

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות
 - פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

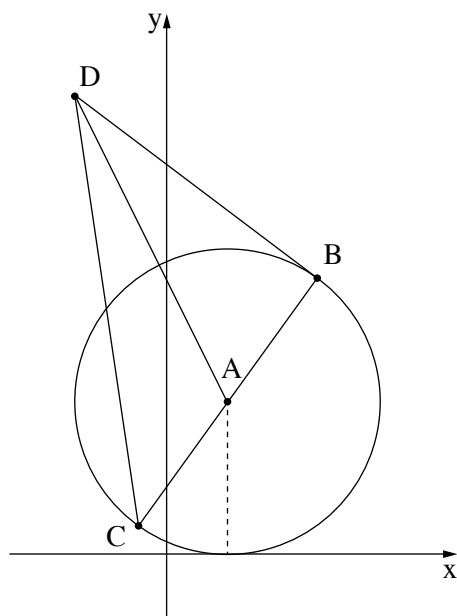
בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית והסתברות

1. משאית נוסעת בכל יום מן המפעל אל החנות בדרך שאורכה 275 ק"מ.
ביום הראשון נסעה המשאית במהירות קבועה.
ביום השני נסעה המשאית חצי מן הדרך באותה המהירות שהיא נסעה בה ביום הראשון, וחצי מן הדרך נסעה המשאית במהירות הקטנה ב־20 קמ"ש מן המהירות שלה ביום הראשון.
ביום השני היה זמן הנסיעה של המשאית ארוך ב־40 דקות מזמן הנסיעה שלה ביום הראשון.
א. (1) מצאו את המהירות של המשאית ביום הראשון.
(2) מצאו את זמן הנסיעה של המשאית ביום הראשון.
ביום השלישי נסעה המשאית במהירות קבועה הגדולה מן המהירות שלה ביום הראשון.
עקב כך זמן הנסיעה שלה ביום השלישי היה קצר ב־55 דקות מזמן הנסיעה שלה ביום הראשון.
ב. מצאו בכמה אחוזים הייתה המהירות של המשאית ביום השלישי גדולה מן המהירות שלה ביום הראשון.



2. בסרטוט שלפניכם מעגל המשיק לציר ה־ x .
האורך של רדיוס המעגל הוא 10.
הנקודה A, הנמצאת ברביע הראשון, היא מרכז המעגל.
הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל.
נתון כי משוואת הישר AD היא $y = -2x + 18$.
א. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A.
(2) כתבו את משוואת המעגל.
הנקודה B נמצאת על המעגל ברביע הראשון, ושיעור ה־ y שלה הוא 18.
דרך הנקודה B העבירו משיק למעגל.
הנקודה D היא נקודת החיתוך של המשיק עם הישר AD.
ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה B.
(2) מצאו את משוואת המשיק.
ג. מצאו את שיעורי הנקודה D.
הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש־CB הוא קוטר במעגל.
ד. חשבו את שטח המשולש DAC.

3. ביישוב מסוים מעודדים משפחות למחזר בקבוקי זכוכית, אריזות פלסטיק ועוד. ביישוב זה מעודדים משפחות גם להתנדב במוסדות היישוב.

בסקר שנערך בקרב כל המשפחות ביישוב, נמצא כי חלק מן המשפחות ממחזרות, ושאר המשפחות אינן ממחזרות. כמו כן חלק מן המשפחות ביישוב מתנדבות, והשאר אינן מתנדבות.

בוחרים באקראי משפחה מן היישוב. ההסתברות שמשפחה זו ממחזרת גדולה ב- 0.44 מן ההסתברות שמשפחה זו אינה ממחזרת.

$\frac{5}{9}$ מן המשפחות שממחזרות הן משפחות מתנדבות.

א. (1) מצאו את אחוז המשפחות ביישוב שממחזרות.

(2) מצאו את אחוז המשפחות ביישוב שממחזרות וגם מתנדבות.

מספר המשפחות ביישוב שממחזרות וגם מתנדבות גדול פי 5 ממספר המשפחות ביישוב שאינן ממחזרות וגם אינן מתנדבות.

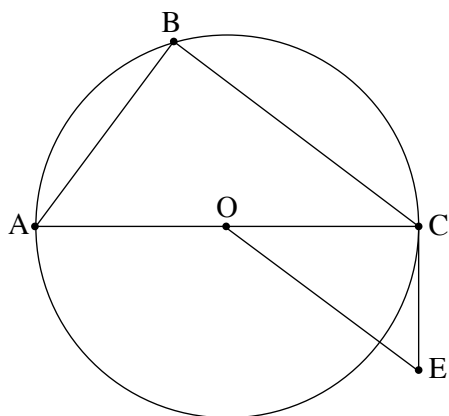
ב. בוחרים באקראי משפחה מן היישוב. מהי ההסתברות שמשפחה זו מתנדבת?

ג. בוחרים באקראי משפחה מן היישוב שמתנדבת. מהי ההסתברות שמשפחה זו אינה ממחזרת?

ביישוב זה יש 750 משפחות.

ד. מצאו כמה משפחות ביישוב ממחזרות אך מתנדבות.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. בסרטוט שלפניכם משולש ABC החסום במעגל שמרכזו בנקודה O.

AC הוא קוטר במעגל. הקטע CE משיק למעגל בנקודה C.

נתון: $BC \parallel OE$.

א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ECO$.

נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 2.56 משטח המשולש ECO,

$BC = 8$.

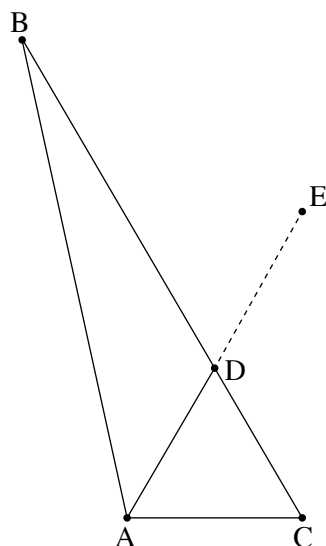
ב. מצאו את האורך של רדיוס המעגל.

ג. חשבו את שטח המשולש ABC.

המשך הקטע EO חותך את הצלע AB בנקודה F.

ד. (1) הוכיחו: $AF = FB$.

(2) מצאו את שטח הטרפז BFEC.



5. בסרטוט שלפניכם משולש ABC.

הנקודה D נמצאת על הצלע BC, כך שהמשולש ACD הוא שווה צלעות.

נתון: $AB = 2.8 \cdot AD$.

א. מצאו את גודל הזווית ABD.

נתון כי שטח המשולש BAD הוא 70.

ב. מצאו את אורך הקטע AD.

הנקודה E נמצאת על המשך הקטע AD כך שמתקיים $AD = DE$.

ג. מצאו את אורך הקטע BE.

ד. מצאו פי כמה גדול האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABE

מן האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ACE.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{a}{(x-4)^2}$, המוגדרת בתחום $x \neq 4$.

a הוא פרמטר חיובי.

נתון כי בנקודה שבה $x = 6$, שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא -3 .

א. מצאו את הערך של a.

הציבו $a = 12$, וענו על הסעיפים ב-ה.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. (1) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

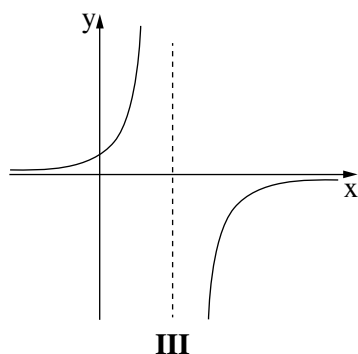
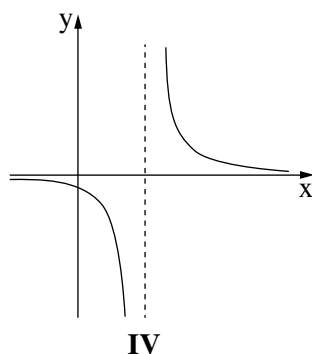
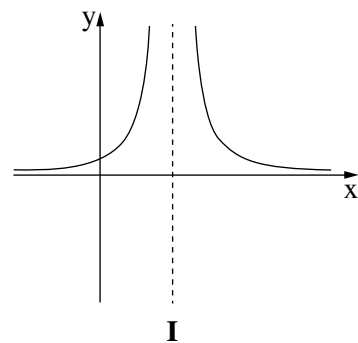
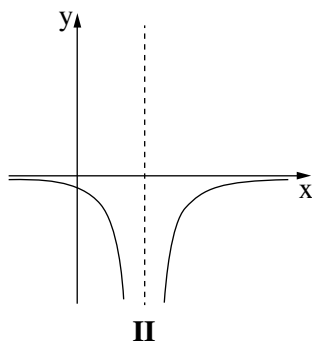
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 3$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

נתונה הפונקצייה $g(x) = f'(x) + 2$.

ה. בכמה גדול השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי הישר $x = 3$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y ,

מן השטח שמצאתם בסעיף ד(2)? נמקו את תשובתכם.



7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{7-x}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x+a)$, a הוא פרמטר.

נתון כי לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת מקסימום פנימית בנקודה שבה $x = 8.6$.

- ג. (1) מצאו את הערך של a . נמקו את תשובתכם.
 (2) מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$?

8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{6x-12}{x-8}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ב. מצאו את שיעורי הנקודה A.

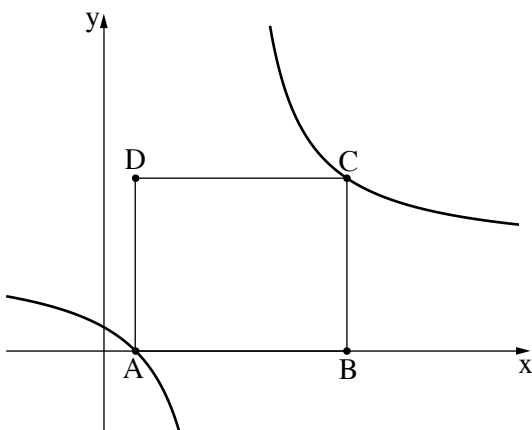
הנקודה C נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $x > 8$.
 מן הנקודה C העבירו אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה B.
 הנקודה D נמצאת ברביע הראשון כך ש-ABCD הוא מלבן.
 נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C.

ג. הביעו באמצעות t את היקף המלבן ABCD.

ד. מצאו את הערך של t שבעבורו

היקף המלבן ABCD הוא מינימלי.

ה. האם ייתכן שהיקף המלבן ABCD הוא 50? נמקו את תשובתכם.



בהצלחה!