



פתרון הבחינה במתמטיקה

חורף תשפ"ו, 2026 שאלון 35471, גרסה 06:
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"





1. הציונים בבחינה הפסיכומטרית בשנה מסוימת התפלגו נורמלית, וממוצע הציונים היה 570.

בשנה זו ניגשה לימור לבחינה הפסיכומטרית.

הציון של לימור בבחינה היה 698, וציון התקן שלה היה 1.6.

א. מצאו את סטיית התקן של הציונים בבחינה.

ציון הסף הוא הציון הנמוך ביותר שצריך להשיג בבחינה כדי להתקבל לחוג מסוים.

בטבלה שלפניכם מוצג ציון הסף הנדרש כדי להתקבל לחוג לספרות וציון הסף הנדרש כדי להתקבל לחוג לפסיכולוגיה

באוניברסיטה מסוימת.

החוג לפסיכולוגיה	החוג לספרות	
682	602	ציון הסף

גם יעל ניגשה לבחינה בשנה זו. נתון כי 57.9% מן הנבחנים קיבלו ציון נמוך מן הציון של יעל.

ב. האם יעל יכולה להתקבל לחוג לספרות? נמקו את תשובתכם.

ג. (1) מצאו את אחוז הנבחנים שיכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה.

(2) מצאו את אחוז הנבחנים שיכולים להתקבל לחוג לספרות אך אינם יכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה.

נתון כי 7,392 נבחנים יכולים להתקבל לחוג לספרות אך אינם יכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה.

ד. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה נבחנים יכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה?

פתרון

נתון: x - ציון הנבחנית יעל

$$\bar{x} = 570$$

למציאת:

$$x = 698$$

$$z = 1.6$$

$$1) s = ?$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s} \Rightarrow 1.6 = \frac{698 - 570}{s} \Rightarrow \frac{s}{1.6} = \frac{128}{1.6} \quad / \cdot s$$

$$\Rightarrow 1.6s = 128 / : 1.6 \Rightarrow s = 80$$



תלמיד: סלימ יחייקן, גיל 28, $\mu = 80$

ניקוי:

682 = ציון הסל
602 = ציון הסל
יחידה לסל
אסטנציוני

(ז):

א.פ.ד.ס מן היקדמתי קיבלו ציון נמוך מן הניקוי של יוא.

2)

נמצא יוא הניקוי של יוא.

צד.ס. מן היקדמתי קיבלו
ניקוי נמוך מן הניקוי של יוא.
 $\Rightarrow$ $\frac{צד.ס}{100} = 0.5$ $\Rightarrow$ $צד.ס = 50$

$z = 0.2 \Rightarrow$ $צד.ס = 0.2$ ממוצע

↑
סל
ניקוי



$$z = \frac{x - \bar{x}}{s} \Rightarrow \frac{80.}{0.2} = \frac{x - 570}{80} \quad | \cdot 80$$

$$16 = x - 570$$

$$16 + 570 = x$$

$$586 = x$$

נניח ש- 586

586 אינו: נניח ונסל דחוק לסטנדרט (602) ולין, ונל אלן ונול:
אנטיקל אחל לסטנדרט.

(1) (2)

יו ארצין גל ארצין הקדחתה שקידול
נעל 82 (נין וסל דחוק לסטנדרט).

$$x = 682$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s} \Rightarrow z = \frac{682 - 570}{80} = 1.4$$

$$p(z > 1.4) = 1 - p(z < 1.4) = 1 - 0.919 = 0.081$$

↑
טל

$$0.081 \cdot 100\% = 8.1\%$$





משקנה:

8.4% וכלל את המיקוד למידע הסטטיסטי.

(3) יש למלא את היקף המיקוד בין 602 ל 682.

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$x = 602 \Rightarrow z = \frac{602 - 570}{80} = z = 0.4$$

$$x = 682 \Rightarrow z = 1.1$$

↑
מיקוד 7 (1)

$$P(602 < x < 682) = P(0.4 < z < 1.1) =$$

$$= P(z=1.1) - P(z=0.4) = 0.919 - 0.655 = 0.264$$

↑
הפרש
המיקוד

$$0.264 \cdot 100\% = 26.4\%$$

משקנה:

26.4% וכלל את המיקוד למידע הסטטיסטי.
הינה וכלל את המיקוד למידע הסטטיסטי.

הזדמנות לעתודה יש כעת חיים. אל תתפשרו עליה

3)

נניח כי 292 נקודות ידועות להבחן להיכנס ללימודים,

ו-100 נקודות ידועות להבחן להיכנס ללימודים.

הוא הממוצע של כל הנבחנים.

נניח שההפרש בין הממוצעים הוא 100.

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$x = 602 \rightarrow z = \frac{602 - 570}{80} \Rightarrow z = 0.4$$

$$x = 682 \rightarrow z = \frac{682 - 570}{80} \Rightarrow z = 1.4$$

$$p(602 < x < 682) = p(0.4 < z < 1.4) = p(z < 1.4) - p(z < 0.4) =$$

$$= 0.919 - 0.655 = 0.264$$

↑
הסתברות נורמלית

$$\frac{0.264}{N} = 0.00264$$

$$0.264 \cdot N = 292 \Rightarrow N = 1106$$

$$N = 2800$$

הסתברות (1) שהבחן ייבחן להיכנס ללימודים היא 0.00264

(2) הסיכוי שהבחן ייבחן להיכנס ללימודים הוא 0.00264.

הסתברות: 2264 נקודות.



2. תזונאי בדק את הקשר בין הטמפרטורה המקסימלית בירושלים ביום מסוים (המשתנה x) ובין צריכת המים באותו היום (המשתנה y) של יוסי, תושב ירושלים.

בטבלה שלפניכם מוצגים הנתונים שהתקבלו בבדיקה של התזונאי בעבור 6 ימים.

הטמפרטורה המקסימלית (מעלות צלזיוס) – המשתנה x	צריכת המים של יוסי (ליטרים) – המשתנה y
20	1.7
22	1.8
24	2.5
26	2.8
28	3
30	3.2

- א. (1) מצאו את הממוצע של הטמפרטורה המקסימלית ב־ 6 הימים שנבדקו.
(2) מצאו את סטיית התקן של הטמפרטורה המקסימלית ב־ 6 הימים שנבדקו.
- התזונאי חישוב ומצא כי הממוצע של צריכת המים של יוסי ב־ 6 הימים שנבדקו הוא 2.5 ליטר, וסטיית התקן של צריכת המים שלו היא $\frac{7\sqrt{6}}{30}$ ליטר.
- ב. מצאו את מקדם המתאם r בין שני המשתנים.
- ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .
- התזונאי הכפיל כל אחד מנתוני צריכת המים של יוסי (המשתנה y) פי 3, כדי לייצג את צריכת המים של המשפחה של יוסי.
- ד. בעבור כל אחד מן המדדים I, II שלפניכם, קבעו אם הערך שלו גדל, קטן או לא השתנה לאחר ההכפלה. נמקו את קביעותיכם.
- I. הממוצע של המשתנה y .
- II. סטיית התקן של המשתנה y .
- ה. מצאו את השיפוע של ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר ההכפלה. נמקו את תשובתכם.

סכום

$$(1) \quad \bar{x} = \frac{20 + 22 + 24 + 26 + 28 + 30}{6} = \frac{150}{6} = 25$$

$\bar{x} = 25$
סכום
מקדם

ממוצע:

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





היפוך: נמצא נקודת איזון אחת לסטנדרט, וזו הנקודה הנדרשת.

מסקנה: נ - סטנדרט הנדרש

$$p = \frac{f}{n}$$

$$p = \text{הסתברות} \\ f = \text{מחלק} \\ n = \text{מספר}$$

$$\Rightarrow \frac{p}{0.266} = \frac{f}{7392} \quad n$$

$$0.266 \cdot n = 7392$$

$$n = 28000$$

אם נניח איזון אחת לסטנדרט, נקודת האיזון היא 682.

$$P(X > 682) = P(Z > 1.4) = 1 - P(Z < 1.4) = 1 - 0.919 = 0.081$$

$$0.081 \cdot 28000 = 2268$$

השקנה: 2268 נקודות יבולת איזון אחת לסטנדרט.



(2) $s_x = ?$

(עצמו ינסה) סטטיסטיקה

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{n}}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{(20-25)^2 \cdot 1 + (22-25)^2 \cdot 1 + (24-25)^2 \cdot 1 + (26-25)^2 \cdot 1 + (28-25)^2 \cdot 1 + (30-25)^2 \cdot 1}{6}}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{70}{6}} = 3.416$$

תוצאה:

$$s_x = 3.416$$

מקור
ס/5/3



למשל: $\bar{y} = 2.5$, $s_y = \frac{7\sqrt{6}}{30} = 0.572$

2) $r = ?$

ניסו > נוסחה (למשל) גורמים.

$$r = \frac{1}{n \cdot s_x \cdot s_y} \cdot \left[(x_1 - \bar{x}) \cdot (y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x}) \cdot (y_n - \bar{y}) \right]$$

$$r = \frac{1}{6 \cdot 3.416 \cdot 0.572} \cdot \left[(20-25) \cdot (1.7-2.5) + (22-25) \cdot (1.8-2.5) + (24-25) \cdot (1.5-2.5) + \right. \\ \left. + (26-25) \cdot (2.8-2.5) + (28-25) \cdot (3-2.5) + (30-25) \cdot (2.2-2.5) \right]$$

$$r = 0.085 \cdot [4 + 2.1 + 0 + 0.3 + 1.5 + 3.5]$$

$$r = 0.085 \cdot 11.4$$

$$r = 0.969$$



$$2) \quad m = r \cdot \frac{s_y}{s_x} \Rightarrow m = 0.969 \cdot \frac{0.572}{3.416} \Rightarrow m = 0.162$$

$$y - \bar{y} = m(x - \bar{x})$$

$$\Rightarrow y - 2.5 = 0.162(x - 25)$$

$$y - 2.5 = 0.162x - 4.05$$

$$y = 0.162x - 4.05 + 2.5$$

$$y = 0.162x - 1.55$$

משוואת קו הרגרסיה:

למשל:

$$y = 0.162x$$

$$3) \quad I \quad \bar{y} = 0.162 \cdot \bar{x} = 0.162 \cdot 25 = 4.05$$

$$(4.05 - (2.5 - 2.5)) \quad \Rightarrow \text{ההפרש של הממוצע נקרא}$$

$$II \quad s_y = 0.162 \cdot s_x = 0.162 \cdot 3.416 = 0.554$$

$$(0.554 - (0.572 - 0.572)) \quad \Rightarrow \text{ההפרש של הממוצע נקרא}$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





$m = ?$
הנכס

הואשם, יואל, נכסיו משמנה. גמסיו הישיר, מין (נכס) והמשלך אלא משמנה.
האילו, ר נכסו אלא שנינו. ($r = r_{\text{נכס}} = 0.96$)

הנכס:

$$m = r \cdot \frac{\$ \text{נכס}}{\$ \text{א}} \cdot \frac{\$ \text{א}}{\$ \text{נכס}}$$

$$m_{\text{הנכס}} = r_{\text{הנכס}} \cdot \frac{\$ \text{הנכס}}{\$ \text{א}} = 0.96 \cdot \frac{1.716}{1.716} = 0.486$$

$m = 0.486$
הנכס

הנכס: ר א- $\$ \text{א}$ אלא שנינו, נכס קנא כי נ
ואכן m קנא ש נ (א- 0.162 - 0.486)





3. ביישוב מסוים מעודדים משפחות למחזור בקבוקי זכוכית, אריזות פלסטיק ועוד. ביישוב זה מעודדים משפחות גם להתנדב במוסדות היישוב.

בסקר שנערך בקרב כל המשפחות ביישוב, נמצא כי חלק מן המשפחות ממחזרות, ושאר המשפחות אינן ממחזרות.

כמו כן חלק מן המשפחות ביישוב מתנדבות, והשאר אינן מתנדבות.

בוחרים באקראי משפחה מן היישוב. ההסתברות שמשפחה זו ממחזרת גדולה ב- 0.26 מן ההסתברות שמשפחה זו אינה ממחזרת.

$\frac{2}{3}$ מן המשפחות שממחזרות הן משפחות מתנדבות.

א. (1) מצאו את אחוז המשפחות ביישוב שממחזרות.

(2) מצאו את אחוז המשפחות ביישוב שממחזרות וגם מתנדבות.

מספר המשפחות ביישוב שממחזרות וגם מתנדבות גדול פי 6 ממספר המשפחות ביישוב שאינן ממחזרות וגם אינן מתנדבות.

ב. בוחרים באקראי משפחה מן היישוב. מהי ההסתברות שמשפחה זו מתנדבת?

ג. בוחרים באקראי משפחה מן היישוב שמתנדבת. מהי ההסתברות שמשפחה זו אינה ממחזרת?

ביישוב זה יש 600 משפחות.

ד. מצאו כמה משפחות ביישוב ממחזרות אך מתנדבות.

פתרון

נניח x אחוז המשפחות המתנדבות.
נניח y אחוז המשפחות המחזרות.
נניח z אחוז המשפחות המחזרות ומתנדבות.

	מחזרת	מתנדבת	
מתנדבת			
מחזרת			
1	x	$x+0.26$	

נניח: x אחוז המשפחות המתנדבות.
נניח: y אחוז המשפחות המחזרות.
נניח: z אחוז המשפחות המחזרות ומתנדבות.

נסמן (x, y, z) :

$$x = P(\text{מתנדבת})$$

$$\Rightarrow P(\text{מחזרת}) = x + 0.26$$





דרישה מסוימת:

$$(x + 0.26) + x = 1$$

$$2x + 0.26 = 1$$

$$2x = 0.74$$

$$x = 0.37$$

$$\Rightarrow x + 0.26 = 0.37 + 0.26 = 0.63$$

אולם (היחס הוא) 0.63.

	למחצית	למחצית	
			המחצית
			המחצית
1	0.37	0.63	

ומכאן: $\frac{2}{3}$ מהמחצית של המחצית.

$$\Rightarrow P(\text{המחצית} | \text{המחצית}) = \frac{2}{3}$$





יגדו (קיסרה) איסטקורג למתן.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(\text{מתחשק} | \text{מתחשק}) = \frac{2}{3}$$

קולא :

$$\frac{P(\text{מתחשק} | \text{מתחשק})}{P(\text{מתחשק})} = \frac{2}{3}$$

ו

$$\frac{P(\text{מתחשק} | \text{מתחשק})}{0.63} = \frac{2}{3} \quad / \cdot 0.63$$

ו

$$P(\text{מתחשק} | \text{מתחשק}) = 0.42$$





(וס.) מיון (נ. א) קל:

	למחצה	למחצה
מיון	0.62	
למחצה		
1	0.37	0.63

1) (1) $p(\text{למחצה}) = 0.63$

מסקנה: אחוז (למחצה) קייסאט למחצה = 63%

(2) $p\left(\begin{matrix} \text{למחצה} \\ \text{וא} \\ \text{מיון} \end{matrix}\right) = 0.62$

מסקנה: אחוז (למחצה) קייסאט למחצה אק למיון = 62%



ייתכן: למסכו (מלכחלם) למחזורי אקז שמקדקלם קנול ב 6
למסכו (מלכחלם) שמקדקלם אקז שמקדקלם שמקדקלם.

(ימקדקלם שמקדקלם) נמל (ימקדקלם) וליקן נולל (ימקדקלם):

$$P(\text{ייתכן אקז שמקדקלם}) = \frac{P(\text{מחזורי אקז שמקדקלם})}{6} = \frac{0.42}{6} = 0.07$$

אמלם (ייתכן) (ב) (קלל).

	מחזורי	מחזורי	
שמקדקלם	0.3	0.62	
שמקדקלם	0.07	0.21	
1	0.37	0.63	

אמלם (ייתכן) (ב) (קלל).

$$P(\text{מחזורי אקז שמקדקלם}) = 0.63 - 0.62 = 0.01$$

$$P(\text{מחזורי אקז שמקדקלם}) = 0.21 + 0.07 = 0.28$$

$$P(\text{מחזורי אקז שמקדקלם}) = 0.37 - 0.07 = 0.3$$

$$P(\text{שמקדקלם}) = 0.62 + 0.21 = 0.83$$





2) $p(\text{ממונה}) = 0.07$

היכר:

3) $p(\text{ללא ממונה} / \text{ממונה}) = ?$

נעזר בקוסוס להסתקלה מהמקרה:

$$p(\text{ללא ממונה} / \text{ממונה}) = \frac{p(\text{ללא ממונה} \cap \text{ממונה})}{p(\text{ממונה})} = \frac{0.07}{0.72} = \frac{7}{72}$$

$p = \frac{7}{72}$

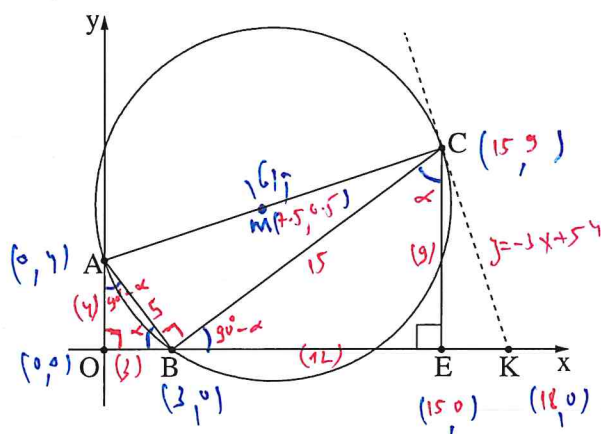
השקיה:

המין: גיליון זה ו 600 נלמדה.

$$p(\text{ללא ממונה} / \text{ממונה}) = 1 - p(\text{ללא ממונה} \cap \text{ממונה}) = 1 - 0.07 = 0.93$$

$$0.93 \cdot 600 = 558$$

השקיה: 558 נלמדה גיליון הממונה זהו למחלקה.



4. בסרטוט שלפניכם משולש ABC החסום במעגל. AC הוא קוטר במעגל.

הקודקוד A נמצא על ציר ה-y והקודקוד B נמצא על ציר ה-x.

דרך הנקודה C העבירו אנך לציר ה-x החותך אותו בנקודה E.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. הוכיחו כי $\angle ABO = \angle BCE$

ב. הוכיחו כי $\triangle AOB \sim \triangle BEC$

נתון כי יחס הדמיון בין המשולש BEC ובין המשולש AOB הוא 3,

וכי $A(0,4)$, $B(3,0)$.

ג. מצאו את אורך הצלע BE.

ד. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ה. העבירו משיק למעגל.

ו. מצאו את משוואת המשיק.

ז. הנקודה K היא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-x.

ח. חשבו את שטח המרובע ABKC.

פתרון

1) $\angle AOB = 90^\circ$
(הצורה היא מלבן)

$\angle ACB = 90^\circ$
(זווית היקף היא זווית ישרה)
לכן $\angle AOB = \angle ACB$

$\angle ABO = \alpha$





$$\angle CBE = 180^\circ - (\angle ABO + \angle ABC) =$$

$$= 180^\circ - (2\alpha) =$$

$$= 180^\circ - \alpha - 90^\circ = 90^\circ - \alpha$$

(הערה: זווית גורמה - זווית 180°)

$\triangle CDE$:

$$\angle BCE = 180^\circ - (90^\circ + 90^\circ - \alpha) =$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - 90^\circ + \alpha = \alpha$$

(סיקציה זווית 180°)

$$\angle ABO = \angle BCE = \alpha \quad \text{יידן:}$$

לפי (1)

$$(2) \quad \angle AOB = \angle CED = 90^\circ \quad \checkmark$$

$$\angle ABO = \angle BCE = \alpha \quad \checkmark$$

$\therefore$

$$\triangle AOB \sim \triangle CED$$

הה

לפי (2)

הזדמנות לעתודה יש כעם חיים. אל תתפשרו עליה





משפט: אם $AB \parallel CD$ ו- $AC \parallel BD$ אז $ABCD$ הוא מקבילית.

↓

אם $AB \parallel CD$ ו- $AC \parallel BD$ אז $ABCD$ הוא מקבילית.
אם $AB \parallel CD$ ו- $AC \parallel BD$ אז $ABCD$ הוא מקבילית.

$$B(3,0), A(0,4)$$

$$2) \quad BE = ?$$

$$AO = 4 - 0 = 4$$

BE היא הנקודה הממוצעת של AC
(שתי הנקודות הן x).

$$BE = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$$

↑
נחש
הנחש

$$BE = 2$$

משפט:



2) (2)

ΔAOB :

$$\angle OAB = 180^\circ - (50^\circ + 2^\circ) =$$

$$= 180^\circ - 50^\circ - 2^\circ =$$

$$= 90^\circ - 2^\circ$$

$$OB = 3 - 0 = 3$$

$$OE = OB + BE =$$

$$= 3 + 12 = 15$$

$$\Rightarrow E(15, 0)$$

CE היא הנקודה הממוצעת של OB, כלומר הנקודה AOB | BEC
(אחידה, משולש ישר זווית)

$$\Rightarrow CE = 3 \cdot 0 =$$

$$= 3 \cdot 3 = 9$$

CE ממוצעת: כלומר הנקודה AOB | BEC
 $x_C = x_E = 15$

$$y_C = 0 + 9 = 9 \quad \text{כלומר} \quad y_E = 9$$

$$C(15, 9)$$





משפט: קטע AC יחזיקו משך למעלה.

הנקודה M היא המרכז הנקודה.

אם M היא המרכז הנקודה AC - M ונקודה M קטע AC .

$$A(0, 1), C(15, 9)$$

נקודה M (ממוצע) נמצאת.

$$x_M = \frac{0+15}{2} = \frac{15}{2} = 7.5$$

$$y_M = \frac{1+9}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\Rightarrow M(7.5, 5)$$

נקודה M שכינה (ממוצע) נמצאת AC ונקודה M - C .

$$m_{MC} = \frac{5-5}{15-7.5} = \frac{0}{7.5} = 0$$



משקל, זמזום, אינטימיות, קצונה, היגיון
($m \perp m_c$)

מכאן (המשפט של זרנו) $m \cdot m_c = -1$

$$m_{m_c} = \frac{1}{3} \Rightarrow m = -3$$

משקל
(זרנו, אינטימיות)

(זרנו)

$$m = -3$$

משקל

$$C(15, 9)$$

$$y - 9 = -3(x - 15)$$

$$y - 9 = -3x + 45$$

$$y = -3x + 45 + 9$$

$$y = -3x + 54$$

משקל (זרנו):



למשל: קווי A היא קווי היתוך (המשקל של קווי היתוך הוא 1).
משקל היתוך.

$$y = -3x + 54$$

$$K(, 0)$$

$$0 = -3x + 54$$

$$3x = 54$$

$$x = 18$$

$$K(18, 0)$$

$$3) \int_{ABKC} = ?$$

$$\int_{ABKC} = \int_{ABC} + \int_{BCK}$$



ישר
ב/ב $\Delta ABO :$
($\angle AOB = 90^\circ$)

לפי משפט פיתגורס:

$$OA^2 + OB^2 = AB^2$$

$$\Rightarrow 4^2 + 3^2 = AB^2$$

$$25 = AB^2$$

$$\sqrt{25} = AB$$

$$5 = AB$$

ישר
ב/ב $\Delta BCE :$

($\angle CEB = 90^\circ$)

לפי משפט פיתגורס:

$$BE^2 + CE^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow 12^2 + 5^2 = BC^2$$

$$169 = BC^2$$

$$\sqrt{169} = BC$$

$$13 = BC$$

$$13 - 5 = 8 = AC$$

הזדמנות לעתודה יש כעת חיים. אל תתפשרו עליה





$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{5 \cdot 15}{2} = 37.5$$

$$S_{BCA} = \frac{BC \cdot CA}{2} \Rightarrow S_{BCA} = \frac{15 \cdot 9}{2} = 67.5$$

$$S_{ABCA} = S_{ABC} + S_{BCA} =$$

$$= 37.5 + 67.5 = 105$$

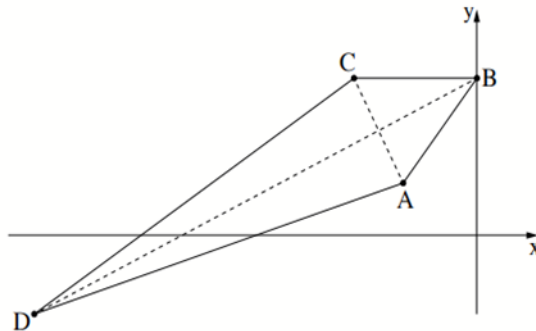
תשובה:

$$S_{ABCA} = 105$$

וה'.



5. בסרטוט שלפניכם דלתון ABCD (AB = CB, AD = CD).



הקודקוד C נמצא ברביע השני.

הצלע BC מקבילה לציר ה- x .

נתון: $B(0, 12)$, $A(-6, 4)$.

א. מצאו את אורך הצלע AB.

ב. מצאו את משוואת הקודקוד C.

ג. מצאו את משוואת האלכסון DB.

ד. מצאו את משוואת הצלע AD היא $y = \frac{1}{3}x + 6$.

ה. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

ו. הנקודה M היא מפגש אלכסוני הדלתון.

ז. מצאו את גודל הזווית ADM.

ח. הנקודה E היא אמצע הצלע DC.

ט. חשבו את שטח המשולש ADE.

פיתרון:
א. $d_{AB} = \sqrt{(0 - (-6))^2 + (12 - 4)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

ב. נניח הנקודה C היא (x_c, y_c) . נניח הנקודה B היא $(0, 12)$.

נניח הנקודה A היא $(-6, 4)$. נניח הנקודה D היא (x_d, y_d) .

$x_c = x_B - 10 = 0 - 10 = -10$

משוואת DB: $C(-10, 12)$

ג. הנקודה M היא מפגש אלכסוני הדלתון. נניח הנקודה M היא $(0, 6)$.

$m_{AC} = \frac{12 - 4}{-10 - (-6)} = \frac{8}{-4} = -2 \Rightarrow m_{BD} = \frac{1}{2}$

$y - 12 = \frac{1}{2}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 12$

ד. נתון כי משוואת AD היא $y = \frac{1}{3}x + 6$.

ה. נניח הנקודה D היא (x_d, y_d) . נניח הנקודה A היא $(-6, 4)$.





$$\frac{1}{3}x + 6 = \frac{1}{2}x + 12$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x = 6$$

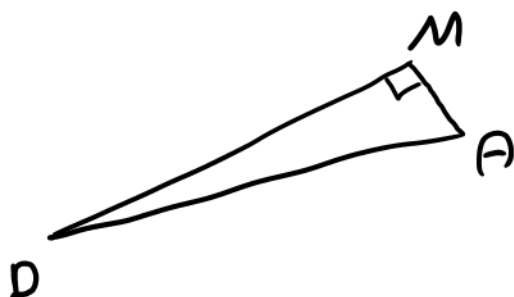
$$-\frac{1}{6}x = 6$$

$$x = -36$$

$$y_0 = \frac{1}{3} \cdot (-36) + 6 = -6$$

$$\boxed{D(-36, -6)}$$

3. משרש AM !



האלכסון הראשון בזוגות הנלך יאר האלכסון השני,
כאן:
 $AM = \frac{1}{2} AC$

$$d_{AC} = \sqrt{(-10 - (-6))^2 + (12 - 4)^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80}$$

$$\therefore AM = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{80} = \sqrt{20}$$

$$d_{AD} = \sqrt{(-6 - (-36))^2 + (4 - (-6))^2} = \sqrt{30^2 + 10^2} = \sqrt{1000}$$

כעת נשרש בזוגות $\angle$ סינוס!

$$\sin \angle ADM = \frac{AM}{AD} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{1000}} \Rightarrow \boxed{\angle ADM = 8.13^\circ}$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה 



ה. לא ידוע גודל זווית $\angle ADE$ ונמצא גודל זווית

זווית $\angle ADE$:

$$S_{ADE} = \frac{AD \cdot DE \cdot \sin \angle ADE}{2}$$

$$\angle ADE = \angle ADM = 2 \cdot 8.13^\circ = 16.26^\circ \quad \text{כעת:}$$

$$AD = \sqrt{1000}$$

נמצא גודל DE באופן הבא:

$$d_{DE} = \frac{1}{2} d_{CD} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(-10 - (-36))^2 + (12 - (-6))^2}$$

$$d_{DE} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{26^2 + 18^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1000}$$

נציב בנוסחה:

$$S_{ADE} = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{1000} \cdot \sqrt{1000} \cdot \sin 16.26^\circ}{2}$$

$$S_{ADE} = 70$$



6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{a}{(x-5)^2}$, המוגדרת בתחום $x \neq 5$.

a הוא פרמטר חיובי.

נתון כי בנקודה שבה $x = 7$, שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא -2 .

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 8$, וענו על הסעיפים ב-ה.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. (1) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

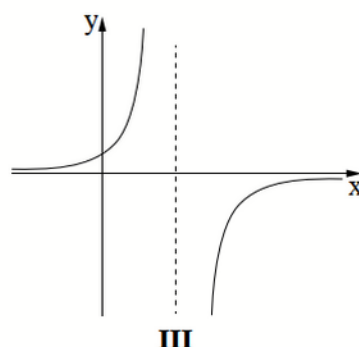
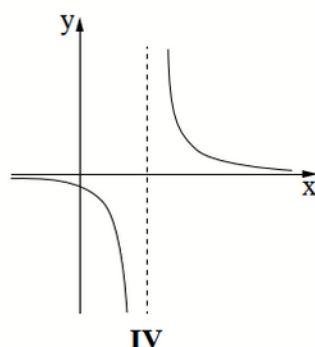
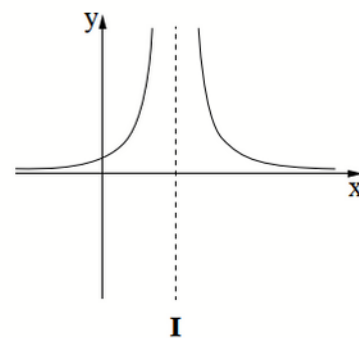
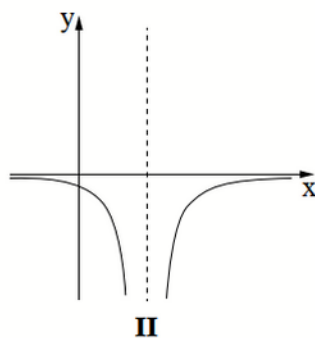
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 4$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

נתונה הפונקצייה $g(x) = f'(x) + 2$.

ה. בכמה גדול השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי הישר $x = 4$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y ,

מן השטח שמצאתם בסעיף ד(2)? נמקו את תשובתכם.





פתרון שאלה 6

$$f(x) = \frac{a}{(x-5)^2}$$

א. נתון: $f'(7) = -2$

$$f'(x) = \frac{0 - a \cdot (2x-10)}{((x-5)^2)^2} = \frac{10a - 2ax}{(x-5)^4}$$

נציב במקום $x=7$ ונשווה לשינוי הנתון:

$$\frac{10a - 2a \cdot 7}{(7-5)^4} = -2$$

$$\frac{-4a}{16} = -2$$

$$a = 8$$

$$f(x) = \frac{8}{(x-5)^2}$$

$$f'(x) = \frac{80 - 16x}{(x-5)^4}$$

נציב מחזע:

ב. חיתוך עם ציר y : $(0, 0.32)$

$$f(0) = \frac{8}{(-5)^2} = \frac{8}{25} = 0.32$$

חיתוך עם ציר x :

$$\frac{8}{(x-5)^2} = 0$$

אין פתרון

אין חיתוך עם ציר x

פתרון שאלה 6

ב. (2) אסימפטוטר מאונכות על ידיים: $x=5$, $y=0$

$$f'(x) = \frac{80-16x}{(x-5)^4}$$

$$f'(x) = 0$$

$$0 = \frac{80-16x}{(x-5)^4}$$

$$16x = 80$$

$$x = 5$$

פתרון פא מתחום ההגדרה,
ועם אין נק' קיצון

נציב בגזירה נציבים מהתחומים שממין ומשמאל לאסימפטוטה
וואנכית ונבדוק חילוקי/שלישיות כדי להסיק תחומי עלייה/ירידה:

x	0	5	6
$f'(x)$	$\oplus$	/	$\ominus$
$f(x)$	↗	/	↘

$$f'(0) = \frac{80-16 \cdot 0}{(0-5)^4} = \frac{16}{125} \quad \text{חיובי}$$

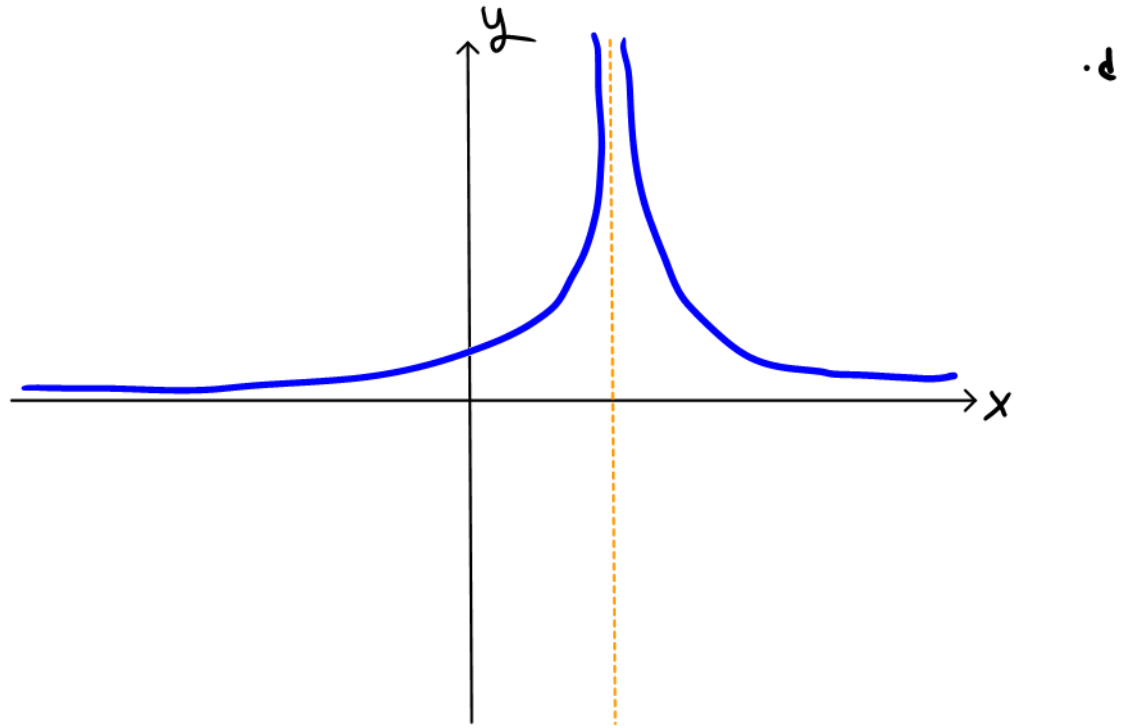
$$f'(6) = \text{שלילי}$$

תחום עלייה: $x < 5$

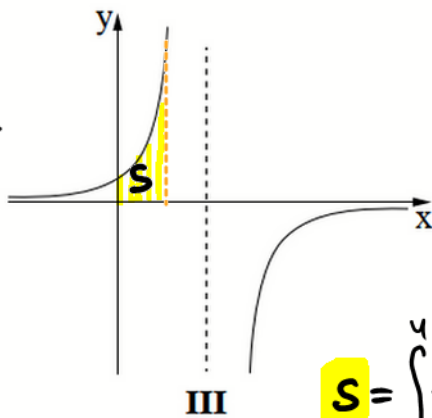
תחום ירידה: $5 < x$



בתריון גאוסה 6



3. (1) גרף מס' II הט המאפיין $f'(x)$
(2) נחשב בעזרת אינטגרל מסוּיָם:



$$S = \int_0^4 f'(x) dx = [f(x)]_0^4 = f(4) - f(0) = \frac{8}{(4-5)^2} - 0.32 = 7.68$$



פתרון שאלה 6

ה. השלם מצד ה $4 \cdot 2 = 8$

נימוק I: הנחה ש $f'(x)$ ב 2 יח' מעלה מוסיפה בתחתית השלם
מלבן שמימין $2 \cdot 4 = 8$

נימוק II: אפשר פחלב:

$$S_2 = \int_0^4 (f'(x) + 2) dx = [f(x) + 2x]_0^4 = f(4) + 2 \cdot 4 - (f(0) + 0) = 7.68 + 8$$



7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{4-x}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

- נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x + a)$, a הוא פרמטר.
 נתון כי לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת מקסימום פנימית בנקודה שבה $x = 5.2$.
 ג. (1) מצאו את הערך של a . נמקו את תשובתכם.
 (2) מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$?

פתרון שאלה 7

א. (1) $0 \leq 4-x$
 ת.ה: $x \leq 4$

(2) חיתוך עם ציר x :

$$f(x) = 0$$

$$0 = x^2 \cdot \sqrt{4-x}$$

$x^2 = 0$
 $x = 0$
 $(0, 0)$

$\sqrt{4-x} = 0$
 $4-x = 0$
 $x = 4$
 $(4, 0)$



המשק לאסר 7

$$f'(x) = 2x\sqrt{4-x} + x^2 \cdot \frac{-1}{2\sqrt{4-x}}$$

א. (3) נגזרת:

$$f'(x) = 2x\sqrt{4-x} - \frac{x^2}{2\sqrt{4-x}}$$

נגזרת לאפס:

$$0 = 2x\sqrt{4-x} - \frac{x^2}{2\sqrt{4-x}}$$

$$\frac{x^2}{2\sqrt{4-x}} = 2x\sqrt{4-x}$$

כפס
נמנ
x ≠ 4

$$x^2 = 4x(4-x)$$

$$x^2 = 16x - 4x^2$$

$$0 = 16x - 5x^2$$

$$0 = x(16 - 5x)$$

$$x = 0$$

$$16 - 5x = 0$$

$$x = 3.2$$

נציג בפינה פקדלת שיעורי ע:

$$f(0) = 0 \quad (0, 0)$$

$$f(3.2) = 9.159 \quad (3.2, 9.16)$$



החלק שאלה 7

א. (3) נק' הקיצון קצה-תחום:
 $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{4-x} = 0$
 $(4, 0)$

נציב בגזירה נציבים מהתחומים שמימין ומשמאל לאסימטוטה.
 ואנכית ונגזיק חוקיות/שלילות כדי להסיק תחומי עלייה/ירידה:

x	-1	0	1	3.2	3.5	4
f'	⊖	0	⊕	0	⊖	///
f	↘	min	↗	max	↘	min

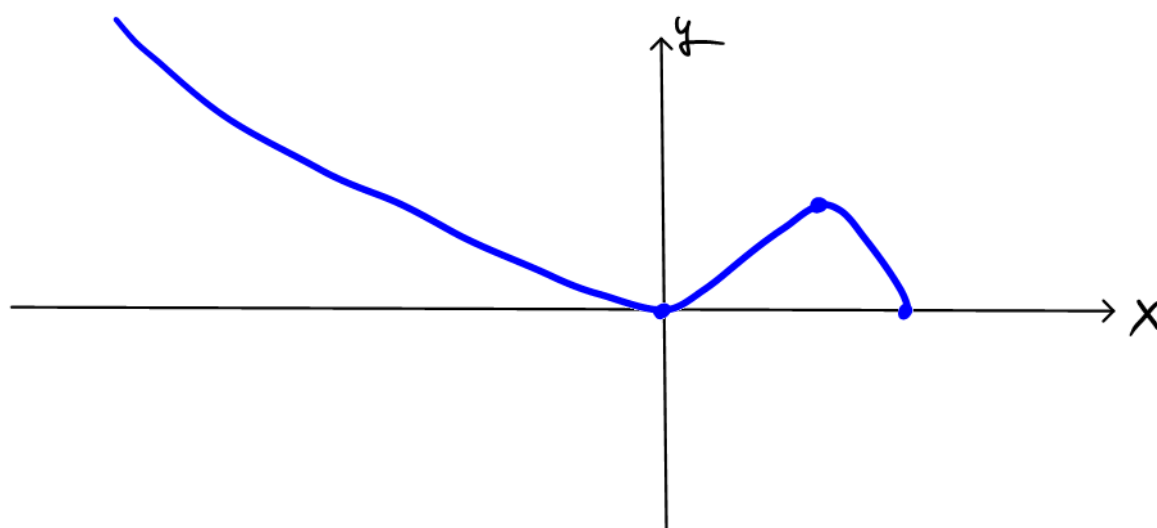
$$f'(x) = 2x\sqrt{4-x} - \frac{x^2}{2\sqrt{4-x}}$$

$$f'(-1) = 2 \cdot (-1) \cdot \sqrt{4+1} - \frac{(-1)^2}{2\sqrt{4+1}} = \text{ש.ש.}$$

נק' הקיצון:
 מינימום (0, 0)

מקסימום (3.2, 9.16)

מינימום (4, 0)





המשק גאומטרי

$$g(x) = f(x+a)$$

ד. (1)

$$g'(5.2) = 0$$

נתיב: נק' מקסימום

ב-80 ק"מ נמצאנו מקסימום של $f(x)$ ב- $x=3.2$

$$g(5.2) = f(3.2) = f(5.2+a)$$

נציב:

$$3.2 = 5.2 + a$$

$$a = -2$$

a צריך להיות אחר x מ-5.2 אלא 3.2 ולכן עיכוי $a=-2$

$$(2) \quad g(x) = f(x-2) \quad \text{הצבה ב-2 יח' ימינה}$$

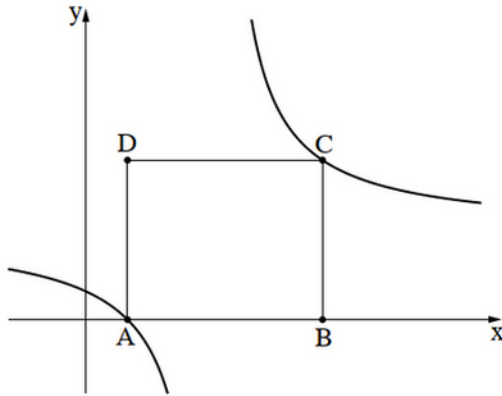
ולכן תחום ההגדרה של x הוא $x \leq 4$ אלא $x \leq 6$



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{4x-8}{x-6}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.



הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A.

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $x > 6$.

מן הנקודה C העבירו אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה B.

הנקודה D נמצאת ברביע הראשון כך ש-ABCD הוא מלבן.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C.

ג. הביעו באמצעות t את היקף המלבן ABCD.

ד. מצאו את הערך של t שבעבורו

היקף המלבן ABCD הוא מינימלי.

ה. האם ייתכן שהיקף המלבן ABCD הוא 36? נמקו את תשובתכם.

פתרון שאלה 8

א. (1) ת.ה.: $x-6 \neq 0$

$$x \neq 6$$

(2) משוואות האסימפ' המאונכות לצירים: $x=6$, $y=4$

$$\frac{4x-8}{x-6} = 0$$

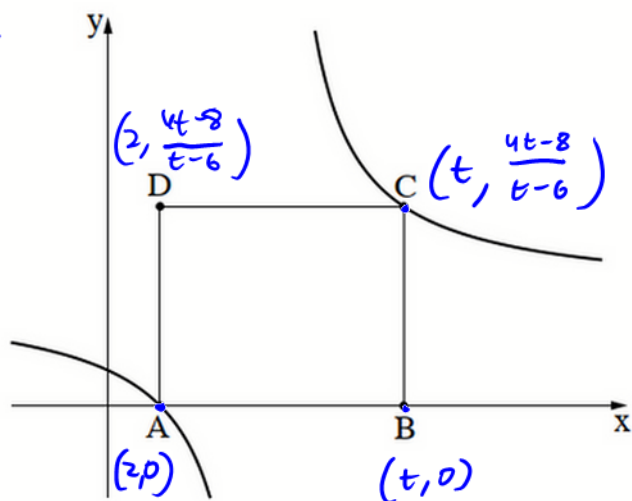
$$4x = 8$$

$$x = 2$$

$$A(2, 0)$$

ב. נ.צ.י. $f(x) = 0$





המשק בתיון שאלה 8

ג. נבוא בעזרת $x_c = t$

את שיעור ה y של c:

$$y_c = \frac{4t-8}{t-6} \quad c \left(t, \frac{4t-8}{t-6} \right)$$

דנה' B שיעור x זהה של c
ושיעור ה y הוא אפס:

$$B(t, 0)$$

צלעות נגזרות במלבן שוות ולכן ה'ק' המלבן:

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 2 \cdot AB + 2 \cdot BC$$

נבוא רוחב המלבן:

$$AB = x_B - x_A = t - 2$$

נבוא גובה המלבן:

$$BC = y_c - y_B = \frac{4t-8}{t-6} - 0$$

ה'ק' המלבן בתלות ב t:

$$P_{(t)} = 2 \cdot (t-2) + 2 \cdot \frac{4t-8}{t-6} = 2t - 4 + \frac{8t-16}{t-6}$$



המשק ממונה 8

3. שמצאנו נק' המינימום נמצור אנלוה לאוס:

$$P(t) = 2t - 4 + \frac{8t - 16}{t - 6}$$

$$P'(t) = 2 + \frac{8(t-6) - (8t-16)}{(t-6)^2} = 2 + \frac{8t-48-8t+16}{(t-6)^2} = 2 - \frac{32}{(t-6)^2}$$

$$P'(t) = 0$$

$$2 - \frac{32}{(t-6)^2} = 0$$

$$2 = \frac{32}{(t-6)^2}$$

$$2(t-6)^2 = 32$$

$$(t-6)^2 = 16$$

$$\begin{aligned} t-6 &= -4 \\ t &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t-6 &= 4 \\ t &= 10 \end{aligned}$$

נסווא אא יק' הקיצון
ובציקת ע"ה/זרצה:
ע"ה הצבה מימין ומשמאל בנצרת



המשק Φ

t	6	8	10	11
p'	///	-	0	+
p	///		min	

היקף המשכן מינימלי עבור $t=10$

$$P(t) = 2t - 4 + \frac{8t - 16}{t - 6}$$

ה. נבחין ערך מינימלי
של היקף המשכן:

$$P(10) = 2 \cdot 10 - 4 + \frac{8 \cdot 10 - 16}{10 - 6} = 32$$

פכן היקף של 36 יותר כיוון שבה מסה הערך
המינימלי



