הסברים לפרק כמותי 1

התשובות הנכונות:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	1	3	3	3	4	2	2	2	3	4	3	2

14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	3	3	4	4	2	1	2	1	4	3	4

1. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו למצוא את ערכו המספרי של x. נתונים שני אי-שוויונים שיוצרים קשר בין x לבין מספר. נפשט את אי-השוויונים ונבודד את x. לאחר מכן נבדוק אילו מהמספרים בתשובות נמצאים בטווח שנוצר על-ידי אי-השוויונים. אי-השוויון הראשון: $2x + 3 < 0$ ← $2x < -3$ ← $x < -1\frac{1}{2}$. אי-השוויון השני: $x^2 < 8$ ← הוצאת שורש לשני האגפים תיצור מספר בעל שורש לא מוכר. לפיכך, לא נמשיך בפישוט ונבדוק תשובות. בכל תשובה נציב את ערכו המוצע של x, ונבדוק האם התשובה מקיימת את שני אי-השוויונים הנתונים:

<u>תשובה (1)</u>: $x = 1$ ← נציב ערך זה של x באי-השוויון הראשון: $x < -1\frac{1}{2}$ ← $1 < -1\frac{1}{2}$ ← אי-שוויון זה אינו נכון. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $x = -2$ ← נציב ערך זה של x באי-השוויון הראשון: $x < -1\frac{1}{2}$ ← $-2 < -1\frac{1}{2}$ ← אי-שוויון זה נכון. נציב ערך של x באי-השוויון השני: $x^2 < 8$ ← $(-2)^2 < 8$ ← $4 < 8$ ← אי-שוויון זה נכון. זו התשובה הנכונה.

כיוון שמצאנו את התשובה הנכונה, אין צורך לבדוק את שאר התשובות. נעשה זאת למען שלמות ההסבר:

<u>תשובה (3)</u>: $x = -3$ ← נציב ערך זה של x באי-השוויון השני: $x^2 < 8$ ← $(-3)^2 < 8$ ← $9 < 8$ ←אי-שוויון זה אינו נכון. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $x = 0$ ← נציב ערך זה של x באי-השוויון הראשון: $x < -1\frac{1}{2}$ ← $0 < -1\frac{1}{2}$ ← אי-שוויון זה אינו נכון. תשובה זו נפסלת.

2. התשובה הנכונה היא: (1).

דרך א׳:

עלינו לקבוע פי כמה גדל שטחו של ריבוע, שצלעותיו הוגדלו פי 3. שני ריבועים הם בהכרח צורות דומות (כל הצורות המשוכללות בעלות אותו מספר צלעות - דומות). לפיכך, מתקיים לגביהם הכלל כי יחס השטחים שלהם שווה ליחס הצלעות בריבוע. יחס הקווים בין השני הריבועים הוא 3 : 1. נחשב את יחס השטחים: 9 : 1 ($= 1^2 : 3^2$).
לפיכך, שטחו של הריבוע גדל פי 9.

דרך ב׳:

עלינו לקבוע פי כמה גדל שטחו של ריבוע שצלעותיו הוגדלו פי 3. נציב מספרים מהראש ונפסול תשובות. נציב את אורך צלעו המקורית של הריבוע: צלע = 1 ס״מ. לפיכך, שטח הריבוע המקורי = 1 סמ״ר. נגדיל את אורך הצלע פי 3. נקבל: צלע חדשה = 3 ס״מ (=3 · 1).
לפיכך, שטח הריבוע החדש = 9 סמ״ר ($= 3^2$). לפיכך, שטח הריבוע גדל פי 9.

3. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לחשב את גודלה של זווית α.
α היא זווית היקפית במעגל.
בסרטוט אין נתונים לגבי גודלן של זוויות אחרות הנשענות על קשת זהה לזו שעליה נשענת זווית α. בסרטוט שני מעגלים חופפים שחותכים זה את זה. נחבר את מרכזי המעגלים זה לזה על-ידי הוספת רדיוס, כדי ליצור צורה מוכרת. נוצר משולש שמורכב מ- 3 רדיוסים שווים (המעגלים חופפים זה לזה ולכן אורך הרדיוס זהה). לפיכך, משולש זה הוא שווה צלעות, וכל אחת מזוויותיו היא בת $60°$. לסיכום, $\alpha = 60°$.

4. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע איזה מהמספרים בתשובות יכול להיות מספר הסטודנטים שלומדים במכללה.
על-פי הנתון, 20% מהסטודנטים דוברים סינית. לפיכך, נחפש תשובה שמספר הסטודנטים המוצע בה מתחלק ב- 5 (20% הם $\frac{1}{5}$, ומספר הסטודנטים שדוברים סינית חייב להיות שלם).
על-פי סימני החלוקה המוכרים, מספר שמתחלק ב- 5, ספרת האחדות שלו היא 5 או 0.
רק תשובה (3) מתאימה לסימן חלוקה זה (= 245).

5. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע באיזו מחלקה ההפרש, בערך מוחלט, בין השכר הממוצע הכולל לבין השכר הממוצע של קבוצת הגיל 18-35 הוא הגדול ביותר. השכר הממוצע של קבוצת הגיל 18-35 מסומן בהתאם למקרא בעיגול ריק. השכר הממוצע הכולל מסומן בקו אופקי מודגש. נחפש מחלקה בה המרחק בין העיגול הריק לבין הקו האופקי המודגש הוא הגדול ביותר.
במחלקות הייצור והתחזוקה המרחק בין העיגול הריק לבין הקו האופקי המודגש הוא קטן, כך ששתי אפשרויות אלו נפסלות. במחלקת הכספים ובמחלקת הפיתוח המרחק הוא גדול יותר. נבדוק מספרית את שתי אפשרויות אלו.
במחלקת הכספים השכר הממוצע של קבוצת הגיל 18-35 הוא 9,000 שקל, והשכר הממוצע הכולל במחלקה הוא 7,000 שקל. לפיכך, ההפרש הוא 2,000 שקל.
במחלקת הפיתוח השכר הממוצע של קבוצת הגיל 18-35 הוא 5,000 שקל, והשכר הממוצע הכולל במחלקה הוא 8,000 שקל. לפיכך ההפרש הוא 3,000 שקל.
לפיכך, ההפרש במחלקת הפיתוח הוא הגדול ביותר.

6. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לקבוע איזו מהאפשרויות בתשובות תשלים בצורה נכונה את המשפט הנתון, שיוצר קשר של שוויון בין השכר הממוצע של עובדי מחלקת הכספים בקבוצת גיל מסוימת לבין השכר הממוצע הכולל של מחלקה מסוימת. נבדוק תשובות ונפסול כל תשובה שבה הקשר המוצע לא מתקיים.
<u>תשובה (1)</u>: 18-35 ; פיתוח ← השכר הממוצע של עובדי מחלקת הכספים השייכים לקבוצת הגיל 18-35 הוא 9,000 שקל. השכר הממוצע הכולל של עובדי מחלקת הפיתוח הוא 8,000 שקל. שני הגדלים אינם שווים. תשובה זו נפסלת.
<u>תשובה (2)</u>: 35-55 ; כספים ← השכר הממוצע של עובדי מחלקת הכספים השייכים לקבוצת הגיל 35-55 הוא 8,000 שקל. השכר הממוצע הכולל של עובדי מחלקת הכספים הוא 7,000 שקל. שני הגדלים אינם שווים. תשובה זו נפסלת.
<u>תשובה (3)</u>: 55 ומעלה ; שיווק ← השכר הממוצע של עובדי מחלקת הכספים השייכים לקבוצת הגיל 55 ומעלה הוא 6,000 שקל. השכר הממוצע הכולל של עובדי מחלקת השיווק הוא 8,000 שקל. שני הגדלים אינם שווים. תשובה זו נפסלת.

כיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לבחור בתשובה (4) מבלי לבדוק אותה. נעשה זאת למען שלמות ההסבר:

<u>תשובה (4)</u>: 55 ומעלה ; ייצור ← השכר הממוצע של עובדי מחלקת הכספים השייכים לקבוצת הגיל 55 ומעלה הוא 6,000 שקל. השכר הממוצע הכולל של עובדי מחלקת השיווק הוא 6,000 שקל. זו התשובה הנכונה.

7. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע באיזו מחלקה השכר הממוצע נמוך יותר ככל שגיל העובדים גבוה יותר. על-פי המקרא, הצבע המסמן את קבוצת הגיל 55 ומעלה הוא שחור, הצבע המסמן את קבוצת הגיל 55-35 הוא אפור, והצבע המסמן את קבוצת הגיל 35-18 הוא לבן. לפיכך, נחפש מחלקה שבה הצבע השחור נמצא במיקום הנמוך ביותר והצבע הלבן במיקום הגבוה ביותר. מצב זה מתרחש במחלקת הכספים.

<u>הערה</u>: ניתן לחשב בצורה מדויקת את השכר הממוצע של קבוצת גיל, אך פעולה זו מיותרת. באמצעות הסתכלות על הגרף והבנת תכונותיו, ניתן לפתור את השאלה ללא חישוב, כפי שהוצג בהסבר.

8. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע איזו מהאפשרויות המוצגות בתשובות יכולה להיות עמודה בתרשים, המתארת את ממוצעי השכר במחלקה שתיווצר מאיחוד מחלקת השיווק ומחלקת הפיתוח בתרשים המקורי. נבדוק את ממוצעי השכר בתרשים המקורי בשתי המחלקות, ובהתאם נפסול תשובות.
השכר הממוצע הכולל בשתי המחלקות בתרשים המקורי הוא 8,000 שקל. לפיכך, השכר הממוצע הכולל במחלקה החדשה הוא 8,000 שקל גם כן. לפיכך, תשובה (4) נפסלת (בתשובה זו השכר הממוצע הכולל הוא 6,000 שקל).
השכר הממוצע של עובדי מחלקת הפיתוח בקבוצת הגיל 55 ומעלה הוא 9,000 שקל. במחלקת השיווק אין עובדים בקבוצת גיל זו. לפיכך, השכר הממוצע במחלקה החדשה של קבוצת גיל 55 ומעלה הוא 9,000 שקל. לפיכך, תשובה (3) נפסלת (בתשובה זו השכר הממוצע של קבוצת הגיל 55 ומעלה הוא 8,000 שקל).
השכר הממוצע של עובדי מחלקת השיווק בקבוצת הגיל 55-35 הוא 8,000 שקל. במחלקת הפיתוח אין עובדים בקבוצת גיל זו. לפיכך, השכר הממוצע במחלקה החדשה של קבוצת הגיל 55-35 הוא 8,000 שקל. לפיכך, תשובה (1) נפסלת (בתשובה זו השכר הממוצע של קבוצת הגיל 55-35 הוא 7,000 שקל).
כיוון שפסלנו 3 תשובות, נסמן את תשובה (2).

9. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע כמה כדורים כחולים יש בכד. בכד כדורים כחולים, צהובים וירוקים בלבד. בנתונים מידע על ההסתברות לשלוף באקראי כדור ירוק וכדור צהוב.

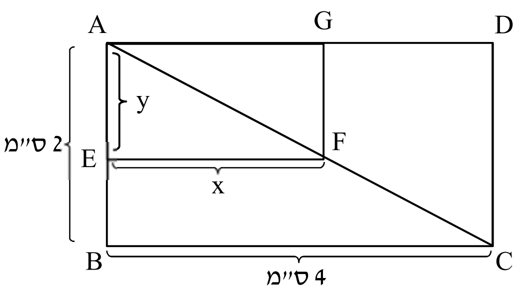
נחשב כמה כדורים צהובים וכמה כדורים ירוקים יש בכד (ההסתברות לשלוף כדור באקראי שווה לחלק היחסי של הכדורים בכד). ההסתברות לשלוף כדור ירוק באקראי היא $\frac{1}{4}$. לפיכך, בכד 6 כדורים ירוקים ($\frac{1}{4}\cdot 24=$). ההסתברות לשלוף כדור צהוב באקראי היא $\frac{1}{3}$. לפיכך, בכד 8 כדורים צהובים ($\frac{1}{3}\cdot 24=$). לפיכך, בכד ישנם 10 כדורים כחולים ($24-6-8=$).

10. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע כמה מספרים זוגיים שמתחלקים ב- 3, נמצאים בין 2 ל- 22. מספר זוגי הוא מספר שמתחלק ב- 2 ללא שארית. לפיכך, מספר זוגי שמתחלק ב- 3 מתחלק בהכרח ב- 6 (מספר שמתחלק בשני גורמים שונים, מתחלק במכנה המשותף הקטן ביותר של שני מספרים אלו). המספרים המתחלקים ב- 6 בין 2 ל- 22 הם: 6, 12 ו- 18. לפיכך, ישנם 3 מספרים כאלו.

11. התשובה הנכונה היא: (4).

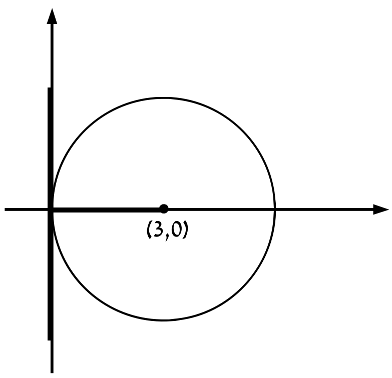
עלינו לחשב את אורך הקו המיוצג על-ידי נעלם x. על-פי הנתונים, הנעלמים x ו- y מופיעים באותה צורה (המלבן "הקטן") והמספרים מופיעים בצורה אחרת (מלבן ABCD). כדי לקשר בין המספרים והנעלמים, נעביר את הגדלים לתוך משולשים. לשם נוחות ההסבר, נסמן את נקודת המגע של הקטע x בצלע AB בנקודה E, את נקודת המגע של הקטע y בצלע AD בנקודה G, ואת מפגש הקטעים עם אלכסון AC בנקודה F (ראו סרטוט).



משולש AEF ומשולש ABC הם דומים (זווית משותפת EAF וזווית ישרה). נעביר את הגדלים החסרים לתוך משולשים אלו: אורך צלע AE הוא y (צלעות נגדיות במלבן). אורך צלע AB הוא 2 ס"מ (צלעות נגדיות במלבן).

כיוון שקשה לקבוע מהו היחס בין המשולשים, נרשום את היחס בין המשולשים בצורה אלגברית: $\frac{y}{2}=\frac{x}{4}$ ← נפשט את המשוואה שנוצרה על מנת לבודד את x ונקבל: $2x = 4y$ ← $x = 2y$.

12. התשובה הנכונה היא: (3).



עלינו לקבוע איזו מהקביעות בתשובות נכונה לגבי המשיק למעגל. משיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה. מרכז המעגל נמצא על ציר ה- x. לפיכך הרדיוס היוצא ממרכז המעגל אל נקודת ההשקה (0,0) עובר על ציר ה- x (ראו סרטוט). ציר ה- x וציר ה- y מאונכים זה לזה. לפיכך, הקו המשיק למעגל זה בנקודה (0,0) הוא ציר ה- y.

13. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע איזה מהביטויים בתשובות הוא זוגי בהכרח. על-פי הנתונים, a ו- b הם מספרים ראשוניים, ו- $a \le b$. נבדוק תשובות: בכל תשובה נחשוב על תכונות המספרים הראשוניים. נפסול כל תשובה שבה נמצא מקרה שבו הביטוי אינו זוגי:

<u>תשובה (1)</u>: $a \cdot b$ ← על מנת שמכפלת מספרים שלמים (ראשוני הוא מספר שלם) תהיה זוגית, אחד מגורמיה חייב להיות מספר זוגי. המספר הזוגי הראשוני היחיד הוא 2.
אם $a, b \neq 2$, המכפלה תהיה אי-זוגית. לדוגמה, נציב $a = 3$, $b = 5$. נקבל: $a \cdot b = 3 \cdot 5 = 15$.
15 הוא מספר אי-זוגי. לפיכך, ביטוי זה לא בהכרח זוגי. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $a \cdot (b + 1)$ ← על מנת שמכפלת מספרים שלמים (ראשוני הוא מספר שלם) תהיה זוגית, לפחות אחד מגורמיה חייב להיות מספר זוגי. המספר הזוגי הראשוני היחיד הוא 2 (והוא גם הראשוני הקטן ביותר).
אם $a = 2$, המכפלה תהיה זוגית. אם $b \neq 2$, אז b מספר ראשוני אי-זוגי. לפיכך, הביטוי $(b + 1)$ הוא מספר זוגי. לפיכך, הביטוי הוא בהכרח זוגי. זו התשובה הנכונה.

כיוון שמצאנו את התשובה הנכונה, אין צורך לבדוק את שאר התשובות. נעשה זאת למען שלמות ההסבר:

<u>תשובה (3)</u>: $(a + 1) \cdot b$ ← על מנת שמכפלת מספרים שלמים (ראשוני הוא מספר שלם) תהיה זוגית, אחד מגורמיה חייב להיות מספר זוגי. המספר הזוגי הראשוני היחיד הוא 2. אם $a = 2$, הביטוי $(a + 1)$ הוא אי-זוגי. אם $a < b$, הרי ש- b הוא מספר אי-זוגי. לפיכך, המכפלה תהיה אי-זוגית. לדוגמה, נציב $a = 2$, $b = 3$. נקבל: $(a + 1) \cdot b = (2 + 1) \cdot 3 = 3 \cdot 3 = 9$. לפיכך, תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $a + b$ ← על מנת שסכום מספרים שלמים (ראשוני הוא מספר שלם) יהיה זוגי, שני המספרים צריכים להיות זוגיים או אי-זוגיים. המספר הזוגי הראשוני היחיד הוא 2.
אם $a = 2$ ו- $b = 3$, הביטוי $(a + b)$ הוא אי-זוגי (= 5). תשובה זו נפסלת.

14. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע איזו מהטענות בתשובות נכונה בהכרח. ננסה להבין מה ניתן ללמוד מהנתונים.
על-פי הנתון, $\beta + \gamma = \alpha$. לפי הסרטוט, α, β ו- γ הן זוויות במשולש. לפיכך, $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ (סכום זוויות פנימיות במשולש הוא 180°). נציב את ערך סכום זוויות β ו- γ מהמשוואה הנתונה. נקבל: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ ← $\alpha + \alpha = 180°$ ← $2\alpha = 180°$ ← $\alpha = 90°$. לפיכך, המשולש הוא ישר זווית (משולש שאחת מזוויותיו היא בת 90°).

15. התשובה הנכונה היא: (3).

דרך א':

עלינו למצוא את ערכו המספרי של x, המייצג את המרחק בק"מ מנקודה A לנקודה B.
בנתונים חסרים גורמים לשימוש בנוסחת התנועה לגבי כל שלב בנפרד. נבדוק תשובות: בכל תשובה נציב את הערך המוצע למרחק ונבדוק האם המספר מתאים לכל תנאי השאלה.

<u>תשובה (1)</u>: $x = 12$ ← הזמן שארכה הריצה מנקודה A לנקודה B הוא 2 שעות ($= \frac{12\text{ ק"מ}}{6\text{ קמ"ש}}$).
בדרך חזרה דני רץ במהירות 2 קמ"ש ($= \frac{6\text{ קמ"ש}}{3}$). לפיכך, הזמן שארכה דרכו חזרה הוא 6 שעות ($= \frac{12\text{ ק"מ}}{2\text{ קמ"ש}}$). סך כל הריצה ארכה 8 שעות ($= 2 + 6$). תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $x = 8$ ← הזמן שארכה הריצה מנקודה A לנקודה B הוא $1\frac{1}{3}$ שעות ($= \frac{8\text{ ק"מ}}{6\text{ קמ"ש}}$).
בדרך חזרה דני רץ במהירות 2 קמ"ש ($= \frac{6\text{ קמ"ש}}{3}$). לפיכך, הזמן שארכה דרכו חזרה הוא 4 שעות ($= \frac{8\text{ ק"מ}}{2\text{ קמ"ש}}$). סך כל הריצה ארכה $5\frac{1}{3}$ שעות ($= 1\frac{1}{3} + 4$). תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $x = 6$ ← הזמן שארכה הריצה מנקודה A לנקודה B הוא 1 שעה ($= \frac{6\text{ ק"מ}}{6\text{ קמ"ש}}$).
בדרך חזרה דני רץ במהירות 2 קמ"ש ($= \frac{6\text{ קמ"ש}}{3}$). לפיכך, הזמן שארכה דרכו חזרה הוא 3 שעות ($= \frac{6\text{ ק"מ}}{2\text{ קמ"ש}}$). סך כל הריצה ארכה 4 שעות ($= 1 + 3$). זו התשובה הנכונה.

כיוון שמצאנו תשובה נכונה, אין צורך לבדוק את תשובה (4). נעשה זאת למען שלמות ההסבר:

<u>תשובה (4)</u>: $x = 4$ ← הזמן שארכה הריצה מנקודה A לנקודה B הוא $\frac{2}{3}$ שעות ($= \frac{4\text{ ק"מ}}{6\text{ קמ"ש}}$).
בדרך חזרה דני רץ במהירות 2 קמ"ש ($= \frac{6\text{ קמ"ש}}{3}$). לפיכך, הזמן שארכה דרכו חזרה הוא 2 שעות ($= \frac{4\text{ ק"מ}}{2\text{ קמ"ש}}$). סך כל הריצה ארכה $2\frac{2}{3}$ שעות ($= \frac{2}{3} + 2$). תשובה זו נפסלת.

דרך ב':

עלינו למצוא את ערכו המספרי של x, המייצג את המרחק בק"מ מנקודה A לנקודה B.
נבטא את זמן הריצה של כל אחד מהשלבים בצורה אלגברית באמצעות נוסחת התנועה, וניצור משוואה בין הזמן שלקח כל אחד מהשלבים לבין סך כל הזמן. דני רץ x ק"מ מנקודה A לנקודה B במהירות 6 קמ"ש. לפיכך, הזמן שלקחה לו הדרך הוא $\frac{x}{6}$ שעות ($= \frac{x\text{ ק"מ}}{6\text{ קמ"ש}}$).
בדרך חזרה דני רץ במהירות 2 קמ"ש ($= \frac{6\text{ קמ"ש}}{3}$). לפיכך, הזמן שארכה דרכו חזרה הוא $\frac{x}{2}$ שעות ($= \frac{x\text{ ק"מ}}{2\text{ קמ"ש}}$). לפיכך, כל הריצה ארכה לו $\frac{x}{6} + \frac{x}{2}$ שעות. על-פי הנתון, כל הריצה ארכה 4 שעות. נבנה משוואה ונפשט אותה על מנת לבודד את x: $\frac{x}{6} + \frac{x}{2} = 4$ ← נכפול את שני אגפי המשוואה ב- 6. נקבל: $x + 3x = 24$ ← $4x = 24$ ← $x = 6$.

16. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע בכמה קוביות, לכל היותר, יכולה שולה להשתמש כדי לבנות מגדל שגובהו 230 ס"מ. על-פי הנתונים, שולה יכולה להשתמש בקוביות שגובה כל אחת מהן 3 ס"מ, ובקוביות שגובה כל אחת מהן 4 ס"מ. כדי שמספר הקוביות בו תשתמש שולה יהיה הגדול ביותר, עליה להשתמש כמה שיותר בקוביות הקטנות יותר, כלומר בקוביות שגובה כל אחת מהן 3 ס"מ. אם שולה תשתמש בכל 50 הקוביות שגובה כל אחת מהן 3 ס"מ, יהיה גובה המגדל 150 ס"מ ($= 3 \cdot 50$). כדי להגיע לגובה של 230 ס"מ, על שולה להגביה את המגדל בעוד 80 ס"מ ($= 150 - 230$). לפיכך, עליה להשתמש ב- 20 קוביות שגובה כל אחת מהן 4 ס"מ ($= \frac{80}{4}$). לפיכך, סך כל הקוביות בהן תשתמש שולה הוא 70 קוביות ($= 50 + 20$).

17. התשובה הנכונה היא: (4).

דרך א':

עלינו לקבוע לאיזו מהתשובות שווה ערכו של הביטוי בשאלה. נפשט את הביטוי בשאלה, כדי לגרום לו להראות כמו הביטויים בתשובות. בכל התשובות חזקה בודדת שבסיסה הוא 2. בביטוי בשאלה שתי חזקות בעלות בסיס 2 ומעריכים שונים. נפרק את מעריך החזקה כדי לקבל מעריך זהה: $2^n - 2^{n-1} = 2^n - \frac{2^n}{2}$ ← נוציא גורם משותף 2^n. נקבל:
$2^n - \frac{2^n}{2} = 2^n\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 2^n \cdot \frac{1}{2} = \frac{2^n}{2} = 2^{n-1}$.

דרך ב':

עלינו לקבוע לאיזה מהתשובות שווה ערכו של הביטוי בשאלה. נציב מספרים מהראש במקום ערכו של נעלם n, נחשב את ערכו של הביטוי בשאלה, ונפסול תשובות. נציב $n = 1$. נקבל: $2^n - 2^{n-1} = 2^1 - 2^{1-1} = 2 - 2^0 = 2 - 1 = 1$. נציב $n = 1$ בתשובות, ונפסול כל תשובה שערכה שונה מ- 1:

<u>תשובה (1)</u>: $2^{-n} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: 2. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $2^{\frac{n}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $2^{n-1} = 2^{1-1} = 2^0 = 1$. תשובה זו לא נפסלת. כיוון שפסלנו 3 תשובות, זו התשובה הנכונה.

18. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לקבוע איזו מההשוואות בתשובות נכונה בהכרח. על-פי הנתון, הממוצע של a, b ו- c שווה ל- a. נחשב את הסכום של שלושת הנעלמים, ונפשט את המשוואה שנקבל: $a + b + c = 3a \leftarrow b + c = 2a$. על-פי הנתון: $c \le b \le a$. נבדוק מצבים אפשריים: אם $c < b < a$, המשוואה אליה הגענו אינה אפשרית (חיבור שני מספרים קטנים יותר, לא יכול להיות שווה לסכום שני מספרים גדולים יותר). נבדוק את המצב: $c < b = a$ ← נציב במשוואה: $b + c = 2a$. נקבל: $a + c = 2a \leftarrow c = a$. משוואה זו לא אפשרית, על-פי המצב שבדקנו. לפיכך, $a = b = c$ הוא המצב האפשרי היחיד.

19. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע כמה ביצים צריך להעביר מסל א' לסל ב' כדי שבסל א' יהיו $\frac{7}{11}$ מהביצים שבסל ב'. נבדוק תשובות: בכל תשובה נפחית את מספר הביצים הרשום בתשובה ממספר הביצים בסל א', ונוסיף את מספר הביצים הרשום בתשובה לסל ב'. נפסול כל תשובה שבה היחס שייווצר בין הגדלים יהיה שונה מ- $\frac{7}{11}$:

<u>תשובה (1)</u>: 25 ← לאחר שנפחית 25 ביצים מסל א', בו יש 400 ביצים, יוותרו בסל 375 ביצים ($= 400 - 25$). לאחר שנוסיף 25 ביצים לסל ב', בו יש 500 ביצים, יהיו בסל 525 ביצים ($= 500 + 25$). היחס בין מספרי הביצים בשני הסלים לאחר ההעברה הוא $\frac{375}{525}$. נצמצם את השבר ונקבל: $\frac{375}{525} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$. לפיכך, מספר הביצים בסל א' לאחר ההעברה אינו שווה ל- $\frac{7}{11}$ ממספר הביצים בסל ב' לאחר ההעברה. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: 50 ← לאחר שנפחית 50 ביצים מסל א', בו יש 400 ביצים, יוותרו בסל 350 ביצים ($= 400 - 50$). לאחר שנוסיף 50 ביצים לסל ב', בו יש 500 ביצים, יהיו בסל 550 ביצים ($= 500 + 50$). היחס בין מספרי הביצים בשני הסלים לאחר ההעברה הוא $\frac{350}{550}$. נצמצם את השבר ונקבל: $\frac{350}{550} = \frac{7}{11}$. לפיכך, מספר הביצים בסל א' לאחר ההעברה שווה ל- $\frac{7}{11}$ ממספר הביצים בסל ב' לאחר ההעברה. זו התשובה הנכונה.

כיוון שמצאנו את התשובה הנכונה, אין צורך לבדוק את שאר התשובות. נעשה זאת למען שלמות ההסבר:

<u>תשובה (3)</u>: 65 ← לאחר שנפחית 65 ביצים מסל א', בו יש 400 ביצים, יוותרו בסל 335 ביצים ($= 400 - 65$). לאחר שנוסיף 65 ביצים לסל ב', בו יש 500 ביצים, יהיו בסל 565 ביצים ($= 500 + 65$). היחס בין מספרי הביצים בשני הסלים לאחר ההעברה הוא $\frac{335}{565}$. נצמצם את השבר ונקבל: $\frac{335}{565} = \frac{67}{113}$. לפיכך, מספר הביצים בסל א' לאחר ההעברה אינו שווה ל- $\frac{7}{11}$ ממספר הביצים בסל ב' לאחר ההעברה. תשובה זו נפסלת.

תשובה (4): 80 ← לאחר שנפחית 80 ביצים מסל א', בו יש 400 ביצים, יוותרו בסל 320 ביצים ($= 400 - 80$). לאחר שנוסיף 80 ביצים לסל ב', בו יש 500 ביצים, יהיו בסל 580 ביצים ($= 500 + 80$). היחס בין מספרי הביצים בשני הסלים לאחר ההעברה הוא $\frac{320}{580}$. נצמצם את השבר ונקבל: $\frac{320}{580} = \frac{32}{58} = \frac{16}{29}$. לפיכך, מספר הביצים בסל א' לאחר ההעברה אינו שווה ל- $\frac{7}{11}$ ממספר הביצים בסל ב' לאחר ההעברה. תשובה זו נפסלת.

20. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין גודל הביטוי בטור א' לבין 4. גודל הביטוי בטור א' הוא מספר השנים שחלפו מאז שתילת העץ ועד שהגיע לגובה $\frac{x}{2}$ ס"מ. נחשב גודל ביטוי זה.

לפי המידע הנוסף, בכל שנה מאז שתילתו, העץ הכפיל את גובהו, ולאחר 8 שנים הגיע לגובה x ס"מ. לפיכך, לגובה $\frac{x}{2}$ ס"מ העץ הגיע לאחר 7 שנים (ובשנה השמינית הכפיל את גובהו והגיע לגובה x ס"מ). הביטוי בטור ב' הוא 4. לפיכך, הביטוי בטור א' גדול יותר.

הערה: ניתן גם להציב מספר מהראש בעבור ערכו של x, על מנת להבין את עקרון השאלה.

21. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע את מערכת היחסים בין הביטויים בטורים. נפשט את הביטוי בטור ב' מבלי לשנות את ערכו, על מנת לגרום לו להראות דומה לביטוי בטור א':

$|x|^2 - 2|x|\cdot|y| + |y|^2 \quad ? \quad (x-y)^2$ נפתח סוגריים בטור ב' על-פי נוסחת הכפל המקוצר:

$|x|^2 - 2|x|\cdot|y| + |y|^2 \quad ? \quad x^2 - 2xy + y^2$

כיוון שלא ניתן להמשיך לפשט את הטורים, נשווה בין הגדלים השונים המרכיבים את הביטויים בשני הטורים. הביטויים x^2 ו- $|x|^2$ הם שווים. הביטויים y^2 ו- $|y|^2$ הם שווים. הביטוי ($-2|x|\cdot|y|$) הוא שלילי (ערך מוחלט הוא מספר לא שלילי. על-פי המידע הנוסף, $x \cdot y < 0$. לפיכך, x ו- y הם מספרים שונים מאפס. לפיכך, ערכם המוחלט של x ו- y הוא חיובי והוא מוכפל בביטוי במספר שלילי). על-פי המידע הנוסף, $x \cdot y < 0$. לפיכך, הביטוי ($-2xy$) הוא חיובי (= שלילי · שלילי).

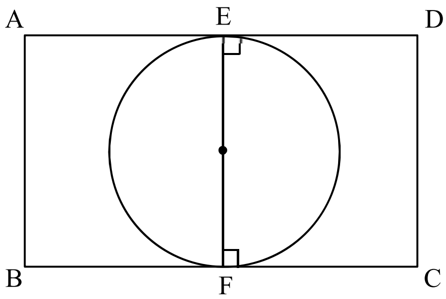
לפיכך, הביטוי בטור ב' גדול יותר.

22. התשובה הנכונה היא : (1).

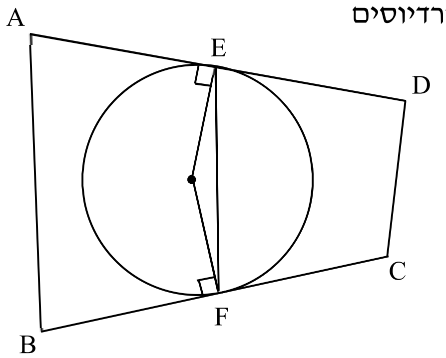
עלינו לקבוע את מערכת היחסים בין α ל- β. על-פי המידע הנוסף, זווית α הנמצאת במשולש BED היא זווית חיצונית למשולש BAE שזווית β היא חלק ממנו. לפיכך, $\alpha > \beta$ (זווית חיצונית שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה, ולכן גדולה מכל אחת מהן בנפרד).

23. התשובה הנכונה היא : (4).

עלינו לקבוע את מערכת היחסים בין קוטר המעגל לאורך הקטע EF. על-פי המידע הנוסף, ABCD הוא מרובע המשיק למעגל בנקודות E ו- F. לפיכך, הרדיוסים של המעגל מאונכים לצלעות AD ו- BC בנקודות E ו- F. כיוון שחסר מידע, נבדוק האם אפשרי שוויון בין הטורים וננסה לאתגר מצב זה. שני הרדיוסים הללו יכולים ליצור קו ישר (קוטר המעגל – ראו סרטוט). במצב זה, שני הטורים שווים. כעת ננסה לבדוק מצב שבו הטורים אינם שווים. אם שני הרדיוסים אינם יוצרים קו ישר, קטע EF הוא הצלע השלישית במשולש ששתי צלעותיו האחרות הן רדיוסים (ראו סרטוט).



במצב זה, אורך קטע EF קטן מסכום אורכי שני הרדיוסים (במשולש, סכום שתי צלעות גדול מהצלע השלישית). לפיכך, קטע EF קטן מקוטר המעגל.



כיוון שהראנו מקרה אפשרי של שוויון, ומקרה אפשרי של אי-שוויון, לא ניתן לקבוע מהו יחס הגדלים בין שני הביטויים.

24. התשובה הנכונה היא : (3).

עלינו לקבוע את מערכת היחסים בין הביטויים בטורים. בשני הטורים ביטויים המורכבים מפעולה $ המוגדרת במידע הנוסף. נפשט את הביטויים בשני הטורים, על-פי הגדרת המידע הנוסף, כך שיהיו דומים זה לזה.

טור א׳ :

$$\$\left(\$\left(\frac{m-2}{2}\right)\right)=\$\left(2\cdot\left(\frac{m-2}{2}+1\right)\right)=\$\left(2\cdot\left(\frac{m-2}{2}+\frac{2}{2}\right)\right)=\$\left(2\cdot\left(\frac{m-2+2}{2}\right)\right)=\$\left(2\cdot\frac{m}{2}\right)=\$(m)$$

הביטוי בטור א׳ זהה לביטוי שבטור ב׳.

<u>הערה</u> : אין צורך להמשיך ולפשט את הביטוי בטור א׳, או לפשט את הביטוי בטור ב׳. כיוון שבשניהם מתבצעת פעולה זהה על אותו נעלם, הגדלים שווים.

25. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לקבוע את מערכת היחסים בין שטח ריבוע ABCO לסכום השטחים הכהים. על-פי המידע הנוסף, רדיוס המעגל קטן מאורך צלע הריבוע. כדי ליצור קשר בין הגדלים בטורים, נבדוק את המקרה הקיצוני, בו רדיוס המעגל שווה לצלע הריבוע. נחשב את הגדלים בשני הטורים, ונחשוב מה נובע מכך.

טור א׳: שטח ריבוע ABCO ← נסמן את רדיוס המעגל באות r. צלע הריבוע = r. לפיכך, שטח הריבוע הוא r^2.

טור ב׳: סכום השטחים הכהים ← שני השטחים הכהים הם גזרות במעגל. הזווית המרכזית בכל אחת מהגזרות היא בת 90° (זווית פנימית בריבוע). לפיכך, כל אחת מהגזרות הכהות מהווה $\frac{1}{4}$ משטח המעגל ($=\frac{90^\circ}{360^\circ}$). סכום שתי הגזרות הכהות מהווה $\frac{1}{2}$ משטח המעגל ($=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$). לפיכך, סכום השטחים הכהים הוא $\frac{\pi r^2}{2}$.

נשווה בין שני השטחים שקיבלנו:

$r^2 \quad ? \quad \frac{\pi r^2}{2}$ נפשט את ההשוואה. נכפיל את שני האגפים ב- 2. נקבל:

$2r^2 \quad ? \quad \pi r^2$ נחלק את שני הטורים ב- r^2. נקבל:

$2 \quad ? \quad \pi$ במצב זה, הביטוי בטור ב׳ גדול יותר ($\pi > 2$).

על-פי המידע הנוסף, רדיוס המעגל קטן מאורך צלע הריבוע. אם צלע הריבוע גדולה משמעותית מהרדיוס, הרי שטח הריבוע יהיה גדול משמעותית, ויהיה גדול משטח מחצית המעגל. לפיכך, לא ניתן לקבוע מהו יחס הגדלים בין שני הביטויים.