פתרון הבחינה
במתמטיקה

חורף תשפ"ו, 2026, שאלון 35572, גרסה 06:

מוגש ע"י צוות מורי מתמטיקה של "יואל גבע"

1. נתונה אליפסה שמשוואתה קנונית. הנקודה $A(2\,,6)$ נמצאת על האליפסה.

שיעורי המוקד הימני של האליפסה הם $(\sqrt{25.6}\,,0)$.

א. מצאו את משוואת האליפסה.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה־ x .

דרך הנקודה A העבירו ישר העובר דרך ראשית הצירים, הנקודה O .

הנקודה C היא נקודה כלשהי על הישר AO . הנקודה P היא אמצע הקטע BC .

ב. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P .

ג. מצאו את משוואת המעגל המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם, ומשיק לישר AO בנקודה O .

נתונה אליפסה שמשוואתה קנונית. הנקודה $A(2\,,6)$ נמצאת על האליפסה.

שיעורי המוקד הימני של האליפסה הם $(\sqrt{25.6}\,,0)$.

א. מצאו את משוואת האליפסה.

נתון: $c=\sqrt{25.6}$

נציב את הנקודה $A(2,6)$ במשוואת אליפסה.

בנוסף נזכור שמתקיים הקשר $a^2-b^2=c^2$

$$\text{I}\quad \frac{2^2}{a^2}+\frac{6^2}{b^2}=1 \rightarrow \frac{4}{a^2}+\frac{36}{b^2}=1$$

$$\text{II}\quad a^2-b^2=\left(\sqrt{25.6}\right)^2 \rightarrow a^2=25.6+b^2$$

נציב את משוואה II לתוך משוואה I

$$\frac{4}{25.6+b^2}+\frac{36}{b^2}=1 \rightarrow 4b^2+36(25.6+b^2)=b^2(25.6+b^2) \rightarrow$$

$$4b^2+921.6+36b^2=25.6b^2+b^4 \rightarrow b^4-14.4b^2-921.6=0 \rightarrow$$

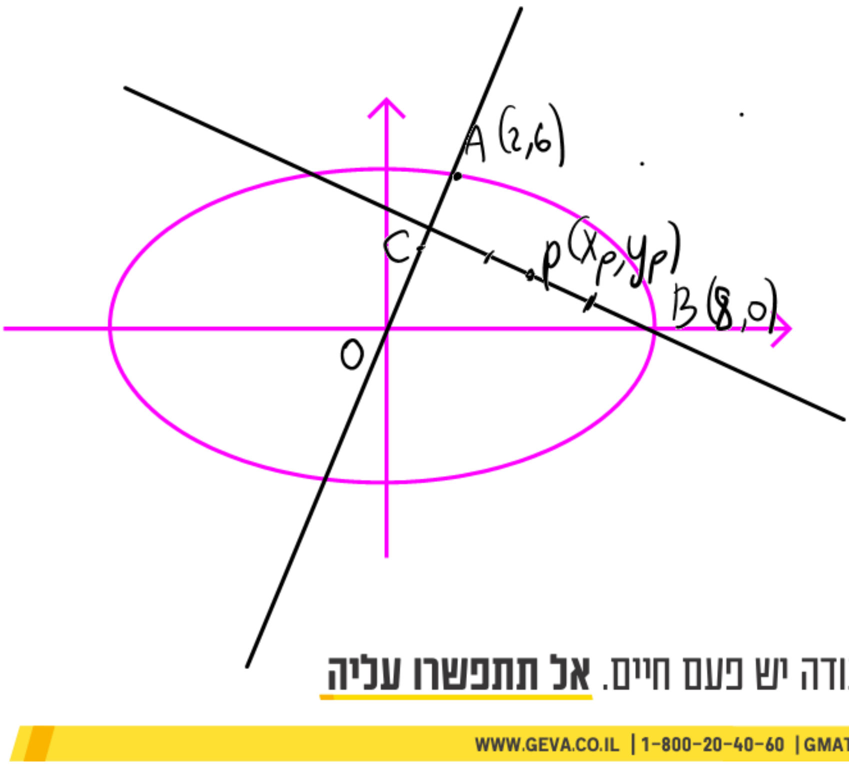
$b^2=38.4$ $b^2=-24$ נפסל

$a^2=64$

$$\boxed{\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{38.4}=1}$$ משוואת האליפסה

הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה־ x .
דרך הנקודה A העבירו ישר העובר דרך ראשית הצירים, הנקודה O .
הנקודה C היא נקודה כלשהי על הישר AO . הנקודה P היא אמצע הקטע BC .

ב. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P .



נקודה B היא (8,0)

משוואת הישר AO היא
$y=3x$

$$x_p=\frac{x_c+8}{2} \rightarrow x_c=2x_p-8$$

$$y_p=\frac{y_c+0}{2} \rightarrow y_c=2y_p$$

$C(2x_p-8,\ 2y_p)$

כעת נציב את הנקודה C מבוטאת ע"י X_p ו Y_p לתוך משוואת הישר AO

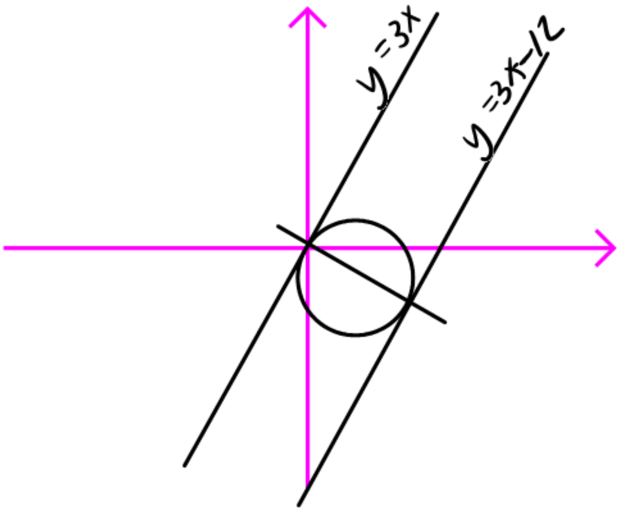
$$2Y_p=3(2X_p-8)$$

$$2y=6X-24$$

$$\boxed{y=3X-12}$$:המקום הגאומטרי המבוקש

ג. מצאו את משוואת המעגל המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם, ומשיק לישר AO בנקודה O.

המקום הגאומטרי שמצאנו מתאר ישר מקביל לישר AO



בראשית נמצא את המרחק בין הישרים - הוא קוטר המעגל.

$$-3X+y=0$$

$$-3X+y+12=0$$

$$d=\frac{|12-0|}{\sqrt{(-3)^2+1^2}}=\frac{12}{\sqrt{10}}=$$ קוטר המעגל

כעת נתאר את משוואת הישר עליו מונח הקוטר ויוצא מראשית הצירים $y=-\frac{1}{3}X$.

נמצא את החיתוך בין הישר הנ"ל למקום הגאו' אותו מצאנו לפסים נמצא את אמצע הקוטר ע"י נוסחת אמצע קטע.

$$-\frac{1}{3}x = 3x - 12 \quad / \cdot 3$$

$$-x = 9x - 36$$

$$36 = 10x$$

$$3.6 = x$$

$$y = -1.2$$

נקודת החיתוך בין הישר עליו מונח הקוטר לבין המקום הגאו' היא $(3.6, -1.2)$

כעת נמצא את מרכז המעגל ע"י אמצע קטע בין ראשית הצירים לבין הנקודה שחשבנו

$(1.8, -0.6)$ מרכז המעגל , $R = \frac{6}{\sqrt{10}}$

$$\boxed{(x-1.8)^2 + (y+0.6)^2 = 3.6}$$ משוואת המעגל

.2 בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$.

נתון כי משוואת המישור $A'B'C'D'$ היא $x+4y-8z-126=0$,

וכי $B(0,7,8)$.

א. מצאו את אורך המקצוע BB'.

נתון כי הצגה פרמטרית של הישר AB היא $\underline{x}=(0,7,8)+t(0,2,1)$.

אורך המקצוע AB הוא $5\sqrt{5}$, ושיעור ה־ y של הקודקוד A הוא שלילי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד A.

ג. מצאו את משוואת המישור $ABB'A'$.

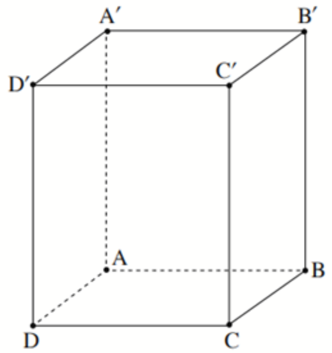
נתונה נקודה $M(k,1,5)$, k הוא פרמטר חיובי.

נתון כי גודל הזווית שבין הישר AB ובין הישר AM הוא 60°.

ד. מצאו את הערך של k (תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).

נתון כי הנקודה M נמצאת על המישור $DCC'D'$.

ה. מצאו את נפח התיבה.



פתרון:

א. אורך המקצוע BB' הוא מרחק נקודה B ממישור הבסיס העליון $A'B'C'D'$. נשתמש בנוסחה למרחק נקודה ממישור:

$$d_*=\frac{|ax_1+by_1+cz_1+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{|0+4\cdot7-8\cdot8-126|}{\sqrt{1^2+4^2+(-8)^2}}=\frac{162}{\sqrt{81}}=18$$

תשובה: $\boxed{|BB'|=18}$

ב. ההצגה הפרמטרית של AB היא:

$$\underline{x}=(0,7,8)+t(0,2,1)$$

נסמן: $A(0,7+2t,8+t)$

נתון $|AB|=5\sqrt{5}$, לכן נציב בנוסחה לאורך וקטור:

$$\sqrt{(0-0)^2+(7+2t-7)^2+(8+t-8)^2}=5\sqrt{5}\quad /(\ )^2$$

$$4t^2+t^2=125 \qquad t^2=25\quad /\sqrt{\ }$$

$$5t^2=125 \qquad t=\pm5$$

נתון כי שיעור y של נקודה A שלילי, לכן $t=-5$

ונקבל:

$$\boxed{A(0,-3,3)}$$

ב. מישור $ABB'A'$ מאונך למישור הבסיס $A'B'C'D'$

ולכן הנורמל של הבסיס הוא וקטור כיוון של המישור $ABB'A'$.

מכאן, שההצגה הפרמטרית שלו היא

$$\underline{x}=(0,7,8)+t(0,2,1)+q(1,4,-8)$$

נמצא את המשוואה של המישור:

$$\begin{cases}(a,b,c)\cdot(0,2,1)=0\\(a,b,c)\cdot(1,4,-8)=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2b+c=0\\a+4b-8c=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}c=-2b\\a=8c-4b\end{cases}$$

נבחר $b=-1$ ונקבל $c=2 \Leftarrow a=20$

משוואת המישור היא $20x-y+2z+d=0$

נציב נקודה $A(0,-3,3)$ ונמצא את d:

$$20\cdot 0-(-3)+2\cdot 3+d=0 \Rightarrow d=-9$$

משוואת מישור $ABB'A'$: $\boxed{20x-y+2z-9=0}$

ג. וקטור הכיוון של הישר AB הוא: $(0,2,1)$

וקטור הכיוון של הישר AM הוא:

$$\vec{AM}=M-A=(k,1,5)-(0,-3,3)=(k,4,2)$$

נציב בנוסחת זווית בין ישרים:

$$\cos 60^\circ=\frac{|(0,2,1)\cdot(k,4,2)|}{\sqrt{0^2+2^2+1^2}\cdot\sqrt{k^2+4^2+2^2}}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{|0+8+2|}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{k^2+16+4}} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{10}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{k^2+20}} \quad /(\ )^2$$

$$\frac{1}{4}=\frac{100}{5\cdot(k^2+20)} \Rightarrow 5k^2+100=400$$

$$5k^2=300 \Rightarrow k^2=60 \Rightarrow k=\pm\sqrt{60}$$

נתון $0<k \Leftarrow \boxed{k=\sqrt{60}}$

ה. לחישוב הנפח של התיבה חסר רק האורך של המקצוע BC / AD. הוא שווה למרחק של נקודה M מהפאה $ABB'A'$:

$$|BC|=\frac{|20\cdot\sqrt{60}-1+2\cdot5-9|}{\sqrt{20^2+1^2+2^2}}=\frac{20\sqrt{60}}{\sqrt{405}}=\frac{40\cdot\sqrt{3}}{9}$$

נחשב את הנפח של התיבה:

$$V=AB\cdot BC\cdot BB'=5\sqrt{5}\cdot18\cdot\frac{40\sqrt{3}}{9}=1{,}549.19$$

תשובה:

$$\boxed{V=1{,}549.19}$$

3. **א.** הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס המקיימות $|z - 3i| = \frac{z - \bar{z}}{2i} + 3$
הוא פרבולה, ומצאו את משוואתה.

נתון מספר מרוכב $w = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, $0^o < \theta < 90^o$, $r > 0$.

נתון מצולע קמור I , שקודקודיו מיוצגים על ידי פתרונות המשוואה $z^4 = \frac{1}{r^4} \cdot (\cos(4\theta) + i\sin(4\theta))$,
z הוא משתנה מרוכב.

ב. הביעו באמצעות r ו־ θ הצגה קוטבית של כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע I .

נתון מצולע II , שקודקודיו מיוצגים על ידי המספרים $w , -w , \frac{1}{w} , -\frac{1}{w}$.

ג. הביעו באמצעות r ו־ θ הצגה קוטבית של כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע II .

נתון כי מצולע II הוא מעוין.

ד. מצאו את הערך של θ .

נתון כי הנקודה המייצגת את w נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

ה. מצאו את היחס בין שטח מצולע II ובין שטח מצולע I .

א.

$z = x + yi$

$\bar{z} = x - yi$

$z - \bar{z} = 2yi \quad /:2i$

$\frac{z - \bar{z}}{2i} = y$

$|z - 3i| = \frac{z - \bar{z}}{2i} + 3$

$|x + yi - 3i| = y + 3$

$|x + (y-3)i| = y + 3$

$\sqrt{x^2 + (y-3)^2} = y + 3 \quad /()^2$

$x^2 + y^2 - 6y + 9 = y^2 + 6y + 9$

$x^2 = 12y \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{12}x^2}$

$w = r\,cis\,\theta$

נתון מספר מרוכב $w = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, $0^o < \theta < 90^o$, $r > 0$.

נתון מצולע קמור I , שקודקודיו מיוצגים על ידי פתרונות המשוואה $z^4 = \frac{1}{r^4} \cdot (\cos(4\theta) + i\sin(4\theta))$,

z הוא משתנה מרוכב.

ב. הביעו באמצעות r ו־ θ הצגה קוטבית של כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע I .

$$z^4 = \frac{1}{r^4} cis\,4\theta$$

$$z_k = \sqrt[4]{\frac{1}{r^4}}\; cis\left(\frac{4\theta + 360k}{4}\right) = \frac{1}{r} cis(\theta + 90k)$$

$$\boxed{\begin{aligned} z_0 &= \frac{1}{r} cis\,\theta \\ z_1 &= \frac{1}{r} cis(\theta + 90^\circ) \\ z_2 &= \frac{1}{r} cis(\theta + 180^\circ) \\ z_3 &= \frac{1}{r} cis(\theta + 270^\circ) \end{aligned}}$$

נתון מצולע II , שקודקודיו מיוצגים על ידי המספרים $-\frac{1}{w}$, $\frac{1}{w}$, $-w$, w .

ג. הביעו באמצעות r ו־ θ הצגה קוטבית של כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע II .

$$w = r\,cis\,\theta$$

$$-w = -r\,cis\,\theta = r\,cis(\theta + 180^\circ)$$

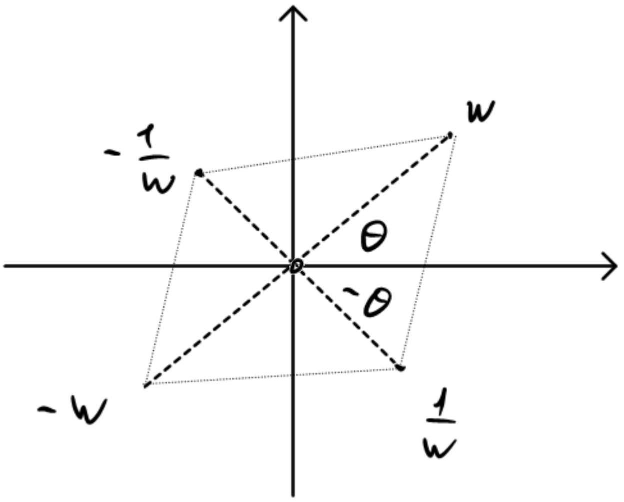
$$\frac{1}{w} = \frac{1\,cis\,0^\circ}{r\,cis\,\theta} = \frac{1}{r} cis(-\theta)$$

$$-\frac{1}{w} = -\frac{1}{r} cis(-\theta) = \frac{1}{r} cis(-\theta + 180^\circ)$$

$$\boxed{\begin{aligned} w &= r\,cis(\theta) \\ -w &= r\,cis(\theta + 180^\circ) \\ \frac{1}{w} &= \frac{1}{r} cis(-\theta) \\ -\frac{1}{w} &= \frac{1}{r} cis(-\theta + 180^\circ) \end{aligned}}$$

נתון כי מצולע II הוא מעוין.

ד. מצאו את הערך של θ .



אלכסוני מעוין
מאונכים זה לזה

$2\theta = 90^\circ$

$\boxed{\theta = 45^\circ}$

נתון כי הנקודה המייצגת את w נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

ה. מצאו את היחס בין שטח מצולע II ובין שטח מצולע I .

$w = r\cos\theta + ir\sin\theta$

$x = r\cos\theta = r\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}r$

$y = r\sin\theta = r\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}r$

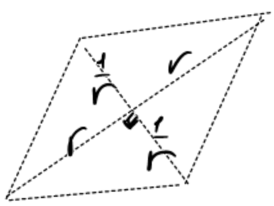
מסעיף א: $x^2 = 8y$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}r\right)^2 = 12\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}r$

$\frac{1}{2}r^2 = 6\sqrt{2}\,r \quad \backslash : r \neq 0$

$\frac{1}{2}r = 6\sqrt{2} \qquad r = 12\sqrt{2}$

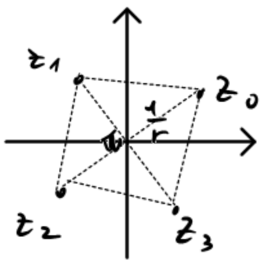
II.



$S_{II} = \frac{2r\cdot 2\frac{1}{r}}{2} = 2$
מעוין

$\frac{S_{II}}{S_I} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{2}{r^2}} = r^2 = 288$

I.



$S_I = \frac{2\frac{1}{r}\cdot 2\frac{1}{r}}{2} = \frac{2}{r^2}$

$\boxed{\frac{S_{II}}{S_I} = 288}$

.4 $f'(x)$ הוא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקצייה המקיימת $g(x)=e^{f(x)}\cdot f'(x)$.

הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו־ $g(x)$ מוגדרות בתחום $x\neq 0$.

נתון כי הפונקצייה $f(x)$ יורדת בתחום $x>0$ ובתחום $x<0$,

וכי $f'(x)\neq 0$ בכל תחום הגדרתה.

א. כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמקו את תשובתכם.

נתון כי $f(x)=\frac{1}{x}$.

ב. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

a הוא פרמטר גדול מ־ 1.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=\frac{1}{\ell na}$ ו־ $x=\frac{1}{\ell n(5a)}$ הוא 9.

ד. מצאו את הערך של a.

א. $e^{f(x)}>0$ $\qquad$ $g(x)=e^{f(x)}\cdot f'(x)$

לכל x בתחום ההגדרה $(x\neq 0)$

$f'(x)$ שלילית עבור $x\neq 0$, לפי תחומי ירידה נתונים של $f(x)$ $(x>0,\ x<0)$

$\boxed{\text{חיוביות של } g(x):\ \text{אין } x \qquad \text{שליליות של } g(x):\ x>0,\ x<0}$

נתון: $f(x)=\frac{1}{x}$

$f'(x)=-\frac{1}{x^2}$

I (1).

$g(x)=-\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-0\cdot e^{0}=0^-$

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\frac{1}{0}e^{0^-}=0^-$

$\lim\limits_{x\to0^+} g(x)=-\infty\cdot e^{+\infty}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to0^-} g(x)=-\infty\cdot e^{-\infty}=0^-$ (נקודת אי הגדרה מצד שמאל בלבד)

$y=0$ אס' אופקית עבור $x\to\pm\infty$
$x=0$ אס' אנכית עבור $x\to0^+$ בלבד

I (2).

$v=e^{\frac{1}{x}}$

$u=-\frac{1}{x^2}$

$v'=-\frac{1}{x^2}\cdot e^{\frac{1}{x}}$

$u'=-\frac{0\cdot x^2-1\cdot2x}{x^4}=-\frac{-2}{x^3}=\frac{2}{x^3}$

$(uv)'=u'v+u\cdot v'$

$g'(x)=\frac{2}{x^3}\cdot e^{\frac{1}{x}}+\left(-\frac{1}{x^2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}\right)$

$=\frac{2}{x^3}e^{\frac{1}{x}}+\frac{1}{x^4}e^{\frac{1}{x}}=e^{\frac{1}{x}}\cdot\left(\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x^4}\right)=\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^4}(2x+1)=g'(x)$

$g'(x)=0 \Rightarrow 2x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$

x		$-\frac{1}{2}$		0	
f'	$(-)$	0	$(+)$	//	$(+)$
f	↘	min	↗	//	↗

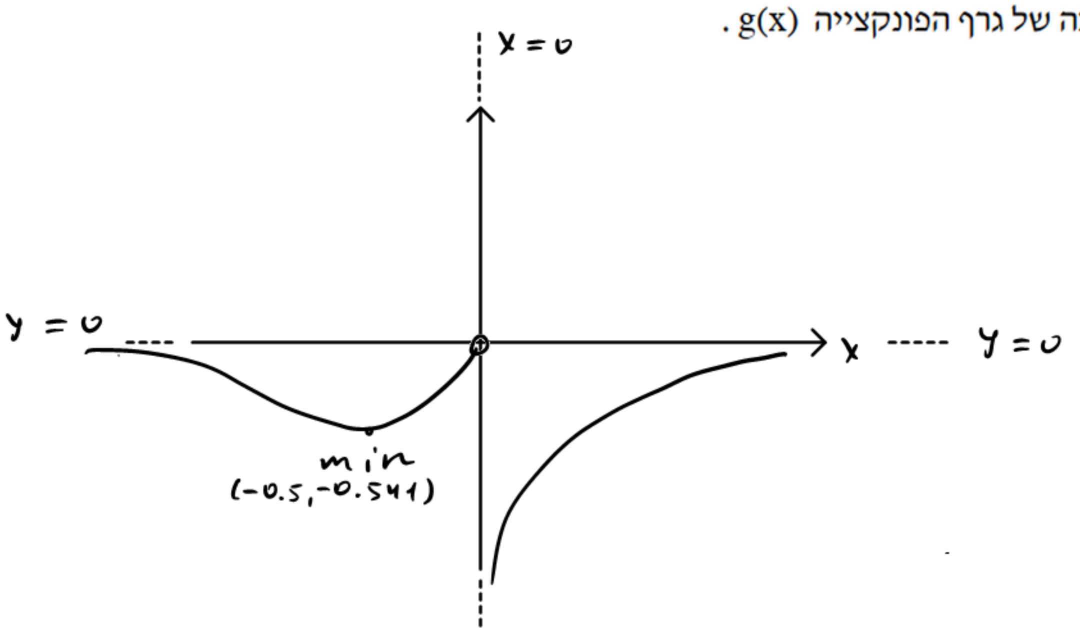
$g'(-1)=\frac{(+)}{(+)}(2\cdot(-1)+1)=(-)$

$g'(-\frac{1}{4})=\frac{(+)}{(+)}\cdot(+)=(+)$ $\quad g'(1)=(+)$

$g(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{0.25}e^{-2}=-4e^{-2}=-\frac{4}{e^2}\approx-0.541$

$\boxed{\min(-0.5,\ -4e^{-2})}$

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.



a הוא פרמטר גדול מ־ 1 .

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=\frac{1}{\ell na}$ ו־ $x=\frac{1}{\ell n(5a)}$ הוא 9 .

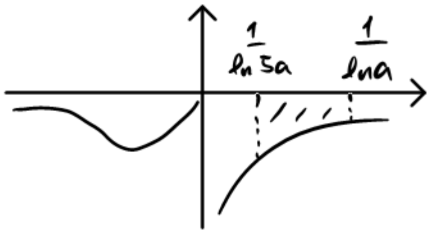
ד. מצאו את הערך של a .

מציאת האינטגרל :

$$\int g(x)dx = \int f'(x)\cdot e^{f(x)}dx = e^{f(x)}+c = e^{\frac{1}{x}}+c$$

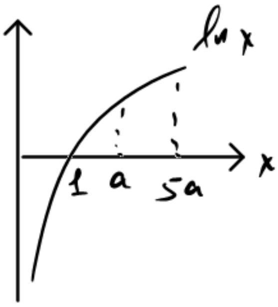
$\ln a > 0$

בגלל $a>1$



$\ln 5a > \ln a$

$\frac{1}{\ln a} > \frac{1}{\ln 5a}$



$$S = -\int_{\frac{1}{\ln 5a}}^{\frac{1}{\ln a}} g(x)dx = \left[-e^{\frac{1}{x}}\right]\Big|_{\frac{1}{\ln 5a}}^{\frac{1}{\ln a}} = \left[e^{\frac{1}{x}}\right]\Big|_{\frac{1}{\ln a}}^{\frac{1}{\ln 5a}} = e^{\ln 5a}-e^{\ln a} = 5a-a = 4a$$

$4a=9$

$\boxed{a=\frac{9}{4}}$

.5 נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{x}\left(a+\frac{1}{(\ell nx)^2}\right)$. a הוא פרמטר חיובי.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה $x=\frac{1}{e}$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=1$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ו.

$g(x)$ היא פונקציה שהנגזרת שלה מקיימת $g'(x)=f(x)$.

תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ידוע שלפונקציה $g(x)$ יש נקודת פיתול שנמצאת על ציר ה־ x .

ג. מצאו פונקציה $g(x)$ המקיימת תנאים אלה.

בעבור הפונקציה $g(x)$ שמצאתם ענו על הסעיפים ד–ו.

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה־ x .

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

5א.

$$f(x)=\frac{1}{x}\left(a+\frac{1}{(\ln x)^2}\right)$$

I $(\ln x)^2\neq 0$, $x\neq 1$ II $x\neq 0$ III $x>0$

$\boxed{\text{ת"ה}\quad x>1 \quad \text{או} \quad 0<x<1}$

5ב.

$$f'(x)=-\frac{1}{x^2}\left(a+\frac{1}{(\ln x)^2}\right)+\frac{1}{x}\left(\frac{-2\ln x\cdot\frac{1}{x}}{(\ln x)^4}\right)$$

$$f'(x)=-\frac{1}{x^2}\left(a+\frac{1}{(\ln x)^2}+\frac{2}{(\ln x)^3}\right)$$

5ד. $f'\left(\frac{1}{e}\right)=0$

$$-\frac{1}{\left(\frac{1}{e}\right)^2}\left(a+\frac{1}{\left(\ln\frac{1}{e}\right)^2}+\frac{2}{\left(\ln\frac{1}{e}\right)^3}\right)=0$$

$$a+1-2=0$$

$$\boxed{a=1}$$

5ה. $g(x)=\int\frac{1}{x}\left(1+\frac{1}{(\ln x)^2}\right)dx \longrightarrow \int\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x}(\ln x)^{-2}\right)dx$

לפי הנוסחה:

$$\int f(x)^n f'(x)\,dx=\frac{f(x)^{n+1}}{n+1}+c$$

$$g(x)=\ln|x|+\frac{(\ln x)^{-1}}{-1}+c$$

מכיון ו $x>0$:

$$g(x)=\ln x-\frac{1}{\ln x}+c$$

$$g''(x)=f'(x)=0$$

$$x=\frac{1}{e}$$

קיצון ב $g'(x)$ קורה רק באזור $x=\frac{1}{e}$ ולכן יש שינוי ב-x זו נק' הפיתול ב $g(x)$:

$g(x)$: $\left(\frac{1}{e},0\right)$

$$0=\ln\left(\frac{1}{e}\right)-\frac{1}{\ln\left(\frac{1}{e}\right)}+c$$

$$c=0$$

$$\boxed{g(x)=\ln x-\frac{1}{\ln x}}$$

5.3(1) $g(x) = \ln x - \frac{1}{\ln x}$

תחום הגדרה לגה:

$\lim_{x \to 0} \ln(0) - \frac{1}{\ln(0)} = -\infty - 0 = -\infty$

$\lim_{x \to 1} \ln(1) - \frac{1}{\ln(1)} = 0 - \frac{1}{0} = -\infty$

$\lim_{x \to \infty} \ln(\infty) - \frac{1}{\ln(\infty)} = \infty - 0 = \infty$

אופקיות: אין

אנכיות: $x=1$ $x=0$

5.3(2) $\ln x - \frac{1}{\ln x} = 0 \quad | \cdot \ln x$

$(\ln x)^2 = 1 \quad | \sqrt{}$

$\ln x = 1 \qquad \ln x = -1$

$x = e \qquad x = \frac{1}{e}$

$(e, 0) \qquad (\frac{1}{e}, 0)$

5.3(3) $g'(x)$ חיובית בתחום ההגדרה

$g'(x) = \frac{1}{x}\left(1 + \frac{1}{(\ln x)^2}\right)$

חיובי כי $x>0$

חזקה זוגית

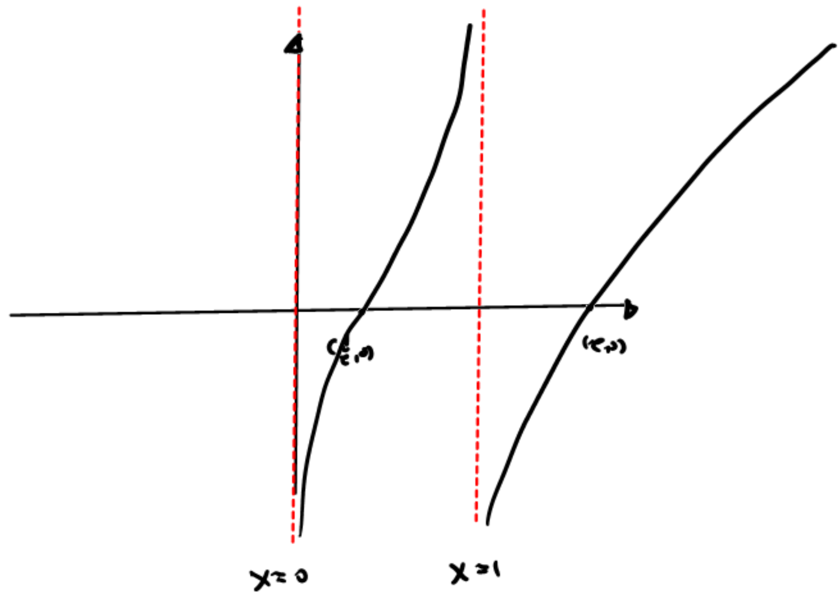
ולכן $g(x)$ עולה בכל תחום הגדרה

$\nearrow$: $0<x<1$ או $x>1$

$\searrow$: אין

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים. **אל תתפשרו עליה**

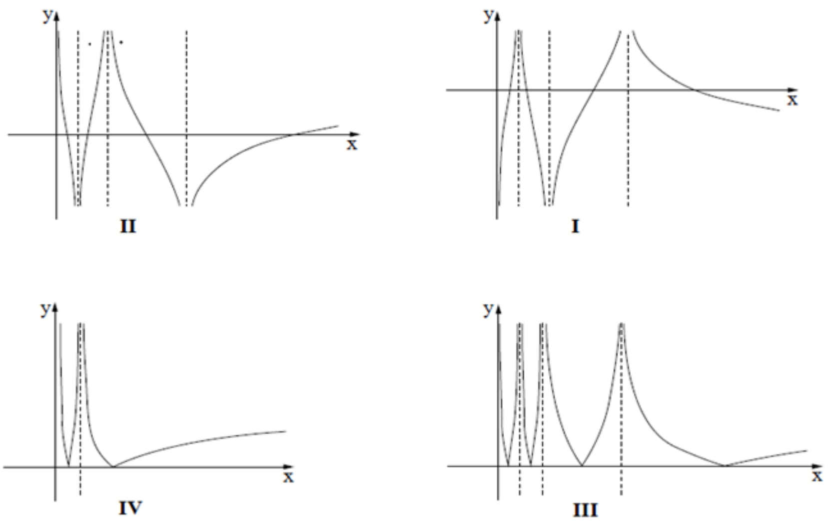
5ה.



נתונה הפונקציה $h(x)=\ell n|g(x)|$.

ו. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.

(2) אחד מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $h(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



5ו(1) תחום הגדרה של g(x) מצומצם ל h(x) וצריך ללא המקומות ש g(x) מתאפסת h(x) אינה מוגדרת ולכן:

$\boxed{0<x<\frac{1}{e} \text{ או } \frac{1}{e}<x<1 \text{ או } 1<x<e \text{ או } x>e}$

5ו(2) מבחינת תחום ההגדרה גרפים I-III רלוונטיים, נתמקד באסי' האנכיות של h(x): $x=\frac{1}{e}$, מכיוון ו g(x) שואפת ל-0 בסביבת זו h(x) תשאף ל $-\infty$

$\left(\lim_{x\to 0} \ln x = -\infty\right)$

$\boxed{\text{ולכן: גרף II}}$