



פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשפ"ו, 2026, שאלון 35581:
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"



פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. חנן וניר הלכו מיישוב א' ליישוב ב' באותו המסלול. חנן יצא בשעה 8:00 והלך כל הדרך במהירות v קמ"ש.

ניר יצא בשעה 8:30 והלך כל הדרך במהירות הגדולה ב-2 קמ"ש ממהירות ההליכה של חנן.

חנן וניר נפגשו בדרכם ליישוב ב'. שעה וארבעים דקות לאחר הפגישה הגיע ניר ליישוב ב'.

א. הראו כי המרחק בין יישוב א' ליישוב ב' הוא $\frac{1}{4}v^2 + \frac{13}{6}v + \frac{10}{3}$.

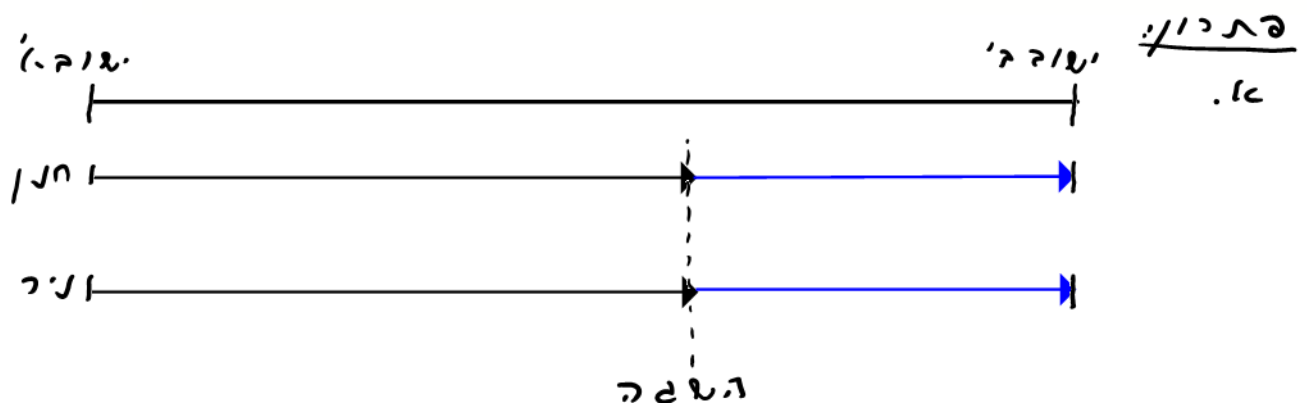
חנן הגיע ליישוב ב' בשעה 12:00.

נתון כי המרחק בין יישוב א' ליישוב ב' גדול מ-15 ק"מ.

ב. מצאו את הערך של v .

כאשר הגיע ניר ליישוב ב' הוא מייד יצא חזרה לכיוון יישוב א' באותה המהירות שבה הלך קודם.

ג. מצאו מה היה המרחק של ניר מיישוב א' בזמן שחנן הגיע ליישוב ב'.



נסדר את הנמנים בטבלה. נסמן את הזמן על זהבא ג-א

הנמנה	זמן	מהירות	ציר
חנן על הטלה	$\frac{x}{v}$	v (נניח)	x (נניח)
ניר על הטלה	$\frac{x}{v+2}$	$v+2$ (נניח)	x (נניח)
חנן וניר יחד על הטלה	$\frac{\frac{x}{v} + \frac{x}{v+2}}{v}$	v (נניח)	$\frac{x}{v} + \frac{x}{v+2}$
ניר ואחרי הטלה	$\frac{x}{3}$	$v+2$ (נניח)	$\frac{x}{3}$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





משוואה - נניח x הגובה:

$$\frac{x}{v} = \frac{x}{v+2} + \frac{1}{2} \Rightarrow 2vx + 4x = 2vx + v^2 + 2v$$

$$x = \frac{v^2}{4} + \frac{v}{2}$$

נחשב את כל הברי:!

$$S = \frac{v^2}{4} + \frac{v}{2} + \frac{5v}{3} + \frac{10}{3} = \frac{v^2}{4} + \frac{3v}{6} + \frac{10v}{6} + \frac{10}{3}$$

$$= \boxed{\frac{v^2}{4} + \frac{13v}{6} + \frac{10}{3}}$$

ה. חנו הליך איגוף ב' בערך 12:00
קטן הכו, ש, הליכה מ חנו היה 4 שגל:

$$\frac{\frac{v^2}{4} + \frac{13v}{6} + \frac{10}{3}}{v} = 4 \rightarrow \frac{3v^2 + 26v + 40}{12v} = 4$$

$$3v^2 + 26v + 40 = 48v$$

$$3v^2 - 22v + 40 = 0 \Rightarrow \begin{matrix} v_1 = 3\frac{1}{3} \\ v_2 = 4 \end{matrix}$$

אז $v = 3\frac{1}{3}$ נקרא שהזמן היא $13\frac{1}{3}$ ש"ה
אז $v = 4$ נקרא שהזמן היא 16 ש"ה

$$\boxed{v = 4 \text{ ש"ה}}: \delta$$

ד. נחשב כמה שגל חזק הניח עז שגל 12:00:

!!

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה 



ני ג'ן 3.5 שנה. להכין הבחינה שלו היתה

$$7 + 2 = 6$$

אכן היא ה'ן ה'ן 21 = 3.5 * 6

המורה בין הישגים הוא 16 ה'ן.

המורה על ניכ מישור כי הוא ה'ן 5 = 16 - 11

מכאן שהמורה על מישור ה'ן הוא

$$16 - 5 = \boxed{11 \text{ ה'ן}}$$





2. נתונה סדרה הנדסית אינסופית a_n שכל איבריה שונים מ-0.

מנת הסדרה היא q , $q \neq 1$.

נתונה גם סדרה b_n , שאיבריה מקיימים $b_n = a_1 + n \cdot \left(\frac{a_{n+2}}{a_n} - \frac{a_{n+1}}{a_n} \right)$ לכל n טבעי.

א. הוכיחו כי הסדרה b_n היא חשבונית וכי הפרש הסדרה הוא $q^2 - q$.

נתון כי הסדרה b_n יורדת ו- a_1 חיובי.

ב. קבעו אם הסדרה a_n היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה שאינה עולה ואינה יורדת. נמקו את קביעתכם.

נתון כי סכום הסדרה a_n הוא 128.

ג. הביעו באמצעות q את a_1 ואת b_1 .

נתון כי סכום 7 האיברים הראשונים בסדרה b_n הוא 441.

ד. מצאו את הערך של q .

כ ראשית ננסה לראות b_n

$$b_n = a_1 + n \left(\frac{a_{n+2}}{a_n} - \frac{a_{n+1}}{a_n} \right) = a_1 + n(q^2 - q)$$

כעת ניצוי את b_{n+1} ונראה שכן נראה ש $b_{n+1} - b_n$ נותן תמיד קבוע.

$$b_{n+1} = a_1 + (n+1)(q^2 - q)$$

$$\begin{aligned} b_{n+1} - b_n &= \cancel{a_1} + (n+1)(q^2 - q) - (\cancel{a_1} + n(q^2 - q)) = \\ &= (q^2 - q)(n+1 - n) = \boxed{q^2 - q = d_b} \end{aligned}$$



נתון כי הסדרה b_n יורדת ו- a_1 חיובי.

ב. קבעו אם הסדרה a_n היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה שאינה עולה ואינה יורדת.

נמקו את קביעתכם.

(מיון) $d_b < 0$

$$q^2 - q < 0$$

$$q(q-1) < 0$$

$$q=0 \quad q=1$$

$$0 < q < 1$$

a_n היא סדרה בעלת איבר ראשון חיובי ולמה בין 0 ל-1
לכן נצטרך הסדרה חיובית אשר יורדת לעבר אפס

נתון כי סכום הסדרה a_n הוא 128.

ג. הביעו באמצעות q את a_1 ואת b_1 .

a_n היא הנצטרך אינסופית להתכנס.

$$S = \frac{a_1}{1-q} \rightarrow 128 = \frac{a_1}{1-q} \rightarrow \boxed{a_1 = 128(1-q)}$$

$$b_1 = a_1 + 1(q^2 - q) = 128(1-q) + q^2 - q = q^2 - 129q + 128$$

$$b_1 = q^2 - 129q + 128$$



נתון כי סכום 7 האיברים הראשונים בסדרה b_n הוא 441.

ד. מצאו את הערך של q .

$$b_1 = q^2 - 129q + 128 : I$$

$$d_6 = q^2 - q : II$$

$$7 : III$$

$$441 = \frac{7(2(q^2 - 129q + 128) + (7-1)(q^2 - q))}{2} \quad | : 7 \quad | \cdot 2$$

$$126 = 2(q^2 - 129q + 128) + 6(q^2 - q) \quad | : 2$$

$$63 = q^2 - 129q + 128 + 3q^2 - 3q$$

$$0 = 4q^2 - 132q + 65$$

$$q = \frac{1}{2} \quad q = 32.5$$



3. בשכבה י"א של תיכון עירוני גדול חלק מן התלמידים הם מדריכים בתנועת נוער והשאר אינם מדריכים. בשכבה זו לחלק מן התלמידים יש רישיון נהיגה ולשאר אין רישיון נהיגה. חצי מן התלמידים שיש להם רישיון נהיגה הם מדריכים בתנועת נוער. אחוז התלמידים המדריכים מבין התלמידים שיש להם רישיון שווה לאחוז התלמידים שאין להם רישיון מבין התלמידים המדריכים. בוחרים באקראי תלמיד מבין תלמידי השכבה. ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא מדריך או שיש לו רישיון היא 0.45.
- א. מצאו כמה אחוזים מן התלמידים בשכבה זו הם מדריכים.
ב. בוחרים באקראי תלמיד מבין התלמידים שאין להם רישיון. מהי ההסתברות שתלמיד זה הוא מדריך?
ג. בוחרים באקראי 5 תלמידים מבין התלמידים שאין להם רישיון.
(1) מהי ההסתברות שנבחר יותר ממדריך אחד?
(2) ידוע שנבחר יותר ממדריך אחד. מהי ההסתברות כי מספר המדריכים שנבחרו הוא זוגי?

3א.

נניח: $p(A/B) = \frac{1}{2}$

I

$$\frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{1}{2}$$

נניח:

$$p(A/B) = p(\bar{B}/A)$$

$$\frac{1}{2} = p(\bar{B}/A)$$

II

$$\frac{p(\bar{B} \cap A)}{p(A)} = \frac{1}{2}$$

נניח: $p(A \cup B) = 0.45$

III

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0.45 = 0.55$$

נניח: $p(A) = x$ ונניח: $p(\bar{B} \cap A) = \frac{1}{2}x$

$$p(\bar{B} \cap A) = \frac{1}{2}x$$

נניח: A - מדריכים בתנועת נוער
 $\bar{A}$ - אינם מדריכים בתנועת נוער
B - יש רישיון נהיגה
 $\bar{B}$ - אין רישיון נהיגה

	$\bar{A}$	A	
B			
$\bar{B}$	0.55	$\frac{1}{2}x$	
1		x	





חזק
3.6

(ב) האם יש אזור תכנון
הטבלה היא $P(A \cap B)$! $P(B)$ ונניח
ב: I

$$\frac{\frac{1}{2}x}{1 - (0.55 + \frac{1}{2}x)} = \frac{1}{2} \quad 1: \frac{1}{2}$$

$$x = 0.45 - \frac{1}{2}x$$

$$1.5x = 0.45$$

$$x = 0.3$$

30% | נתונים הם מציבים

3.2

$$P(A/\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0.15}{0.7}$$

$$P(A/\bar{B}) = \frac{3}{14}$$

(א) האם יש אזור תכנון והטבלה:

	$\bar{A}$	A	
B	0.3	0.15	0.15
$\bar{B}$	0.7	0.55	0.15
1	0.7	0.3	

חזק
3.2

$$P(\text{התוצאה היא 1}) = 1 - P_5(1) - P_5(0)$$

$$P(\text{התוצאה היא 1}) = 1 - \binom{5}{1} \left(\frac{3}{14}\right)^1 \left(\frac{11}{14}\right)^4 - \binom{5}{0} \left(\frac{3}{14}\right)^0 \left(\frac{11}{14}\right)^5 = 0.292$$

3.2

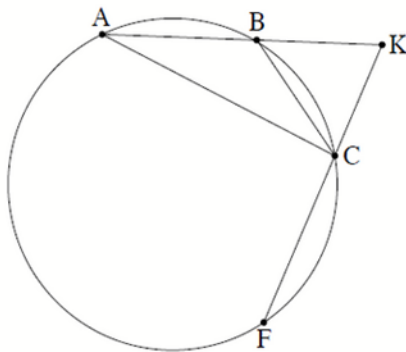
$$P(\text{התוצאה היא 1} / \text{התוצאה היא 0 או 1}) = \frac{P(\text{התוצאה היא 1} \cap \text{התוצאה היא 0 או 1})}{P(\text{התוצאה היא 0 או 1})} = \frac{P_5(2) + P_5(4)}{0.292} = \frac{\left(\frac{5}{2}\right) \left(\frac{3}{14}\right)^2 \left(\frac{11}{14}\right)^3 + \left(\frac{5}{4}\right) \left(\frac{3}{14}\right)^4 \left(\frac{11}{14}\right)^1}{0.292}$$

$$P(\text{התוצאה היא 1} / \text{התוצאה היא 0 או 1}) = \frac{0.2227 + 0.008283}{0.292} = 0.791$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה

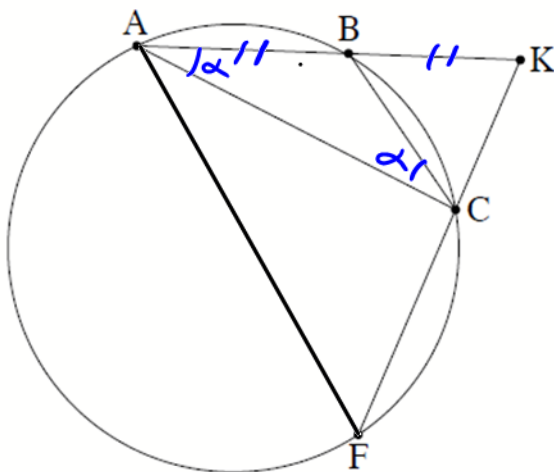


פרק שלישי – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. בסרטוט שלפניכם משולש קהה זווית ABC החסום במעגל.
הנקודה K נמצאת על המשך הצלע AB כך ש- $AB = BK$.
המשך הקטע KC חותך את המעגל בנקודה נוספת, בנקודה F .
נתון: $\angle BAC = \angle BCA$.
- א. הוכיחו כי AF הוא קוטר במעגל.
המיתרים AC ו- BF נחתכים בנקודה D .
ב. הוכיחו כי המשולש ADK הוא שווה שוקיים.
ג. (1) הוכיחו כי המרובע $BDCK$ הוא בר חסימה במעגל.
(2) הוכיחו כי $\angle DKC = \angle FAC$.
ד. הוכיחו כי $AC \cdot AD = KC \cdot AF$.

פתרון:



א. נוסף, לא הנוכח
לשטח, נגזר
לא היתר AF
נכח, $\angle BAC = \angle BCA = \alpha$

המספר	לסמך	נתיב
①	$AB = BK$	נתון
②	F על המשך KC	נתון
③	$\angle BAC = \angle BCA = \alpha$	נתון + סימון
④	נגזר היתר AF	קני"ר ע"ש



המספר	לשמה	נימוק
5	$AB = BC$	מחז' אולי שווה במשולש מונחה כאן שווה. אפי 3
6	$AB = BC = BK$	בא' המעקד. אפי 1, 5
7	$\angle ACK = 90^\circ$	אם במשולש התיכון אצלך שווה למחצית, אזי המשולש ישר שווה והצלע היא היתר.
8	$\angle ACF = 90^\circ$	אפי 6
9	AF דוטר נ.ש.ל.ו.	סכום זווית למודות נשוא. אפי 2, 7. מחז' אולי היקפיה ישרה במעב' מונה דוטר
10	נעדיר היתר BF ונסגן, אפי 8	בנ"ר עפר (עוטות בסוף הגוללה)
11	נעדי הילך BK	בנ"ר עפר
12	$\angle AKC = 90^\circ$	השאלה נשוא במשולש ACK. אפי 3, 7
13	$\angle BFK = \angle BAC$	זווית היקפיה הנעזרת על אפי העלה, שווה. אפי 3.
14	$\angle KBF = 90^\circ$	השאלה נשוא במעב' 8
15	משולש ADK שווה רד"ק נ.ש.ל.ו.	משולש שבו דוברה אצלך הנושא תיכון הנו שווה שוקיים. אפי 1, 14.



<u>נימוק</u> חיסוק. לפי 7, 14 מרוכב בקו של 1/11 נמצא לסכומן של 16 במקום. לפי 16	<u>לשם</u> $\angle KCD + \angle KBD = \alpha$ מרוכב $\angle BDC$ ברחביה במקום משהו ב' (1)	<u>במספר</u> (16) (17)
לפי 25 לפי 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 473, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 527, 531, 533, 539, 541, 547, 551, 557, 563, 569, 571, 577, 581, 583, 587, 593, 599, 601, 607, 611, 613, 617, 619, 623, 627, 631, 637, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 667, 671, 673, 677, 683, 687, 691, 693, 697, 701, 703, 707, 711, 713, 717, 719, 727, 729, 733, 737, 739, 743, 747, 751, 753, 757, 761, 763, 767, 769, 773, 777, 781, 783, 787, 791, 793, 797, 803, 807, 811, 813, 817, 819, 823, 827, 829, 833, 837, 839, 843, 847, 851, 853, 857, 859, 863, 867, 869, 871, 873, 877, 881, 883, 887, 891, 893, 897, 901, 903, 907, 911, 913, 917, 919, 923, 927, 929, 931, 933, 937, 939, 941, 943, 947, 953, 957, 959, 961, 963, 967, 969, 971, 973, 977, 979, 983, 987, 991, 993, 997, 1003, 1007, 1009, 1013, 1017, 1019, 1021, 1023, 1027, 1029, 1031, 1033, 1037, 1039, 1043, 1047, 1049, 1051, 1053, 1057, 1059, 1061, 1063, 1067, 1069, 1071, 1073, 1077, 1079, 1081, 1083, 1087, 1089, 1091, 1093, 1097, 1099, 1103, 1107, 1109, 1111, 1113, 1117, 1119, 1121, 1123, 1127, 1129, 1131, 1133, 1137, 1139, 1141, 1143, 1147, 1149, 1151, 1153, 1157, 1159, 1161, 1163, 1167, 1169, 1171, 1173, 1177, 1179, 1181, 1183, 1187, 1189, 1191, 1193, 1197, 1199, 1201, 1203, 1207, 1209, 1211, 1213, 1217, 1219, 1221, 1223, 1227, 1229, 1231, 1233, 1237, 1239, 1241, 1243, 1247, 1249, 1251, 1253, 1257, 1259, 1261, 1263, 1267, 1269, 1271, 1273, 1277, 1279, 1281, 1283, 1287, 1289, 1291, 1293, 1297, 1299, 1301, 1303, 1307, 1309, 1311, 1313, 1317, 1319, 1321, 1323, 1327, 1329, 1331, 1333, 1337, 1339, 1341, 1343, 1347, 1349, 1351, 1353, 1357, 1359, 1361, 1363, 1367, 1369, 1371, 1373, 1377, 1379, 1381, 1383, 1387, 1389, 1391, 1393, 1397, 1399, 1401, 1403, 1407, 1409, 1411, 1413, 1417, 1419, 1421, 1423, 1427, 1429, 1431, 1433, 1437, 1439, 1441, 1443, 1447, 1449, 1451, 1453, 1457, 1459, 1461, 1463, 1467, 1469, 1471, 1473, 1477, 1479, 1481, 1483, 1487, 1489, 1491, 1493, 1497, 1499, 1501, 1503, 1507, 1509, 1511, 1513, 1517, 1519, 1521, 1523, 1527, 1529, 1531, 1533, 1537, 1539, 1541, 1543, 1547, 1549, 1551, 1553, 1557, 1559, 1561, 1563, 1567, 1569, 1571, 1573, 1577, 1579, 1581, 1583, 1587, 1589, 1591, 1593, 1597, 1599, 1601, 1603, 1607, 1609, 1611, 1613, 1617, 1619, 1621, 1623, 1627, 1629, 1631, 1633, 1637, 1639, 1641, 1643, 1647, 1649, 1651, 1653, 1657, 1659, 1661, 1663, 1667, 1669, 1671, 1673, 1677, 1679, 1681, 1683, 1687, 1689, 1691, 1693, 1697, 1699, 1701, 1703, 1707, 1709, 1711, 1713, 1717, 1719, 1721, 1723, 1727, 1729, 1731, 1733, 1737, 1739, 1741, 1743, 1747, 1749, 1751, 1753, 1757, 1759, 1761, 1763, 1767, 1769, 1771, 1773, 1777, 1779, 1781, 1783, 1787, 1789, 1791, 1793, 1797, 1799, 1801, 1803, 1807, 1809, 1811, 1813, 1817, 1819, 1821, 1823, 1827, 1829, 1831, 1833, 1837, 1839, 1841, 1843, 1847, 1849, 1851, 1853, 1857, 1859, 1861, 1863, 1867, 1869, 1871, 1873, 1877, 1879, 1881, 1883, 1887, 1889, 1891, 1893, 1897, 1899, 1901, 1903, 1907, 1909, 1911, 1913, 1917, 1919, 1921, 1923, 1927, 1929, 1931, 1933, 1937, 1939, 1941, 1943, 1947, 1949, 1951, 1953, 1957, 1959, 1961, 1963, 1967, 1969, 1971, 1973, 1977, 1979, 1981, 1983, 1987, 1989, 1991, 1993, 1997, 1999, 2001, 2003, 2007, 2009, 2011, 2013, 2017, 2019, 2021, 2023, 2027, 2029, 2031, 2033, 2037, 2039, 2041, 2043, 2047, 2049, 2051, 2053, 2057, 2059, 2061, 2063, 2067, 2069, 2071, 2073, 2077, 2079, 2081, 2083, 2087, 2089, 2091, 2093, 2097, 2099, 2101, 2103, 2107, 2109, 2111, 2113, 2117, 2119, 2121, 2123, 2127, 2129, 2131, 2133, 2137, 2139, 2141, 2143, 2147, 2149, 2151, 2153, 2157, 2159, 2161, 2163, 2167, 2169, 2171, 2173, 2177, 2179, 2181, 2183, 2187, 2189, 2191, 2193, 2197, 2199, 2201, 2203, 2207, 2209, 2211, 2213, 2217, 2219, 2221, 2223, 2227, 2229, 2231, 2233, 2237, 2239, 2241, 2243, 2247, 2249, 2251, 2253, 2257, 2259, 2261, 2263, 2267, 2269, 2271, 2273, 2277, 2279, 2281, 2283, 2287, 2289, 2291, 2293, 2297, 2299, 2301, 2303, 2307, 2309, 2311, 2313, 2317, 2319, 2321, 2323, 2327, 2329, 2331, 2333, 2337, 2339, 2341, 2343, 2347, 2349, 2351, 2353, 2357, 2359, 2361, 2363, 2367, 2369, 2371, 2373, 2377, 2379, 2381, 2383, 2387, 2389, 2391, 2393, 2397, 2399, 2401, 2403, 2407, 2409, 2411, 2413, 2417, 2419, 2421, 2423, 2427, 2429, 2431, 2433, 2437, 2439, 2441, 2443, 2447, 2449, 2451, 2453, 2457, 2459, 2461, 2463, 2467, 2469, 2471, 2473, 2477, 2479, 2481, 2483, 2487, 2489, 2491, 2493, 2497, 2499, 2501, 2503, 2507, 2509, 2511, 2513, 2517, 2519, 2521, 2523, 2527, 2529, 2531, 2533, 2537, 2539, 2541, 2543, 2547, 2549, 2551, 2553, 2557, 2559, 2561, 2563, 2567, 2569, 2571, 2573, 2577, 2579, 2581, 2583, 2587, 2589, 2591, 2593, 2597, 2599, 2601, 2603, 2607, 2609, 2611, 2613, 2617, 2619, 2621, 2623, 2627, 2629, 2631, 2633, 2637, 2639, 2641, 2643, 2647, 2649, 2651, 2653, 2657, 2659, 2661, 2663, 2667, 2669, 2671, 2673, 2677, 2679, 2681, 2683, 2687, 2689, 2691, 2693, 2697, 2699, 2701, 2703, 2707, 2709, 2711, 2713, 2717, 2719, 2721, 2723, 2727, 2729, 2731, 2733, 2737, 2739, 2741, 2743, 2747, 2749, 2751, 2753, 2757, 2759, 2761, 2763, 2767, 2769, 2771, 2773, 2777, 2779, 2781, 2783, 2787, 2789, 2791, 2793, 2797, 2799, 2801, 2803, 2807, 2809, 2811, 2813, 2817, 2819, 2821, 2823, 2827, 2829, 2831, 2833, 2837, 2839, 2841, 2843, 2847, 2849, 2851, 2853, 2857, 2859, 2861, 2863, 2867, 2869, 2871, 2873, 2877, 2879, 2881, 2883, 2887, 2889, 2891, 2893, 2897, 2899, 2901, 2903, 2907, 2909, 2911, 2913, 2917, 2919, 2921, 2923, 2927, 2929, 2931, 2933, 2937, 2939, 2941, 2943, 2947, 2949, 2951, 2953, 2957, 2959, 2961, 2963, 2967, 2969, 2971, 2973, 2977, 2979, 2981, 2983, 2987, 2989, 2991, 2993, 2997, 2999, 3001, 3003, 3007, 3009, 3011, 3013, 3017, 3019, 3021, 3023, 3027, 3029, 3031, 3033, 3037, 3039, 3041, 3043, 3047, 3049, 3051, 3053, 3057, 3059, 3061, 3063, 3067, 3069, 3071, 3073, 3077, 3079, 3081, 3083, 3087, 3089, 3091, 3093, 3097, 3099, 3101, 3103, 3107, 3109, 3111, 3113, 3117, 3119, 3121, 3123, 3127, 3129, 3131, 3133, 3137, 3139, 3141, 3143, 3147, 3149, 3151, 3153, 3157, 3159, 3161, 3163, 3167, 3169, 3171, 3173, 3177, 3179, 3181, 3183, 3187, 3189, 3191, 3193, 3197, 3199, 3201, 3203, 3207, 3209, 3211, 3213, 3217, 3219, 3221, 3223, 3227, 3229, 3231, 3233, 3237, 3239, 3241, 3243, 3247, 3249, 3251, 3253, 3257, 3259, 3261, 3263, 3267, 3269, 3271, 3273, 3277, 3279, 3281, 3283, 3287, 3289, 3291, 3293, 3297, 3299, 3301, 3303, 3307, 3309, 3311, 3313, 3317, 3319, 3321, 3323, 3327, 3329, 3331, 3333, 3337, 3339, 3341, 3343, 3347, 3349, 3351, 3353, 3357, 3359, 3361, 3363, 3367, 3369, 3371, 3373, 3377, 3379, 3381, 3383, 3387, 3389, 3391, 3393, 3397, 3399, 3401, 3403, 3407, 3409, 3411, 3413, 3417, 3419, 3421, 3423, 3427, 3429, 3431, 3433, 3437, 3439, 3441, 3443, 3447, 3449, 3451, 3453, 3457, 3459, 3461, 3463, 3467, 3469, 3471, 3473, 3477, 3479, 3481, 3483, 3487, 3489, 3491, 3493, 3497, 3499, 3501, 3503, 3507, 3509, 3511, 3513, 3517, 3519, 3521, 3523, 3527, 3529, 3531, 3533, 3537, 3539, 3541, 3543, 3547, 3549, 3551, 3553, 3557, 3559, 3561, 3563, 3567, 3569, 3571, 3573, 3577, 3579, 3581, 3583, 3587, 3589, 3591, 3593, 3597, 3599, 3601, 3603, 3607, 3609, 3611, 3613, 3617, 3619, 3621, 3623, 3627, 3629, 3631, 3633, 3637, 3639, 3641, 3643, 3647, 3649, 3651, 3653, 3657, 3659, 3661, 3663, 3667, 3669, 3671, 3673, 3677, 3679, 3681, 3683, 3687, 3689, 3691, 3693, 3697, 3699, 3701, 3703, 3707, 3709, 3711, 3713, 3717, 3719, 3721, 3723, 3727, 3729, 3731, 3733, 3737, 3739, 3741, 3743, 3747, 3749, 3751, 3753, 3757, 3759, 3761, 3763, 3767, 3769, 3771, 3773, 3777, 3779, 3781, 3783, 3787, 3789, 3791, 3793, 3797, 3799, 3801, 3803, 3807, 3809, 3811, 3813, 3817, 3819, 3821, 3823, 3827, 3829, 3831, 3833, 3837, 3839, 3841, 3843, 3847, 3849, 3851, 3853, 3857, 3859, 3861, 3863, 3867, 3869, 3871, 3873, 3877, 3879, 3881, 3883, 3887, 3889, 3891, 3893, 3897, 3899, 3901, 3903, 3907, 3909, 3911, 3913, 3917, 3919, 3921, 3923, 3927, 3929, 3931, 3933, 3937, 3939, 3941, 3943, 3947, 3949, 3951, 3953, 3957, 3959, 3961, 3963, 3967, 3969, 3971, 3973, 3977, 3979, 3981, 3983, 3987, 3989, 3991, 3993, 3997, 3999, 4001, 4003, 4007, 4009, 4011, 4013, 4017, 4019, 4021, 4023, 4027, 4029, 4031, 4033, 4037, 4039, 4041, 4043, 4047, 4049, 4051, 4053, 4057, 4059, 4061, 4063, 4067, 4069, 4071, 4073, 4077, 4079, 4081, 4083, 4087, 4089, 4091, 4093, 4097, 4099, 4101, 4103, 4107, 4109, 4111, 4113, 4117, 4119, 4121, 4123, 4127, 4129, 4131, 4133, 4137, 4139, 4141, 4143, 4147, 4149, 4151, 4153, 4157, 4159, 4161, 4163, 4167, 4169, 4171, 4173, 4177, 4179, 4181, 4183, 4187, 4189, 4191, 4193, 4197, 4199, 4201, 4203, 4207, 4209, 4211, 4213, 4217, 4219, 4221, 4223, 4227, 4229, 4231, 4233, 4237, 4239, 4241, 4243, 4247, 4249, 4251, 4253, 4257, 4259, 4261, 4263, 4267, 4269, 4271, 4273, 4277, 4279, 4281, 4283, 4287, 4289, 4291, 4293, 4297, 4299, 4301, 4303, 4307, 4309, 4311, 4313, 4317, 4319, 4321, 4323, 4327, 4329, 4331, 4333, 4337, 4339, 4341, 4343, 4347, 4349, 4351, 4353, 4357, 4359, 4361, 4363, 4367, 4369, 4371, 4373, 4377, 4379, 4381, 4383, 4387, 4389, 4391, 4393, 4397, 4399, 4401, 4403, 4407, 4409, 4411, 4413, 4417, 4419, 4421, 4423, 4427, 4429, 4431, 4433, 4437, 4439, 4441, 4443, 4447, 4449, 4451, 4453, 4457, 4459, 4461, 4463, 4467, 4469, 4471, 4473, 4477, 4479, 4481, 4483, 4487, 4489, 4491, 4493, 4497, 4499, 4501, 4503, 4507, 4509, 4511, 4513, 4517, 4519, 4521, 4523, 4527, 4529, 4531, 4533, 4537, 4539, 4541, 4543, 4547, 4549, 4551, 4553, 4557, 4559, 4561, 4563, 4567, 4569, 4571, 4573, 4577, 4579, 4581, 4583, 4587, 4589, 4591, 4593, 4597, 4599, 4601, 4603, 4607, 4609, 4611, 4613, 4617, 4619, 4621, 4623, 4627, 4629, 4631, 4633, 4637, 4639, 4641, 4643, 4647, 4649, 4651, 4653, 4657, 4659, 4661, 4663, 4667, 4669, 4671, 4673, 4677, 4679, 4681, 4683, 4687, 4689, 4691, 4693, 4697, 4699, 4701, 4703, 4707, 4709, 4711, 4713, 4717, 4719, 4721, 4723, 4727, 4729, 4731, 4733, 4737, 4739, 4741, 4743, 4747, 4749, 4751, 4753, 4757, 4759, 4761, 4763, 4767, 4769, 4771, 4773, 4777, 4779, 4781, 4783, 4787, 4789, 4791, 4793, 4797, 4799, 4801, 4803, 4807, 4809, 4811, 4813, 4817, 4819, 4821, 4823, 4827, 4829, 4831, 4833, 4837, 4839, 4841, 4843, 4847, 4849, 4851, 4853, 4857, 4859, 4861, 4863, 4867, 4869, 4871, 4873, 4877, 4879, 4881, 4883, 4887, 4889, 4891, 4893, 4897, 4899, 4901, 4903, 4907, 4909, 4911, 4913, 4917, 4919, 4921, 4923, 4927, 4929, 4931, 4933, 4937, 4939, 4941, 4943, 4947, 4949, 4951, 4953, 4957, 4959, 4961, 4963, 4967, 4969, 4971, 4973, 4977, 4979, 4981, 4983, 4987, 4989, 4991, 4993, 4997, 4999, 5001, 5003, 5007, 5009, 5011, 5013, 5017, 5019, 5021, 5023, 5027, 5029, 5031, 5033, 5037, 5039, 5041, 5043, 5047, 5049, 5051, 5053, 5057, 5059, 5061, 5063, 5067, 5069, 5071, 5073, 5077, 5079, 5081, 5083, 5087, 5089, 5091, 5093, 5097, 5099, 5101, 5103, 5107, 5109, 5111, 5113, 5117, 5119, 5121, 5123, 5127, 5129, 5131, 5133, 5137, 5139, 5141, 5143, 5147, 5149, 5151, 5153, 5157, 5159, 5161, 5163, 5167, 5169, 5171, 5173, 5177, 5179, 5181, 5183, 5187, 5189, 5191, 5193, 5197, 5199, 5201, 5203, 5207, 5209, 5211, 5213, 5217, 5219, 5221, 5223, 5227, 5229, 5231, 5233, 5237, 5239, 5241, 5243, 5247, 5249, 5251, 5253, 5257, 5259, 5261, 5263, 5267, 5269, 5271, 5273, 5277, 5279, 5281, 5283, 5287, 5289, 5291, 5293, 5297, 5299, 5301, 5303, 5307, 5309, 5311, 5313, 5317, 5319, 5321, 5323, 5327, 5329, 5331, 5333, 5337, 5339, 5341, 5343, 5347, 5349, 5351, 5353, 5357, 5359, 5361, 5363, 5367, 5369, 5371, 5373, 5377, 5379, 5381, 5383, 5387, 5389, 5391, 5393, 5397, 5399, 5401, 5403, 5407, 5409, 5411, 5413, 5417, 5419, 5421, 5423, 5427, 5429, 5431, 5433, 5437, 5439, 5441, 5443, 5447, 5449, 5451, 5453, 5457, 5459, 5461, 5463, 5467, 5469, 5471, 5473, 5477, 5479, 5481, 5483, 5487, 5489, 5491, 5493, 5497, 5499, 5501, 5503, 550		



$$\frac{AC}{AF} = \frac{KC}{KD}$$

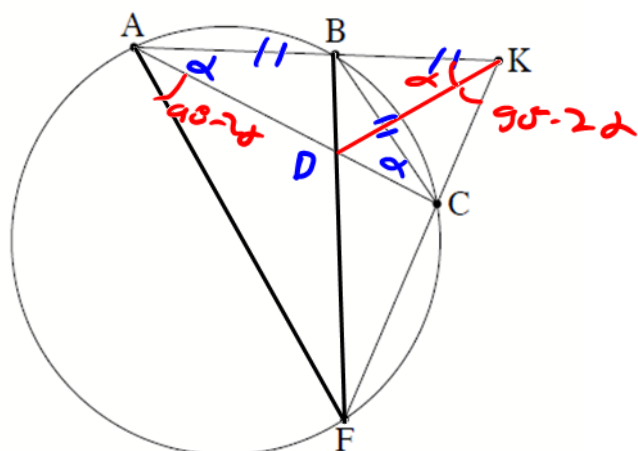
היטונים גלויים, ולכן

העברנו בסעיף כי $KD = AD$ ולכן:

$$\frac{AC}{AF} = \frac{KC}{AD} \Rightarrow \boxed{AC \cdot AD = KC \cdot AF}$$

נ.ש.ל 3







5. בסרטוט שלפניכם דלתון ABCD (AB = AD, CB = CD).

נתון: $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, $\angle BAD = \angle CDB = 2\alpha$.

נסמן: AB = k.

א. הביעו באמצעות k ו- α את רדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB.

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD גדול פי $\frac{4}{3}$

מרדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB.

ב. מצאו את גודל הזווית BAD.

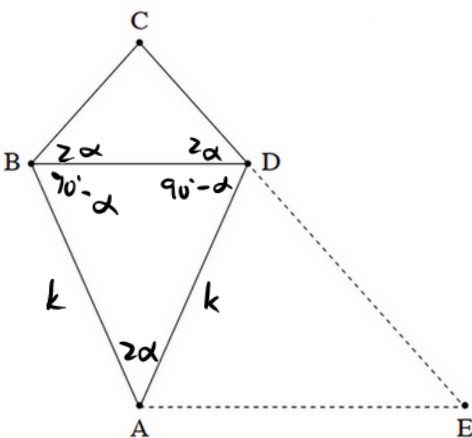
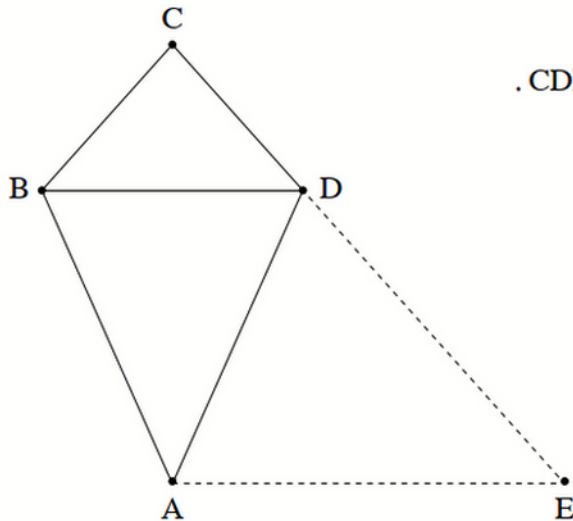
הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABD.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל ל-BD וחותך את

המשך הצלע CD בנקודה E.

נתון כי שטח המשולש AOE הוא 70.

ג. מצאו את הערך של k.



נתונים:

$$AB = AD = k$$

$$CB = CD$$

$$\angle BAD = \angle CDB = 2\alpha$$

$\triangle BAD$:

$$\angle B = \angle D = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha$$

$$\frac{k}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{BD}{\sin 2\alpha}$$

$$= \cos \alpha$$

$$BD = \frac{k \cdot \sin 2\alpha}{\cos \alpha} = \frac{k \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

$$BD = 2k \sin \alpha$$

$\triangle BDC$: $\angle B = \angle C = 2\alpha$

אז כל זוויות בסיס הן $90^\circ - \alpha$

$$\angle C = 180^\circ - 4\alpha$$

$$\frac{BD}{\sin(180^\circ - 4\alpha)} = 2R$$

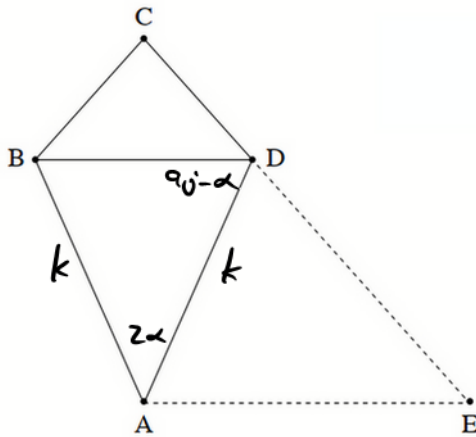
$$R = \frac{2k \sin \alpha}{2 \sin 4\alpha}$$

$$R = \frac{k \cdot \sin \alpha}{\sin 4\alpha}$$

רדיוס המעגל החוסם
את המשולש BDC:

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD גדול פי $\frac{4}{3}$

מרדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB.

ב. מצאו את גודל הזווית BAD.

$$\Delta ABD: \frac{k}{\sin(90-\alpha)} = 2R_{ABD}$$

$$R_{ABD} = \frac{k}{2\cos\alpha}$$

$$R_{ABD} = \frac{4}{3} \cdot R_{CDB}$$

$$\frac{k}{2\cos\alpha} = \frac{4}{3} \cdot \frac{k \sin\alpha}{\sin 4\alpha} \quad | : k$$

$$3 \cdot \sin 4\alpha = 4 \cdot 2 \sin\alpha \cos\alpha$$

$$3 \cdot 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha = 4 \sin 2\alpha \quad | : 2$$

$$3 \sin 2\alpha \cos 2\alpha = 2 \sin 2\alpha$$

$$\sin 2\alpha \cdot (3 \cos 2\alpha - 2) = 0$$

$$0 < \alpha < 45^\circ$$

$$\sin 2\alpha = 0$$

$$3 \cos 2\alpha = 2$$

$$2\alpha = 0$$

$$2\alpha = 180^\circ$$

$$\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$$

$$\alpha = 0$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$2\alpha = 48.19^\circ$$

$$\angle BAD = 48.19^\circ$$

$$\text{סוף}$$

$$\text{סוף}$$

$$\alpha = 24.1^\circ$$





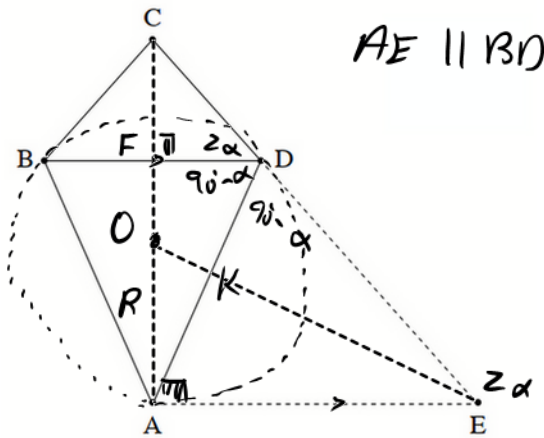
הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABD.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל ל-BD וחותך את

המשך הצלע CD בנקודה E.

נתון כי שטח המשולש AOE הוא 70.

ג. מצאו את הערך של k.



$$\angle ADE = 180 - 2\alpha - (90 - \alpha) = 90 - \alpha$$

השנייה לשנייה של אותה

$$\angle AED = \angle BDC = 2\alpha$$

שנייה ממשלית של אותה כי הם מקבילים

$$\triangle ADE: \frac{k}{\sin 2\alpha} = \frac{AE}{\sin(90 - \alpha)} \Rightarrow AE = \frac{k \cdot \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{k}{2 \sin \alpha}$$

נסמן F ממשלית של אותה כי הם מקבילים

$$\angle CFD = 90^\circ$$

$$\angle OAE = \angle CFD = 90^\circ$$

שנייה ממשלית של אותה כי הם מקבילים

$$S_{AOE} = \frac{1}{2} \cdot R \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{2 \cos \alpha} \cdot \frac{k}{2 \sin \alpha} = \frac{k^2}{4 \sin 2\alpha} = 70$$

$$k = \sqrt{70 \cdot 4 \sin 2\alpha}$$

$$2\alpha = 48.19^\circ$$

$$k = 14.45$$





6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{\sqrt{5x^2 - kx}}{x^3}$, k הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות k את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = -f(x)$.

שיעור ה- x של נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $h(x)$ הוא 1.6.

ב. מצאו את הערך של k .

הציבו $k = 8$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = (f(x))^2$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

א הוא פרמטר גדול מ-2.

ה. האם ערך הביטוי $\int_a^{a+1} g(x) dx$ שווה, גדול או קטן בהשוואה לערך הביטוי $\int_a^{a+1} f(x) dx$? נמקו את תשובתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 2$ ו- $x = 6$.

$$f(x) = \frac{\sqrt{5x^2 - kx}}{x^3} \quad k > 0 \quad \text{נתון חיובי}$$

$$5x^2 - kx = 0$$

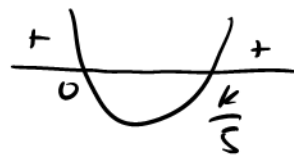
$$5x^2 - kx \geq 0 \quad \text{או} \quad x^3 \neq 0$$

$$x(5x - k) = 0$$

$$x \neq 0$$

$$x = 0 \quad 5x = k$$

$$x = \frac{k}{5}$$



$$x \leq 0, x \geq \frac{k}{5} \quad \text{או} \quad x \neq 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x \geq \frac{k}{5}, x < 0}$$



$$h(1.6) = f(1.6) \quad \text{ונניח} \quad h(x) = -f(x) \quad .7$$

בנקודה המשותפת $x=1.6$ $f(x) = -f(x)$

$$2f(x) = 0 \Rightarrow f(1.6) = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{5 \cdot 1.6^2 - 8 \cdot 1.6}}{2 \cdot 1.6^3} = 0$$

$$12.8 - 1.6k = 0 \quad \boxed{k = 8} \quad \frac{k}{5} = 1.6$$

7(1) $f(x) = \frac{\sqrt{5x^2 - 8x}}{x^3}$, $x < 0$, $x \geq 1.6$ $\rightarrow$ אסימפּטוטה

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x=0 \text{ אסימפּטוטה אנכית} \\ y=0 \text{ אסימפּטוטה אופקית} \end{array}}$$

$$u = \sqrt{5x^2 - 8x}$$

$$v = x^3$$

7(2) נקודת קיצון

$$u' = \frac{10x - 8}{2\sqrt{5x^2 - 8x}} = \frac{5x - 4}{\sqrt{5x^2 - 8x}}$$

$$v' = 3x^2$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{(5x-4) \cdot x^3}{\sqrt{5x^2-8x}} - \frac{3x^2 \cdot \sqrt{5x^2-8x}}{1}}{(x^3)^2} = \frac{x^3(5x-4) - 3x^2(5x^2-8x)}{x^6 \sqrt{5x^2-8x}}$$

$$= \frac{x^2 \cdot [5x^2 - 4x - 15x^2 + 24x]}{x^6 \sqrt{5x^2 - 8x}} = \frac{-10x^2 + 20x}{x^4 \sqrt{5x^2 - 8x}}$$

$$f'(x) = \frac{-10x^2 + 20x}{x^4 \sqrt{5x^2 - 8x}} = 0 \quad -10x^2 + 20x = 0$$

$$10x(-x+2) = 0$$

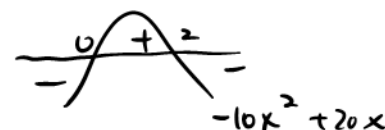
$$x = 0 \quad x = 2$$

פס

x		0	1.6	2	
f'	-	/	קצו	+	-
f	↓	/	min	↑	↓

ok kP
שטח

$$f'(x) = \frac{-10x^2 + 20x}{(+)}$$

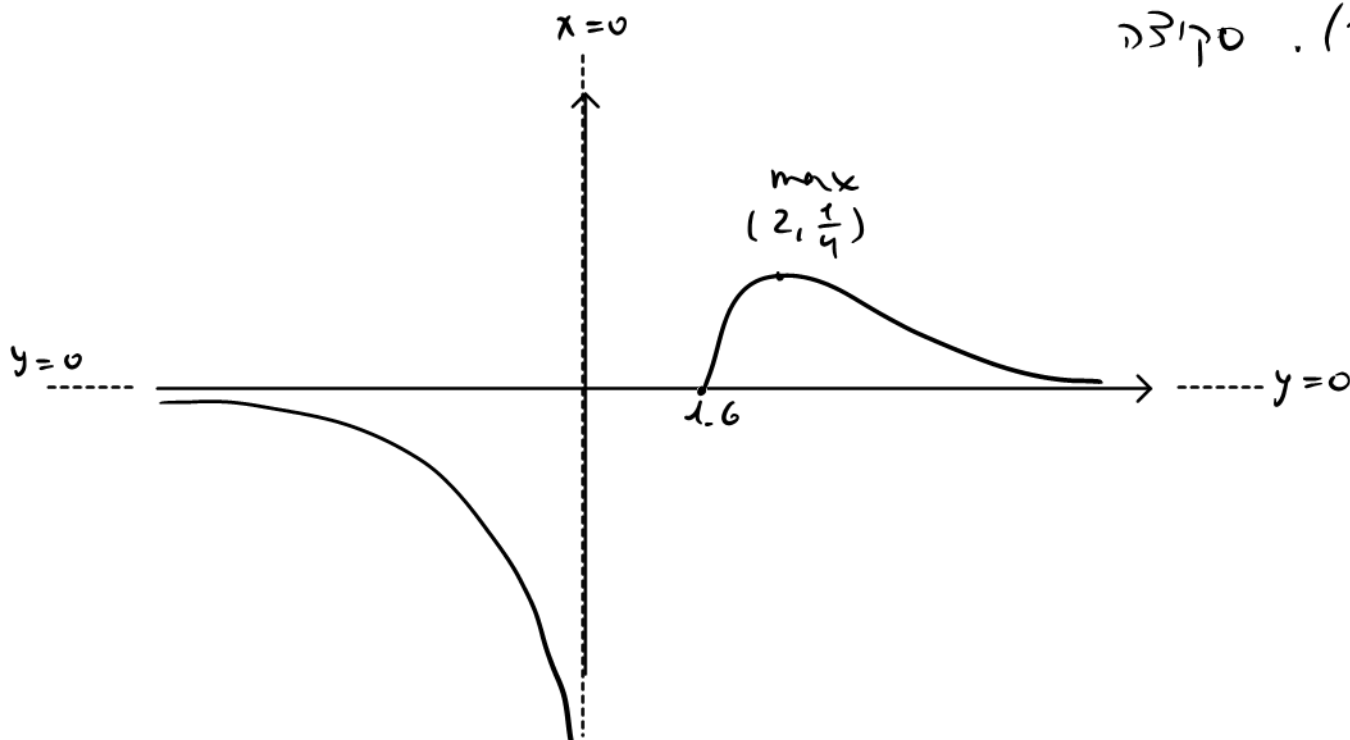


$$f(3) = \frac{\sqrt{5 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2}}{3^3} = \frac{1}{4}$$

$$\max(2, \frac{1}{4})$$

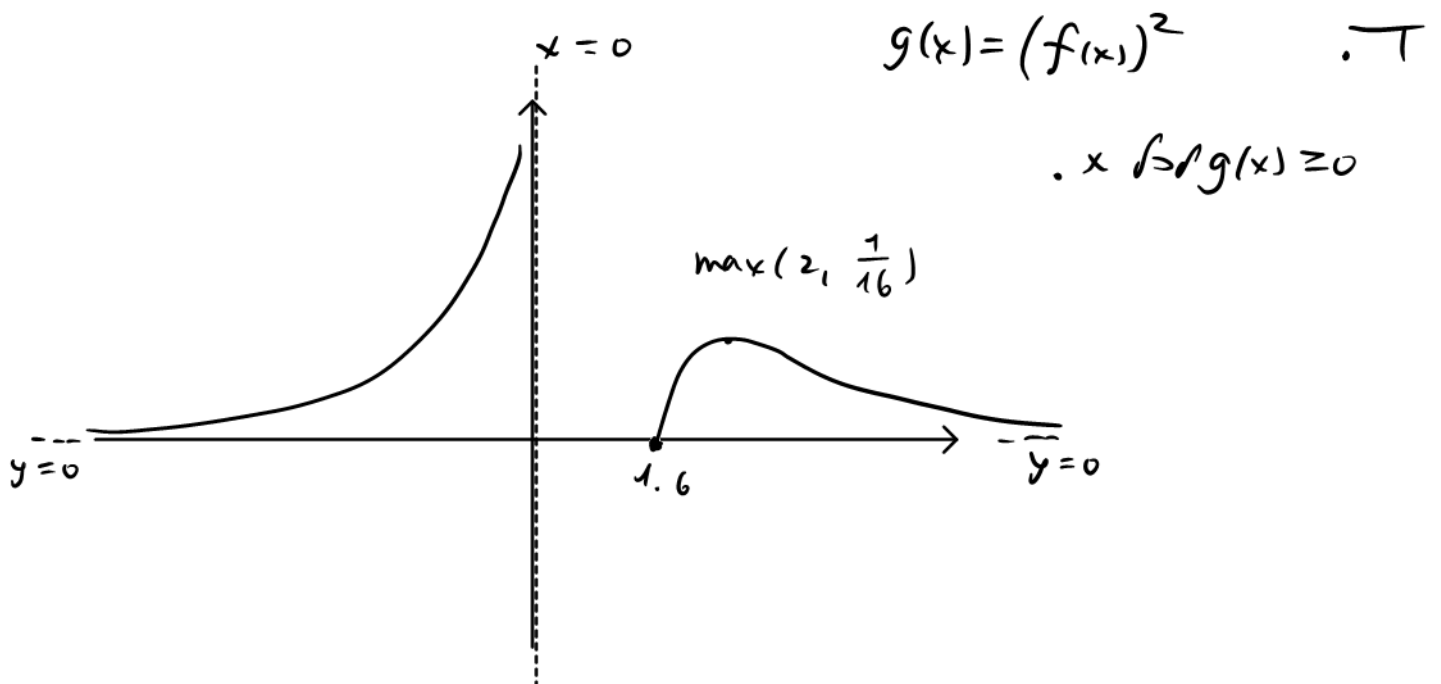
$$\min(1.6, 0)$$

ה(3). סקיצה





נתונה הפונקצייה $g(x) = (f(x))^2$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.



a הוא פרמטר גדול מ-2. $a > 2$
ה. האם ערך הביטוי $\int_a^{a+1} g(x) dx$ שווה, גדול או קטן בהשוואה לערך הביטוי $\int_a^{a+1} f(x) dx$? נמקו את תשובתכם.
ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 2$ ו- $x = 6$.

ה. עבור $0 < f(x) < 1$ מתקיים $g(x) < f(x)$.

לדוגמה $g(2) < f(2)$ בנקודת המקסימום.

עבור $a > 2$ ו- $a > 1$ מתקיים $0 < f(x) < 1$

לכן האינטגרל באותו תחום של $f(x)$ קטן מאשר של $f(x)$

תשובה: קטן





$$g(x) = (f(x))^2 = \left(\frac{\sqrt{5x^2 - 8x}}{x^3} \right)^2 = \frac{5x^2 - 8x}{x^6} \quad .1$$

$$g(x) = \frac{5}{x^4} - \frac{8}{x^5}$$

$$\int g(x) dx = \int (5 \cdot x^{-4} - 8 \cdot x^{-5}) dx = \frac{5 \cdot x^{-3}}{-3} - 8 \cdot \frac{x^{-4}}{-4} + C$$

$$S = \int_2^6 g(x) dx = \left[-\frac{5}{3} x^{-3} + 2 \cdot x^{-4} \right] \Big|_2^6 =$$

$$= \left(-\frac{1}{162} \right) - \left(-\frac{1}{12} \right) = \frac{25}{324} = 0.07716$$

$$S = \frac{25}{324} = 0.0772$$



7. נתונה הפונקצייה $f(x) = (\sin x)^2 + \cos x - 1$, המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x) + b}$, b הוא פרמטר.

נתון כי לפונקצייה $g(x)$ יש בדיוק שתי אסימפטוטות אנכיות.

ד. כתבו שני ערכים אפשריים של b , שאחד מהם חיובי והאחר שלילי.

הציבו בפונקצייה $g(x)$ את הערך השלילי של b שמצאתם, וענו על הסעיפים ה-ו.

ה. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

א.7

נניח כי :

$$f(x) = f(-x)$$

$$(\sin x)^2 + \cos x - 1 = (\sin(-x))^2 + \cos(-x) - 1$$

לפי הזהויות: $\sin(-x) = -\sin x$
 $\cos(-x) = \cos x$

נקרא:

$$(\sin x)^2 + \cos x - 1 = (-\sin x)^2 + \cos x - 1$$

$$(\sin x)^2 + \cos x - 1 = (\sin x)^2 + \cos x - 1$$

נניח כי $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ אז $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$$f(x) = 1 - (\cos x)^2 + \cos x - 1$$

אז $f(x) = \cos x - (\cos x)^2$

$$f(x) = \cos x - (\cos x)^2$$



חלק 1

$$\cos x - (\cos x)^2 = 0$$

$$\cos x (1 - \cos x) = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\cos x = 1$$

$$x = 2\pi k$$

$$k = -1: x = -\frac{\pi}{2}$$

$$k = 0: x = 0$$

$$k = 0: x = \frac{\pi}{2}$$

נמצא נקודות קיצון: $-\pi \leq x \leq \pi$

$$\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right), (0, 0), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

חלק 2

$$f'(x) = -\sin x + 2\cos x \sin x$$

$$\sin x (2\cos x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi k$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$k = -1: x = -\pi$$

$$k = 0: x = \frac{\pi}{3}$$

$$k = 0: x = -\frac{\pi}{3}$$

נמצא נקודות קיצון: $-\pi \leq x \leq \pi$

$$k = 0: x = 0$$

$$k = 1: x = \pi$$

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$	π
$f'(x)$	+	-	+	-	
$f(x)$					

$$f'(-\frac{\pi}{3}) > 0$$

$$f'(-\frac{\pi}{2}) < 0$$

$$f'(\frac{\pi}{3}) > 0$$

$$f'(\frac{\pi}{2}) < 0$$





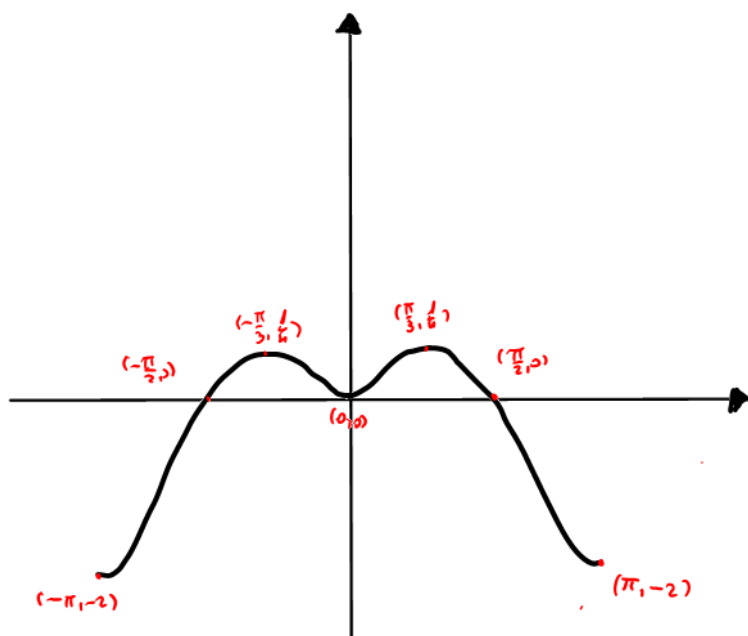
המשך

7.2. $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)^2 = \frac{1}{4}$
 $f(\pi) = \cos(\pi) - (\cos(\pi))^2 = -2$

לכן נבדוק נקודות קיצון פנימיות והגבולות:

$$\min(-\pi, -2), \max\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4}\right), \min(0, 0), \max\left(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4}\right), \min(\pi, -2)$$

7.3.



7.4. א"ה שההתנה של מספר ויתאפשר ב-2 נקודות
 בדיוק (בדק שחזרתי של מספר לאחר הצלחה אנחנו
 וחתנו את צורה ב-2 נקודות בדיוק $(b + f(x), f(x))$, צוה
 הצלחה אנוכי של $f(x) - b$ (היחסית)
 כי יקרה בעצמו $0 < b \leq 2$ או $b = -\frac{1}{4}$

$$b = -\frac{1}{4}, \quad b = 1$$

הנקודה b גרמנית
 המינימום/המקסימום:

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





חזק 7

$$g(x) = \frac{1}{f(x) - \frac{1}{4}}$$

תחום ההגדרה של f הוא: $-\pi \leq x \leq \pi$
 אזי מתואר הנקודה חיתוך של f עם ציר ה-
 כאשר הציר אנכי של $\frac{1}{4}$ שבי מטה. הנקודה של
 החיתוכים הם ציר x וגם y (כפי, $\frac{\pi}{3}$, $-\frac{\pi}{3}$)

$$-\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{3} \text{ או } -\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3} \text{ או } \frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi$$

חזק 7

$$g'(x) = \frac{0(f(x) - \frac{1}{4}) - f'(x)}{(f(x) - \frac{1}{4})^2}$$

$$g'(x) = \frac{-f'(x)}{(f(x) - \frac{1}{4})^2} \longrightarrow g'(x) = 0 \longrightarrow -f'(x) = 0$$

אז $x = \frac{\pi}{3}$! $x = -\frac{\pi}{3}$ שונים קטנים בהגדרה של f
 שינוי ה- x של הנקודה הקיצון לא ישתנה, אך מכיוון אסמך הנגזרת
 של f ! f (גדל) תחומי קטנים והיכוד והתפס, ולכן סוג הקיצון
 נחלק. זרבי הקיצון של f :

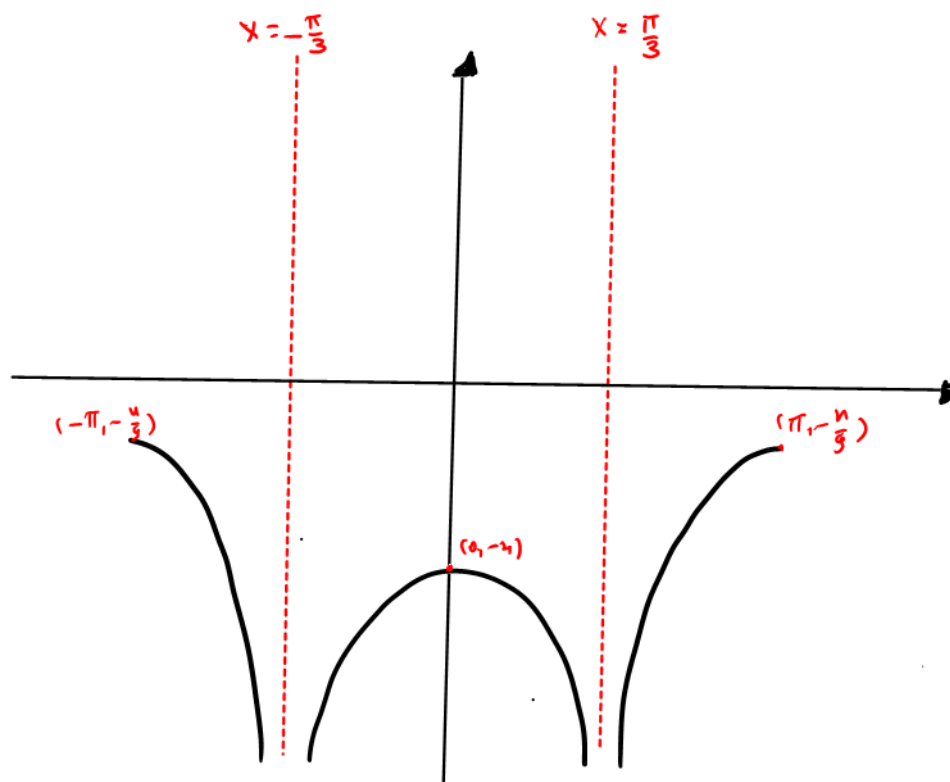
$$g(x_1) = \frac{1}{f(x_1) - b}$$

$$\max(-\pi, -\frac{\pi}{3}), \max(0, -\frac{\pi}{3}), \max(\pi, -\frac{\pi}{3})$$





71.





8. נתונה הפונקצייה $f(x) = kx^3 - 3x^2 + 8kx$, המוגדרת לכל x .

k הוא פרמטר שונה מ-0.

הנקודה A היא נקודת הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

נתון כי הנקודה A נמצאת ברביע הראשון.

ב. מצאו את תחום הערכים האפשרי של k .

דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה B , ואנך לציר ה- y החותך אותו בנקודה C .

נתון ריבוע I שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע AB , וריבוע II שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע AC .

ג. מצאו את הערך של k שבעבורו סכום שטחי הריבועים I ו- II הוא מינימלי (תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).

$$f'(x) = 3kx^2 - 6x + 8k$$

1c

$$f''(x) = 6kx - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{k}$$

$$f\left(\frac{1}{k}\right) = k \cdot \left(\frac{1}{k}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{k}\right)^2 + 8k \cdot \frac{1}{k} = \frac{1}{k^2} - \frac{3}{k^2} + 8 = 8 - \frac{2}{k^2}$$

$$\left(\frac{1}{k}, 8 - \frac{2}{k^2}\right) A$$

$$x_A = \frac{1}{k} > 0 \rightarrow k > 0$$

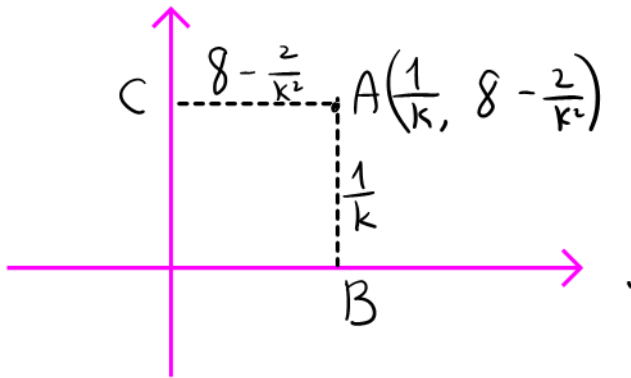
2

$$y_A = 8 - \frac{2}{k^2} > 0 \rightarrow 8 > \frac{2}{k^2} \rightarrow k^2 > \frac{1}{4} \rightarrow k > \frac{1}{2}$$

$$k > \frac{1}{2} \text{ מס' כ"מ}$$



דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה-x החותך אותו בנקודה B, ואנך לציר ה-y החותך אותו בנקודה C.
נתון ריבוע I שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע AB, וריבוע II שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע AC.
ג. מצאו את הערך של k שבעבורו סכום שטחי הריבועים I ו-II הוא מינימלי (תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).



$$\text{I ריבוע } S = AB^2 = \left(\frac{1}{k}\right)^2 = \frac{1}{k^2} \quad \text{II ריבוע } S = AC^2 = \left(8 - \frac{2}{k^2}\right)^2$$

$$\text{סכום הריבועים } S(k) = \frac{1}{k^2} + \left(8 - \frac{2}{k^2}\right)^2 = \frac{1}{k^2} + 64 - 2 \cdot 8 \cdot \frac{2}{k^2} + \frac{4}{k^4} =$$

$$S(k) = \frac{4}{k^4} - \frac{32}{k^2} + 64 = 4 \cdot k^{-4} - 32k^{-2} + 64$$

$$S'(k) = -16k^{-5} + 64k^{-3} = \frac{-16}{k^5} + \frac{64}{k^3} = \frac{-16 + 64k^2}{k^5} = 0$$

$$16 = 64k^2 \rightarrow k^2 = \frac{16}{64} \rightarrow k = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{64}}$$

$$\text{מקלור } S''(k) = 124k$$

$$S''\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{64}}\right) = 124 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{64}} = + \rightarrow \min$$

דפוסים עקרו $k = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{64}}$ סכום השטחים מינימלי