הסברים לפרק חשיבה כמותית 1

התשובות הנכונות:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
3	1	1	3	1	3	1	2	1	3	2	1	3

14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
4	2	2	1	2	4	1	1	1	-	4	1

1. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו למצוא בכמה פעולות מוצלחות השתתפה הכלבה אלפא. נתון כי הכלבה אלפא השתתפה ב- 64 פעולות, מתוכן אחוז הפעולות המוצלחות הוא 75%.
75% מ- 64 פעולות הן 48 פעולות ($\frac{75}{100}\cdot 64=\frac{3}{4}\cdot\frac{64}{1}=3\cdot 16=$).

2. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע מהו סכום הגילים של הכלבים במשלחת שהורכבה מכל הכלבים המתמחים בחילוץ מהריסות ובחילוץ ממפולות שלגים.
הכלבים בק וגונזו השתתפו בחילוץ מהריסות, והכלב פלאף השתתף בחילוץ ממפולות שלגים.
גילו של בק הוא 3 שנים. גילו של גונזו הוא 3 שנים. גילו של פלאף הוא 5 שנים.
סכום הגילים הוא 11 שנים (= 6 + 3 + 3).

3. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע באיזה מהתחומים המוצעים בתשובות לא מתמחים כלבים שדירוג חוש הריח שלהם הוא 8 או יותר. נבדוק באילו תחומים מתמחים הכלבים שדירוג חוש הריח שלהם גדול מ- 8, ונפסול תשובות.
דירוג חוש הריח של הכלב אלפא הוא 10 והוא מתמחה בחיפוש בשטח פתוח. תשובה מספר (4) נפסלת.
דירוג חוש הריח של הכלב פלאף הוא 8 והוא מתמחה בחילוץ ממפולות שלגים. תשובה מספר (3) נפסלת.
דירוג חוש הריח של הכלב צ׳יקו הוא 9, והוא מתמחה בסריקות במים. תשובה מספר (2) נפסלת.
מכיוון שפסלנו 3 תשובות, התשובה הנכונה היא התשובה שלא נפסלה, תשובה מספר (1).

4. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע בכמה פעולות צפוי להשתתף הכלב צ׳יקו מרגע היוולדו ועד הגיעו לגיל 8 שנים.
בשאלה מניחים כי מספר הפעולות שכלב משתתף בהן מתחלק באופן שווה על פני שנות חייו, ולכן נחשב בכמה פעולות השתתף הכלב צ׳יקו בשנה, ונכפיל ב- 8 שנים.

לפי הטבלה, הכלב צ׳יקו הוא בן 6 שנים, והשתתף ב- 54 פעולות. כלומר, בכל שנה הכלב צ׳יקו משתתף ב- 9 פעולות ($= \frac{54}{6}$). לפיכך, ב- 8 שנים ישתתף הכלב צ׳יקו ב- 72 פעולות ($= 8 \cdot 9$).

5. התשובה הנכונה היא: (1).

דרך א׳:

עלינו לקבוע מה היה שכרו של יואב. משום שמספר זה מופיע בתשובות, נבדוק את המספרים בתשובות. תשובה שהמספר שבה יקיים את נתוני השאלה היא התשובה הנכונה.

<u>תשובה (1)</u>: אם שכרו של יואב היה 1,000 שקלים, הוא נתן לחגית 200 שקלים ($= 1000 \cdot \frac{1}{5}$)
ו- 200 שקלים לאסף. לפיכך, נשארו ליואב 600 שקלים ($= 1000 - 200 - 200$).
תשובה זו היא התשובה הנכונה. משום שמצאנו את התשובה הנכונה אין צורך לבדוק את שאר התשובות. נעשה זאת למען שלמות ההסבר.

<u>תשובה (2)</u>: אם שכרו של יואב היה 2,000 שקלים, הוא נתן לחגית 400 שקלים ($= 2000 \cdot \frac{1}{5}$)
ו- 200 שקלים לאסף. לפיכך, נשארו ליואב 1,400 שקלים ($= 2000 - 400 - 200$).
משום שמספר זה אינו תואם לנתונים (נתון כי נשארו לו 600 שקלים), תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: אם שכרו של יואב היה 1,500 שקלים, הוא נתן לחגית 300 שקלים ($= 1500 \cdot \frac{1}{5}$)
ו- 200 שקלים לאסף. לפיכך, נשארו ליואב 1,000 שקלים ($= 1500 - 300 - 200$).
תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: אם שכרו של יואב היה 2,500 שקלים, הוא נתן לחגית 500 שקלים ($= 2500 \cdot \frac{1}{5}$)
ו- 200 שקלים לאסף. לפיכך, נשארו ליואב 1,800 שקלים ($= 2500 - 500 - 200$).
תשובה זו נפסלת.

דרך ב׳:

עלינו לקבוע מה היה שכרו של יואב. נתאר את הקשר בין שכרו של יואב לבין הסכום שנשאר לו בעזרת משוואה.

נסמן את שכרו של יואב ב- x. אם יואב נתן לחגית $\frac{1}{5}$ מכספו, נותר לו $\frac{4}{5} \cdot x$ ($= x - \frac{1}{5} \cdot x$).

לאחר שנתן 200 שקלים לאסף, נותרו לו ($\frac{4}{5} \cdot x - 200$) שקלים. לפיכך:

$\frac{4}{5} \cdot x - 200 = 600$ נוסיף 200 לשני האגפים. נקבל:

$\frac{4}{5} \cdot x = 800$ נכפול את שני האגפים ב- 5. נקבל:

$4x = 5 \cdot 800$ נחלק את שני האגפים ב- 4. נקבל:

$x = 1000$.

לפיכך, שכרו של יואב היה 1,000 שקלים.

6. התשובה הנכונה היא: (3).

דרך א':

עלינו לקבוע לאיזה מהביטויים בתשובות שווה הביטוי בשאלה. נפשט את ערכו של הביטוי בשאלה עד שנגיע לאחד הביטויים שבתשובות.

נוציא גורם משותף $(x-1)$ מחוץ לסוגריים:

$x(x-1)-(x-1)(x-2)=(x-1)(x-x+2)=(x-1)\cdot 2=2x-2$.

דרך ב':

מכיוון שערך הביטוי זהה עבור על כל ערך של x, נציב מספר נוח מהראש ונפסול תשובות.

נציב: $x=1$.

נקבל: $x(x-1)-(x-1)(x-2)=1(1-1)-(1-1)(1-2)=1\cdot 0-0\cdot(-1)=0-0=0$.

נציב $x=1$ בכל התשובות ונפסול תשובות שערכן שונה מ- 0:

<u>תשובה (1)</u>: $x-2=1-2=-1$. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $2x-2=2\cdot 1-2=2-2=0$. תשובה זו לא נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $4x-4=4\cdot 1-4=4-4=0$. תשובה זו לא נפסלת.

מכיוון ששתי תשובות לא נפסלו, נציב מספר פעם נוספת. נציב $x=2$.

נקבל: $x(x-1)-(x-1)(x-2)=2(2-1)-(2-1)(2-2)=2\cdot 1-1\cdot 0=2-0=2$.

נציב $x=2$ בתשובות (3) ו- (4) ונפסול את התשובה שערכה שונה מ- 2:

<u>תשובה (3)</u>: $2x-2=2\cdot 2-2=4-2=2$. תשובה זו לא נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $4x-4=4\cdot 2-4=8-4=4$. תשובה זו נפסלת.

משום שתשובות (1), (2) ו- (4) נפסלו, התשובה הנכונה היא תשובה (3).

7. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו למצוא את ערכי הנקודה A. משולש ABC הוא ישר זווית. ניצור משוואה שבה שטח המשולש ($=\frac{\text{מכפלת הניצבים}}{2}$) שווה לשטח הנתון. ממשוואה זו נחלץ את אורך הניצב AC וכך נמצא את ערכי הנקודה A. נקבל:

$\frac{BC\cdot AC}{2}=8$ ניצב BC מקביל לציר ה- x (ערכי ה- y בנקודות B ו- C זהים). לכן, אורכו שווה ל- 4 (ההפרש בין ערכי ה- x בנקודות B ו- C). נציב $BC=4$. נקבל:

$\frac{4\cdot AC}{2}=8$ נצמצם את האגף השמאלי ב- 2. נקבל:

$2\cdot AC=8$ נחלק את שני האגפים ב- 2. נקבל:

$AC=4$.

קו AC מקביל לציר ה- y (הוא מאונך לקו BC שמקביל לציר ה- x). לפיכך, ערכי ה- x לכל אורך קו זה שווים ל- 7.

ערך ה- y של נקודה A הוא 6 ($=2+4$).

לסיכום, ערכי נקודה A הם (7 , 6).

8. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע איזה מן הביטויים בתשובות הוא בהכרח מספר שלם.
עבור כל ביטוי שבתשובות נבדוק האם הוא בהכרח מספר שלם השלמים. תשובה שהביטוי בה אינו בהכרח שלם - תיפסל. משום שנתון ש- x הינו מספר שלם, נבדוק שני מצבים:

א. x הינו מספר זוגי.
ב. x הינו מספר אי זוגי.

<u>תשובה (1)</u>: ערך הביטוי $\frac{x+1}{2}$ אינו בהכרח שלם.

כאשר x הוא מספר זוגי. הביטוי (x + 1) הוא אי זוגי. $\frac{\text{אי זוגי}}{2}$ = לא שלם.

לדוגמה, נציב x = 1: $\frac{x+1}{2}=\frac{2+1}{2}=\frac{3}{2}$. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{x^2+x}{2}$ הוא בהכרח מספר שלם.

עבור x זוגי: כאשר x הוא מספר זוגי, x^2 הוא זוגי.
זוגי + זוגי = זוגי. מספר זוגי מתחלק ב- 2 ללא שארית. כלומר, עבור x זוגי ערך הביטוי שבתשובה זו הוא בהכרח מספר שלם.

עבור x אי זוגי: כאשר x הוא מספר אי זוגי, x^2 הוא אי זוגי. אי זוגי + אי זוגי = זוגי.
זוגי מתחלק ב- 2 ללא שארית, כלומר, עבור x אי זוגי ערך הביטוי שבתשובה זו הוא בהכרח מספר שלם.

מכיוון שמספר שלם יכול להיות זוגי או אי זוגי בלבד, אין אפשרויות נוספות. תשובה זו נכונה בהכרח ואין צורך לבדוק את שאר התשובות. אנו נעשה זאת למען שלמות ההסבר.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{x^2+x}{3}$ יכול להיות לא שלם. כאשר x הוא מספר זוגי, x^2 הוא זוגי.

זוגי + זוגי = זוגי. ישנם מספרים זוגיים שאינם מתחלקים ב- 3 ללא שארית.

לדוגמה, נציב x = 4: $\frac{x^2+x}{3}=\frac{4^2+4}{3}=\frac{16+4}{3}=\frac{20}{3}=6\frac{2}{3}$. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{x^2}{2}$ יכול להיות לא שלם. כאשר x הוא מספר אי זוגי, x^2 הוא אי זוגי.

לדוגמה, נציב x = 1: $\frac{x^2}{2}=\frac{1^2}{2}=\frac{1}{2}$. תשובה זו נפסלת.

9. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע מהו טווח ההוצאות של דינה עבור הכרטיסים. לפיכך, נבדוק מהם שני הקצוות האפשריים לטווח זה.

<u>מציאת הערך האפשרי הקטן ביותר</u>:
דינה קנתה 7 כרטיסים, מהם 2 לתיאטרון. מחיר 2 כרטיסי תיאטרון הוא 100 שקלים (= 50 · 2). כדי לקבל את הערך הקטן ביותר, נניח שכל שאר 5 הכרטיסים שרכשה הם הזולים ביותר (כרטיסי קולנוע). כלומר, היא שילמה עבור 5 כרטיסי הקולנוע 125 שקלים (= 25 · 5).
לפיכך, דינה הוציאה לכל הפחות 225 שקלים (= 125 + 100).

<u>מציאת הערך האפשרי הגדול ביותר</u>:

כדי לקבל את הערך הגדול ביותר, נניח שכל שאר 5 הכרטיסים שרכשה הם היקרים ביותר (כרטיסי אופרה). כלומר, היא שילמה עבור 5 כרטיסי האופרה 500 שקלים ($= 5 \cdot 100$).

לפיכך, דינה הוציאה לכל היותר 600 שקלים ($= 500 + 100$).

10. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין שטחי הצורות. נמצא מהו הקשר בין הגדלים המרכיבים את נוסחת השטח של כל אחת מהצורות.

נוסחת השטח של המלבן הינה מכפלה בין צלע לבין צלע סמוכה.

נוסחת השטח של המקבילית הינה מכפלה בין צלע לבין גובה.

שתי הצורות מכילות צלעות שאורכן זהה ($BE = EC$). על-פי נוסחאות השטח, יש לכפול צלע זו בגודל זהה ($DE = AB$). מכיוון שבשני הטורים ניתן לחשב את שטח הצורות על-ידי מכפלת צלעות בעלות אורכים זהים, שטחי הצורות שווים.

11. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין סכומי המספרים בשני הטורים. נמצא את כל המספרים בכל אחד מהטורים ונחשב את סכומם:

טור א': N היא קבוצת כל המספרים השלמים מ- 1 עד 11.

3 המספרים הקטנים ביותר בקבוצה זו המתחלקים ב- 2 ללא שארית הם: 2, 4 ו- 6. סכומם הוא 12 ($= 2+ 4+ 6$).

טור ב': המספרים בקבוצה N המתחלקים ב- 5 ללא שארית הם: 5 ו- 10. סכומם הוא 15 ($= 5+ 10$).

הביטוי בטור ב' גדול מהביטוי בטור א' ($15 > 12$).

12. התשובה הנכונה היא: (1).

נפשט את המידע שבטורים:

$\sqrt{a}$	?	$\frac{a}{4}$	נכפיל את שני הטורים ב- 4. נקבל:
$4\sqrt{a}$	?	a	נעלה את שני האגפים בריבוע (ניתן לעשות זאת משום ש- a חיובי). נקבל:
$4^2\left(\sqrt{a}\right)^2$	?	a^2	נפתח סוגריים באגף הימני. נקבל:
$16a$	?	a^2	נחלק את שני האגפים ב- a (a חיובי). נקבל:
16	?	a	נתון כי $a < 10$. לפיכך, הביטוי שבטור א גדול יותר.

13. התשובה הנכונה היא: (3).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין הזוויות שבשני הטורים. נמצא מהו הקשר בין זוויות אלו ודרכו ננסה ללמוד מהי מערכת היחסים בניהן.

זווית β היא חלק מזווית ישרה. זווית ישרה זו נחלקת לשני חלקים על-ידי ישר AB. גודל הזווית המשלימה את β ל- $90°$ הוא $(90° - \beta)$.

סכום הזוויות על הישר AB הוא $180°$. נבנה משוואה שתתאר את הקשר שמצאנו:

$90° + \alpha + (90° - \beta) = 180°$ נפתח סוגריים. נקבל:

$90° + \alpha + 90° - \beta = 180°$ נרכז גדלים זהים באגף השמאלי. נקבל:

$180° + \alpha - \beta = 180°$ נחסיר $180°$ משני האגפים. נקבל:

$\alpha - \beta = 0$ נוסיף β לשני האגפים. נקבל:

$\alpha = \beta$.

14. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לקבוע את מערכת היחסים בין 0 לבין $x + y$.

על-פי המידע הנוסף, ערכו המוחלט של x גדול מערכו המוחלט של y. לפיכך, מרחקו של x מהאפס גדול ממרחקו של y מהאפס. כמו כן, נתון כי y הוא מספר שלילי.

x יכול להיות מספר חיובי שמרחקו מהאפס גדול ממרחקו של y מהאפס. עבור מקרה זה,

לדוגמה, נציב: $y = -2$, $x = 5$ ($|-2| < |5|$). נקבל: $x + y = 5 + (-2) = 3$.

לפיכך, יתכן שהביטוי שבטור א' גדול יותר.

נבדוק האם תתכן מערכת יחסים נוספת בין הטורים.

x יכול להיות מספר שלילי שמרחקו מהאפס גדול ממרחקו של y מהאפס. עבור מקרה זה, $x + y < 0$.

לדוגמה, נציב: $y = -2$, $x = -5$ ($|-2| < |-5|$). נקבל: $x + y = (-5) + (-2) = -7$.

לפיכך, יתכן גם שהביטוי שבטור ב' גדול יותר.

משום שאין מערכת יחסים אחת קבועה בין הטורים, התשובה היא (4).

15. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע מהי מערכת היחסים בין היקפי שתי הצורות שבטורים. על-פי המידע הנוסף, כל המעגלים בשני הטורים הם בעלי אותו רדיוס. לשם הנוחות, נסמן את הרדיוס ב- R ונקשר בין אורכו של R ובין אורכי צלעות הצורות.

טור א': בריבוע חסומים 16 מעגלים המסודרים ב- 4 שורות. בכל שורה 4 מעגלים. אורך צלע הריבוע שווה לסכום אורכי הקטרים של המעגלים החסומים בכל אחת מהשורות (4 מעגלים). משום שאורכו של כל קוטר שווה ל- 2R, אורך צלע הריבוע הוא 8R (= $2R \cdot 4$) ואורך היקף הריבוע הוא 32R (= $8R \cdot 4$).

טור ב': במלבן חסומים 16 מעגלים המסודרים ב- 2 שורות. בכל שורה 8 מעגלים. הצלע הארוכה של המלבן שווה לסכום הקטרים של 8 מעגלים. לפיכך, אורך הצלע הארוכה של המלבן הוא 16R (= $2R \cdot 8$). אורך הצלע הקצרה של המלבן שווה לסכום האורכים של קטרי 2 מעגלים. לפיכך, אורך הצלע הקצרה של המלבן הוא 4R (= $2R \cdot 2$).

לסיכום, אורך היקף המלבן הוא 40R (= 16R · 2 + 4R · 2 = 32R + 8R) ולכן הביטוי שבטור ב׳ גדול יותר.

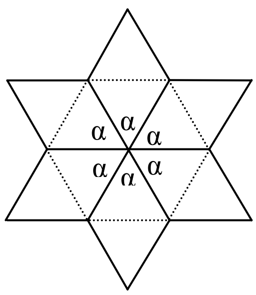
16. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע בכמה דקות יסיידו יגאל ועודד קיר שלם יחד. נמצא מהי כמות הקירות שהם מסיידים יחדיו בזמן כלשהו. נתון כי ב- 60 דקות יגאל מסייד $\frac{1}{4}$ קיר ועודד מסייד קיר שלם.
כלומר, יחד הם מסיידים ב- 60 דקות $\frac{5}{4}$ קיר (= $1 + \frac{1}{4}$). על מנת לחשב בכמה דקות יסיידו קיר שלם נעזר בריבוע יחסים בין עבודה לזמן:

קיר	דקות
$\frac{5}{4}$	60
1	?

כדי למצוא את הגודל החסר נכפול בין הנתונים האלכסוניים (60 ו- 1) ונחלק במה שנותר ($\frac{5}{4}$):
$\frac{60 \cdot 1}{\frac{5}{4}} = 60 \cdot \frac{4}{5} = \frac{60 \cdot 4}{5} = 12 \cdot 4 = 48$. לפיכך, שניהם יסיידו יחדיו קיר שלם ב- 48 דקות.

17. התשובה הנכונה היא: (1).



עלינו למצוא מה היקפו של המשושה, שנוצר מחיבור 6 אלכסונים של המעוינים. לשם הנוחות נסמן את אחת הזוויות במעוין ב- α.
מכיוון שהמעוינים חופפים, זוויותיהם זהות.
סכום 6 הזוויות שסימנו ב- α = 360° (זווית עגולה).
נקבל: α = 60°.
מעוין הוא מרובע שבו כל הצלעות שוות. לפיכך, המשולשים שנוצרו במשושה הם משולשים שווי צלעות (משולש שווה שוקיים שאחת מזוויותיו שווה ל- 60° הוא משולש שווה צלעות). קיבלנו שהמשושה הוא משושה משוכלל.
אורך כל צלע במשושה, שווה לאורך כל צלע במעוין.
נתון כי היקף כל מעוין הוא 8 ס״מ. לפיכך, אורך כל צלע במעוין היא 2 ס״מ ($= \frac{8}{2}$).
לכן, היקף המשושה הוא 12 ס״מ (= 6 · 2).

18. התשובה הנכונה היא: (2).

עלינו לקבוע איזו מההשוואות בתשובות נכונה בהכרח.
x ו- y הם אחוזים מהכסף שבארנקו של ברק. כלומר, שניהם חלק מאותו שלם.
נציב מהראש מספר נוח עבור x ונבדוק מהו גודלו של y המתאים למספר זה.
נפסול כל תשובה שבה מערכת היחסים בין x ל- y שונה ממערכת היחסים בין x ו- y שקיבלנו.
נציב x = 100. כלומר, בארנקו של ברק 100 שקלים (= 100% מתוך 100 שקלים).

נתון כי y אחוזים מהכסף שבארנקו הם 140 שקלים. לפיכך, $y = 140$ שקלים (140 שקלים מהווים 140% מתוך 100).

נפסול כל תשובה שאינה מקיימת את מערכת היחסים בין $x = 100$ ו- $y = 140$.

<u>תשובה (1)</u>: $4x = y$ ⇐ $400 = 140$. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $7x = 5y$ ⇐ $700 = 5 \cdot 140$ ⇐ $700 = 700$. תשובה זו אינה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $y < x$ ⇐ $140 < 100$. תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $x + y \le 100$ ⇐ $100 + 140 \le 100$. תשובה זו נפסלת.

משום שפסלנו 3 תשובות, התשובה שנותרה היא התשובה הנכונה.

19. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לבטא את גודלה של זווית β באמצעות גודלה של זווית α. לשם נוחות ההסבר, נכנה את הזוויות השוות CAD ו- DAB בשם x (נתון כי AD הוא חוצה זווית במשולש ABC). נכנה את הזוויות השוות CBD ו- ABD בשם y (נתון כי BD הוא חוצה זווית במשולש ABC).

זוויותיו הפנימיות של המשולש ABD הן x, y ו- β. סכום הזוויות במשולש הוא 180°. נבטא קשר זה באמצעות משוואה: $x + y + \beta = 180^\circ$. נחלץ מהמשוואה את הסכום $x + y$.

נקבל: $x + y = 180^\circ - \beta$.

זוויותיו הפנימיות של המשולש ABC הן 2x, 2y ו- α. סכום הזוויות במשולש הוא 180°. נבטא קשר זה באמצעות משוואה: $2x + 2y + \alpha = 180^\circ$ ⇐ $2(x + y) + \alpha = 180^\circ$.

נציב את ערך הביטוי $x + y$ שחילצנו מהמשוואה. נקבל:

$2 \cdot (180^\circ - \beta) + \alpha = 180^\circ$ נפתח סוגריים. נקבל:

$360^\circ - 2\beta + \alpha = 180^\circ$ נוסיף 2β ונחסיר 180° משני האגפים. נקבל:

$180^\circ + \alpha = 2\beta$ נחלק את שני האגפים ב- 2. נקבל:

$90^\circ + \frac{\alpha}{2} = \beta$.

20. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע איזו מן הטענות בתשובות נכונה בהכרח לגבי ערכם של x ו- y. נתונות שתי משוואות. ננסה לחלץ את ערכם של x ו- y ממשוואות אלו.

נבודד את x במשוואה הראשונה:

$x - y = 12$ ⇐ $x = y + 12$ נציב את x במשוואה השנייה. נקבל:

$x + y = 70$ ⇐ $12 + y + y = 70$ נחסר 12 משני צדדי המשוואה. נקבל:

$2y = 58$ נחלק את שני אגפי המשוואה ב- 2. נקבל:

$y = 29$ נציב את y במשוואה הראשונה. נקבל:

$x - y = 12$ ⇐ $x - 29 = 12$ נוסיף 29 לשני אגפי המשוואה. נקבל:

$x = 41$.

המספרים 29 ו- 41 הם ראשוניים, ולכן התשובה הנכונה היא (1).

21. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לחשב את שטחו של מחומש ABCDE. נחלק אותו לשתי צורות מוכרות – משולש ABE ומלבן BCDE ונחבר בין שטחי הצורות.
על מנת לחשב את שטח משולש ABE, נוריד גובה במשולש לצלע BE. נתון כי הצלעות AB ו- AE שוות. לכן, הגובה לצלע BE במשולש הוא גם חוצה זווית BAE. נסמן את הנקודה שאליו מגיע הגובה לצלע BE בנקודה F. נקבל שזווית $BAF = 60°$, ולכן משולש BAF הוא משולש זהב.
צלע AF היא הניצב הקטן במשולש ABF. לפיכך, היא שווה למחצית היתר, כלומר ל- a.
צלע BF היא הניצב הגדול במשולש ABF. לפיכך, היא שווה ל- $a\sqrt{3}$ (הניצב הגדול במשולש זהב גדול פי $\sqrt{3}$ מהניצב הקטן).
צלע $BE = 2a\sqrt{3}$ (הגובה לבסיס במשולש שווה שוקיים הוא גם תיכון).
שטח משולש $ABE = \frac{BE \cdot AF}{2} = \frac{2a\sqrt{3} \cdot a}{2} = a^2\sqrt{3}$.
שטח מלבן $BCDE = BC \cdot BE = a \cdot 2a\sqrt{3} = 2a^2\sqrt{3}$.
לפיכך, שטח מחומש $ABCDE = 3a^2\sqrt{3}$ ($= a^2\sqrt{3} + 2a^2\sqrt{3}$).

22. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע לאיזה מהביטויים בתשובות שווה הביטוי בשאלה. נפשט את ערכו של הביטוי בשאלה.

$$\left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}\right)^4 = ?$$
נמיר את השורש שעל השברים שבסוגריים לחזקה. נקבל:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{\frac{4}{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$
נעביר את שני השברים למכנה המשותף $\sqrt{6}$. נקבל:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{6}}\right)^2$$
נפתח את הסוגריים. נקבל:

$$\left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{6}\right)^2}$$
נפתח את הסוגריים במכנה לפי נוסחת כפל מקוצר. נקבל:

$$\frac{\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{6}\right)^2} = \frac{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2}{6} = \frac{3 + 2\sqrt{6} + 2}{6} = \frac{5 + 2\sqrt{6}}{6}.$$

23. **הפריט אינו נכלל בחישוב הציון (אין שאלה).**
בעת הזנת מספרי התשובות למערכת בדיקת המבחנים באתר, אנא השאירו תשובה זו ריקה.

24. התשובה הנכונה היא: (4).

עלינו לחשב את גודל השטח הכהה. נמצא גודל זה על-ידי חיסור שטח המשולש ישר הזווית משטח הגזרה OAB.

שטח גזרה OAB שווה ל- $\frac{1}{8}$ משטח המעגל כולו (משום שהזווית המרכזית היוצרת את הקשת היא בת $45°$). שטח המעגל $= \pi R^2 = \pi \cdot 1^2 = \pi$.

לפיכך, שטח גזרה OAB $= \frac{\pi}{8}$.

נחשב את שטח המשולש ישר הזווית שכלוא בתוך גזרה OAB. אורך היתר במשולש = 1 ס״מ. משולש זה הוא משולש כסף (זווית OAB $= 45°$). לפיכך, אורכו של כל אחד מהניצבים הוא $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ניצב במשולש כסף קטן פי $\sqrt{2}$ מהיתר).

שטח המשולש $= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$.

גודל השטח הכהה $= \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$.

25. התשובה הנכונה היא: (1).

עלינו לקבוע כמה מספרים מקיימים את השוויון $\$(a) = \$(a + 3)$.

נפשט את המשוואה ונבטא את הפעולה בפעולות חשבון רגילות על-פי ההגדרה בנתון.

$\$(a) = (a - 2)(a + 1)$

$\$(a + 3) = (a + 3 - 2)(a + 3 + 1) = (a + 1)(a + 4)$

נשווה בין שני הביטויים ונפשט את המשוואה:

$(a - 2)(a + 1) = (a + 1)(a + 4)$ נפתח סוגריים. נקבל:

$a^2 + a - 2a - 2 = a^2 + 4a + a + 4$ נרכז איברים דומים. נקבל:

$a^2 - a - 2 = a^2 + 5a + 4$ נחסיר a^2 משני האגפים. נקבל:

$-a - 2 = 5a + 4$ נוסיף a ונחסיר 4 משני האגפים. נקבל:

$-6 = 6a$ נחלק את שני האגפים ב- 6. נקבל:

$-1 = a$.

לפיכך, מצאנו שקיים רק מספר אחד שמקיים את השוויון.

<u>הערה</u>: את המשוואה: $(a - 2)(a + 1) = (a + 1)(a + 4)$, ניתן לפשט על-ידי חילוק שני האגפים בביטוי $(a + 1)$. מכיוון שאסור לחלק ב- 0, יש לבדוק האם יתכן שהביטוי $(a + 1)$ שווה ל- 0. ביטוי זה יכול להיות שווה ל- 0 כאשר $a = -1$. לפיכך, קיים פתרון אחד למשוואה.

כעת, נחלק בביטוי $(a + 1)$ על מנת לבדוק האם יש ערכים נוספים של a שמקיימים את המשוואה. נקבל: $a - 2 = a + 4$. נחסיר a משני האגפים. נקבל: $-2 = 4$.

משוואה זו אינה אפשרית, כלומר אין ערך נוסף של a שמקיים את המשוואה.