



פתרון הבחינה במתמטיקה

חורף תשפ"ו, 2026, שאלון 35482:
מוגש ע"י צוות מורי מתמטיקה של "יואל גבע"





פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. יריד ספרים ביישוב מסוים נמשך 7 ימים.
כמות הספרים שנמכרו בכל יום ביריד הייתה גדולה פי 2 מכמות הספרים שנמכרו ביום שלפניו.
ידוע כי בשלושת הימים הראשונים של היריד נמכרו 420 ספרים סך הכול.
א. מצאו כמה ספרים נמכרו ביום הראשון של היריד.
כל ספר ביריד נמכר ב- 50 שקלים.
ב. מצאו את סך כל ההכנסות ממכירת הספרים במשך 7 ימי היריד.
לאחר שהסתיים יריד הספרים החליט מנהל היריד לתרום מחצית מכל ההכנסות שהתקבלו ביריד.
מנהל היריד פרס את התרומה לכמה חודשים.
בחודש הראשון הוא תרם 4,315 שקלים, ובכל חודש שלאחר מכן הוא תרם 315 שקלים יותר מבחודש שלפניו.
ג. מצאו לכמה חודשים פרס מנהל היריד את התרומה.
ד. מצאו מהו סכום הכסף שתרום מנהל היריד סך הכול בשני החודשים האמצעיים.

פתרון:

א. כמה הספרים היו למינה שנמכרו היא סדרה הנדסית.
המשפט היא $q=2$, ויבוא כי בשלושת הימים הראשונים
נמכרו 420 ספרים, כלומר

$$a_1 + a_2 + a_3 = 420$$

↓

$$a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 = 420$$

↓

$$a_1 + a_1 \cdot 2 + a_1 \cdot 2^2 = 420$$

$$a_1 + 2a_1 + 4a_1 = 420$$

$$7a_1 = 420 \quad /:7$$

$$a_1 = 60$$

דיום הראשון נמכרו 60 ספרים





ה. הוסיף נחמא כל מה טפריק נחמא בשר
ד הילימ ט היריב:

$$S_7 = \frac{9 \cdot (9^7 - 1)}{9 - 1} = \frac{60 \cdot (2^7 - 1)}{2 - 1} = 7,620$$

כעת נכפול ב-50 ונהדא א- סך ההכנסות!

$$50 \cdot 7,620 = \boxed{381,000 \text{ ש"ח}}$$

ד. הסדרה של התרומות היא סדרה חשבונית.
האיבר הראשון הוא 4,315
ההפרש הוא $d = 315$

$$\frac{381,000}{2} = 190,500 \quad \text{סך כל התרומה הוא}$$

נציב בנוסחה סכום סדרה חשבונית:

$$190,500 = \frac{n}{2} [2 \cdot 4,315 + (n-1) \cdot 315]$$

$$381,000 = n [8,630 + 315n - 315]$$

$$381,000 = n [315n + 8,315]$$

$$381,000 = 315n^2 + 8,315n$$

$$315n^2 + 8,315n - 381,000 = 0$$

נסתור, ונהדא:

$$n_1 = 24, \quad n_2 = -\frac{8,315}{63}$$

א הוא שלילי, ואכן $n = 24$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה 



תשובה: 24 חוצים

3. החוצים האמצעיים הם החוצה ה-12
והחוצה ה-13.

$$a_{12} + a_{13} = a_1 + 11d + a_1 + 12d = 2a_1 + 23d$$

$$= 2 \cdot 4,315 + 23 \cdot 315 = 15,875$$

כחוצים האמצעיים נחלו 15,875 שקלים



טריגונומטריה במרחב

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.

SO הוא גובה הפירמידה.

SF הוא גובה לצלע BC בפאה SBC.

נתון כי אורך הצלע BC הוא 8, וכי שטח הפאה SBC הוא 60.

א. מצאו את אורך הגובה SF.

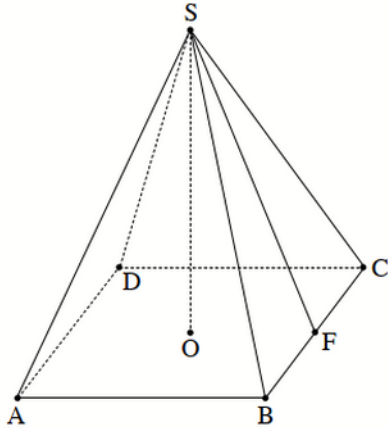
נתון כי גודל הזווית שבין SF ובין בסיס הפירמידה הוא 67° .

ב. מצאו את אורך הצלע AB.

ג. מצאו את נפח הפירמידה.

נתונה קובייה שאלכסון פאה שלה שווה לגובה הפירמידה SO.

ד. מצאו פי כמה גדול נפח הקובייה מנפח הפירמידה.



פתרון שאלה 2

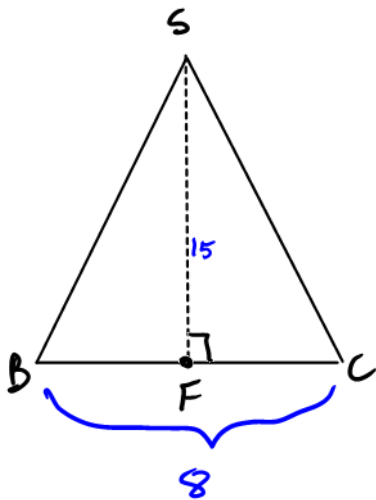
א. נבטלו את שטח SBC ונשווה פיתרון:

$$S_{SBC} = 60$$

$$\frac{BC \cdot SF}{2} = 60$$

$$\frac{8 \cdot SF}{2} = 60$$

$$SF = 15$$



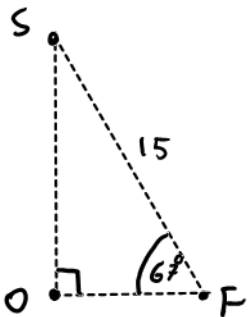
ב. נבין מהו שטח ישר זווית SOF:

נחשב את OF:

$$\frac{OF}{SF} = \cos(67^\circ)$$

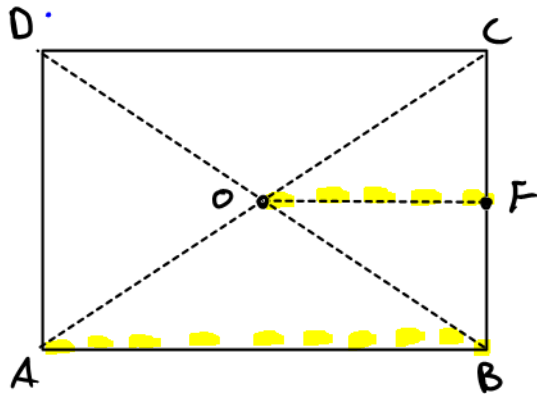
$$\frac{OF}{15} = \cos(67^\circ)$$

$$OF = 15 \cdot \cos(67^\circ) = 5.861$$

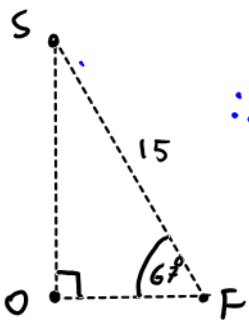


המשק שאלה 2 סעיף ב'

נשים לב ש OF הוא קטע אנכי
ב $\triangle ABC$, כיוון ש O נמצא על ציר
במרכז חוצה כל צלע AB היא אנכית
(אנכי בשל שוק"ץ SB הוא זק תיכון)
ועכ"ן מתקיים: $AB = 2 \cdot OF$



$$AB = 2 \cdot 15 \cdot \cos(67^\circ) = 30 \cdot \cos(67^\circ) = 11.722$$



ד. נחשב את גובה הפרמידה בעזרת $\triangle SOF$:

$$\frac{SO}{SF} = \sin(67^\circ)$$

$$SO = SF \cdot \sin(67^\circ)$$

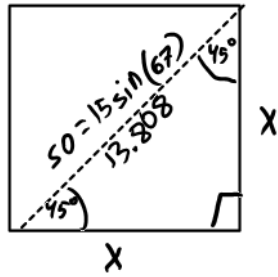
$$SO = 15 \cdot \sin(67^\circ) = 13.808$$

נבח הפרמידה:

$$V_{ABCDs} = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot BC \cdot SO =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 30 \cos(67^\circ) \cdot 8 \cdot 15 \cdot \sin(67^\circ) = 431.6$$





המשק לאולה 2
3. נחשב מקצוץ של הקובייה:

$$x^2 + x^2 = (50)^2$$

$$x = \frac{50}{\sqrt{2}} = 9.763$$

נפח הקובייה

$$V = (x)^3 = (9.763)^3 = 930.7$$

קובייה

נמצא פי כמה גדול נפח הקובייה מנפח הפרימיטה:

$$\frac{V_{\text{קובייה}}}{V_{\text{פרימיטה}}} = \frac{930.7}{431.6} = 2.156$$

נפח הקובייה גדול פי 2.156 מנפח הפרימיטה



3. נתונה הפונקצייה $f(x) = \cos(3x) + a$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתון כי שיעור ה- y של נקודת המינימום של הפונקצייה $f(x)$ הוא -1.5 .

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = -0.5$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על סעיפים ג-ה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

העבירו משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

ה. (1) מצאו את משוואת המשיק.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y .

פתרון:

10. נמצא את הפונקציה:

נאווה לאס ונסתור:

$$f'(x) = -3 \sin 3x$$

$$-3 \sin 3x = 0$$

$$3x = \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{3} k$$

$$k=0 \rightarrow x=0$$

$$k=1 \rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$k=2 \rightarrow x = \frac{2}{3}\pi$$

בתחום הנכון (נהדר):

נציב בטבלת אינדיקטור:

x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
$f'(x)$	0	-	0	+
$f(x)$	.	↘	.	↗

טבלת האינדיקטור:

$x=0$	מקסימום
$x=\frac{\pi}{3}$	מינימום
$x=\frac{2\pi}{3}$	מקסימום





ב. שינוי ג' על נקודת המינימום ה-1.5
כלומר נקודת המינימום היא $(\frac{\pi}{3}, -1.5)$.
נציב בפונקציה:

$$-1.5 = \cos(3 \cdot \frac{\pi}{3}) + a$$

$$-1.5 = \cos \pi + a$$

$$-1.5 = -1 + a$$

$$\boxed{a = -\frac{1}{2}}$$

ד. הפונקציה היא $f(x) = \cos 3x - \frac{1}{2}$
חיתוך עם ציר x: $f(x) = 0$ (אפסות):

$$\cos 3x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\cos 3x = \frac{1}{2}$$

$$3x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}k$$

$$k=0 \rightarrow x = \frac{\pi}{9}$$

$$k=1 \rightarrow x = \frac{7\pi}{9} \text{ (בתחום)}$$

$$k=-1 \rightarrow x = \frac{5\pi}{9} \text{ (בתחום)}$$

$$3x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}k$$

$$k=0 \rightarrow x = -\frac{\pi}{9} \text{ (בתחום)}$$

$$k=1 \rightarrow x = \frac{5\pi}{9}$$

$$k=2 \rightarrow x = \frac{11\pi}{9} \text{ (בתחום)}$$

$$\boxed{(\frac{5\pi}{9}, 0), (\frac{\pi}{9}, 0)}$$

אם כי:





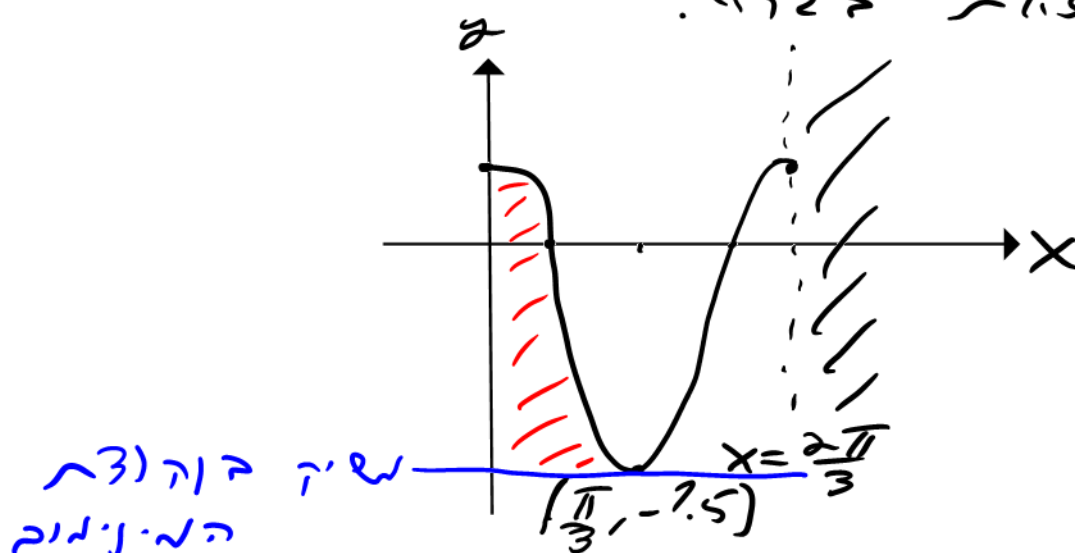
3. נשלח את שיעור x של נקודת המינימום
בהצבה התחומי:

$$f(0) = \cos(3 \cdot 0) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(3 \cdot \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{2} = \cos(2\pi) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

נקודות אלו הן: $(0, \frac{1}{2}), (\frac{2\pi}{3}, \frac{1}{2})$

נשים לב שהקצה התחום הנמצא מתאבסם
ונמצא שיש את הנקודה הזו:



ה. (1) גובה המעטפת הוא $y = -1.5$

משום שהגובה המקסימלי של x יחידה בנקודה
המינימום של $y = -1.5$.

(2) בשטח מסווג "בונה" מתחיל בנקודה
 $x = 0$ ו- $x = \frac{\pi}{3}$.

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\cos(3x) - \frac{1}{2} - (-1.5)) dx$$



$$S = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\cos 3x + 1) dx = \left[\frac{\sin 3x}{3} + x \right]_0^{\frac{\pi}{3}}$$

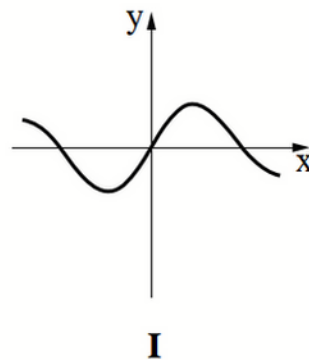
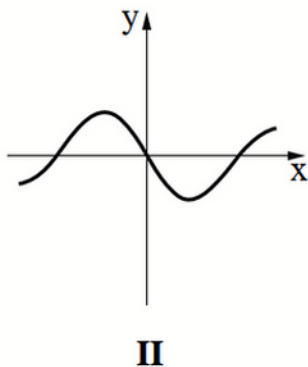
$$S = \left[\frac{\sin(3 \cdot \frac{\pi}{3})}{3} + \frac{\pi}{3} \right] - \left[\frac{\sin 0}{3} + 0 \right]$$

$$S = \frac{\pi}{3}$$





4. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .
 לפונקצייה $f(x)$ יש רק נקודת מינימום אחת ושתי נקודות מקסימום.
 לפניכם שני גרפים, I-II. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 בסרטוט של כל אחד מן הגרפים I-II מופיעות כל נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- x .



- א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = \frac{6x^2}{e^{x^2+2}}$.

- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ג. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית.
 ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .





פתרון שאלה 4

א. גרף I מתאפיין על ידי נק' חיתוך עם ציר x
(הנקודה עוברת ממצב חיובי (שלילי) לנקודה שלילי (חיובי))
בהתאם לנתון שיש 2 נק' מקסימום.

ב. חיתוך עם ציר x - נציב $f(x)=0$

$$\frac{6x^2}{e^{x^2+2}} = 0 \quad / \quad \text{כאשר } e^{x^2+2} \neq 0$$

$$6x^2 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

נק' חיתוך עם ציר x היא $(0,0)$

ג. נראה שמתקיים $f(-a)=f(a)$ כדי להוכיח שהפונקציה זוגית:

$$f(a) = \frac{6a^2}{e^{a^2+2}}$$

נחזק זוגיות מבטא את המקצק העליון:

$$\underline{\underline{f(-a)}} = \frac{6 \cdot (-a)^2}{e^{(-a)^2+2}} = \frac{6a^2}{e^{a^2+2}} = \underline{\underline{f(a)}}$$

ד.נ.ש



המשק שאלה 4

$$f(x) = \frac{6x^2}{e^{x^2+2}}$$

3. נגזור:

$$f'(x) = \frac{12x \cdot e^{x^2+2} - 6x^2 \cdot 2x \cdot e^{x^2+2}}{(e^{x^2+2})^2}$$

$$f'(x) = \frac{12x \cdot e^{x^2+2} \cdot [1-x^2]}{e^{2x^2+4}}$$

$$f'(x) = 0$$

נשווה לאפס:

$$0 = \frac{12x \cdot e^{x^2+2} \cdot [1-x^2]}{e^{2x^2+4}} \quad \text{כפל במנה } e^{2x^2+4} \neq 0$$

$$0 = 12x \cdot e^{x^2+2} \cdot [1-x^2]$$

$$x = 0$$

$$e^{x^2+2} = 0 \quad \text{אין פתרון}$$

$$1-x^2 = 0$$

$$x = -1 \quad x = 1$$

נסווק ט"י הדרך הנכון בתחילת השאלה.

x	-1	0	1
f'	+	0	-
f	max	min	max





$$f(x) = \frac{6x^2}{e^{x^2+2}}$$

המשק גולד 4
המשק סטודנט 3

נציג בסיס פקבל שיטות 4:

$$f(-1) = f(1) = \frac{6 \cdot 1^2}{e^{1^2+2}} = \frac{6}{e^3} = 0.299$$

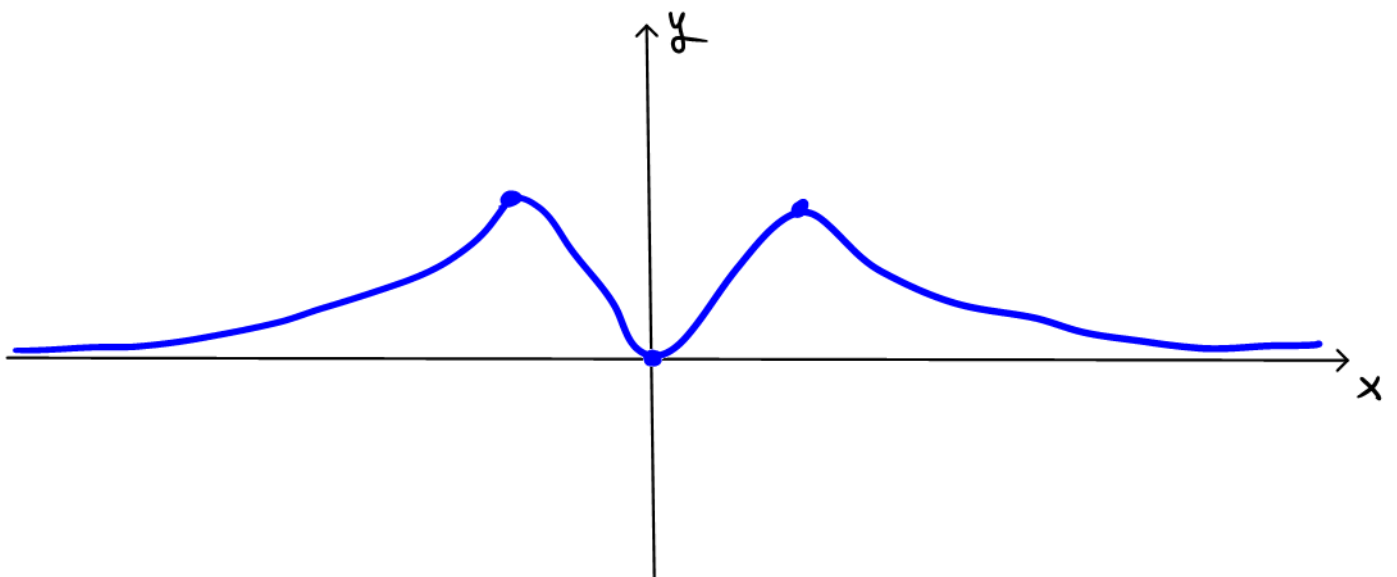
בסיס גולד

$$f(0) = 0$$

אם: נק' מינימום ב $(0,0)$

נק' מקסימום ב $(1, \frac{6}{e^3})$ ו $(-1, \frac{6}{e^3})$

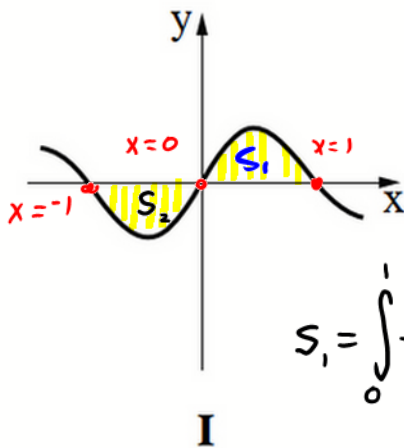
x	-1	0	1
f'	+	0	-
f	max	min	max





המשק שאלה 4

1. נסכום שלבים שמשק בעצרת
אוינלטרס מסויים



$$S_1 = \int_0^1 f'(x) dx = [f(x)]_0^1 = f(1) - f(0) = \frac{6}{e^3} - 0 = \frac{6}{e^3}$$

$$S_2 = \int_{-1}^0 (0 - f(x)) dx = [-f(x)]_{-1}^0 = (-f(0)) - (-f(-1)) = \frac{6}{e^3}$$

נסכום:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{6}{e^3} + \frac{6}{e^3} = \frac{12}{e^3} = 0.597$$





5. נתונה הפונקצייה $f(x) = ax \cdot (2 - \ln x)$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

נתון כי בנקודה שבה $x = e^3$, שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא -8.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 4$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ד.

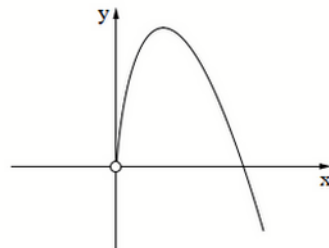
ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

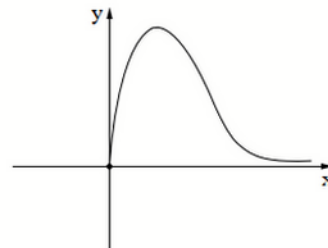
נתונה הפונקצייה $g(x) = -2f(x) + 37$.

ד. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

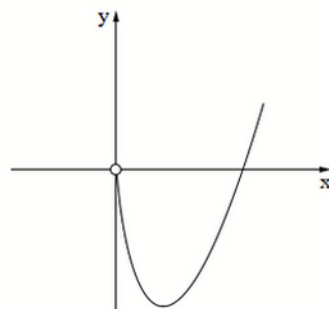
(2) האם גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את גרף הפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.



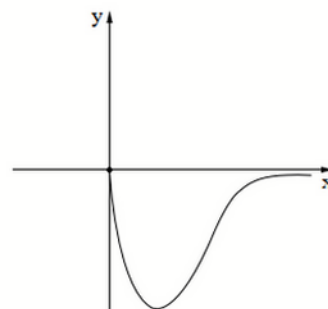
II



I



IV



III



בתיון שאלה 5

א. (1) תחום ההגדרה: $0 < x$

(2) נציב $f(x)=0$

$$ax \cdot (2 - \ln x) = 0$$

~~$x=0$~~
נכנסים
ת.ה.

$$2 - \ln x = 0$$

$$\ln x = 2$$

$$x = e^2 = 7.39$$

חיתוך עם ציר x: $(e^2, 0)$

ב. נתון: $f'(e^3) = -8$

נמצא:

$$f'(x) = a(2 - \ln x) + ax \cdot \left(-\frac{1}{x}\right) = a(2 - \ln x) - a = a[2 - \ln x - 1]$$

$$f'(x) = a[1 - \ln x]$$

נציב $x = e^3$ ונשווה לשיעור הנתון:

$$a[1 - \ln(e^3)] = -8$$

$$a[1 - 3] = -8$$

$$a = 4$$

$$f(x) = 4x \cdot (2 - \ln x)$$

$$f'(x) = 4[1 - \ln x]$$

נהלים נכונים:

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





$$f(x) = 4x \cdot (2 - \ln x)$$

$$f'(x) = 4[1 - \ln x]$$

המשק שאלה 5

ד. (1) נשווה נגזרת לאפס:

$$0 = 4[1 - \ln x]$$

$$\ln x = 1$$

$$x = e'$$

$$f(e') = 4 \cdot e \cdot (2 - \ln(e')) = 4e = 10.87$$

נציב בכוף:

נסוה ע' הזבת ערכי ביניים במערכת ובציקה חוביות/טליות:

x	0	1	^{2.72} e	3
f'		+	0	-
f		↗	max	↘

$$f'(1) = 4 \cdot [1 - \ln(1)] = 4 =$$

$$f'(3) = -0.87$$

בנק' $(e, 4e)$ יש נק' מקסימום או $(2.72, 10.87)$ max

(2) Π היחיד שמתאפיין בנק' חיתוך אחת בלבד
הנמצאת מימין בנק' המקסימום



המשק לא 5

3. $g(x) = -2 \cdot f(x) + 37$

(1) בסעיף קודם מצאנו $f(e) = 4e$ נציב:

$$g(e) = -2 \cdot f(e) + 37 = -2 \cdot 4e + 37 = 15.253$$

כעומר ל $g(x)$ יש נק' מינימום ב $(2.72, 15.253)$

הכפל בקבוצ $g(x)$ מביא שיקוף והיפוך בין תחומי עליה וירידה

(2) נק' המקסימום של $f(x)$ נמצאת מתחת לנק' המינימום

של $g(x)$ ולכן גרף הפונקציה $f(x)$ לא חותק את גרף $g(x)$