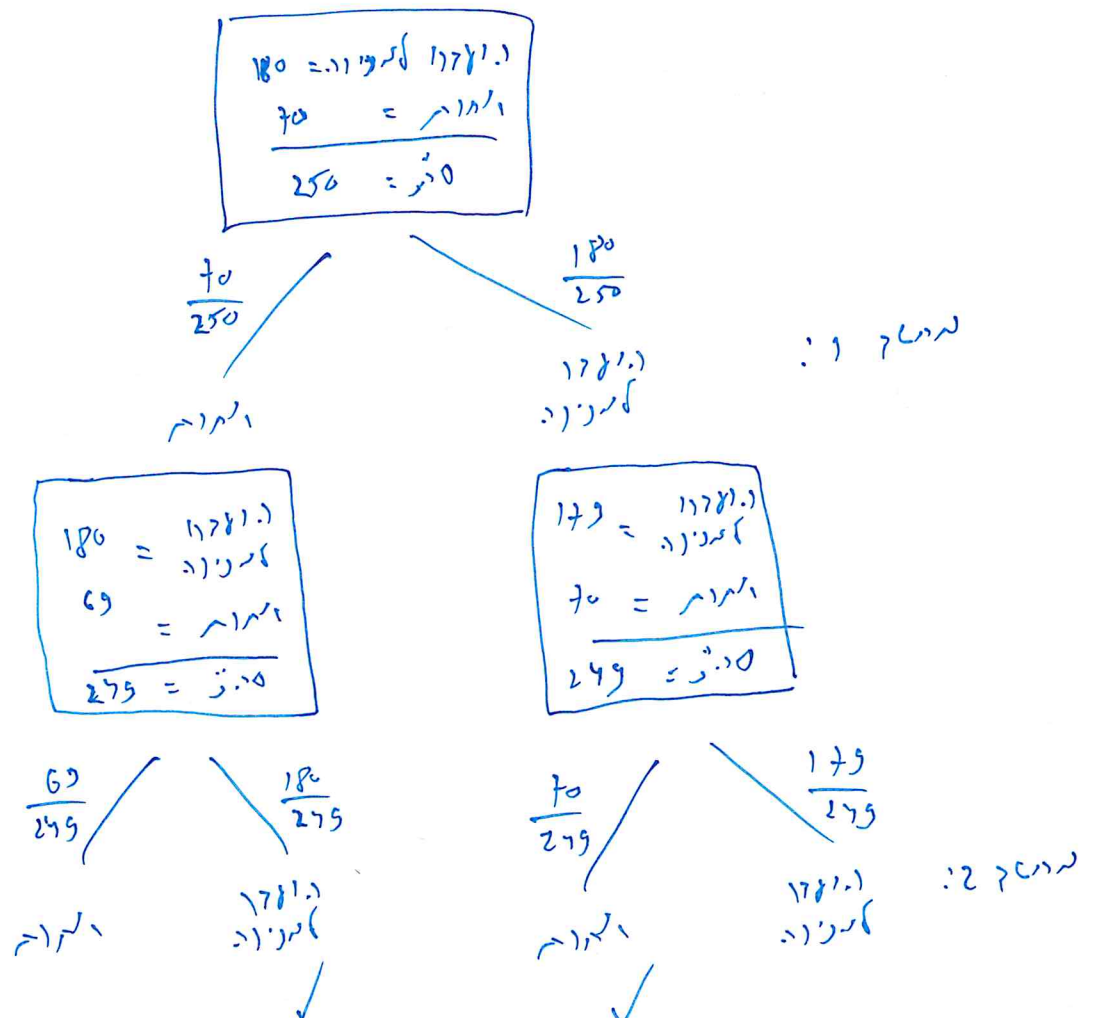
$$\begin{array}{c} \text{סוג מהלך} \\ \text{למעלה} \end{array} = 0.8 \cdot 0.9 = 0.72$$

$$\begin{array}{c} \text{מספר (מהלך) שביצעו למעלה} \\ \text{למעלה} \end{array} = 0.72 \cdot 250 = 180$$

מיון: 180 מהלך



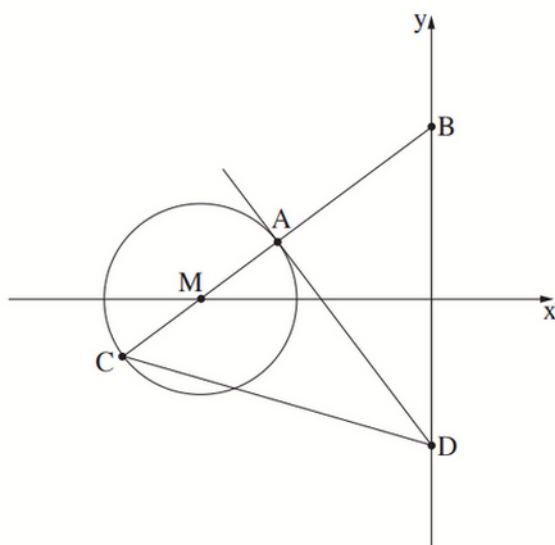
(1) / דרך: (היקף וסך עץ).



$$P(\text{ג' צ"ר ו'אן} / \text{היקף} / \text{א' ע'נ'ב}) = \frac{180}{250} \cdot \frac{70}{279} + \frac{70}{250} \cdot \frac{180}{279} = \frac{168}{415}$$

שליטה: $p = \frac{168}{415}$





4. בסרטוט שלפניכם מעגל. מרכז המעגל M נמצא על ציר ה' x . הנקודה A נמצאת על המעגל. המשך הקטע MA חותך את ציר ה' y בנקודה B . נתון: $A(-16, 6)$, $B(0, 18)$.
- א. (1) מצאו את משוואת הישר AB .
- (2) מצאו את משוואת המעגל.
- דרך הנקודה A מעבירים משיק למעגל החותך את ציר ה' y בנקודה D .
- ב. מצאו את שיעורי הנקודה D .
- הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש- AC הוא קוטר במעגל.
- ג. הראו כי $BD = CD$.
- ד. חשבו את גודל הזווית ABD .
- הנקודה K נמצאת על הקטע CD . נתון כי שטח המשולש MCK הוא 90 .
- ה. מצאו את אורך הקטע CK .

פתרון שאלה 4

א. (1) נחשב ש'כוח AB :

$$m_{AB} = \frac{18-6}{0-(-16)} = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 18 = \frac{3}{4}(x - 0)$$

$$y = \frac{3}{4}x + 18$$

משוואת הישר AB:

נציב בנוסחה ע'ער

$$m = \frac{3}{4} \quad x_1 = 0 \quad y_1 = 18$$

כ. (2) ג'ב $y=0$ במשולש AB נמצא $\angle$ α ה x ב M :

$$0 = \frac{3}{4}x + 18$$

$$\frac{3}{4}x = -18$$

$$x = -24$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה



מרכז המעגל:

$$M(-24, 0)$$

נחשב את רציוס
המעגל

$$R^2 = (-16 - (-24))^2 + (6 - 0)^2$$

$$R^2 = 100$$

$$R = 10$$

נציב בנוסחת המעגל

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$(x + 24)^2 + y^2 = 100$$

משוואת המעגל

ב. משיק למעגל מאונק ערציוס
הנפכי ונציב:

נציב בנוסחה משיק

$$m = -\frac{4}{3} \quad x_1 = -16 \quad y_1 = 6$$

משוואת המשיק AD:

נציב $x = 0$ ונקבל שיצאנו נק' D:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 6 = -\frac{4}{3}(x + 16)$$

$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{46}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3} \cdot 0 = -15.33$$

$$(0, -\frac{46}{3})$$





ד. נחשב שיצוי נק' C בעזרת נוסחת אמצע קטע:

$$\frac{x_c + (-16)}{2} = -24 \longrightarrow x_c = -32$$

$$\frac{y_c + 6}{2} = 0 \longrightarrow y_c = -6$$

שיצוי נק' C $(-32, -6)$

נחשב אורך CD:

$$CD = \sqrt{(-32-0)^2 + (-\frac{46}{3}+6)^2} = \frac{100}{3} = 33.33$$

נחשב את אורך BD:

$$BD = 18 - (-\frac{46}{3}) = \frac{100}{3} = 33.33$$

הראונו שמתקיים $CD = BD$

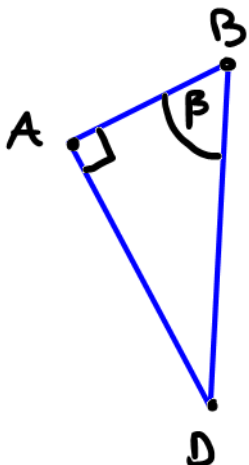
3. נחשב אורך AD: $AD = \sqrt{(-16-0)^2 + (-\frac{46}{3}-6)^2} = \frac{80}{3} = 26.67$

נחשב את זווית ABD במשולש ישר זווית

$$\sin(\beta) = \frac{AD}{BD} = \frac{26.67}{33.33}$$

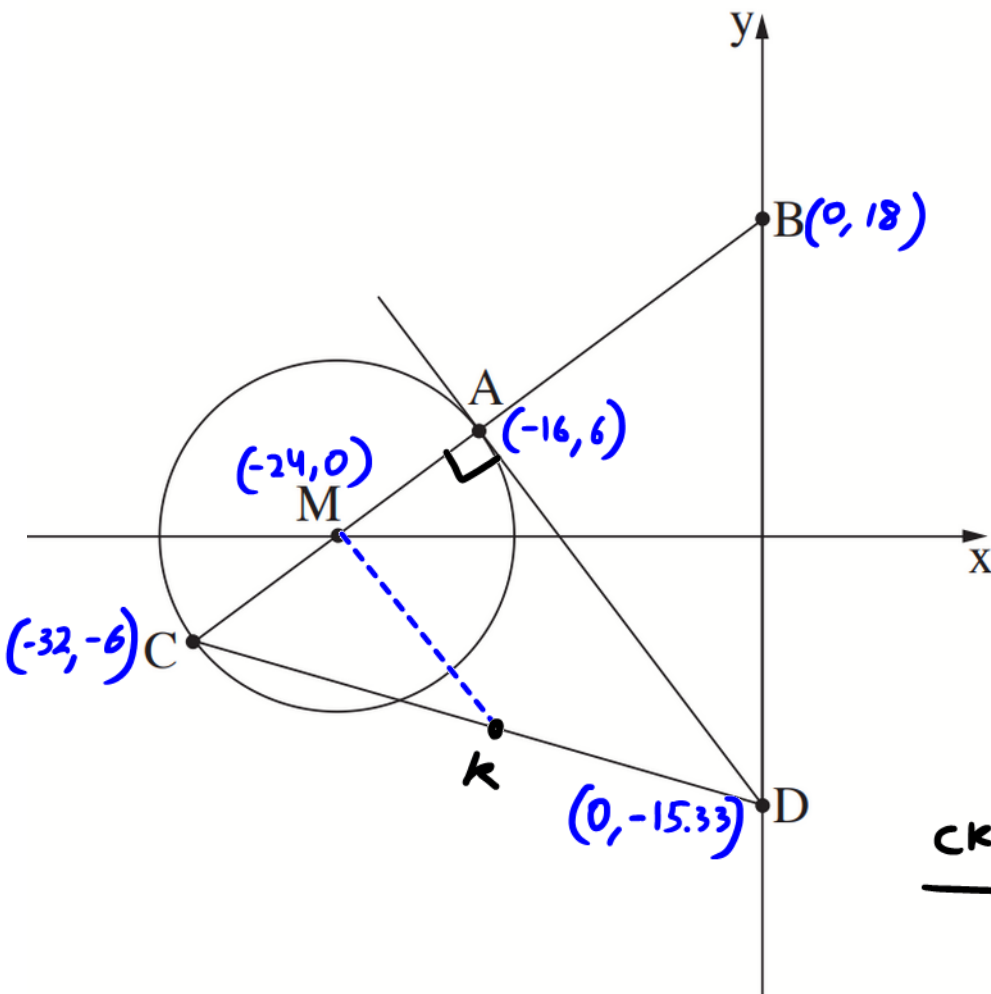
$$\beta = 53.13^\circ$$

$$\angle ABD = 53.13^\circ$$



הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





ה. בסעיף ג הראנו
ש $\angle CBD = 53.13^\circ$ שווה לזווית
ולכן זווית הבסיס
שווה:

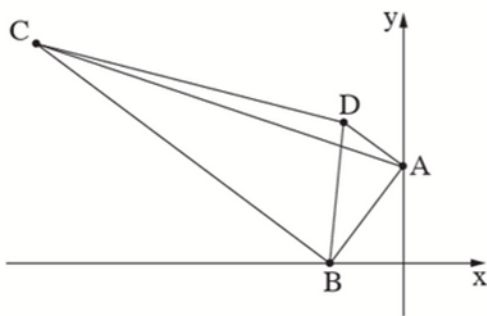
$\angle BCD = \angle CBD = 53.13^\circ$
נבטא שטח $\triangle MCK$
אנחנו ש 90
ורגל 33.13 אור: CK

$$S_{MCK} = \frac{CK \cdot MC \cdot \sin(\beta)}{2}$$

$$\frac{CK \cdot 10 \cdot \sin(53.13)}{2} = 90$$

$$4CK = 90$$

$$CK = 22.5$$



5. בסרטוט שלפניכם טרפז ישר זווית ABCD ($\angle ABC = 90^\circ$, $AD \parallel BC$).

הקודקוד B נמצא על החלק השלילי של ציר ה- x .

נתון: $A(0, 4)$, אורך הצלע AB הוא 5.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

ב. מצאו את משוואת הצלע BC.

נתון כי משוואת האלכסון AC היא $y = -\frac{1}{3}x + 4$.

ג. מצאו את אורך הצלע BC.

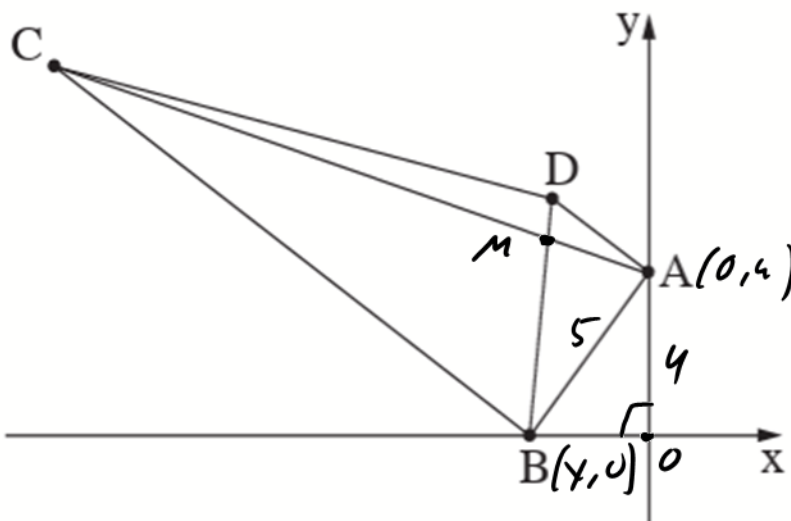
הנקודה M היא נקודת החיתוך של אלכסוני הטרפז.

ד. הוכיחו: $\triangle DMA \sim \triangle BMC$.

נתון כי אורך הקטע AD הוא 3.

ה. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש BMC משטח המשולש DMA.

פתרון:



א. נקודה A נמצאת על ציר ה- y :

$$A(0, 4)$$

$$AO = 4 \quad \text{א"כ}$$

$$AB = 5 \quad \text{נמצא}$$

$$BO = 3 \quad \text{נמצא}$$

$$BO = 3 \quad \text{נמצא}$$

נקודה B נמצאת על ציר ה- x :

$$BO = 3 \quad \text{נמצא}$$

$$BO^2 + 4^2 = 5^2$$

$$BO^2 = 9 \quad \sqrt{\quad}$$

$$BO = 3$$

$$\boxed{B(-3, 0)} \quad \text{נקודה B נמצאת על ציר ה-} x \text{, א"כ}$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





$$m_{AB} = \frac{4-0}{0-(-3)} = \frac{4}{3}$$

2. ש.י.ו.א.ב :AB

$$m_{BC} \cdot m_{AB} = -1$$

BC מאונך ל-AB :

$$m_{BC} \cdot \frac{4}{3} = -1$$

$$m_{BC} = -\frac{3}{4}$$

$$y - 0 = -\frac{3}{4}(x - (-3))$$

BC — ג.י.ו.א.ב :

$$\boxed{y = -\frac{3}{4}x - \frac{9}{4}}$$

$$AC: y = -\frac{1}{3}x + 4 \quad \text{ד. נ.י.ו.א.ב :}$$

(3, 1) ו- (1, 3) :C

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 4 \\ y = -\frac{3}{4}x - \frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{3}x + 4 = -\frac{3}{4}x - \frac{9}{4} \quad / \cdot 12$$

$$-4x + 48 = -9x - 27$$

$$5x = -75$$

$$x = -15$$



$$\boxed{C(-15, 9)}$$

נחשב ואז אורן של BC :

$$d_{BC} = \sqrt{(-15-(-3))^2 + (9-0)^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225}$$

$$d_{BC} = 15$$

אורן של BC : $\boxed{15}$

3. $\angle A = \angle C$ (זוויות) (1/1)

$\angle A = \angle C$ (זוויות) (1/1) מהאם בין ישרים
(מקבילים)

(משפט זוויות) $\boxed{\triangle OMA \sim \triangle BMC}$

ה. נתון $AO = 3$

נחשב:

$$\frac{BC}{AO} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\frac{S_{BMC}}{S_{OMA}} = \left(\frac{BC}{AO}\right)^2 = 5^2 = \boxed{25}$$

יחס העזרים של שטחים
זווית של זווית
יחס הזווית
המשולש:



6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{4x^2}{x^2 - 9} + a$.
a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית.

ג. נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = \sqrt{3}$.
מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 2$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(4) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x - 7)$.

ו. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(2) האם הפונקצייה $g(x)$ היא זוגית? נמקו את תשובתכם.

פתרון שאלה 6

א. תחום ההגדרה:

$$x^2 - 9 \neq 0$$

$$x \neq \pm 3$$

$$x \neq -3, \quad x \neq 3$$



ב. נראה שמתק"ץ $f(-b) = f(b)$

$$f(b) = \frac{4b^2}{b^2 - 9} + a$$

$$f(-b) = \frac{4(-b)^2}{(-b)^2 - 9} + a = \frac{4b^2}{b^2 - 9} + a = f(b)$$

נ"ס - הפונקציה זוגית

$$f(x) = \frac{4x^2}{x^2 - 9} + a$$

ד. נתון $f(\sqrt{3}) = 0$ ופכן נציב $x = \sqrt{3}$ ונשווה לאפס:

$$\frac{4 \cdot \sqrt{3}^2}{\sqrt{3}^2 - 9} + a = 0 \quad / +2$$

$$a = 2$$



$$f(x) = \frac{4x^2}{x^2 - 9} + 2$$

3. (1) נשווה לאפס ונחפש שיעורי x

$$\frac{4x^2}{x^2 - 9} + 2 = 0$$

$$\frac{4x^2}{x^2 - 9} = -2$$

$$4x^2 = -2x^2 + 18$$

$$2x^2 = 18$$

$$x^2 = 9$$

$$x_1 = -\sqrt{3}$$

$$x_2 = \sqrt{3}$$

$$(-\sqrt{3}, 0)$$

$$(\sqrt{3}, 0)$$

נקודות החיתוך עם ציר x:

$$f(0) = 2$$

$$(0, 2)$$

נקודת החיתוך עם ציר y:

3. (2) נגזור את הפונקציה:

$$f'(x) = \frac{8x(x^2-9) - 4x^2 \cdot 2x}{(x^2-9)^2} = \frac{8x^3 - 8x^3 - 72x}{(x^2-9)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-72x}{(x^2-9)^2}$$

נשווה לאפס ונקבע שיצור x בנק' הקיצון

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{-72x}{(x^2-9)^2} = 0$$

$$x = 0$$

נציב ערכי x בנק' הקיצון
בטבלה למציאת תחומי עליה/ירידה וסיווג נק' הקיצון

x	-4	-3	-1	0	1	3	4
$f'(x)$	+	/	+	0	-	/	-
$f(x)$	↗	/	↗	max	↘	/	↘

$(0, 2)_{\max}$

נקודת המקסימום היא



3. (3)

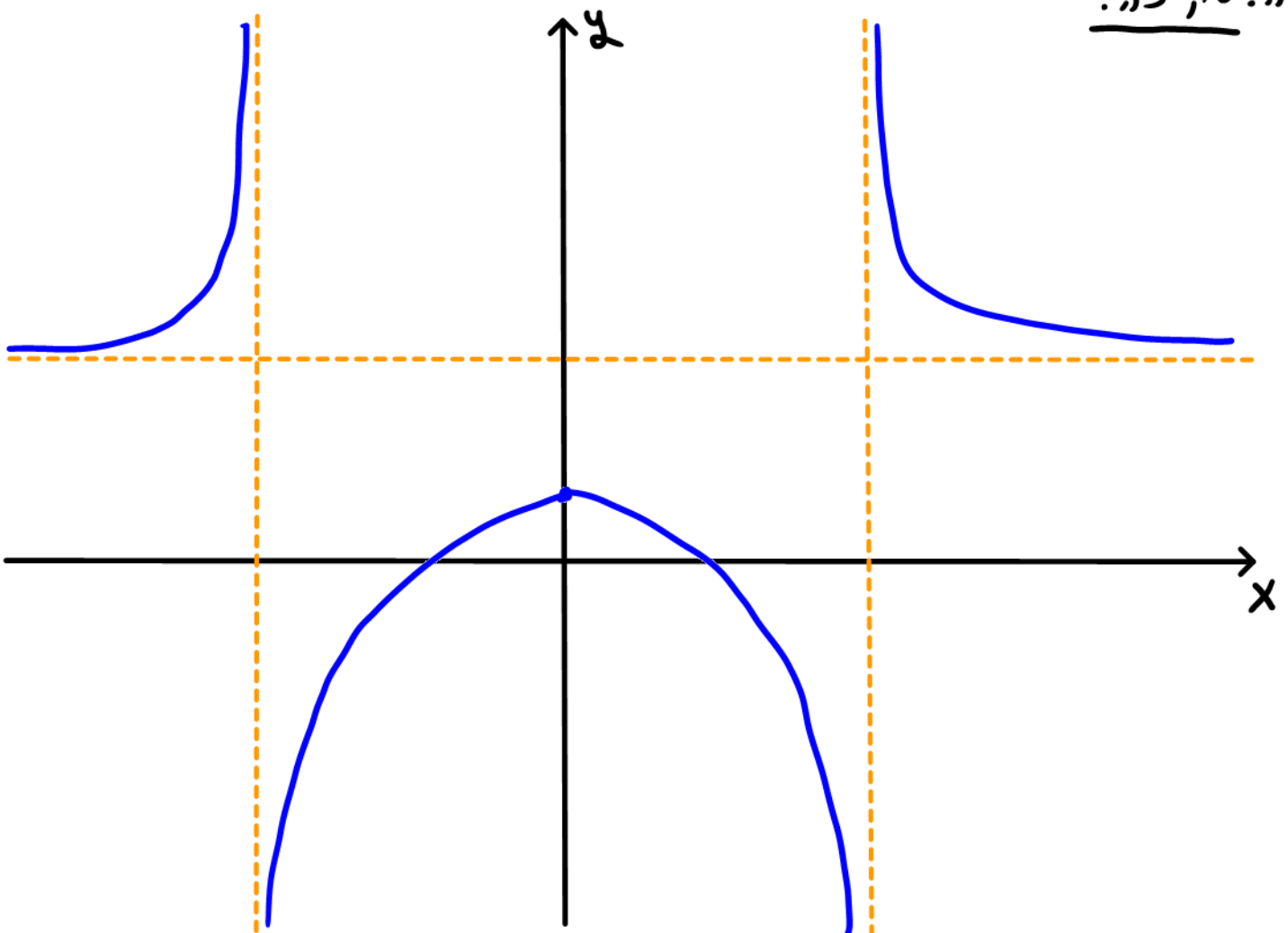
תחומי עלייה: $-3 < x < 0$ או $x < -3$

תחומי ירידה: $3 < x$ או $0 < x < 3$

(4) אסימפטוטות מאונכות לצירים בישרים:

$x = -3$, $x = 3$, $y = 6$ $(y = \frac{4}{x} + 2)$

ה. סקיזה:



הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





$$g(x) = f(x-7) \quad \text{א. (1)}$$

אסימטוטות מאונכות לצירי x בישרים:

$$x=4, \quad x=10, \quad y=6$$

(2) **פא.** פונקציה זו היא פונקציה סימטרית סביב ציר y. לפי סעיף ו' יש 2 אסימטוטות

מימין לציר y ואין אסימטוטה משמאל.

ופונקציה $g(x)$ היא לא פונקציה זו.





7. נתונה הפונקצייה $f(x) = 2x - 4\sqrt{5x - 16}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

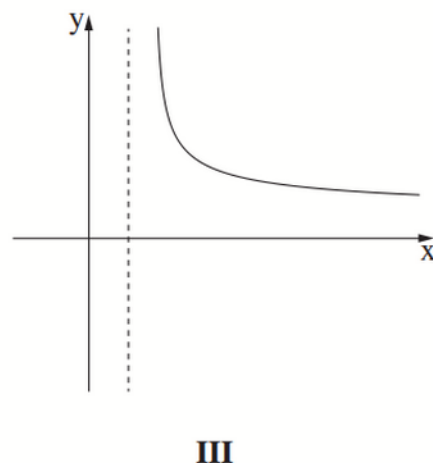
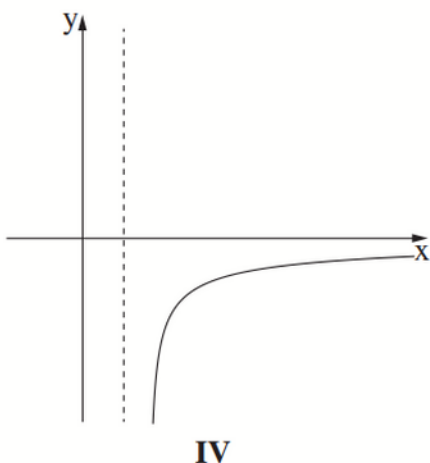
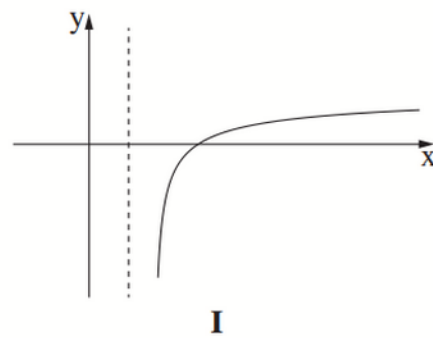
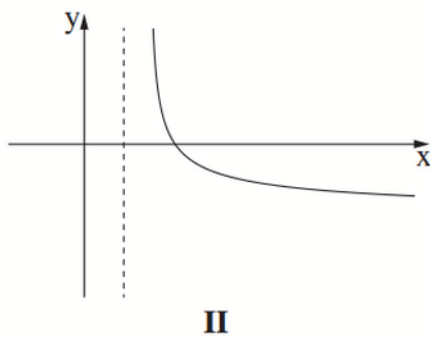
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x > 3.2$.

ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 4$ ו- $x = 13$.





$$f(x) = 2x - 4\sqrt{5x - 16}$$

פתרון שאלה 7

א. תחום הגדרה:

$$0 \leq 5x - 16$$

$$16 \leq 5x$$

$$3.2 \leq x$$

ב. נציב $f(x) = 0$ ונבדוק את שיעורי ה- x :

$$0 = 2x - 4\sqrt{5x - 16}$$

$$4\sqrt{5x - 16} = 2x$$

$$\sqrt{5x - 16} = 0.5x$$

$$5x - 16 = 0.25x^2$$

$$0 = 0.25x^2 - 5x + 16$$

נכתוב את נוסחת הדיסקרימיננטה:

$$x_1 = 16$$

$$x_2 = 4$$

נק' החיתוך עם ציר ה- x : $(4, 0)$ $(16, 0)$

ד. נק' קיצון קצה תחום הגדרה - נציב $x = 3.2$

$$f(3.2) = 2 \cdot 3.2 - 4 \cdot \sqrt{0} = 6.4$$

$$(3.2, 6.4)$$



המשק סעיף ג. - נמצא את הפונק':

$$f'(x) = 2 - \frac{4.5}{2\sqrt{5x-16}} = 2 - \frac{10}{\sqrt{5x-16}}$$

נשווה נגזרת לאפס ונחלץ שיעור x בעזרת הקיצון הבנייתי:

$$f'(x) = 0$$

$$2 - \frac{10}{\sqrt{5x-16}} = 0$$

$$2 = \frac{10}{\sqrt{5x-16}}$$

$$\sqrt{5x-16} = 5$$

$$5x-16 = 25$$

$$5x = 41$$

$$x = 8.2$$

נציב בפונקציה פקבלת שיעור ה y:

$$f(8.2) = 2 \cdot 8.2 - 4\sqrt{5 \cdot 8.2 - 16} = -\frac{18}{5} = -3.6$$

$$(8.2, -3.6)$$



נציג דרכי פנייים בגזרת פונקציות תחומי עליה/ירידה וסיווג נק' הקיצון

x	3.2	4	8.2	9
$f'(x)$	///	$\ominus$	0	$\oplus$
$f(x)$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

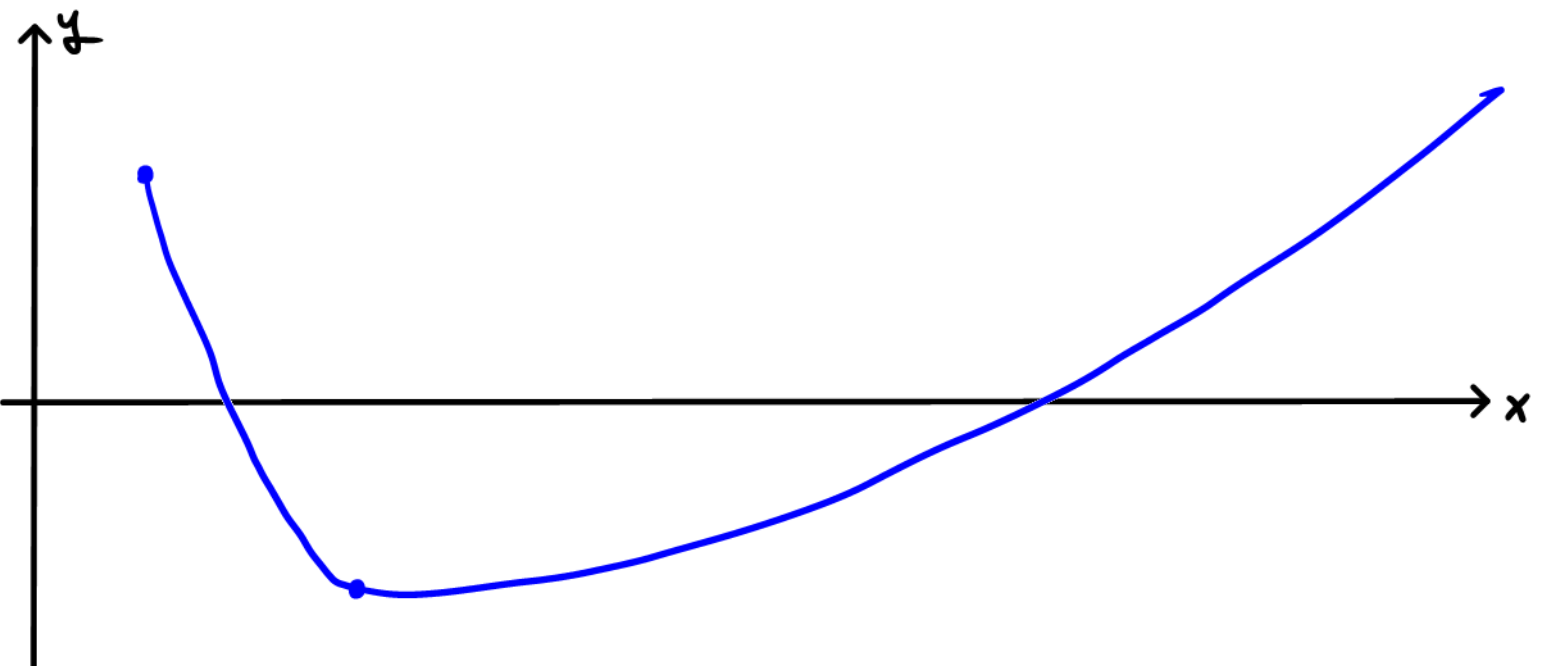
נקודת המקסימום בקצה התחום $(3.2, 6.4)_{\max}$

נקודת המקסימום

$(8.2, -3.6)_{\min}$

נקודת המינימום

3. סקיצה של גרף $f(x)$

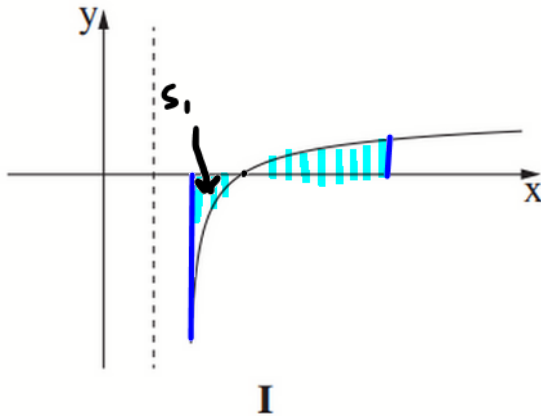




ה. (1) גרף I מתאר את פונקציית הנגזרת כיוון

שמתאים לנקי אחת בה הנגזרת מתאפסת ומתאים
עלבה שצטינו בסעיף ג'.

(2) נחשב סכום השטחים בעזרת
אינטגרל מסוויים



$$S_1 = \int_4^{8.2} -f'(x) dx = \left[-f(x) \right]_4^{8.2} = -f(8.2) - (-f(4)) = f(4) - f(8.2) \\ = 0 - (-3.6) = 3.6$$

$$S_2 = \int_{8.2}^{13} f'(x) dx = \left[f(x) \right]_{8.2}^{13} = f(13) - f(8.2) = -2 - (-3.6) = 1.6$$

וסכן השטח כולו:

$$S_1 + S_2 = 3.6 + 1.6 = 5.2$$





8. אדריכלית נוף תכננה מתחם ציבורי.

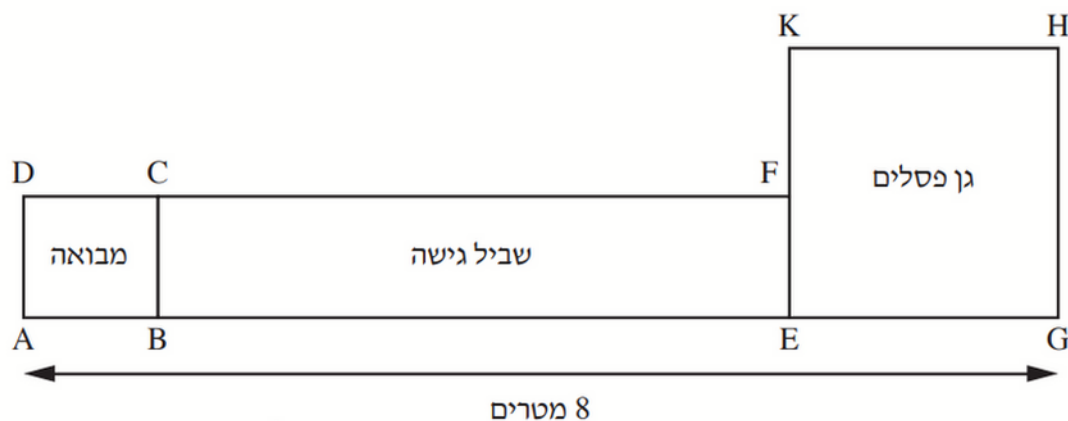
המתחם מורכב משלושה חלקים המחוברים זה לזה:

מבואה – המלבן ABCD

שביל גישה – המלבן BEFC

גן פסלים – הריבוע EGHK

הנקודות A, B, E, G נמצאות על ישר אחד, כמתואר בסרטוט.



אורך הקטע AG הוא 8 מטרים.

אורך הצלע EG גדול פי 2 מאורך הצלע AB.

נסמן ב- x את אורך הצלע AB.

א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BE.

נתון כי שטח המבואה הוא 1 מ"ר.

ב. (1) הביעו באמצעות x את אורך הצלע AD.

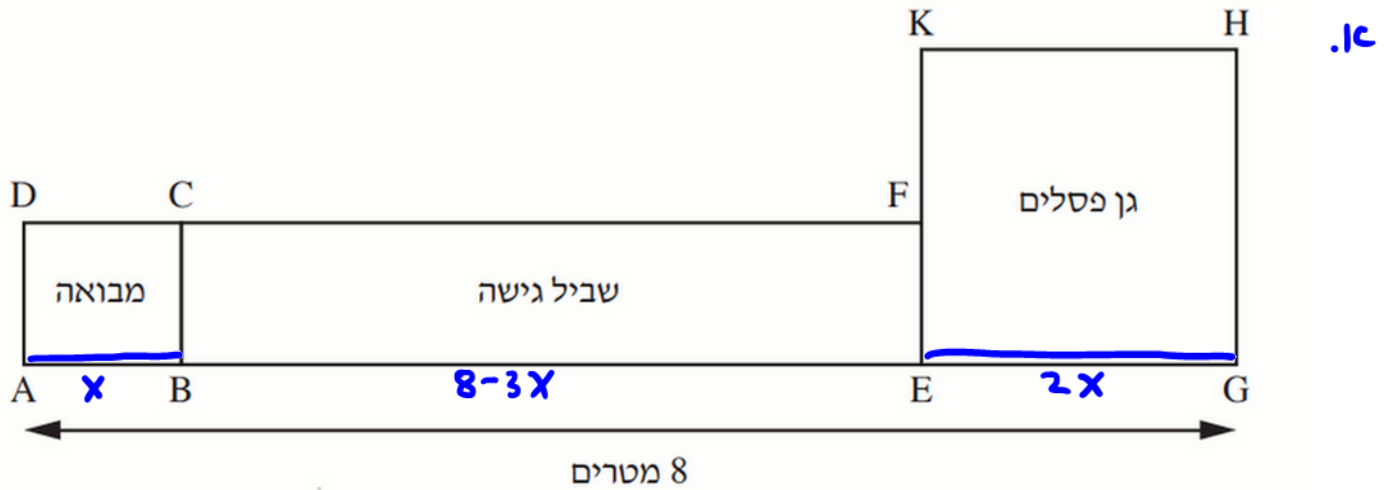
(2) הביעו באמצעות x את השטח הכולל של המתחם.

ג. מצאו את הערך של x שבעבורו השטח הכולל של המתחם הוא מינימלי.

ד. האם ייתכן שהשטח הכולל של המתחם הוא 9 מ"ר? נמקו את תשובתכם.



פתרון שאלה 8



אורך הקטע AG הוא 8 מטרים.

אורך הצלע EG גדול פי 2 מאורך הצלע AB.

נסמן ב- x את אורך הצלע AB.

נסמן:

$$AB = x$$

$$EG = 2x$$

$$AG = 8$$

$$AB + BE + EG = 8$$

$$x + BE + 2x = 8$$

$$BE = 8 - 3x$$

נבדא אא AG אנקוצא אא BE:

$$AB \cdot AD = 1$$

$$AD = \frac{1}{AB}$$

$$AD = \frac{1}{x}$$

ג. (1) נתון:

נציב אנקוצא:



$$S_{ABCD} = 1 \quad \text{נ"ן}$$

ב. (2) שטח המבואה

$$S_{BEFC} = BE \cdot BC$$

שטח השביל

כיוון שצורת המבואה היא מלבן נסיק:

$$BC = AD = \frac{1}{x}$$

$$S_{BEFC} = BE \cdot BC = (8-3x) \cdot \frac{1}{x} = \frac{8}{x} - 3$$

$$S_{EGHK} = (EG)^2 = (2x)^2 = 4x^2$$

שטח מן הפסלים:

ולכן סך השטח הוא:

$$S_{(x)} = 1 + \frac{8}{x} - 3 + 4x^2$$

ביטוי עקור השטח הכולל:

$$S_{(x)} = 4x^2 + \frac{8}{x} - 2$$

$$S'_{(x)} = 8x - \frac{8}{x^2}$$

ד. נמצור:

נשווה לאפס ונחלץ שיצור x כנ' הקיצין:

$$S'_{(x)} = 0$$





$$8x - \frac{8}{x^2} = 0$$

$$8x = \frac{8}{x^2}$$

$$x^3 = 1$$

$$x = 1$$

נראה שזו נק' מינימום "צ"י. הצבת צרכי ביניים בנגזרת:

x	0.5	1	2
s'	⊖	0	⊕
s	↘	min	↗

צבור $x = 1$ השלח הכופל הוא מינימלי

3. נציב $x = 1$ בקיטון צבור השלח הכופל:

$$S_{(1)} = 4 \cdot 1^2 + \frac{8}{1} - 2 = 10$$

השלח המינימלי הוא 10 מ"מ

ואכן, ע"י יתרון של 9 מ"מ