הסברים לפרק כמותי 1:

התשובות הנכונות:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
3	1	3	4	1	2	3	4	2	1	4	2	1

14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
3	2	4	2	3	4	2	2	4	1	4	1

1. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו למצוא איזה מרחק ירוץ יוני ביום החמישי בשבוע. נתון כי ביום ראשון יוני רץ $\frac{1}{2}$ ק״מ ובכל יום הוא רץ מרחק כפול מביום הקודם. לפיכך, ניתן לחשב כמה ק״מ רץ בכל יום עד ליום חמישי: ביום שני יוני ירוץ 1 ק״מ ($=\frac{1}{2}\cdot 2$). ביום שלישי יוני ירוץ 2 ק״מ ($= 1 \cdot 2$). ביום רביעי יוני ירוץ 4 ק״מ ($= 2 \cdot 2$). ביום חמישי יוני ירוץ 8 ק״מ ($= 4 \cdot 2$).

2. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו למצוא מהו היחס בין היקף המשולש לבין אורך שוק המשולש. נתון כי אורך השוק גדול פי 3 מאורך הבסיס. נסמן את אורך הבסיס ב- x. לפיכך, אורך כל אחת מהשוקיים הוא 3x (פי 3 מאורך הבסיס). נחבר בין אורכי הצלעות כדי לקבל את היקף המשולש. נקבל: 7x ($= 3x + 3x + x$). לפיכך:

$$\frac{\text{היקף המשולש}}{\text{אורך שוק המשולש}}=\frac{7x}{3x}=\frac{7}{3}.$$

<u>הערה</u>: בשאלה זו ניתן גם להציב אורכים מהראש, בהתאם לנתונים.

3. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע באיזו מהתשובות ערך זהה לערך הביטוי שבשאלה. בכל התשובות חזקות שבסיסן הוא 3. לפיכך, נפשט את ערך הביטוי בשאלה במטרה להעביר את החזקות בו לבסיס 3, תוך שימוש בחוקי החזקות:

$$\frac{9^2\cdot 3^6}{27}=\frac{\left(3^2\right)^2\cdot 3^6}{3^3}=\frac{3^{2\cdot 2}\cdot 3^6}{3^3}=\frac{3^4\cdot 3^6}{3^3}=\frac{3^{4+6}}{3^3}=\frac{3^{10}}{3^3}=3^{10-3}=3^7.$$

4. התשובה הנכונה היא: (4).

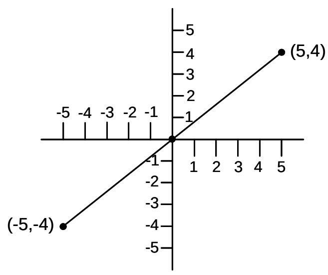
עלינו לקבוע מהו אחוז העובדים במפעל שאוהבים קפה. בשאלה נתונים אודות גדלים של קבוצות שונות מהעובדים (באחוזים) מכלל עובדי המפעל. אין בנתונים או בתשובות מספרים מדויקים לגבי גודל קבוצה כלשהי, ולכן נציב מספר מהראש. נציב 100 כמספר כלל העובדים במפעל.
לפיכך, במפעל 10 עובדים שאוהבים פיצה וגם אוהבים קפה (= 100 · 10%). מספר העובדים שאינם אוהבים פיצה וגם אינם אוהבים קפה הוא 20 (= 100 · 20%). כלומר, מספר העובדים שאוהבים קפה או פיצה (אך לא את שניהם) הוא 70 (= 100 – 10 – 20).
אין נתונים נוספים לגבי מספרי העובדים שאוהבים קפה או פיצה, ולכן לא ניתן לקבוע על-פי הנתונים מהו מספר העובדים שאוהבים קפה.
נדגים באמצעות בדיקת מצבים אפשריים: יתכן כי 60 עובדים אוהבים קפה ולא אוהבים פיצה. במקרה זה, 70 מעובדי המפעל אוהבים קפה (בתוספת 10 עובדים שאוהבים גם קפה וגם פיצה) שהם 70% מהעובדים.
מקרה נוסף – יתכן כי 25 עובדים אוהבים קפה ולא אוהבים פיצה. לפיכך, 35 מעובדי המפעל אוהבים קפה (בתוספת 10 עובדים שאוהבים גם קפה וגם פיצה) שהם 35% מהעובדים.
מכיוון שהצלחנו להראות ששתי תשובות שונות אפשריות, הרי שלא ניתן לדעת מהו אחוז העובדים במפעל שאוהבים קפה.

5. התשובה הנכונה היא: (1).

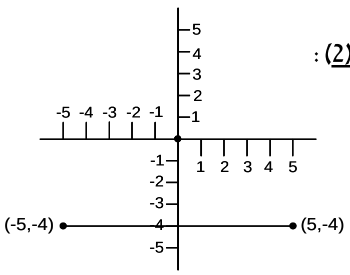
עלינו לקבוע באיזו מהתשובות מופיעים ערכים אפשריים לנקודות A ו- B. נתון כי קטע AB עובר דרך ראשית הצירים, כלומר דרך ערכי הנקודה (0,0). לגבי כל תשובה, נבדוק האם אפשר להעביר את קטע AB דרך ראשית הצירים. מכיוון שאין סרטוט, נסרטט בעצמנו תוך שמירה על קנה המידה:
<u>תשובה (1)</u>: תשובה זו אפשרית, לכן זו התשובה הנכונה (ראו סרטוט). משום שמצאנו את התשובה הנכונה, אין צורך לבדוק תשובות נוספות. נעשה זאת למען שלמות ההסבר.

<u>תשובה (2)</u>: ערכי ה- y של נקודות A ו- B זהים. לפיכך, קטע AB מקביל לציר ה- x ולא יכול לעבור דרך ראשית הצירים (ראו סרטוט).
<u>תשובה (3)</u>: ערכי ה- x של נקודות A ו- B זהים. לפיכך, קטע AB מקביל לציר ה- y ולא יכול לעבור דרך ראשית הצירים (ראו סרטוט).
<u>תשובה (4)</u>: ערכי ה- y של נקודות A ו- B זהים. לפיכך, קטע AB מקביל לציר ה- x ולא יכול לעבור דרך ראשית הצירים (ראו סרטוט).

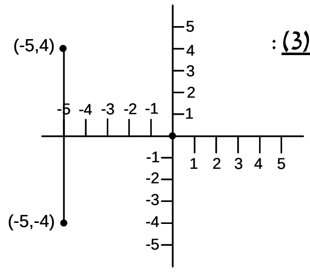
<u>תשובה (1)</u>:



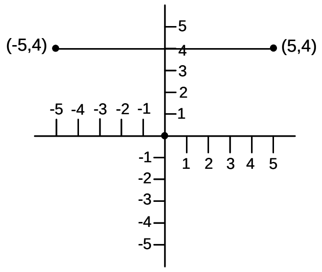
<u>תשובה (2)</u>:



<u>תשובה (3)</u>:



<u>תשובה (4)</u>:



6. התשובה הנכונה היא: (2).

דרך א':

עלינו לקבוע איזו מהטענות המופיעות בתשובות לגבי ערך ביטוי בו מופיע x נכונה בהכרח.
נציב מספר במקום x בביטוי עליו שאלו ונחשב את ערכו. נפסול כל תשובה שאינה נכונה לגבי התוצאה שקיבלנו.

נציב $x = 10$ (נתון כי x הוא מספר זוגי המתחלק ב- 5 ללא שארית). נקבל:
$(x-5)^2 + \frac{x}{5} = (10-5)^2 + \frac{10}{5} = 5^2 + 2 = 25 + 2 = 27$. נפסול כל תשובה שאינה נכונה לגבי 27:

<u>תשובה (1)</u>: 27 הוא מספר אי-זוגי. תשובה זו נפסלת.
<u>תשובה (2)</u>: 27 הוא מספר אי-זוגי, ואינו מתחלק ב- 5. תשובה זו לא נפסלת.
<u>תשובה (3)</u>: 27 אינו מתחלק ב- 5. תשובה זו נפסלת.
<u>תשובה (4)</u>: 27 אינו מתחלק ב- 10. תשובה זו נפסלת.

מכיוון שפסלנו את תשובות (1), (3) ו- (4) ותשובה מספר (2) לא נפסלה, זו התשובה הנכונה.

דרך ב':

משום שנתוני השאלה והתשובות עוסקים בתכונות (זוגי / אי-זוגי / חלוקה ב- 5 או 10), ננסה ללמוד על תכונות התוצאה שתתקבל. על תכונות אלו ניתן ללמוד על-פי ספרת האחדות של המספר, ולכן ננסה להבין תכונותיה.

את הביטוי שבשאלה נחקור בשני חלקים. תחילה נחקור את החלק $(x-5)^2$:
משום ש- x הוא מספר זוגי המתחלק ב- 5, הרי שהוא כפולה של 10. לפיכך, ספרת האחדות של x היא 0. בביטוי שבשאלה הפחיתו 5 מ- x. לפיכך, ספרת האחדות שתתקבל היא 5.
בביטוי שבשאלה העלו ערך זה בריבוע. בהעלאה בריבוע של מספר שספרת האחדות שלו היא 5 נקבל מספר שספרת האחדות שלו היא 5. לסיכום: ספרת האחדות של ערך הביטוי $(x-5)^2$ היא 5.

כעת נחקור את מהו ערך ספרת האחדות של חלקו השני של הביטוי שבשאלה - $\left(\frac{x}{5}\right)$.
תוצאת החלוקה של x (מספר זוגי המתחלק ב- 5) ב- 5 היא מספר זוגי.

<u>לסיכום</u>: משום שספרת האחדות של הביטוי שבשאלה מורכבת מ- 5 + "זוגי", הרי שספרת האחדות של תוצאת הביטוי שבשאלה היא אי-זוגית (אי-זוגי = זוגי + אי-זוגי = זוגי + 5), ולכן גם התוצאה שתתקבל תהיה אי-זוגית. התוצאה יכולה להתחלק ב- 5 (כשה"זוגי" שנוסיף יהיה אפס. למשל, כאשר $x = 50$), אך בכל שאר המקרים אינה מתחלקת ב- 5.
לכן, התוצאה שתתקבל בביטוי שבשאלה תהיה אי-זוגית, אך לא בהכרח תתחלק ב- 5.

7. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע לאילו מהערכים שבתשובות y בהכרח שווה. נתונות שתי משוואות עם מספר נעלמים. בתשובות מספרים או חלק מהנעלמים. בכל מקרה, על-פי התשובות עלינו להיפטר לפחות מחלק מהנעלמים (אך נקפיד לא להפטר מ- y עליו שואלים). ניפטר מהנעלמים על-ידי בידוד והצבה.

נתון: $x + y + z = w$. נציב את ערכו של w במשוואה השנייה וניפטר מ- w: $w + y + z = x$.

נקבל:

$x + y + z + y + z = x$ נפחית x משני אגפי המשוואה. נקבל:

$2y + 2z = 0$ נפחית 2z משני אגפי המשוואה על מנת לבודד את y. נקבל:

$2y = -2z$ נחלק את שני אגפי המשוואה ב- 2. נקבל:

$y = -z$.

8. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לחשב את שטח משולש AFE ולבטא אותו באמצעות a. נתון כי $FE = DE = a$. על-פי הנוסחה: שטח משולש שווה למחצית מכפלת אחת הצלעות בגובה לאותה צלע. קטע FE מקביל לצלע AD (נתון כי זווית $FEC = 90°$, וכך גם זווית ADC משום שנתון ש- ABCD הוא ריבוע). לפיכך, המרחק בין הישרים AD ו- FE שווה לגובה לצלע FE במשולש AFE (במשולש קהה זווית חלק מהגבהים נמצאים מחוץ למשולש, על המשכה של הצלע).

שטח משולש AFE $= \frac{FE \cdot DE}{2} = \frac{a \cdot a}{2} = \frac{a^2}{2}$.

9. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין הסיכויים בשני הטורים. נחשב את הסיכויים בכל טור בנפרד:

<u>טור א'</u>: בשלוש הטלות של הקובייה יהיה סכום ההטלות 3, רק אם בכל אחת מההטלות בנפרד התוצאה תהיה 1 (על פאות הקובייה כתובים המספרים 1 עד 6). לכן, בכל הטלה:

הסיכוי $= \frac{\text{רצוי}}{\text{מצוי}} = \frac{1}{6}$.

לפיכך, הסיכוי שבשלוש הטלות של הקובייה יהיה הסכום 3 $= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6^3}$.

<u>טור ב'</u>: בשלוש הטלות של המטבע יהיה סכום ההטלות 3, רק אם בכל אחת מההטלות בנפרד התוצאה תהיה 1 (על מטבע כתוב 1 מצדו האחד ו- 0 מצדו האחר). לכן, בכל הטלה:

הסיכוי $= \frac{\text{רצוי}}{\text{מצוי}} = \frac{1}{2}$.

לפיכך, הסיכוי שבשלוש הטלות של המטבע יהיה הסכום 3 $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2^3}$.

$\frac{1}{2^3} > \frac{1}{6^3}$ (כשלשברים חיוביים מונה זהה, השבר בעל המכנה הנמוך יותר הוא השבר בעל הערך הגבוה יותר). לפיכך, הסיכוי בטור ב' גדול מהסיכוי בטור א'.

10. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין α ל- β. על-פי המידע הנוסף, α היא זווית שנוצרת בין הישרים a ו- b. היא קודקודית לזווית שנוצרת מסכום הזוויות של β (שנוצרת בין הישרים b ו- c) ו- γ (שנוצרת בין הישרים c ו- a). לפיכך $\alpha = \beta + \gamma$ (זוויות קודקודיות הן שוות זו לזו). משום שכדי ש- β תהיה שווה ל- α יש להוסיף לה γ, הרי ש- α גדולה מ- β.

11. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין x ו- y. על-פי המידע הנוסף $x^2 < y^2$. משום שלא ניתן לפשט נתון זה או את הטורים, ננסה לחשוב אילו מספרים יכולים לקיים אי-שוויון זה. אם x, y חיוביים, הרי שעל מנת שהנתון יתקיים, y בהכרח גדול מ- x. לדוגמה, אם $x = 1$, ו- $y = 2$ אז $1^2 < 2^2 \Longleftarrow 1 < 4$. במצב זה, הביטוי שבטור ב׳ גדול יותר.
ננסה לאתגר את מערכת יחסים הזו, ולהראות שתיתכן מערכת יחסים שונה בין הביטויים בטורים. נבדוק מצב שבו y שלילי ו- x חיובי. העלאת איבר שלילי בריבוע יוצרת תוצאה חיובית. לפיכך, יתכן איבר שלילי שלאחר שנעלה אותו בריבוע, תתקבל תוצאה שגדולה ממספר חיובי בריבוע. לדוגמה, אם $x = 1$ ו- $y = -2$ אז $1^2 < (-2)^2 \Longleftarrow 1 < 4$. כל איבר חיובי גדול בהכרח מכל איבר שלילי, ולכן במקרה זה הביטוי בטור א׳ גדול יותר מהביטוי בטור ב׳.
לפיכך, יתכנו מספר מערכות יחסים בין גדלי הביטויים שבטורים, והתשובה הנכונה היא (4).

12. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין שטחי הגזרות שבשני הטורים. במידע הנוסף מידע הקושר בין אורכי הרדיוסים של שתי הגזרות. נסמן את OB ב- 2x.

לפי הנתון: $OC = 1\frac{1}{2}\cdot OB \Longleftarrow OC = 1\frac{1}{2}\cdot 2x \Longleftarrow OC = 3x$. נבטא את שטח הגזרות בשני הטורים באמצעות x.

<u>טור א׳</u>: על מנת למצוא את שטח הגזרה הכהה, נחשב את שטח המעגל שהגזרה הכהה היא חלק ממנו. רדיוס המעגל הוא OC. לפיכך, שטח המעגל $= \pi\cdot OC^2$.

שטח המעגל $= \pi\cdot(3x)^2 = \pi\cdot 3^2\cdot x^2 = \pi\cdot 9x^2$. הזווית המרכזית של הגזרה הכהה היא 90°.

לפיכך: שטח הגזרה הכהה $=$ שטח המעגל $\cdot \frac{\text{זווית מרכזית}}{360^\circ} = \frac{90^\circ}{360^\circ}\cdot\pi\cdot 9x^2 = \frac{9}{4}\cdot\pi x^2 = 2\frac{1}{4}\cdot\pi x^2$.

<u>טור ב׳</u>: על מנת למצוא את שטח הגזרה הבהירה, נחשב את שטח המעגל שהגזרה הבהירה היא חלק ממנו. רדיוס המעגל הוא OB. לפיכך, שטח המעגל $= \pi\cdot OB^2$.

שטח המעגל $= \pi\cdot(2x)^2 = \pi\cdot 2^2\cdot x^2 = \pi\cdot 4x^2$. הזווית המרכזית של הגזרה הבהירה היא 270° $(= 360^\circ - 90^\circ)$. לפיכך:

שטח הגזרה הבהירה $=$ שטח המעגל $\cdot \frac{\text{זווית מרכזית}}{360^\circ} = \frac{270^\circ}{360^\circ}\cdot\pi\cdot 4x^2 = \frac{3}{4}\cdot\pi\cdot 4x^2 = 3\pi x^2$.

נקבל:

$2\frac{1}{4}\pi x^2$? $3\pi x^2$ נחלק את שני הטורים ב- πx^2. נקבל:

$2\frac{1}{4}$? 3

לפיכך, הביטוי בטור ב׳ גדול יותר והתשובה הנכונה היא (2).

13. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין הביטויים שבשני הטורים. במידע הנוסף משוואה המקשרת בין הגדלים של a ו- b. על מנת לפשט, נצמצם את כמות הנעלמים בשאלה על-ידי החלפת a ב- 4b.

<u>טור א׳</u>:

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})\sqrt{b} = (\sqrt{4b}+\sqrt{b})\sqrt{b} = (\sqrt{4}\cdot\sqrt{b}+\sqrt{b})\sqrt{b} = (2\sqrt{b}+\sqrt{b})\sqrt{b} = 3\sqrt{b}\cdot\sqrt{b} = 3b$.

<u>טור ב׳</u>:

$(\sqrt{a}-\sqrt{b})\sqrt{a} = (\sqrt{4b}-\sqrt{b})\sqrt{4b} = (\sqrt{4}\cdot\sqrt{b}-\sqrt{b})\sqrt{4}\cdot\sqrt{b} = (2\sqrt{b}-\sqrt{b})\cdot 2\sqrt{b} = \sqrt{b}\cdot 2\sqrt{b} = 2b$.

על-פי הנתון, a הוא איבר חיובי. לפיכך, גם 4b הוא איבר חיובי (נתון $a = 4b$), ולכן b הוא איבר חיובי. משום ש- b הוא איבר חיובי, הביטוי שבטור א׳ גדול יותר מהביטוי שבטור ב׳ ($2b < 3b$) והתשובה הנכונה היא (1).

14. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין מיתר BC לבין רדיוס המעגל הקטן. נחבר את מרכז המעגל הקטן O עם נקודה D בה נוגע המשיק AC בהיקף המעגל הקטן. קטע OD הוא רדיוס המעגל הקטן. נוצר משולש ישר זווית AOD (הרדיוס מאונך למשיק בנקודת המגע).
משולש ACB הוא משולש ישר זווית (זווית ACB היא זווית היקפית שנשענת על הקוטר במעגל הגדול). לשני המשולשים זווית משותפת CAB. לפיכך, המשולשים ADO ו- ACB הם דומים. היתר במשולש ADO הוא רדיוס המעגל הגדול (AO). היתר במשולש ACB הוא הוא קוטר המעגל הגדול (AB). לפיכך, היתר במשולש ACB גדול פי 2 מהיתר במשולש AOD (קוטר = 2 רדיוסים). במשולשים דומים, היחס נשמר בין כל שני קווים מאותו סוג, ולפיכך $BC = 2\cdot OD$ (שני הקווים מצויים מול אותה זווית CAB בשני המשולשים) $\Leftarrow$ $OD = \frac{BC}{2}$.

לכן, הביטויים בשני הטורים שווים.

15. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו למצוא מהו המרחק הקטן ביותר האפשרי בין הכוכב שרצף-1 המריאה ממנו בתחילת מסעה לבין הכוכב שקוקו-2 המריאה ממנו בתחילת מסעה. הכוכב ממנו המריאה רצף-1 בתחילת מסעה הוא כוכב ביתא (הקו הרציף העבה יוצא מסימון ⊗ ולידו המספר 0 על כוכב ביתא). הכוכב ממנו המריאה קוקו-2 בתחילת מסעה הוא כוכב דלתא (הקו המקווקו יוצא מסימון ⊗ ולידו המספר 0 על כוכב דלתא). מרכז מעגל התנועה של כל הכוכבים הוא השמש, ולכן המרחק הקצר ביותר האפשרי בין שני כוכבים, הוא ההפרש בין אורכי הרדיוסים שלהם. לפיכך, המרחק הקצר ביותר האפשרי בין כוכב ביתא לכוכב דלתא הוא 900,000 ק״מ (= 100,000 – 1,000,000).

16. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לקבוע כמה פעמים לאחר היום הראשון עברה החללית רצף-1 במסלול תנועתו של כוכב המוצא שלה. כוכב המוצא של חללית רצף-1 הוא ביתא. הקו הרציף העבה, שמתאר את מסעה של רצף-1, פוגש את המסלול של כוכב ביתא 4 פעמים. (בימים מספר 2, 10, 15 ו- 20 למסעה).

לפיכך, החללית רצף-1 עברה במסלול תנועתו של כוכב המוצא שלה 4 פעמים.

17. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע באיזה תאריך יצאה קוקו-2 למסעה. קוקו-2 נחתה על כוכב אלפא ביום ה- 17 למסעה (הקו המקווקו חוצה את מסלול הכוכב והמפגש מסומן בסימן ⊗ ביום זה). על-פי הנתון, באותו תאריך נחתה על הכוכב רצף-1, ביום ה- 5 למסעה (הקו הרציף העבה חוצה את מסלול הכוכב והמפגש מסומן בסימן ⊗ ביום זה). ידוע שרצף-1 יצאה למסעה ב- 20 בינואר. לפיכך, רצף-1 נחתה על כוכב אלפא בתאריך 25 בינואר. לפיכך, קוקו-2 יצאה למסעה 17 יום קודם לכן, בתאריך 8 בינואר (= 17 – 25).

<u>הערה</u>: רצף-1 חצתה את מסלול כוכב אלפא ביום ה- 3 למסעה, אך לא נחתה עליו (מסומן ב- x). קוקו-2 חצתה את מסלול כוכב אלפא ביום ה- 16 למסע, אך לא נחתה עליו (מסומן ב- x).

18. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע כמה ימים שהתה קוקו-2 על כוכב אלפא. קוקו-2 נחתה על כוכב אלפא ביום ה- 17 למסעה. נחשב כמה זמן לקח מסעה עד לכוכב גמא. המסע היה בן 2,000,000 ק״מ והתנהל במהירות קבועה של 500,000 ק״מ ליום. לפיכך, המסע ארך 4 ימים ($=\frac{2,000,000}{500,000}$).

קוקו-2 נחתה על כוכב גמא ביום ה- 27 למסעה, כלומר 10 ימים לאחר שנחתה על כוכב אלפא. לפיכך, קוקו-2 שהתה על כוכב אלפא 6 ימים (= 4 – 10).

.19 התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לקבוע מהו טווח הסכומים האפשריים בחשבונה של דינה כעבור שלושה חודשים. משום שבשאלה נתון סכומה ההתחלתי ומשום שנתון טווחו של הסכום אותו מוציאה כל חודש, נבדוק את המקרים הקיצוניים. בחשבונה של דינה יש בתחילת חודש מסוים 1,000 שקלים. בכל מקרה, ב- 20 בכל חודש נוספים לחשבון הבנק שלה 2,000 שקלים. לפיכך, במהלך שלושה חודשים יתווספו לחשבונה סך הכל 6,000 שקלים (= 3 · 2,000).

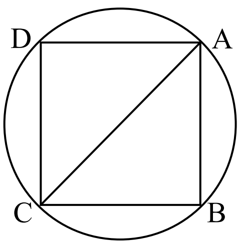
סכום הכסף **המקסימלי** שתוציא דינה במהלך שלושה חודשים הוא 6,900 שקלים (= 3 · 2,300). לפיכך, לכל הפחות יישארו בחשבונה של דינה 100 שקלים (= 6,900 – 6,000 + 1,000).

סכום הכסף **המינימלי** שתוציא דינה במהלך שלושה חודשים הוא 4,500 שקלים (= 3 · 1,500). לפיכך, לכל היותר יישארו בחשבונה של דינה 2,500 שקלים (= 4,500 – 6,000 + 1,000).

לפיכך, טווח הסכומים האפשריים בחשבונה של דינה כעבור שלושה חודשים הוא בין 100 ל- 2,500 שקלים.

.20 התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו למצוא מהו ההפרש בין שטח המעגל לשטח הריבוע. משום שלא פשוט להבין את הנתונים באופן מילולי, נסרטט על-פי הנתונים. מהסרטוט נבין את הקשר בין הצורות, נחשב את שטחיהן ונחסר בין השטחים. נחבר את קודקודי הריבוע A ו- C. המיתר AC הוא קוטר במעגל (זווית ABC היא זווית היקפית בת 90° משום ש- ABCD הוא ריבוע). לפיכך 2 ס"מ = AC (נתון כי רדיוס המעגל הוא 1 ס"מ).



שטח המעגל = $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 1^2 = \pi$.

שטח הריבוע = $\frac{\text{אלכסון בריבוע}}{2} = \frac{2^2}{2} = 2$.

לפיכך, ההפרש בין שטח המעגל לשטח הריבוע הוא $\pi - 2$.

.21 התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע איזו מהמשוואות/אי-שוויונות שבתשובות נכונים בהכרח. התשובות עוסקות בתכונות (שווים/נגדיים) ולכן ננסה ללמוד על תכונות היצורים בעזרת המשוואה.

נתון: $|x+y| = x-y$.

ערך מוחלט של ביטוי שווה לביטוי אחר, כאשר הביטויים שווים או נגדיים.

נבדוק את שני המקרים:

אם שני הביטויים שווים: $x+y = x-y \Leftarrow y = -y \Leftarrow 2y = 0 \Leftarrow y = 0$.

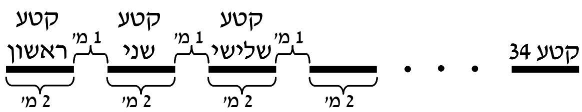
אם שני הביטויים נגדיים: $x+y = -(x-y) \Leftarrow x+y = -x+y \Leftarrow x = -x \Leftarrow 2x = 0 \Leftarrow x = 0$.

לפיכך, x או y שווים ל- 0.

22. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לקבוע כמה קטעים צבועים לכל היותר יש לאורך כביש שאורכו 101 מטרים. נתון כי אורכו של קטע צבוע הוא 2 מטרים, ובין כל שני קטעים צבועים ישנו מרחק של מטר אחד. מכיוון שבדיקה ידנית של המצב אינה אפשרית (101 מטרים דורש בדיקה ארוכה), נתחיל לפרט את המקרים הראשונים ונבין את החוקיות. מתחילת הקטע הצבוע הראשון עד לתחילת הקטע הצבוע השני יש מרחק של 3 מטרים (= 1 + 2). מתחילת הקטע הצבוע השני עד לתחילת הקטע הצבוע השלישי יש מרחק של 3 מטרים נוספים, ובסך הכל 6 מטרים (= 3 + 3). מתחילת הקטע הצבוע השלישי ועד לתחילת הקטע הצבוע הרביעי ישנו מרחק של 3 מטרים נוספים, ובסך הכל 9 מטרים (= 3 + 6).

לפיכך, כל 3 מטרים יש קטע צבוע אחד. כעת ננסה ללמוד כמה מקטעים של 3 מטרים יש בקטע של 101 מטרים: 99 הוא המספר הקרוב ביותר ל- 101 שמתחלק ב- 3 ללא שארית. בכביש שאורכו 99 מטרים ישנם 33 קטעים צבועים ($=\frac{99}{3}$) כולל רווח של מטר אחד מהקטע הצבוע האחרון. נוסיף קטע צבוע נוסף באורך 2 מטרים בסוף כביש זה, ויתקבל כביש שאורכו 101 מטרים. בכביש באורך זה 34 קטעים צבועים (= 1 + 33).



23. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו למצוא לאיזה מהשברים שבתשובות שווה ערך הביטוי שבשאלה. נפשט את הביטוי במטרה להתקרב לצורתן של התשובות מבלי לשנות את ערכו:

נבצע את פעולות החילוק בין השברים, לפי סדר פעולות החשבון: $\frac{3}{8} = 1\cdot\frac{3}{8} = \frac{1}{\frac{8}{3}} = \frac{1}{2\cdot\frac{4}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{\frac{3}{4}}}$.

<u>הערה</u>: לפי סדר פעולות החשבון, כאשר הביטוי מכיל סוגריים, עלינו לחשב תחילה את הערך שנמצא בתוך הסוגריים. כמו כן, כאשר הסוגריים מופיעים יותר מפעם אחת, עלינו להתחיל לחשב מהסוגריים הפנימיים. את השברים בביטוי עליו נשאלנו היה ניתן להציג בסוגריים, באופן הבא: $\frac{1}{\left(\frac{2}{\left(\frac{3}{4}\right)}\right)}$.

לפיכך, יש תחילה לבצע את פעולת החילוק בין 2 ל- $\frac{3}{4}$ ורק אז לחלק את 1 בערך שהתקבל.

24. התשובה הנכונה היא : (4).

דרך א':

עלינו למצוא כמה כסף לווה ירון מסיגל (בשקלים). בתשובות מספרים נוחים יחסית לבדיקה המתארים סכום זה. לכן, נבדוק את המספרים שבתשובות. תשובה שהמספר שבה מקיים את הנתונים, היא התשובה הנכונה.

<u>תשובה (1)</u> : נניח שירון לווה מסיגל 7.20 שקלים. ב- 2.40 שקלים הוא קנה בוטנים ($=\frac{1}{3}\cdot 7.20$). אם ירון ייתן לסיגל $\frac{3}{4}$ מכמות הבוטנים שקנה, הוא יחזיר לה בוטנים בשווי 1.80 שקלים ($\frac{3}{4}\cdot 2.40=$). לפיכך, החוב הנותר יהיה 5.40 שקלים ($= 7.20 - 1.80$). נותרה סתירה בנתונים (על-פי הנתונים החוב הנותר אמור להיות 3.60 שקלים) ולפיכך תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u> : נניח שירון לווה מסיגל 6.00 שקלים. ב- 2 שקלים הוא קנה בוטנים ($=\frac{1}{3}\cdot 6$). אם ירון ייתן לסיגל $\frac{3}{4}$ מכמות הבוטנים שקנה, הוא יחזיר לה בוטנים בשווי 1.50 שקלים ($\frac{3}{4}\cdot 2=$). לפיכך, החוב הנותר יהיה 4.50 שקלים ($= 6 - 1.50$). נותרה סתירה בנתונים (על-פי הנתונים החוב הנותר אמור להיות 3.60 שקלים) ולפיכך תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (3)</u> : נניח שירון לווה מסיגל 5.40 שקלים. ב- 1.80 שקלים הוא קנה בוטנים ($=\frac{1}{3}\cdot 5.40$). אם ירון ייתן לסיגל $\frac{3}{4}$ מכמות הבוטנים שקנה, הוא יחזיר לה בוטנים בשווי 1.35 שקלים ($\frac{3}{4}\cdot 1.80=$). לפיכך, החוב הנותר יהיה 4.05 שקלים ($= 5.40 - 1.35$). נותרה סתירה בנתונים (על-פי הנתונים החוב הנותר אמור להיות 3.60 שקלים) ולפיכך תשובה זו נפסלת. מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן את התשובה הרביעית. למען שלמות ההסבר, נבדוק תשובה זו.

<u>תשובה (4)</u> : נניח שירון לווה מסיגל 4.80 שקלים. ב- 1.60 שקלים הוא קנה בוטנים ($=\frac{1}{3}\cdot 4.80$). אם ירון ייתן לסיגל $\frac{3}{4}$ מכמות הבוטנים שקנה, הוא יחזיר לה בוטנים בשווי 1.20 שקלים ($\frac{3}{4}\cdot 1.60=$). לפיכך, החוב הנותר יהיה 3.60 שקלים ($= 4.80 - 1.20$). משום שהמספר בתשובה זו עמד בכל הנתונים, זו התשובה הנכונה.

דרך ב':

עלינו למצוא כמה כסף לווה ירון מסיגל (בשקלים). בנתוני השאלה מתואר קשר בין סכום הכסף שלווה לבין החוב שנותר לאחר שהחזיר חלק מהחוב. נתאר אלגברית את החוב שנותר ונבנה משוואה, ממנה נחלץ את סכום הכסף שנותר.

נסמן ב- x את סכום הכסף שלווה ירון מסיגל (בשקלים). ירון קנה בוטנים ב- $\frac{x}{3}$ שקלים.

אם ייתן ירון לסיגל $\frac{3}{4}$ מכמות הבוטנים שקנה, הוא יחזיר לה בוטנים בשווי $\frac{x}{4}$ שקלים ($= \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{3}$). לפיכך, החוב שנותר הוא $\frac{3x}{4}$ שקלים ($= x - \frac{x}{4}$). נבנה משוואה ונבודד בה את x:

$\frac{3x}{4} = 3.60 \Leftarrow 3x = 3.60 \cdot 4 \Leftarrow x = 1.20 \cdot 4 \Leftarrow x = 4.80$.

לפיכך, ירון לווה מסיגל 4.80 שקלים.

25. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לחשב את אורך הקו המודגש ולבטאו באמצעות r. הקו המודגש מורכב משלוש קשתות, כל אחת מהן נמצאת על מעגל אחר. כדי למצוא את אורך הקשת עלינו למצוא את היקף אחד המעגלים (רדיוס כל המעגלים הוא r, ולפיכך המעגלים חופפים), ואת גודל הזווית המרכזית הנשענת על הקשת.

לפי נוסחת היקף מעגל, היקף כל אחד מהמעגלים שבסרטוט הוא $2\pi r$.

אורכי הצלעות OQ, QP ו- OP = $2r$. לפיכך, משולש OPQ הוא משולש שווה שוקיים.

במשולש שווה צלעות הזוויות הפנימיות שוות $60°$.

לפיכך, גודל הזווית המרכזית הנשענת על הקשת המודגשת בכל אחד מהמעגלים הוא $300°$ ($= 360° - 60°$).

על-פי נוסחת חישוב אורך קשת,

אורך כל אחת מהקשתות המודגשות = היקף המעגל $\cdot \frac{\text{זווית מרכזית}}{360°} = 2\pi r \cdot \frac{300°}{360°} = \frac{5\pi r}{3}$.

לפיכך, אורך הקו המודגש = $\frac{5\pi r}{3} \cdot 3 = 5\pi r$ (משום שהזוויות המרכזיות הנשענות על כל אחת מהקשתות המודגשות שוות, הרי שגם אורך הקשת המודגשת בכל אחד משלושת המעגלים הוא זהה).