

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

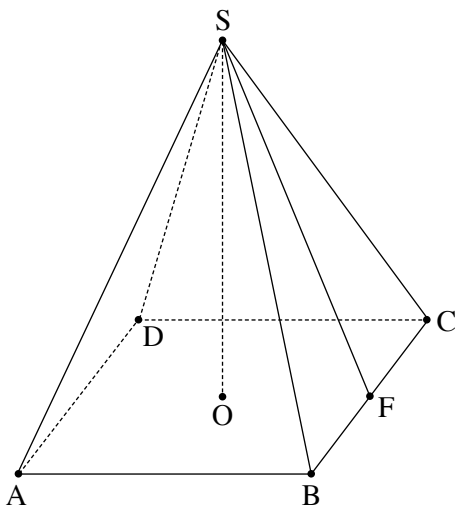
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. יריד ספרים ביישוב מסוים נמשך 7 ימים.
 כמות הספרים שנמכרו בכל יום ביריד הייתה גדולה פי 2 מכמות הספרים שנמכרו ביום שלפניו.
 ידוע כי בשלושת הימים הראשונים של היריד נמכרו 420 ספרים סך הכול.
א. מצאו כמה ספרים נמכרו ביום הראשון של היריד.
 כל ספר ביריד נמכר ב־ 50 שקלים.
ב. מצאו את סך כל ההכנסות ממכירת הספרים במשך 7 ימי היריד.
 לאחר שהסתיים יריד הספרים החליט מנהל היריד לתרום מחצית מכל ההכנסות שהתקבלו ביריד.
 מנהל היריד פָּרַס את התרומה לכמה חודשים.
 בחודש הראשון הוא תרם 4,315 שקלים, ובכל חודש שלאחר מכן הוא תרם 315 שקלים יותר מבחודש שלפניו.
ג. מצאו לכמה חודשים פרס מנהל היריד את התרומה.
ד. מצאו מהו סכום הכסף שתרום מנהל היריד סך הכול בשני החודשים האמצעיים.

טריגונומטריה במרחב

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.
 SO הוא גובה הפירמידה.
 SF הוא גובה לצלע BC בפאה SBC.
 נתון כי אורך הצלע BC הוא 8, וכי שטח הפאה SBC הוא 60.
א. מצאו את אורך הגובה SF.
 נתון כי גודל הזווית שבין SF ובין בסיס הפירמידה הוא 67° .
ב. מצאו את אורך הצלע AB.
ג. מצאו את נפח הפירמידה.
 נתונה קובייה שאלכסון פאה שלה שווה לגובה הפירמידה SO.
ד. מצאו פי כמה גדול נפח הקובייה מנפח הפירמידה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = \cos(3x) + a$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$.
a הוא פרמטר.

א. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתון כי שיעור ה- y של נקודת המינימום של הפונקצייה $f(x)$ הוא -1.5 .

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = -0.5$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על סעיפים ג-ה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

העבירו משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

ה. (1) מצאו את משוואת המשיק.

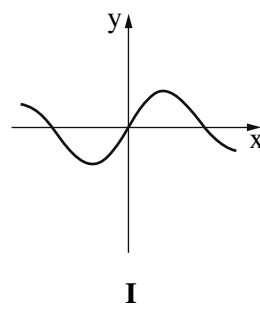
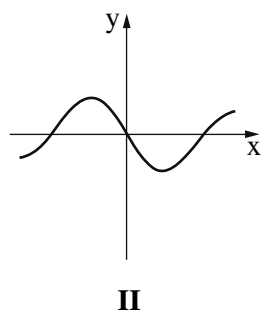
(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y .

4. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .

לפונקצייה $f(x)$ יש רק נקודת מינימום אחת ושתי נקודות מקסימום.

לפניהם שני גרפים, II-I. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

בסרטוט של כל אחד מן הגרפים II-I מופיעות כל נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- x .



א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = \frac{6x^2}{e^{x^2+2}}$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = ax \cdot (2 - \ln x)$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

נתון כי בנקודה שבה $x = e^3$, שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא -8 .

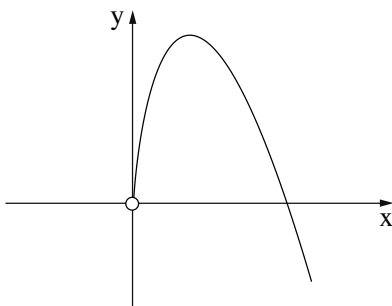
ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 4$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ד.

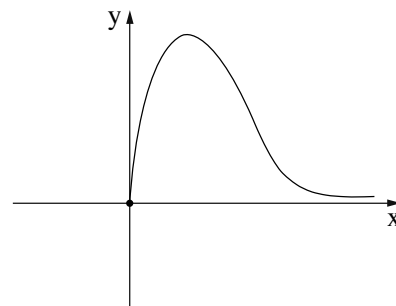
- ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -2f(x) + 37$.

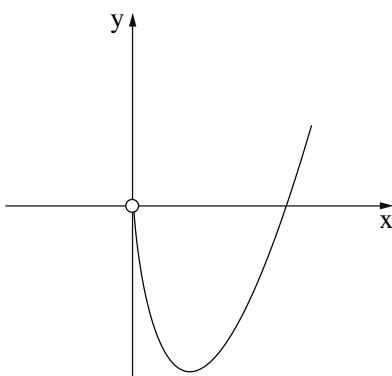
- ד. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) האם גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את גרף הפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.



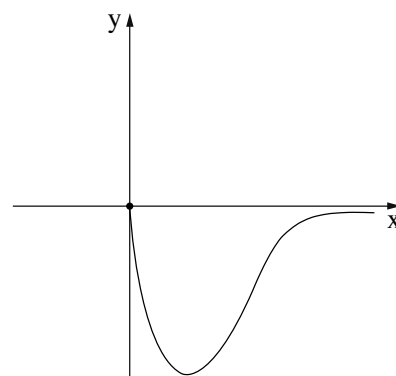
II



I



IV



III

בהצלחה!