



פתרון הבחינה במתמטיקה

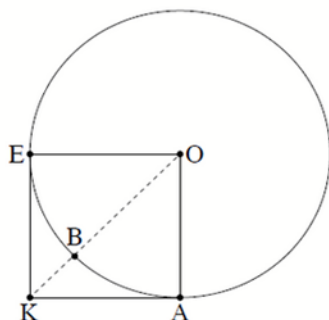
חורף תשפ"ו, 2026, שאלון 35571, גרסה 06:
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"





פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.



א. בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

דרך הנקודות A ו-E שעל המעגל העבירו שני משיקים המאונכים זה לזה.

המשיקים נחתכים בנקודה K.

הקטע KO חותך את המעגל בנקודה B.

(1) מצאו פי כמה גדול שטח המשולש AOB משטח המשולש AKB.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא 25.

(2) מצאו את אורך הגובה לצלע AK במשולש AKB.

פתרון:

א. (1) הריבוע AKEO הו-ל ריבוע (כי $\angle A = \angle K = \angle E = 90^\circ$), $OA = OK = OE = R$

$$KO^2 = AK^2 + AO^2 = 2R^2$$

$$KO = \sqrt{2}R$$

למשל, אוקה מואף:

$$\frac{S_{AOB}}{S_{AKB}} = \frac{\frac{OB \cdot h}{2}}{\frac{KB \cdot h}{2}} = \frac{OB}{KB} = \frac{R}{\sqrt{2}R - R} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = 2.414$$

יחס הגובהים: $\frac{1}{\sqrt{2} - 1} \approx 2.414$

(2) הריבוע (מ-3) או R אף הנתון מל שטח AOB:

$$S_{AOB} = \frac{AO \cdot BO \cdot \sin \angle AOB}{2}$$

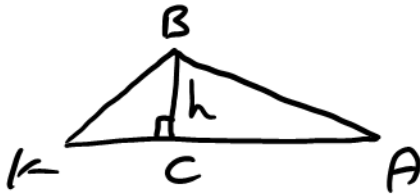
$$25 = \frac{R \cdot R \cdot \sin 45^\circ}{2} \Rightarrow R^2 = 50\sqrt{2} \Rightarrow R = 8.409$$

כעת נצייר זיכה ל-B אף אף:





נסה / ילד האובד h .



לפי טיפוס 1.

$$KB = \sqrt{2}R - R = 3.483$$

$$\angle BKC = 45^\circ$$

$$\frac{h}{3.483} = \sin 45^\circ \Rightarrow h = 2.46$$

סוף:



ב. בתחרות שחמט, שני שחקנים – יאיר ונדב – מתחרים זה נגד זה.

כל משחק יכול להסתיים באחת מ-3 התוצאות האלה: ניצחון של יאיר, ניצחון של נדב או תיקו.

בכל משחק ההסתברות שיאיר ינצח היא קבועה וגדולה פי 2 מן ההסתברות שנדב ינצח.

נסמן ב- p את ההסתברות שנדב ינצח במשחק אחד.

יאיר ונדב משחקים שני משחקים.

(1) הביעו באמצעות p את ההסתברות שאחד מן השחקנים ישיג שני ניצחונות.

ידוע שאם שום שחקן לא השיג שני ניצחונות, ההסתברות שכל אחד מן המשחקים יסתיים בתיקו היא $\frac{1}{55}$.

(2) קבעו איזו מן האפשרויות III-I שלפניכם מתאימה לערך של p . נמקו את קביעתכם.

I. $\frac{1}{8}$ II. $\frac{9}{25}$ III. $\frac{3}{10}$

פתרון:

(1) ההסתברות ש-1/3 בלבד ינצח בשני המשחקים היא: p^2
ההסתברות ש-1/3 ינצח בשני המשחקים היא: $p^2 = 4p^2$
ההסתברות שאחד מהם ינצח בשני המשחקים היא
סכום ההסתברויות: $5p^2$

(2) ההסתברות הנתונה היא ההסתברות להיות:

$$P(\text{שני המשחקים יסתיימו בתיקו} \mid \text{שני המשחקים יסתיימו בתיקו}) = \frac{1}{55}$$

ההסתברות של משחק להסתיים בתיקו היא

$$p = 1 - (p + 2p) = 1 - 3p$$

$$P(\text{שני המשחקים יסתיימו בתיקו}) = (1 - 3p)^2$$

נניח בהסתברות להיות:





$$\frac{(1-3p)^2}{1-5p^2} = \frac{1}{55}$$

$$\frac{1-6p+9p^2}{1-5p^2} = \frac{1}{55}$$

$$55 - 330p + 495p^2 = 1 - 5p^2$$

$$500p^2 - 330p + 54 = 0$$

$$p_1 = 0.3, \quad p_2 = 0.36$$

הפתרון $p = 0.36$ לא מוגזל כי לא

$2p = 0.72$ נהדר טנוג הסתברות
עבור $p = 0.3$

ואכן $p = 0.3$

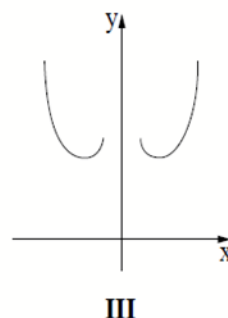
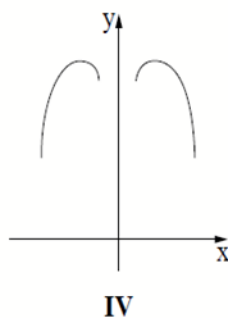
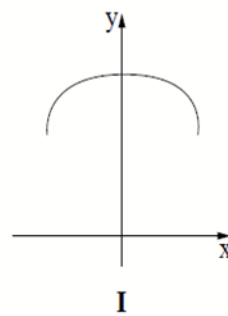
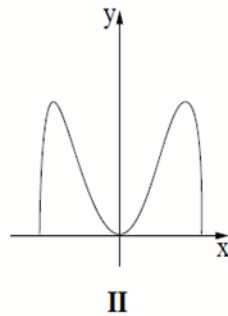
התשובה היא: III



ג. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + 2\sqrt{64 - x^2}$

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) אחד מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה $f(x)$. קבעו איזה מהם ונמקו את קביעתכם.



פתרון:

(1) תחום הלכירה:

$$0 \leq x^2 - 4$$

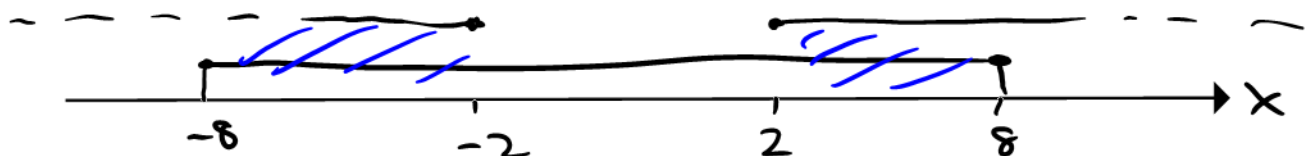
$\Downarrow$

$$x \leq -2 \text{ ו/או } 2 \leq x$$

$$0 \leq 64 - x^2$$

$\Downarrow$

$$-8 \leq x \leq 8$$



$$\boxed{-8 \leq x \leq -2 \text{ ו/או } 2 \leq x \leq 8}$$

תשובה:

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה 



(2) גרפים I ו-II לא מתאימים כי לא
משקפים יחס חזק זה לזו.

נחשב ואז ערכי הבין קליה בקצוות חזק זה לזו:

$$f(2) = \sqrt{0} + 2\sqrt{4-4} = 2\sqrt{0}$$

$$f(8) = \sqrt{8^2-4} + \sqrt{0} = \sqrt{60} \Rightarrow f(2) < f(8)$$

זה מתאים רק אחר II.

תשובה: II





ד. נתונה סדרה אינסופית שאיבריה מקיימים $a_n = \frac{\cos(\pi \cdot 2^n)}{3 \cdot 2^n}$ לכל n טבעי.

(1) מצאו את שלושת האיברים הראשונים בסדרה a_n .

(2) הוכיחו כי הסדרה a_n היא הנדסית, ומצאו את המנה שלה.

(3) מצאו את סכום הסדרה a_n .

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\cos(\pi \cdot 2)}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6} \\ a_2 &= \frac{\cos(\pi \cdot 4)}{3 \cdot 4} = \frac{1}{12} \\ a_3 &= \frac{\cos(\pi \cdot 8)}{3 \cdot 8} = \frac{1}{24} \end{aligned}$$

פתרון:
(1) $\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}$

$$a_n = \frac{\cos(\pi \cdot 2^n)}{3 \cdot 2^n} \quad (2)$$

$$a_{n+1} = \frac{\cos(\pi \cdot 2^{n+1})}{3 \cdot 2^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{\cos(\pi \cdot 2^{n+1})}{3 \cdot 2^{n+1}}}{\frac{\cos(\pi \cdot 2^n)}{3 \cdot 2^n}} = \frac{3 \cdot 2^n \cdot \cos(\pi \cdot 2^{n+1})}{3 \cdot 2^{n+1} \cdot \cos(\pi \cdot 2^n)}$$

$$\cos(\pi \cdot 2^{n+1}) = \cos(\pi \cdot 2^n) = 1 \quad \text{כי:}$$

(הסינוס הוא כפולה של 2π)

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{3 \cdot 2^n}{3 \cdot 2^{n+1}} = \frac{1}{2} \quad \text{ולכן:}$$

הסדרה a_n הנדסית עם $q = \frac{1}{2}$



(3) הסדרה אינסופית מתכנסת!

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{6}}{1-\frac{1}{2}} = \boxed{\frac{1}{3}}$$





2. a_n היא סדרה הנדסית אינסופית יורדת שסכומה מתכנס.

המנה של הסדרה היא q .

נסמן ב- T את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה,

ונסמן ב- R את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה.

$$\text{נתון: } \frac{T^2}{R^2} = 25$$

א. מצאו את הערך של q .

נתונה סדרה b_n שאיבריה מקיימים $b_n = \frac{1+q}{a_n \cdot a_{n+1}}$ לכל n טבעי.

נתון: $b_1 = 1$.

ב. מצאו את הערך של a_1 .

ג. הביעו באמצעות n את b_n .

ד. הוכיחו באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$b_1 + b_2 + \dots + b_n = \frac{25^n - 1}{24}$$

1. a_n היא סדרה הנדסית יורדת, $0 < q < 1$, וסכומה מתכנס. T ו- R הם סכומי האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים והזוגיים בהתאמה.

$$T = \frac{a_1}{1-q^2} \quad R = \frac{a_1 q}{1-q^2}$$

$$\frac{T^2}{R^2} = \left(\frac{T}{R} \right)^2 = \left(\frac{\frac{a_1}{1-q^2}}{\frac{a_1 q}{1-q^2}} \right)^2 = \left(\frac{1}{q} \right)^2 = \frac{1}{q^2} = 25 \rightarrow q = \frac{1}{5}$$



נתונה סדרה b_n שאיבריה מקיימים $b_n = \frac{1+q}{a_n \cdot a_{n+1}}$ לכל n טבעי.

נתון: $b_1 = 1$.

ב. מצאו את הערך של a_1 .

$$b_1 = \frac{1 + \frac{1}{5}}{a_1 \cdot a_2} \rightarrow 1 = \frac{\frac{6}{5}}{a_1 \cdot a_2} \rightarrow a_1^2 = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{1}{5}}$$

$$a_1^2 = 6 \rightarrow a_1 = \sqrt{6}$$

ג. הביעו באמצעות n את b_n .

$$b_n = \frac{1 + \frac{1}{5}}{a_1 \cdot q^{n-1} \cdot a_1 \cdot q^n} = \frac{\frac{6}{5}}{a_1^2 \cdot q^{2n-1}} = \frac{\cancel{\frac{6}{5}}}{\cancel{6} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2n-1}}$$

$$b_n = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{1-2n} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2-2n} = 5^{2n-2}$$

$$b_n = 5^{2n-2}$$



7. הוכיחו באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$b_1 + b_2 + \dots + b_n = \frac{25^n - 1}{24}$$

נזכיר שסדרה b_n הינה הנלסיה הנכונה לפי נוסחה מס' 1.

נראה כי b_{n+1} נכונה:

$$b_{n+1} = 5^{2(n+1)-2} = 5^{2n}$$

נראה כי b_{n+1} נכונה:

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{5^{2n}}{5^{2n-2}} = 5^2 = 25 = Q_b$$

$$S_n = \frac{b_1 (Q_b^n - 1)}{Q_b - 1} = \frac{1 (25^n - 1)}{25 - 1} = \frac{25^n - 1}{24}$$



3. בשכבה י"א של תיכון עירוני גדול חלק מן התלמידים הם מדריכים בתנועת נוער והשאר אינם מדריכים. בשכבה זו לחלק מן התלמידים יש רישיון נהיגה ולשאר אין רישיון נהיגה. חצי מן התלמידים שיש להם רישיון נהיגה הם מדריכים בתנועת נוער. אחוז התלמידים המדריכים מבין התלמידים שיש להם רישיון שווה לאחוז התלמידים שאין להם רישיון מבין התלמידים המדריכים. בוחרים באקראי תלמיד מבין תלמידי השכבה. ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא מדריך או שיש לו רישיון היא 0.36.
- א. מצאו כמה אחוזים מן התלמידים בשכבה זו הם מדריכים.
ב. בוחרים באקראי תלמיד מבין התלמידים שאין להם רישיון. מהי ההסתברות שתלמיד זה הוא מדריך?
ג. בוחרים באקראי 5 תלמידים מבין התלמידים שאין להם רישיון.
ג. (1) מהי ההסתברות שנבחר יותר ממדריך אחד?
(2) ידוע שנבחר יותר ממדריך אחד. מהי ההסתברות כי מספר המדריכים שנבחרו הוא זוגי?

3א.

נניח: $p(A/B) = \frac{1}{2}$

I

$$\frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{1}{2}$$

נניח: $p(A/B) = p(\bar{B}/A)$

$$\frac{1}{2} = p(\bar{B}/A)$$

II

$$\frac{p(\bar{B} \cap A)}{p(A)} = \frac{1}{2}$$

נניח: $p(A \cup B) = 0.36$

III

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0.36 = 0.64$$

נניח: $p(A) = x$ ונניח: $p(\bar{B} \cap A) = \frac{1}{2}x$

נניח: $p(\bar{B} \cap A) = \frac{1}{2}x$

נניח: A - מדריכים, $\bar{A}$ - לא מדריכים
 B - יש רישיון נהיגה
 $\bar{B}$ - אין רישיון נהיגה

	$\bar{A}$	A	
B			
$\bar{B}$	0.64	$\frac{1}{2}x$	
1		x	





הנחיה
3.6

(ב) האם יש אחריות?
האם יש אחריות? $P(A \cap B)$! $P(B)$ ונניח
ב: I

$$\frac{\frac{1}{2}x}{1 - (0.64 + \frac{1}{2}x)} = \frac{1}{2} \quad 1: \frac{1}{2}$$

$$x = 0.36 - \frac{1}{2}x$$

$$1.5x = 0.36$$

$$x = 0.24$$

24% | הנתונים הם מהצדדים

3.7

(א) האם יש אחריות?

$$P(A/\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0.12}{0.76}$$

$$P(A/\bar{B}) = \frac{3}{19}$$

	$\bar{A}$	A	
B	0.12	0.12	0.24
$\bar{B}$	0.64	0.12	0.76
1	0.76	0.24	

3.8

$$P(\text{האם יש אחריות}) = 1 - P_5(A) - P_5(B)$$

$$P(\text{האם יש אחריות}) = 1 - \binom{5}{1} \left(\frac{3}{19}\right)^1 \left(\frac{16}{19}\right)^4 - \binom{5}{0} \left(\frac{3}{19}\right)^0 \left(\frac{16}{19}\right)^5 = 0.179$$

3.9

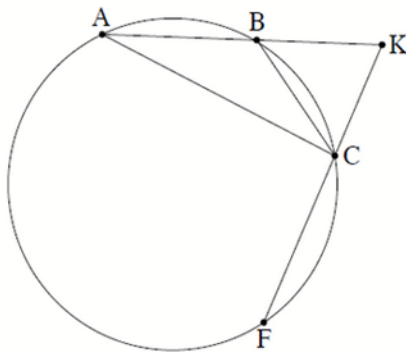
$$P(\text{האם יש אחריות} / \text{האם יש אחריות}) = \frac{P(\text{האם יש אחריות} \cap \text{האם יש אחריות})}{P(\text{האם יש אחריות})} = \frac{P_5(2) + P_5(4)}{0.179} = \frac{\binom{5}{2} \left(\frac{3}{19}\right)^2 \left(\frac{16}{19}\right)^3 + \binom{5}{4} \left(\frac{3}{19}\right)^4 \left(\frac{16}{19}\right)^1}{0.179}$$

$$P(\text{האם יש אחריות} / \text{האם יש אחריות}) = \frac{0.14887 + 0.002617}{0.179} \approx 0.845$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה

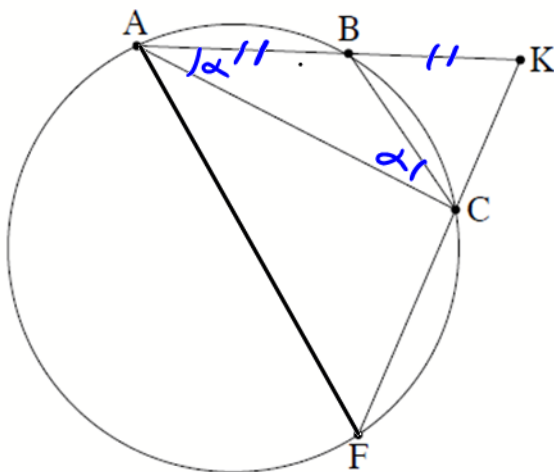


פרק שלישי – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. בסרטוט שלפניכם משולש קהה זווית ABC החסום במעגל.
הנקודה K נמצאת על המשך הצלע AB כך ש- $AB = BK$.
המשך הקטע KC חותך את המעגל בנקודה נוספת, בנקודה F.
נתון: $\angle BAC = \angle BCA$.
- א. הוכיחו כי AF הוא קוטר במעגל.
המיתרים AC ו- BF נחתכים בנקודה D.
ב. הוכיחו כי המשולש ADK הוא שווה שוקיים.
ג. (1) הוכיחו כי המרובע BDCK הוא בר חסימה במעגל.
(2) הוכיחו כי $\angle DKC = \angle FAC$.
ד. הוכיחו כי $AC \cdot AD = KC \cdot AF$.

פתרון:



א. נוסף, לא הנווויק
לשולש, נגדיר
לא הנווויק
כאן, $\angle BAC = \angle BCA = \alpha$

המספר	לסדר	נתיב
①	$AB = BK$	נתון
②	F על המשך KC	נתון
③	$\angle BAC = \angle BCA = \alpha$	נתון + סימון
④	נגדיר מיתר AF	קני"ר ע"ש



המספר	לשמה	נימוק
5	$AB = BC$	מחז' אולי שווה במשולש מונחה כאן שווה. אפי 3
6	$AB = BC = BK$	בא' המעקד. אפי 1, 5
7	$\angle ACK = 90^\circ$	אם במשולש התיכון אצלך שווה למחצית, אזי המשולש ישר שווה והצלע היא היתר.
8	$\angle ACF = 90^\circ$	אפי 6
9	AF דוטר נ.ש.ל.ו.	סכום זווית למודות נש.ל.ו. אפי 2, 7. מחז' אולי היקפיה ישרה במעב' מונה דוטר
10	נעדיר מיתר BF ונסגן, אפי 8	בנ"ר עפר (עוטוט בסוף הגוללה)
11	נעדיר הטלע ק	בנ"ר עפר
12	$\angle AKC = 90^\circ$	השאלה נש.ל.ו. במשולש ACK. אפי 3, 7
13	$\angle BFK = \angle BAC$	זוהי היקפיה הנענוה על אפי העל, שווה. אפי 3.
14	$\angle KBF = 90^\circ$	השאלה נש.ל.ו. במעב' 8
15	משולש ADK שווה רדיק נ.ש.ל.ו.	משולש שבו מוכח אצלך הכולל תיכון הכול שווה שוקיים. אפי 1, 14.





<u>נימוק</u> חיסוק. לפי 7, 14 מרוכב בקו של 1/11 נמצא לסכומן של 16 במקום. לפי 16	<u>לשם</u> $\angle KCD + \angle KBD = \alpha$ מרוכב $\angle BDC$ ברחביה במקום משהו ב' (1)	<u>במספר</u> (16) (17)
לפי 25 לפי 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 247, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 287, 293, 299, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 437, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 511, 517, 521, 523, 527, 531, 533, 537, 541, 547, 551, 557, 563, 569, 571, 577, 581, 583, 587, 593, 599, 601, 607, 611, 613, 617, 619, 623, 627, 631, 637, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 667, 671, 673, 677, 683, 687, 691, 693, 697, 701, 703, 707, 709, 713, 719, 727, 729, 733, 737, 739, 743, 749, 751, 757, 761, 763, 767, 769, 773, 779, 781, 787, 791, 793, 797, 803, 807, 809, 811, 813, 817, 819, 823, 827, 829, 833, 837, 839, 843, 847, 851, 853, 857, 859, 863, 867, 869, 871, 873, 877, 881, 883, 887, 891, 893, 897, 901, 903, 907, 909, 911, 913, 917, 919, 923, 927, 929, 931, 933, 937, 939, 943, 947, 951, 953, 957, 959, 961, 963, 967, 969, 971, 973, 977, 979, 983, 987, 991, 993, 997, 1003, 1007, 1009, 1013, 1017, 1019, 1021, 1023, 1027, 1029, 1031, 1033, 1037, 1039, 1043, 1047, 1049, 1051, 1053, 1057, 1059, 1061, 1063, 1067, 1069, 1071, 1073, 1077, 1079, 1083, 1087, 1089, 1091, 1093, 1097, 1099, 1103, 1107, 1109, 1113, 1117, 1119, 1121, 1123, 1127, 1129, 1131, 1133, 1137, 1139, 1143, 1147, 1149, 1151, 1153, 1157, 1159, 1161, 1163, 1167, 1169, 1171, 1173, 1177, 1179, 1183, 1187, 1189, 1191, 1193, 1197, 1199, 1201, 1203, 1207, 1209, 1211, 1213, 1217, 1219, 1221, 1223, 1227, 1229, 1231, 1233, 1237, 1239, 1243, 1247, 1249, 1251, 1253, 1257, 1259, 1261, 1263, 1267, 1269, 1271, 1273, 1277, 1279, 1283, 1287, 1289, 1291, 1293, 1297, 1299, 1301, 1303, 1307, 1309, 1311, 1313, 1317, 1319, 1321, 1323, 1327, 1329, 1331, 1333, 1337, 1339, 1343, 1347, 1349, 1351, 1353, 1357, 1359, 1361, 1363, 1367, 1369, 1371, 1373, 1377, 1379, 1383, 1387, 1389, 1391, 1393, 1397, 1399, 1401, 1403, 1407, 1409, 1411, 1413, 1417, 1419, 1421, 1423, 1427, 1429, 1431, 1433, 1437, 1439, 1443, 1447, 1449, 1451, 1453, 1457, 1459, 1461, 1463, 1467, 1469, 1471, 1473, 1477, 1479, 1483, 1487, 1489, 1491, 1493, 1497, 1499, 1501, 1503, 1507, 1509, 1511, 1513, 1517, 1519, 1521, 1523, 1527, 1529, 1531, 1533, 1537, 1539, 1543, 1547, 1549, 1551, 1553, 1557, 1559, 1561, 1563, 1567, 1569, 1571, 1573, 1577, 1579, 1583, 1587, 1589, 1591, 1593, 1597, 1599, 1601, 1603, 1607, 1609, 1611, 1613, 1617, 1619, 1621, 1623, 1627, 1629, 1631, 1633, 1637, 1639, 1643, 1647, 1649, 1651, 1653, 1657, 1659, 1661, 1663, 1667, 1669, 1671, 1673, 1677, 1679, 1683, 1687, 1689, 1691, 1693, 1697, 1699, 1701, 1703, 1707, 1709, 1711, 1713, 1717, 1719, 1721, 1723, 1727, 1729, 1731, 1733, 1737, 1739, 1743, 1747, 1749, 1751, 1753, 1757, 1759, 1761, 1763, 1767, 1769, 1771, 1773, 1777, 1779, 1783, 1787, 1789, 1791, 1793, 1797, 1799, 1801, 1803, 1807, 1809, 1811, 1813, 1817, 1819, 1821, 1823, 1827, 1829, 1831, 1833, 1837, 1839, 1843, 1847, 1849, 1851, 1853, 1857, 1859, 1861, 1863, 1867, 1869, 1871, 1873, 1877, 1879, 1883, 1887, 1889, 1891, 1893, 1897, 1899, 1901, 1903, 1907, 1909, 1911, 1913, 1917, 1919, 1921, 1923, 1927, 1929, 1931, 1933, 1937, 1939, 1943, 1947, 1949, 1951, 1953, 1957, 1959, 1961, 1963, 1967, 1969, 1971, 1973, 1977, 1979, 1983, 1987, 1989, 1991, 1993, 1997, 1999, 2001, 2003, 2007, 2009, 2011, 2013, 2017, 2019, 2021, 2023, 2027, 2029, 2031, 2033, 2037, 2039, 2043, 2047, 2049, 2051, 2053, 2057, 2059, 2061, 2063, 2067, 2069, 2071, 2073, 2077, 2079, 2083, 2087, 2089, 2091, 2093, 2097, 2099, 2101, 2103, 2107, 2109, 2111, 2113, 2117, 2119, 2121, 2123, 2127, 2129, 2131, 2133, 2137, 2139, 2143, 2147, 2149, 2151, 2153, 2157, 2159, 2161, 2163, 2167, 2169, 2171, 2173, 2177, 2179, 2183, 2187, 2189, 2191, 2193, 2197, 2199, 2201, 2203, 2207, 2209, 2211, 2213, 2217, 2219, 2221, 2223, 2227, 2229, 2231, 2233, 2237, 2239, 2243, 2247, 2249, 2251, 2253, 2257, 2259, 2261, 2263, 2267, 2269, 2271, 2273, 2277, 2279, 2283, 2287, 2289, 2291, 2293, 2297, 2299, 2301, 2303, 2307, 2309, 2311, 2313, 2317, 2319, 2321, 2323, 2327, 2329, 2331, 2333, 2337, 2339, 2343, 2347, 2349, 2351, 2353, 2357, 2359, 2361, 2363, 2367, 2369, 2371, 2373, 2377, 2379, 2383, 2387, 2389, 2391, 2393, 2397, 2399, 2401, 2403, 2407, 2409, 2411, 2413, 2417, 2419, 2421, 2423, 2427, 2429, 2431, 2433, 2437, 2439, 2443, 2447, 2449, 2451, 2453, 2457, 2459, 2461, 2463, 2467, 2469, 2471, 2473, 2477, 2479, 2483, 2487, 2489, 2491, 2493, 2497, 2499, 2501, 2503, 2507, 2509, 2511, 2513, 2517, 2519, 2521, 2523, 2527, 2529, 2531, 2533, 2537, 2539, 2543, 2547, 2549, 2551, 2553, 2557, 2559, 2561, 2563, 2567, 2569, 2571, 2573, 2577, 2579, 2583, 2587, 2589, 2591, 2593, 2597, 2599, 2601, 2603, 2607, 2609, 2611, 2613, 2617, 2619, 2621, 2623, 2627, 2629, 2631, 2633, 2637, 2639, 2643, 2647, 2649, 2651, 2653, 2657, 2659, 2661, 2663, 2667, 2669, 2671, 2673, 2677, 2679, 2683, 2687, 2689, 2691, 2693, 2697, 2699, 2701, 2703, 2707, 2709, 2711, 2713, 2717, 2719, 2721, 2723, 2727, 2729, 2731, 2733, 2737, 2739, 2743, 2747, 2749, 2751, 2753, 2757, 2759, 2761, 2763, 2767, 2769, 2771, 2773, 2777, 2779, 2783, 2787, 2789, 2791, 2793, 2797, 2799, 2801, 2803, 2807, 2809, 2811, 2813, 2817, 2819, 2821, 2823, 2827, 2829, 2831, 2833, 2837, 2839, 2843, 2847, 2849, 2851, 2853, 2857, 2859, 2861, 2863, 2867, 2869, 2871, 2873, 2877, 2879, 2883, 2887, 2889, 2891, 2893, 2897, 2899, 2901, 2903, 2907, 2909, 2911, 2913, 2917, 2919, 2921, 2923, 2927, 2929, 2931, 2933, 2937, 2939, 2943, 2947, 2949, 2951, 2953, 2957, 2959, 2961, 2963, 2967, 2969, 2971, 2973, 2977, 2979, 2983, 2987, 2989, 2991, 2993, 2997, 2999, 3001, 3003, 3007, 3009, 3011, 3013, 3017, 3019, 3021, 3023, 3027, 3029, 3031, 3033, 3037, 3039, 3043, 3047, 3049, 3051, 3053, 3057, 3059, 3061, 3063, 3067, 3069, 3071, 3073, 3077, 3079, 3083, 3087, 3089, 3091, 3093, 3097, 3099, 3101, 3103, 3107, 3109, 3111, 3113, 3117, 3119, 3121, 3123, 3127, 3129, 3131, 3133, 3137, 3139, 3143, 3147, 3149, 3151, 3153, 3157, 3159, 3161, 3163, 3167, 3169, 3171, 3173, 3177, 3179, 3183, 3187, 3189, 3191, 3193, 3197, 3199, 3201, 3203, 3207, 3209, 3211, 3213, 3217, 3219, 3221, 3223, 3227, 3229, 3231, 3233, 3237, 3239, 3243, 3247, 3249, 3251, 3253, 3257, 3259, 3261, 3263, 3267, 3269, 3271, 3273, 3277, 3279, 3283, 3287, 3289, 3291, 3293, 3297, 3299, 3301, 3303, 3307, 3309, 3311, 3313, 3317, 3319, 3321, 3323, 3327, 3329, 3331, 3333, 3337, 3339, 3343, 3347, 3349, 3351, 3353, 3357, 3359, 3361, 3363, 3367, 3369, 3371, 3373, 3377, 3379, 3383, 3387, 3389, 3391, 3393, 3397, 3399, 3401, 3403, 3407, 3409, 3411, 3413, 3417, 3419, 3421, 3423, 3427, 3429, 3431, 3433, 3437, 3439, 3443, 3447, 3449, 3451, 3453, 3457, 3459, 3461, 3463, 3467, 3469, 3471, 3473, 3477, 3479, 3483, 3487, 3489, 3491, 3493, 3497, 3499, 3501, 3503, 3507, 3509, 3511, 3513, 3517, 3519, 3521, 3523, 3527, 3529, 3531, 3533, 3537, 3539, 3543, 3547, 3549, 3551, 3553, 3557, 3559, 3561, 3563, 3567, 3569, 3571, 3573, 3577, 3579, 3583, 3587, 3589, 3591, 3593, 3597, 3599, 3601, 3603, 3607, 3609, 3611, 3613, 3617, 3619, 3621, 3623, 3627, 3629, 3631, 3633, 3637, 3639, 3643, 3647, 3649, 3651, 3653, 3657, 3659, 3661, 3663, 3667, 3669, 3671, 3673, 3677, 3679, 3683, 3687, 3689, 3691, 3693, 3697, 3699, 3701, 3703, 3707, 3709, 3711, 3713, 3717, 3719, 3721, 3723, 3727, 3729, 3731, 3733, 3737, 3739, 3743, 3747, 3749, 3751, 3753, 3757, 3759, 3761, 3763, 3767, 3769, 3771, 3773, 3777, 3779, 3783, 3787, 3789, 3791, 3793, 3797, 3799, 3801, 3803, 3807, 3809, 3811, 3813, 3817, 3819, 3821, 3823, 3827, 3829, 3831, 3833, 3837, 3839, 3843, 3847, 3849, 3851, 3853, 3857, 3859, 3861, 3863, 3867, 3869, 3871, 3873, 3877, 3879, 3883, 3887, 3889, 3891, 3893, 3897, 3899, 3901, 3903, 3907, 3909, 3911, 3913, 3917, 3919, 3921, 3923, 3927, 3929, 3931, 3933, 3937, 3939, 3943, 3947, 3949, 3951, 3953, 3957, 3959, 3961, 3963, 3967, 3969, 3971, 3973, 3977, 3979, 3983, 3987, 3989, 3991, 3993, 3997, 3999, 4001, 4003, 4007, 4009, 4011, 4013, 4017, 4019, 4021, 4023, 4027, 4029, 4031, 4033, 4037, 4039, 4043, 4047, 4049, 4051, 4053, 4057, 4059, 4061, 4063, 4067, 4069, 4071, 4073, 4077, 4079, 4083, 4087, 4089, 4091, 4093, 4097, 4099, 4101, 4103, 4107, 4109, 4111, 4113, 4117, 4119, 4121, 4123, 4127, 4129, 4131, 4133, 4137, 4139, 4143, 4147, 4149, 4151, 4153, 4157, 4159, 4161, 4163, 4167, 4169, 4171, 4173, 4177, 4179, 4183, 4187, 4189, 4191, 4193, 4197, 4199, 4201, 4203, 4207, 4209, 4211, 4213, 4217, 4219, 4221, 4223, 4227, 4229, 4231, 4233, 4237, 4239, 4243, 4247, 4249, 4251, 4253, 4257, 4259, 4261, 4263, 4267, 4269, 4271, 4273, 4277, 4279, 4283, 4287, 4289, 4291, 4293, 4297, 4299, 4301, 4303, 4307, 4309, 4311, 4313, 4317, 4319, 4321, 4323, 4327, 4329, 4331, 4333, 4337, 4339, 4343, 4347, 4349, 4351, 4353, 4357, 4359, 4361, 4363, 4367, 4369, 4371, 4373, 4377, 4379, 4383, 4387, 4389, 4391, 4393, 4397, 4399, 4401, 4403, 4407, 4409, 4411, 4413, 4417, 4419, 4421, 4423, 4427, 4429, 4431, 4433, 4437, 4439, 4443, 4447, 4449, 4451, 4453, 4457, 4459, 4461, 4463, 4467, 4469, 4471, 4473, 4477, 4479, 4483, 4487, 4489, 4491, 4493, 4497, 4499, 4501, 4503, 4507, 4509, 4511, 4513, 4517, 4519, 4521, 4523, 4527, 4529, 4531, 4533, 4537, 4539, 4543, 4547, 4549, 4551, 4553, 4557, 4559, 4561, 4563, 4567, 4569, 4571, 4573, 4577, 4579, 4583, 4587, 4589, 4591, 4593, 4597, 4599, 4601, 4603, 4607, 4609, 4611, 4613, 4617, 4619, 4621, 4623, 4627, 4629, 4631, 4633, 4637, 4639, 4643, 4647, 4649, 4651, 4653, 4657, 4659, 4661, 4663, 4667, 4669, 4671, 4673, 4677, 4679, 4683, 4687, 4689, 4691, 4693, 4697, 4699, 4701, 4703, 4707, 4709, 4711, 4713, 4717, 4719, 4721, 4723, 4727, 4729, 4731, 4733, 4737, 4739, 4743, 4747, 4749, 4751, 4753, 4757, 4759, 4761, 4763, 4767, 4769, 4771, 4773, 4777, 4779, 4783, 4787, 4789, 4791, 4793, 4797, 4799, 4801, 4803, 4807, 4809, 4811, 4813, 4817, 4819, 4821, 4823, 4827, 4829, 4831, 4833, 4837, 4839, 4843, 4847, 4849, 4851, 4853, 4857, 4859, 4861, 4863, 4867, 4869, 4871, 4873, 4877, 4879, 4883, 4887, 4889, 4891, 4893, 4897, 4899, 4901, 4903, 4907, 4909, 4911, 4913, 4917, 4919, 4921, 4923, 4927, 4929, 4931, 4933, 4937, 4939, 4943, 4947, 4949, 4951, 4953, 4957, 4959, 4961, 4963, 4967, 4969, 4971, 4973, 4977, 4979, 4983, 4987, 4989, 4991, 4993, 4997, 4999, 5001, 5003, 5007, 5009, 5011, 5013, 5017, 5019, 5021, 5023, 5027, 5029, 5031, 5033, 5037, 5039, 5043, 5047, 5049, 5051, 5053, 5057, 5059, 5061, 5063, 5067, 5069, 5071, 5073, 5077, 5079, 5083, 5087, 5089, 5091, 5093, 5097, 5099, 5101, 5103, 5107, 5109, 5111, 5113, 5117, 5119, 5121, 5123, 5127, 5129, 5131, 5133, 5137, 5139, 5143, 5147, 5149, 5151, 5153, 5157, 5159, 5161, 5163, 5167, 5169, 5171, 5173, 5177, 5179, 5183, 5187, 5189, 5191, 5193, 5197, 5199, 5201, 5203, 5207, 5209, 5211, 5213, 5217, 5219, 5221, 5223, 5227, 5229, 5231, 5233, 5237, 5239, 5243, 5247, 5249, 5251, 5253, 5257, 5259, 5261, 5263, 5267, 5269, 5271, 5273, 5277, 5279, 5283, 5287, 5289, 5291, 5293, 5297, 5299, 5301, 5303, 5307, 5309, 5311, 5313, 5317, 5319, 5321, 5323, 5327, 5329, 5331, 5333, 5337, 5339, 5343, 5347, 5349, 5351, 5353, 5357, 5359, 5361, 5363, 5367, 5369, 5371, 5373, 5377, 5379, 5383, 5387, 5389, 5391, 5393, 5397, 5399, 5401, 5403, 5407, 5409, 5411, 5413, 5417, 5419, 5421, 5423, 5427, 5429, 5431, 5433, 5437, 5439, 5443, 5447, 5449, 5451, 5453, 5457, 5459, 5461, 5463, 5467, 5469, 5471, 5473, 5477, 5479, 5483, 5487, 5489, 5491, 5493, 5497, 5499, 5501, 5503, 5507, 5509, 5511, 5513, 5517, 5519, 5521, 5523, 5527, 5529, 5531, 5533, 5537, 5539, 5543, 5547, 5549, 5551, 5553, 5557, 5559, 5561, 5563, 5567, 5569, 5571, 5573, 5577, 5579, 5583, 5587, 5589, 5591, 5593, 5597, 5599, 5601, 5603, 5607, 5609, 5611, 5613, 5617, 5619, 5621, 5623, 5627, 5629, 5631, 5633, 5637, 5639, 5643, 5647, 5649, 5651, 5653, 5657, 5659, 5661, 5663, 5667, 5669, 5671, 5673, 5677, 5679, 5683, 5687, 5689, 5691, 5693, 5697, 5699, 5701, 5703, 5707, 5709, 5711, 5713, 5717, 5719, 572		



$$\frac{AC}{AF} = \frac{KC}{KD}$$

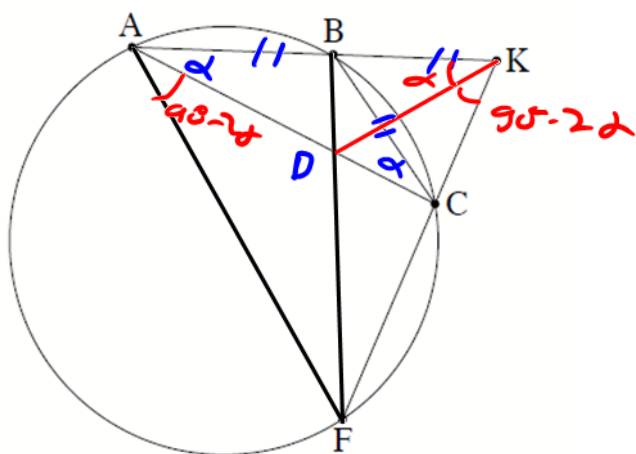
היטונים גלויים, ולכן

העברנו בסעיף כי $KD = AD$ ולכן:

$$\frac{AC}{AF} = \frac{KC}{AD} \Rightarrow \boxed{AC \cdot AD = KC \cdot AF}$$

נשלח 3







5. בסרטוט שלפניכם דלתון $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$).

נתון: $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, $\angle BAD = \angle CDB = 2\alpha$.

נסמן: $AB = k$.

א. הביעו באמצעות k ו- α את רדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB .

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD גדול פי $\frac{4}{3}$

מרדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB .

ב. מצאו את גודל הזווית BAD .

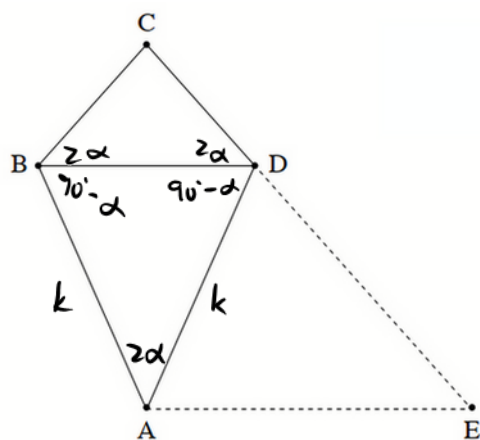
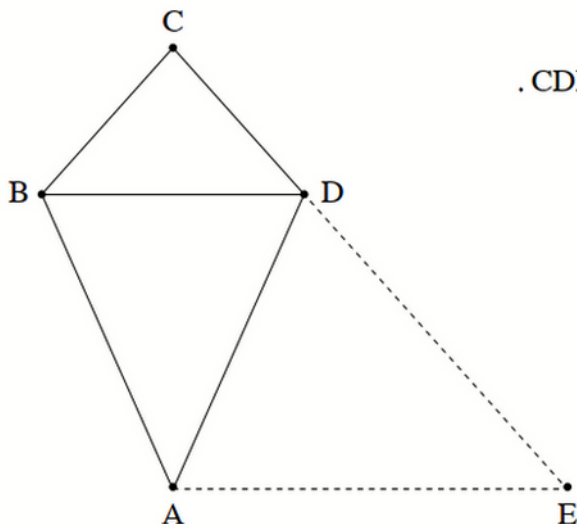
הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABD .

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל ל- BD וחותך את

המשך הצלע CD בנקודה E .

נתון כי שטח המשולש AOE הוא 54.

ג. מצאו את הערך של k .



ניתנים:

$$AB = AD = k$$

$$CB = CD$$

$$\angle BAD = \angle CDB = 2\alpha$$

$\triangle BAD$:

$$\angle B = \angle D = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha$$

$$\frac{k}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{BD}{\sin 2\alpha}$$

$$= \cos \alpha$$

$$BD = \frac{k \cdot \sin 2\alpha}{\cos \alpha} = \frac{k \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

$$BD = 2k \sin \alpha$$

$\triangle BDC$: $\angle B = \angle C = 2\alpha$

כיוון כי $\angle BDC = 180^\circ - 4\alpha$

$$\angle C = 180^\circ - 4\alpha$$

$$\frac{BD}{\sin(180^\circ - 4\alpha)} = 2R$$

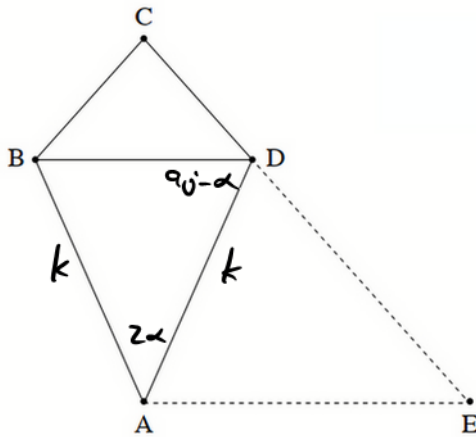
$$R = \frac{2k \sin \alpha}{2 \sin 4\alpha}$$

$$R = \frac{k \cdot \sin \alpha}{\sin 4\alpha}$$

רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD גדול פי $\frac{4}{3}$

מרדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB.

ב. מצאו את גודל הזווית BAD.

$$\Delta ABD: \frac{k}{\sin(90-\alpha)} = 2R_{ABD}$$

$$R_{ABD} = \frac{k}{2\cos\alpha}$$

$$R_{ABD} = \frac{4}{3} \cdot R_{CDB}$$

$$\frac{k}{2\cos\alpha} = \frac{4}{3} \cdot \frac{k \sin\alpha}{\sin 4\alpha} \quad | : k$$

$$3 \cdot \sin 4\alpha = 4 \cdot 2 \sin\alpha \cos\alpha$$

$$3 \cdot 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha = 4 \sin 2\alpha \quad | : 2$$

$$3 \sin 2\alpha \cos 2\alpha = 2 \sin 2\alpha$$

$$\sin 2\alpha \cdot (3 \cos 2\alpha - 2) = 0$$

$$0 < \alpha < 45^\circ$$

$$\sin 2\alpha = 0$$

$$3 \cos 2\alpha = 2$$

$$2\alpha = 0$$

$$2\alpha = 180^\circ$$

$$\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$$

$$\alpha = 0$$

$$\alpha = 90^\circ$$

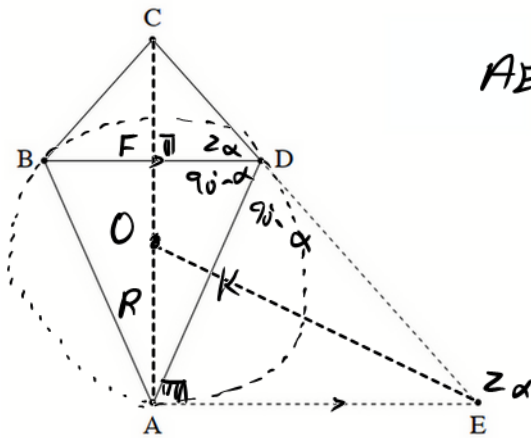
$$2\alpha = 48.19^\circ$$

$$\angle BAD = 48.19^\circ$$

$$\text{סוף}$$

$$\text{סוף}$$

$$\alpha = 24.1^\circ$$



$$AE \parallel BD$$

הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABD.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל ל-BD וחותך את

המשך הצלע CD בנקודה E.

נתון כי שטח המשולש AOE הוא 54.

ג. מצאו את הערך של k.

$$\angle ADE = 180 - 2\alpha - (90 - \alpha) = 90 - \alpha$$

השנייה שלווה שאלתה

$$\angle AED = \angle BDC = 2\alpha$$

שנייה מיתאמת שאלתה כיין גסכר מ קבול ים

$$\triangle ADE: \frac{k}{\sin 2\alpha} = \frac{AE}{\sin(90 - \alpha)} \Rightarrow AE = \frac{k \cdot \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{k}{2 \sin \alpha}$$

נסמן F מרכז אלכסיי הקטן

ואיכסני הקטן מאונכסת לטכ

$$\angle OFE = \angle CFD = 90^\circ$$

שאלת מיתאמת שאלתה כיין גסכר מ קבול ים

$$S_{AOE} = \frac{1}{2} \cdot R \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{2 \cos \alpha} \cdot \frac{k}{2 \sin \alpha} = \frac{k^2}{4 \sin 2\alpha} = 54$$

$$k = \sqrt{54 \cdot 4 \sin 2\alpha}$$

$$2\alpha = 48.19^\circ$$

$$k = 12.69$$





6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{\sqrt{5x^2 - kx}}{x^3}$, k הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות k את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = -f(x)$.

שיעור ה- x של נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $h(x)$ הוא 2.4.

ב. מצאו את הערך של k .

הציבו $k = 12$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = (f(x))^2$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

a הוא פרמטר גדול מ-3.

ה. האם ערך הביטוי $\int_a^{a+1} g(x) dx$ שווה, גדול או קטן בהשוואה לערך הביטוי $\int_a^{a+1} f(x) dx$? נמקו את תשובתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 3$ ו- $x = 6$.

א. תחום ההגדרה $k > 0$ צריך להיות חיובי

$$f(x) = \frac{\sqrt{5x^2 - kx}}{x^3}$$

$$5x^2 - kx = 0$$

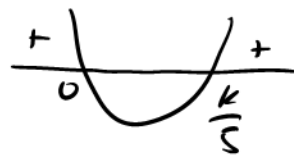
$$5x^2 - kx \geq 0 \quad \text{and} \quad x^3 \neq 0$$

$$x(5x - k) = 0$$

$$x \neq 0$$

$$x = 0 \quad 5x = k$$

$$x = \frac{k}{5}$$



$$x \leq 0, x \geq \frac{k}{5} \quad \text{and} \quad x \neq 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x \geq \frac{k}{5}, x < 0}$$



$$h(2.4) = f(2.4) \quad \text{ונגזרת} \quad h(x) = -f(x) \quad .7$$

בנקודה המאכלת $x=2.4$ $f(x) = -f(x)$

$$2f(x) = 0 \Rightarrow f(2.4) = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{5 \cdot 2.4^2 - 12 \cdot 2.4}}{2.4^3} = 0$$

$$28.8 - 2.4k = 0 \quad \boxed{k = 12} \quad \frac{k}{5} = 2.4$$

7(1) $f(x) = \frac{\sqrt{5x^2 - 12x}}{x^3}$, $x < 0, x \geq 2.4$ $\rightarrow$ $x=0$ מאכלת, $y=0$ מאכלת

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 0$$

$$\boxed{x=0 \text{ מאכלת, } y=0 \text{ מאכלת}}$$

$$u = \sqrt{5x^2 - 12x}$$

$$v = x^3$$

7(2) $\rightarrow$ נקודת קיצון

$$u' = \frac{10x - 12}{2\sqrt{5x^2 - 12x}} = \frac{5x - 6}{\sqrt{5x^2 - 12x}}$$

$$v' = 3x^2$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{(5x-6) \cdot x^3}{\sqrt{5x^2-12x}} - \frac{3x^2 \cdot \sqrt{5x^2-12x}}{1}}{(x^3)^2} = \frac{x^3(5x-6) - 3x^2(5x^2-12x)}{x^6 \sqrt{5x^2-12x}}$$

$$= \frac{x^2 \cdot [5x^2 - 6x - 15x^2 + 36x]}{x^6 \sqrt{5x^2 - 12x}} = \frac{-10x^2 + 30x}{x^4 \sqrt{5x^2 - 12x}}$$



$$f'(x) = \frac{-10x^2 + 30x}{x^4 \sqrt{5x^2 - 12x}} = 0$$

$$-10x^2 + 30x = 0$$

$$10x(-x + 3) = 0$$

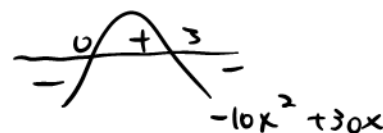
$$x = 0 \quad x = 3$$

$\sqrt{100}$

x		0		2.4		3	
f'	-	///	///	קצו	+	0	-
f	↓	///	///	min	↗	max	↓

ok kP נכונה

$$f'(x) = \frac{-10x^2 + 30x}{(+)}$$

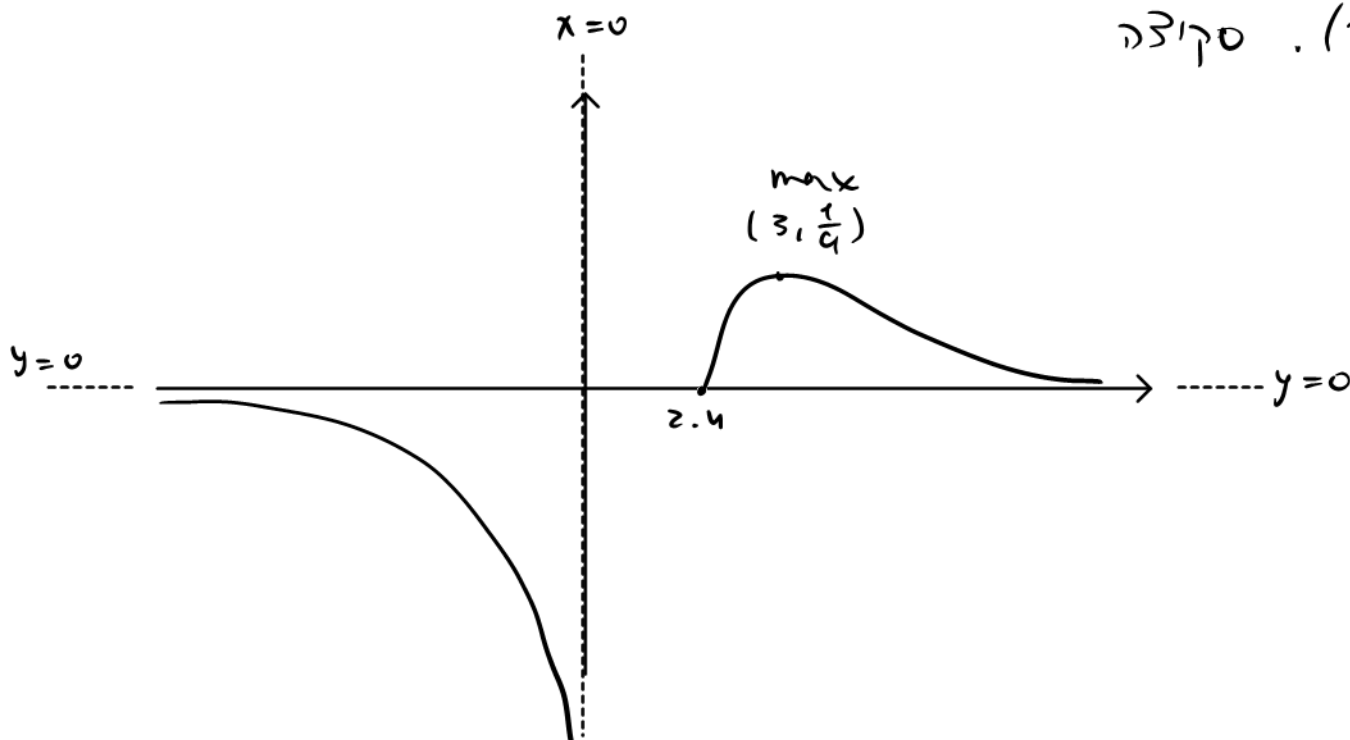


$$f(3) = \frac{\sqrt{5 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3}}{3^3} = \frac{1}{9}$$

$$\max(3, \frac{1}{9})$$

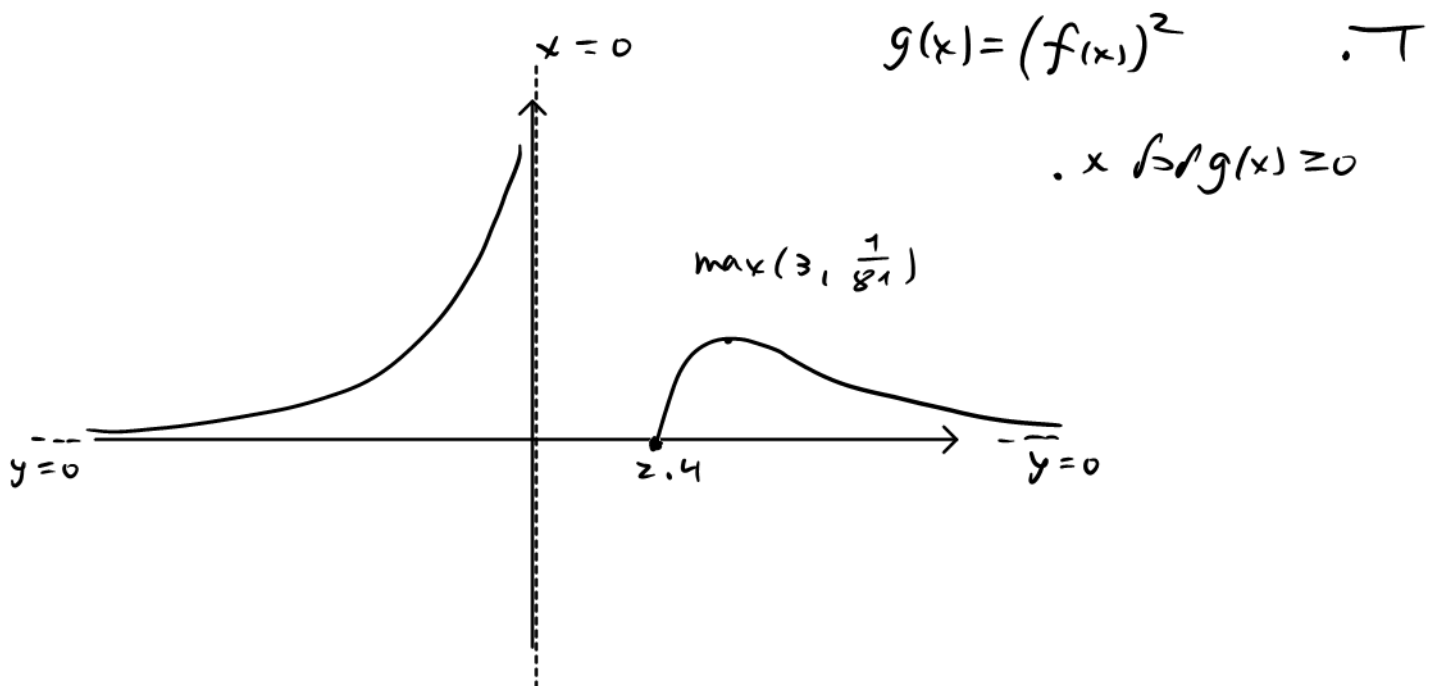
$$\min(2.4, 0)$$

ה(3). סקיצה





נתונה הפונקצייה $g(x) = (f(x))^2$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.



a הוא פרמטר גדול מ-3. $a > 3$
ה. האם ערך הביטוי $\int_a^{a+1} g(x) dx$ שווה, גדול או קטן בהשוואה לערך הביטוי $\int_a^{a+1} f(x) dx$? נמקו את תשובתכם.
ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x=3$ ו- $x=6$.

ה. עבור $0 < f(x) < 1$ מתקיים $g(x) < f(x)$.

לדוגמה $g(3) < f(3)$ בנקודת המקסימום.

עבור $a > 3$ ו- $a > 1$ מתקיים $0 < f(x) < 1$

לכן האינטגרל באותו תחום של $f(x)$ קטן מאשר של $g(x)$

תשובה: קטן





$$g(x) = (f(x))^2 = \left(\frac{\sqrt{5x^2 - 12x}}{x^3} \right)^2 = \frac{5x^2 - 12x}{x^6} \quad .1$$

$$g(x) = \frac{5}{x^4} - \frac{12}{x^5}$$

$$\int g(x) dx = \int (5 \cdot x^{-4} - 12 \cdot x^{-5}) dx = \frac{5 \cdot x^{-3}}{-3} - 12 \cdot \frac{x^{-4}}{-4} + C$$

$$S = \int_3^6 g(x) dx = \left[-\frac{5}{3} x^{-3} + 3 \cdot x^{-4} \right] \Big|_3^6 =$$

$$= \left(-\frac{5}{1296} \right) - \left(-\frac{2}{81} \right) = \frac{25}{1296} = 0.01929$$

$$S = \frac{25}{1296} = 0.0193$$

א. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x) + b}$, b הוא פרמטר.

נתון כי לפונקצייה $g(x)$ יש בדיוק שתי אסימפטוטות אנכיות.

7. כתבו שני ערכים אפשריים של b , שאחד מהם חיובי והאחר שלילי.

הציבו בפונקצייה $g(x)$ את הערך השלילי של b שמצאתם, וענו על הסעיפים ה-ו.

ה. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגו.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

$$F(x) = F(-x)$$

$$(\sin x)^2 + \cos x - 1 = (\sin(-x))^2 + \cos(-x) - 1$$

לפי הזהירות:

$$\sin(-x) = -\sin x$$
$$\cos(-x) = \cos x$$

$$(\sin x)^2 + \cos x - 1 = (-\sin x)^2 + \cos x - 1$$

$$(\sin x)^2 + \cos x - 1 = (\sin x)^2 + \cos x - 1$$

(ג) r ו- r' הם רדיוסים של מעגלים שונים במישור. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ו- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$f(x) = 1 - (\cos x)^2 + \cos x - 1 \quad \therefore f(x) = 1 - \cos^2 x + \cos x - 1$$

$$f(x) = \cos x - (\cos x)^2$$



חלק 7

$$\cos x - (\cos x)^2 = 0$$

$$\cos x (1 - \cos x) = 0$$

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ \cos x = 0 \quad \cos x = 1 \end{array}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad x = 2\pi k$$

$$k = -1: x = -\frac{\pi}{2} \quad k = 0: x = 0$$

$$k = 0: x = \frac{\pi}{2}$$

נמצא נקודות קיצון: $-\pi \leq x \leq \pi$

$$\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right), (0, 0), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

חלק 7

$$f'(x) = -\sin x + 2\cos x \sin x$$

$$\sin x (2\cos x - 1) = 0$$

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ \sin x = 0 \quad \cos x = \frac{1}{2} \end{array}$$

$$x = \pi k \quad x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$k = -1: x = -\pi$$

$$k = 0: x = \frac{\pi}{3}$$

$$k = 0: x = -\frac{\pi}{3}$$

נמצא נקודות קיצון: $-\pi \leq x \leq \pi$

$$k = 0: x = 0$$

$$k = 1: x = \pi$$

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$	π
$f'(x)$	+	-	+	-	
$f(x)$					

$$f'(-\frac{\pi}{3}) > 0$$

$$f'(-\frac{\pi}{2}) < 0$$

$$f'(\frac{\pi}{3}) > 0$$

$$f'(\frac{\pi}{2}) < 0$$





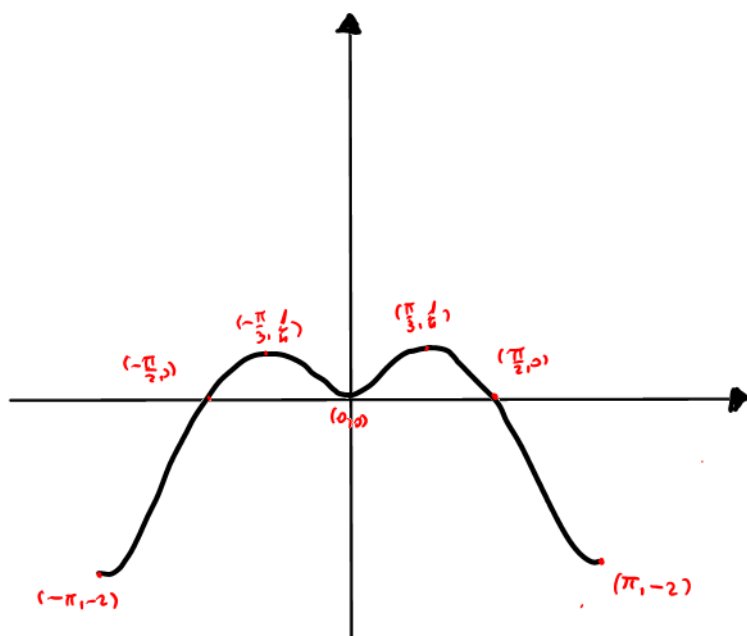
המשך

7.2. $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)^2 = \frac{1}{4}$
 $f(\pi) = \cos(\pi) - (\cos(\pi))^2 = -2$

לכן נבדוק נקודות קיצון אלו:

$\min(-\pi, -2), \max\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4}\right), \min(0, 0), \max\left(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4}\right), \min(\pi, -2)$

7.3.



7.4. א"ה שהנקודה של מספר ויתאם ב-2 נקודות
 בדיוק (בדק שחזרף של מספר לאחר הצלחה אנחנו
 וחתוך את ציר x ב-2 נקודות בדיוק $(b + f(x), f(x))$, צוה
 הצלחה אנוכי של $f(x) - b$ (מיזרח)
 כי יקרה בעצמו $0 < b \leq 2$ או $b = -\frac{1}{4}$

$b = -\frac{1}{4}, b = 1$

נקודה גבולית
 במידה והאפשרות





חזק 7

$$g(x) = \frac{1}{f(x) - \frac{1}{4}}$$

תחום ההגדרה של $f(x)$ הוא: $-\pi \leq x \leq \pi$
 אזי מתואר הנקודה חיתוך של $f(x)$ עם ציר ה-
 לאורך הציר אנכית של $\frac{1}{4}$ שבי מטה. הנקודה של
 החיתוכים הם ציר x וגם y (כפי, $\frac{\pi}{3}$), $(-\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3})$

$$-\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{3} \text{ או } -\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3} \text{ או } \frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi$$

חזק 7

$$g'(x) = \frac{0(f(x) - \frac{1}{4}) - f'(x)}{(f(x) - \frac{1}{4})^2}$$

$$g'(x) = \frac{-f'(x)}{(f(x) - \frac{1}{4})^2} \longrightarrow g'(x) = 0 \longrightarrow -f'(x) = 0$$

אז $x = \frac{\pi}{3}$! $x = -\frac{\pi}{3}$ שני נקודות קיצון לא יתנו, אך מכיון אסמך תגזירה
 של $f(x)$! $f(x)$ נגזרת תחומי קטנים ובירידה ותיפס, ולכן סוגי קיצון
 נחלק. זרבי קיצון של $g(x)$:

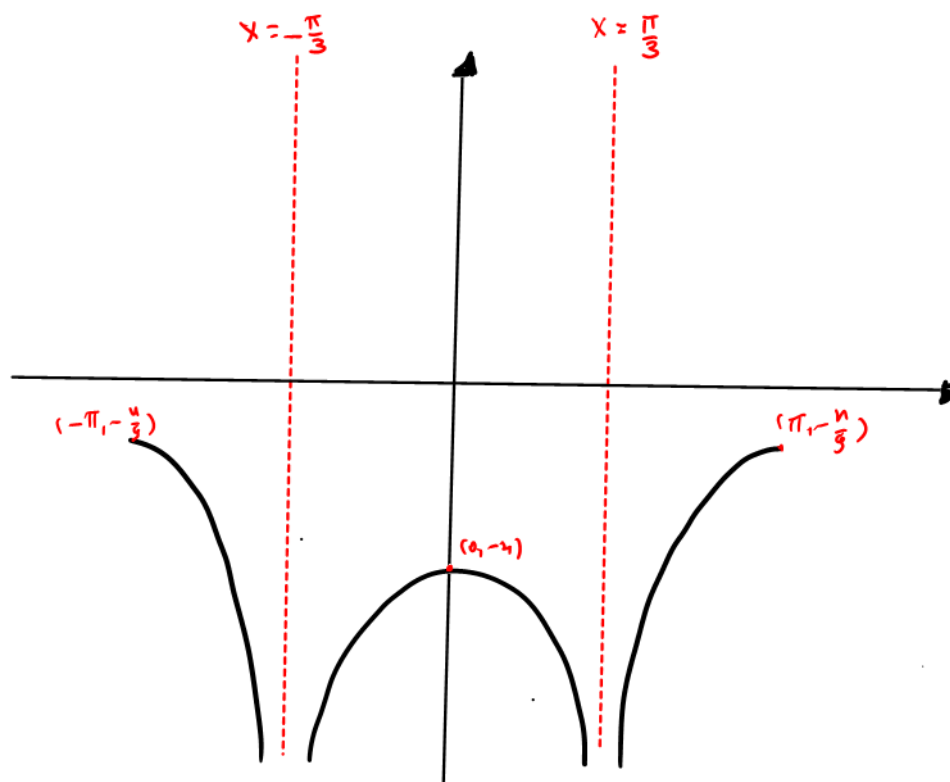
$$g(x_1) = \frac{1}{f(x_1) - b}$$

$$\max(-\pi, -\frac{\pi}{3}), \max(0, -\frac{\pi}{3}), \max(\pi, -\frac{\pi}{3})$$





71.





8. נתונה הפונקצייה $f(x) = kx^3 - 3x^2 + 0.5kx$, המוגדרת לכל x .

k הוא פרמטר שונה מ-0.

הנקודה A היא נקודת הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

נתון כי הנקודה A נמצאת ברביע הראשון.

ב. מצאו את תחום הערכים האפשרי של k .

דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה B , ואנך לציר ה- y החותך אותו בנקודה C .

נתון ריבוע I שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע AB , וריבוע II שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע AC .

ג. מצאו את הערך של k שבעבורו סכום שטחי הריבועים I ו- II הוא מינימלי (תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).

$$f'(x) = 3kx^2 - 6x + 0.5k$$

1c

$$f''(x) = 6kx - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{k}$$

$$f\left(\frac{1}{k}\right) = k \cdot \left(\frac{1}{k}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{k}\right)^2 + 0.5k \cdot \frac{1}{k} = \frac{1}{k^2} - \frac{3}{k^2} + 0.5 = \frac{1}{2} - \frac{2}{k^2}$$

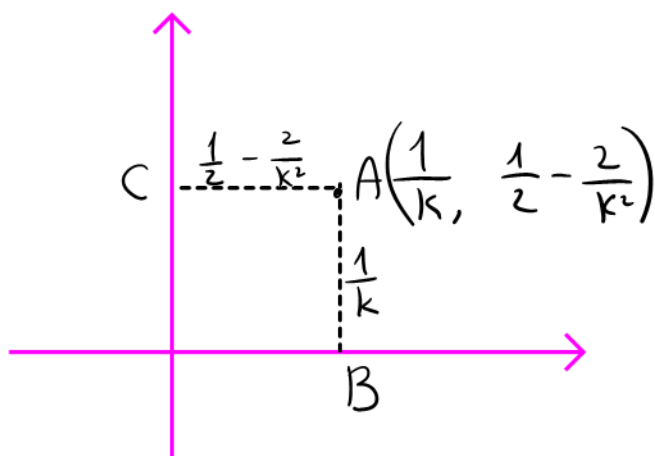
$$\left(\frac{1}{k}, \frac{1}{2} - \frac{2}{k^2}\right) A$$

$$x_A = \frac{1}{k} > 0 \rightarrow k > 0$$

2

$$y_A = \frac{1}{2} - \frac{2}{k^2} > 0 \rightarrow \frac{1}{2} > \frac{2}{k^2} \rightarrow k^2 > 4 \rightarrow k > 2$$

$$k > 2 \text{ ס'כ'}$$



$$I \text{ ריבוע } S = AB^2 = \left(\frac{1}{k}\right)^2 = \frac{1}{k^2}$$

$$II \text{ ריבוע } S = AC^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{k^2}\right)^2$$

סכום הריבועים

$$S(k) = \frac{1}{k^2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{k^2}\right)^2 = \frac{1}{k^2} + \frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{k^2} + \frac{4}{k^4} =$$

$$S(k) = \frac{4}{k^4} - \frac{1}{k^2} + \frac{1}{4} = 4 \cdot k^{-4} - k^{-2} + \frac{1}{4}$$

$$S'(k) = -16k^{-5} + 2k^{-3} = \frac{-16}{k^5} + \frac{2}{k^3} = \frac{-16 + 2k^2}{k^5} = 0$$

$$16 = 2k^2 \rightarrow k^2 = 8 \rightarrow \boxed{k = 2\sqrt{2}}$$

שקלול

$$S''(k) = 4k$$

$$S''(2\sqrt{2}) = 4 \cdot 2\sqrt{2} = + \rightarrow \text{min}$$

דאס'ט אן עקוואל $k = 2\sqrt{2}$ סכום הריבועים מינימלי