



פתרון הבחינה במתמטיקה

קיץ תשפ"ה, 2025, מועד ב', שאלון 35471, גרסה 06:
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"



1. הציונים במבחן כניסה לאוניברסיטה מתפלגים נורמלית וסטיית התקן היא 8.

93.3% מן הנבחנים קיבלו ציון נמוך מ- 92.

א. מצאו את ממוצע הציונים במבחן.

44% מן הנבחנים, אלה שהציונים שלהם היו הגבוהים ביותר, התקבלו לאוניברסיטה.

ב. האם נבחן שהציון שלו 82 התקבל לאוניברסיטה? נמקו את תשובתכם.

חלק מן הנבחנים מוגדרים מצטיינים, והשאר אינם מוגדרים מצטיינים.

נבחנים שהציון שלהם גבוה מ- 90 מוגדרים מצטיינים.

ג. מצאו כמה אחוזים מן הנבחנים התקבלו לאוניברסיטה, והם אינם מצטיינים.

2,338 נבחנים התקבלו לאוניברסיטה, והם אינם מצטיינים.

ד. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה נבחנים סך הכול ניגשו למבחן הכניסה?

לנבחנים שלא התקבלו לאוניברסיטה הייתה אפשרות לגשת למבחן נוסף.

גם הציונים במבחן הנוסף מתפלגים נורמלית והממוצע שלהם הוא 81.

נדב ניגש לשני המבחנים והציון שלו בכל אחד מהם הוא 72. ציון התקן של נדב בשני המבחנים זהה.

ה. מצאו את סטיית התקן במבחן הנוסף.

כח וזן

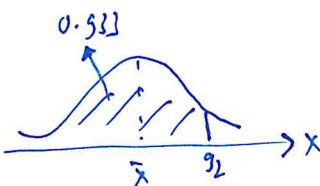
משפט:

א - היעדר (ניסוי) נכשן (אמפירי)

א - ממוצע (ממוצע)

$$s = 8$$

$$0.533 = 53.3\%$$



0.533 מן היעדר (ניסוי) נכשן (אמפירי) נכון (ממוצע) מ- 82

!!

$$x = 92 \rightarrow p = 0.533$$

$$\bar{x} = !$$



$$p = 0.933 \Rightarrow z = 1.5$$

↑
86 די
טאגס היסטאריע
וואונדער

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$z = 1.5 \quad s = 8 \quad x = 92 \quad \therefore \text{??}$$

$$\frac{8}{1.5} = \frac{12}{8} \quad 1.8$$

$$12 = 92 - \bar{x}$$

$$\bar{x} = 52 - 12$$

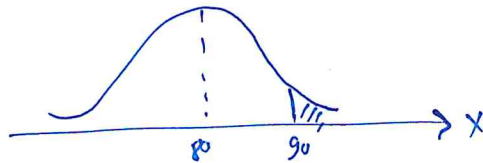
$$\bar{x} = 80$$

המקום הנ"ל אינו נמצא, אלא שיש בו חלוקה בין המנהל למנהל.

ממנה נר, צינור, גליל, לוח, לוחית, לוחית (הצנן) עמדה, אגף: נעדרת, לוחית (הצנן).

מטאין - מי תיבין טלו קדז מ - 90 .

לממל אר וימז וימלטינז .



$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

נבד : $x = 90$, $\bar{x} = 80$, $s = 8$

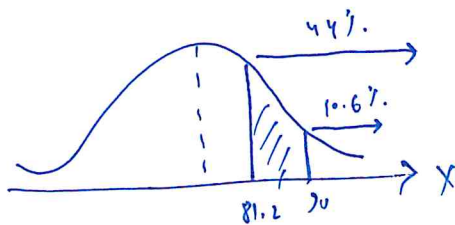
$$z = \frac{90 - 80}{8} = \frac{10}{8} = 1.25$$

$$z = 1.25 \Rightarrow P_{\text{ממל}} = 0.894$$

↑
סלני
טלמל וימלטינז
וימלטינז

$$P_{\text{ממל}} = 1 - P = 1 - 0.894 = 0.106 = 10.6\%$$

≤ 10.6% מלטינז



אחוזים הנקראים
 שלב הקוואנטיל
 אביז איתן (גט'ינו)
 $= 44\% - 10.6\% = 33.4\%$

משקל: 33.4%

למען: 2338 נקודות הנקראו למתקדמים: אביז איתן (גט'ינו)

למען: $x - \sigma$ הנקראים

33.4% - נקודות שלב הקוואנטיל: אביז איתן (גט'ינו)

הנקראים למען:

$$0.334 \times 2338 = x$$

$$x = 7700$$

למען: 7700 נקודות



מדריך (נסל):

$$\bar{y} = 81$$

אנו ניקח את המדריך והפיקו מא לזמן להגה ג'א .72
בין המדון מא זשן המדון להגה .

$$s_y = 1$$

מדריך 1

$$\bar{x} = 80$$

$$s_x = 8$$

$$x = 72$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s_x}$$

$$z = \frac{72 - 80}{8} = -1$$

מדריך (נסל)

$$\bar{y} = 81$$

$$s_y = 72$$

$$z = -1$$

(מדריך) לזמן המדון
ג'א המדון להגה

$$z = \frac{y - \bar{y}}{s_y}$$

$$-1 = \frac{72 - 81}{s_y}$$

$$-1 = \frac{-9}{s_y} \quad | \cdot s_y$$

$$-s_y = -9$$

$$\boxed{s_y = 9}$$





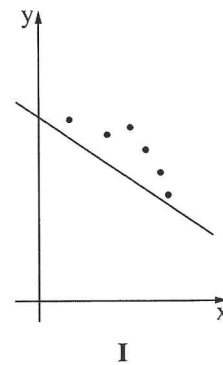
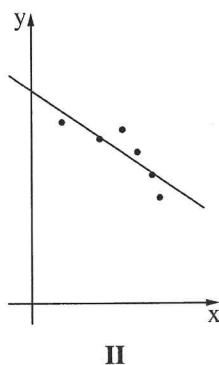
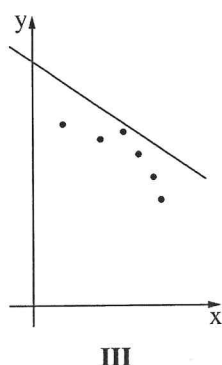
2. יואב בדק את הקשר הליניארי בין מרחק הריצה שלו (המשתנה x) לבין מהירות הריצה שלו (המשתנה y) ב-6 מסלולים שונים א'-ו'. הנתונים מוצגים בטבלה שלפניכם.

המסלול	מרחק הריצה (ק"מ) x המשתנה	מהירות הריצה (קמ"ש) y המשתנה
א'	2	13
ב'	4.5	12
ג'	6	12.5
ד'	7	?
ה'	8	9.5
ו'	8.5	8

$$\bar{y} = 11$$

$$\bar{x} = 6$$

- א. חשבו את מרחק הריצה הממוצע של יואב ב-6 המסלולים.
- ב. הראו כי סטיית התקן של מרחק הריצה של יואב ב-6 המסלולים היא $S_x = \sqrt{\frac{59}{12}}$.
- יואב מצא כי ממוצע מהירות הריצה שלו ב-6 המסלולים שווה למהירות הריצה שלו במסלול ד'.
- ג. חשבו את מהירות הריצה של יואב במסלול ד'.
- ד. נתונים המספרים: 0.95, 0.24, -1, -0.86. אחד מהם הוא מקדם המתאם r .
- ה. קבעו איזה מן המספרים הוא מקדם המתאם r , ונמקו את קביעתכם.
- יואב חישב את סטיית התקן של מהירות הריצה שלו ב-6 המסלולים ומצא כי $S_y = \sqrt{\frac{37}{12}}$.
- ה. (1) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .
- (2) על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי למהירות הריצה של יואב למרחק של 4 ק"מ?
- לפניכם שלוש דיאגרמות פיזור I-III. הנקודות בכל אחת מן הדיאגרמות מתארות את נתוני הריצה של יואב ב-6 המסלולים.
- ו. קבעו באיזו מן הדיאגרמות I-III מסורטט ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ה. נמקו את קביעתכם.



לית דין

$$\bar{X} = \frac{2 + 4.5 + 6 + 7 + 8 + 8.5}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

$$\bar{x} = 6.1$$

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{n}}$$

(?) 158, 159

$$s_x = \sqrt{\frac{(2-6)^2 \cdot 1 + (7.5-6)^2 \cdot 1 + (6-6)^2 \cdot 1 + (7-6)^2 \cdot 1 + (8-6)^2 \cdot 1 + (8.5-6)^2 \cdot 1}{6}}$$

$$f_x = \sqrt{\frac{49.5}{6}} = \sqrt{\frac{53}{12}}$$

(ישראל וארבע המדינות) (2.7)

$$s_x = \sqrt{\frac{59}{12}}$$

ה'תשנ"ו :



1) מציאת:
- מהימנה הווינציה של י"א, נמסר 3
5 - מהימנה הווינציה והממוצע

מציאת: $x = 5$

זוהי משוואה:

$$x = \frac{13 + 12 + 12.5 + x + 9.5 + 8}{6}$$

$$\frac{6 \cdot x}{6} = \frac{55 + x}{6} \quad / \cdot 6$$

$$6x = 55 + x$$

$$5x = 55$$

$$x = 11$$

תשובה: מהימנה הווינציה של י"א, נמסר 11 ק"מ





(3) נניח לוגיקה שכל המידות החדות (א) ו (ב),
המידות החדות (ג) ו (ד).

(5) נניח למידות שכל המידות החדות (א) ו (ב),
המידות החדות (ג) ו (ד).

אזכור נוסף למידות החדות (א) ו (ב).

$$r = -0.86$$

(1) $s_y = \sqrt{\frac{37}{12}}$: $s_x = \sqrt{\frac{53}{12}}$

(1)

$$m = r \cdot \frac{s_y}{s_x}$$

נניח: $s_y = \sqrt{\frac{37}{12}}$, $s_x = \sqrt{\frac{53}{12}}$, $r = -0.86$

$$m = -0.86 \cdot \frac{\sqrt{\frac{37}{12}}}{\sqrt{\frac{53}{12}}}$$

$$m = -0.681$$





נ' היוגוסיה ע'דו ל'נ' ע'נ' ו'ג'נ' ($\bar{x}, \bar{y}$)
נ' ע'נ' : (6, 11)

נ' ע'נ'

$$m = -0.681$$

$$(6, 11)$$

$$y - \bar{y} = m(x - \bar{x})$$

$$y - 11 = -0.681(x - 6)$$

$$y - 11 = -0.681x + 4.086$$

$$y = -0.681x + 4.086 + 11$$

$$y = -0.681x + 15.09$$





12)

$$J = -0.681x + 15.09$$

$$x = 6$$

$$J = !$$

$$x = 6 \rightarrow J = (-0.681) \cdot 6 + 15.09$$

$$J = 12.37$$

משקל: 12.37 ק"מ

(1) $\boxed{\pi}$

הסקו: קווי I - II לא יתבראו

ני לא יתבראו שם עקן התרבותי יהיה לעל
לשם היוקוסייה יזן שם עקן התרבותי יהיה
מתחת לשם היוקוסייה.

ימיו של א התרבותי (מקום העל) יהיו, יתנו בה
לפיכך יהיו (לפי העל) לשם מקומו של ימיו,
וגיליו גמקו של א התרבותי (מקום העל) מתחת לשם
ויתנו בה לפיכך יהיו (לפי העל) לשם מקומו
של ימיו.





3. בשתי מגירות א' ו-ב' יש שני סוגי פירות: תפוחים ואגסים.

במגירה א' יש 7 תפוחים ו-11 אגסים.

במגירה ב' יש 4 תפוחים ו-6 אגסים.

מוציאים באקראי פרי אחד ממגירה א' ואחר כך מוציאים באקראי פרי אחד ממגירה ב'.

א. מהי ההסתברות להוציא שני פירות מסוגים שונים?

ב. (1) מהי ההסתברות להוציא לפחות תפוח אחד?

(2) ידוע שהוציאו לפחות תפוח אחד. מהי ההסתברות שהוציאו שני תפוחים?

החזירו כל פרי למגירה שממנה הוציאו אותו.

העבירו משתי המגירות את כל הפירות למגירה ג', שהייתה ריקה.

לאחר מכן הוסיפו x תפוחים למגירה ג'.

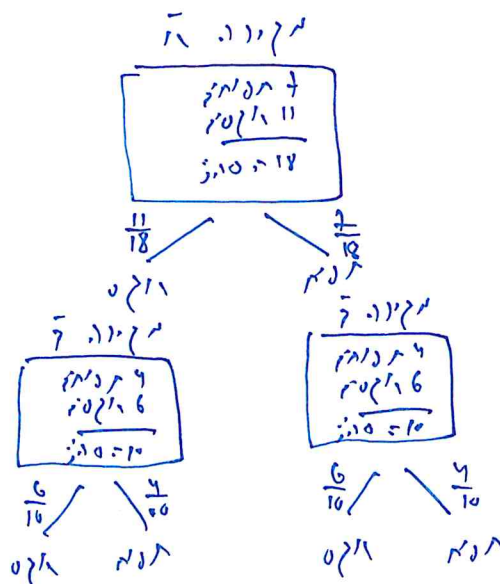
מוציאים באקראי שני פירות בזה אחר זה (ללא החזרה) ממגירה ג'.

נתון כי ההסתברות להוציא שני אגסים היא $\frac{8}{35}$.

ג. מצאו את הערך של x.

נימוק

אם הוציאו שני אגסים, אז ההסתברות היא $\frac{11}{18} \cdot \frac{10}{17}$.





$$p = \frac{\overset{\text{אקט}}{\underset{\text{אקט}}{7}}}{18} \cdot \frac{6}{10} + \frac{\overset{\text{אקט}}{\underset{\text{אקט}}{11}}}{18} \cdot \frac{4}{10} = \frac{73}{90}$$

$$p = \frac{73}{90}$$

$$2) \quad p = 1 - \frac{\underset{\text{אקט}}{\underset{\text{אקט}}{11}}}{18} \cdot \frac{6}{10} = \frac{19}{30}$$

$$p = \frac{19}{30}$$

$$(2) \quad p \left(\begin{array}{c} \text{טניס} \\ \text{תנאים} \end{array} / \begin{array}{c} \text{לנכה} \\ \text{תנאים} \\ \text{אזנין} \end{array} \right) = ?$$

נניח כי נוסחה לניסוח מלאכה:

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

$$p \left(\begin{array}{c} \text{טניס} \\ \text{תנאים} \end{array} / \begin{array}{c} \text{לנכה} \\ \text{תנאים} \\ \text{אזנין} \end{array} \right) = \frac{p \left(\begin{array}{c} \text{לנכה} \\ \text{אזנין} \end{array} \cap \begin{array}{c} \text{טניס} \\ \text{תנאים} \end{array} \right)}{p \left(\begin{array}{c} \text{לנכה} \\ \text{תנאים} \\ \text{אזנין} \end{array} \right)} = \frac{\frac{7}{18} \cdot \frac{4}{10}}{\frac{19}{30}} = \frac{\frac{7}{45}}{\frac{19}{30}} = \frac{14}{57}$$

$$p \left(\begin{array}{c} \text{טניס} \\ \text{תנאים} \end{array} / \begin{array}{c} \text{לנכה} \\ \text{תנאים} \\ \text{אזנין} \end{array} \right) = \frac{14}{57}$$

הזדמנות לעתודה יש כעם חיים. אל תתפשרו עליה





מקסימום (2)

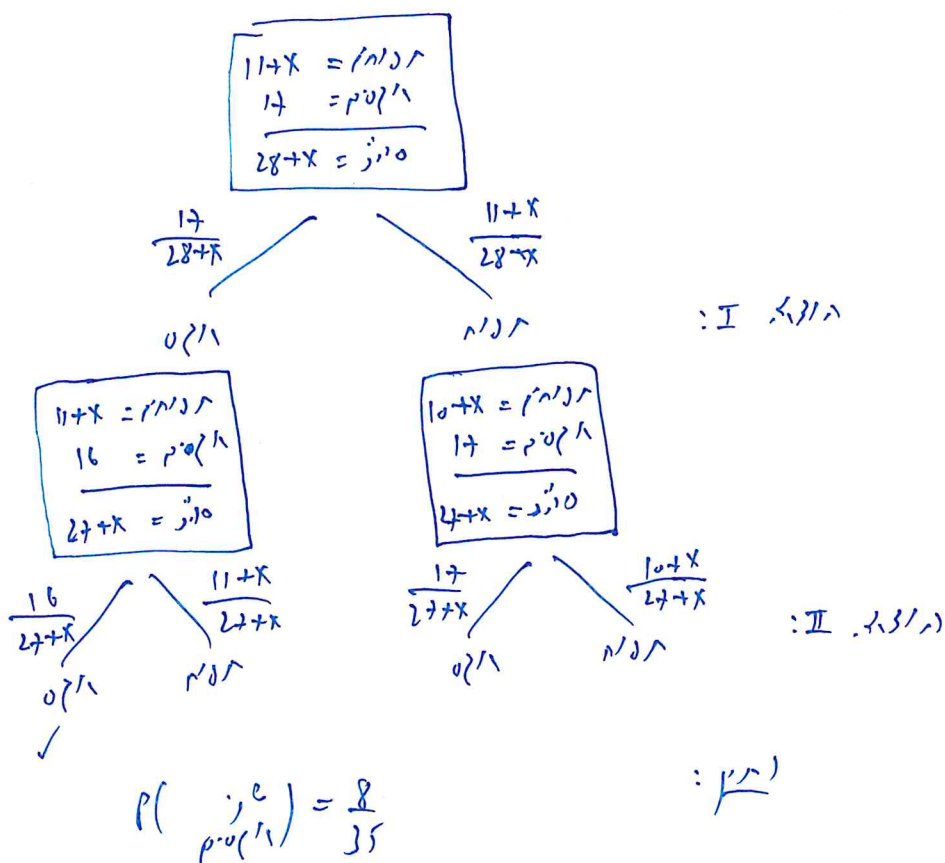
$$\text{מספר} = 7 + 4 + x = 11 + x$$

מכונה

$$\text{מספר} = 11 + 6 = 17$$

מקטן

$$\text{סך הכל} = 11 + x + 17 = 28 + x$$





הנה שאלה (אני יודע) פשוטה מאוד וקטנה :

$$\frac{17}{28+x} \cdot \frac{16}{2+x} = \frac{8}{35}$$

$$\frac{35 \cdot 17}{(28+x)(2+x)} = \frac{8}{35} \quad | \cdot 35(28+x)(2+x)$$

$$9520 = 8(28+x)(2+x)$$

$$9520 = 8(756 + 28x + 2x + x^2)$$

$$9520 = 6048 + 224x + 216x + 8x^2$$

$$9520 - 6048 - 224x - 216x - 8x^2 = 0$$

$$-8x^2 - 440x + 3472 = 0$$

$$x_1 = 7$$

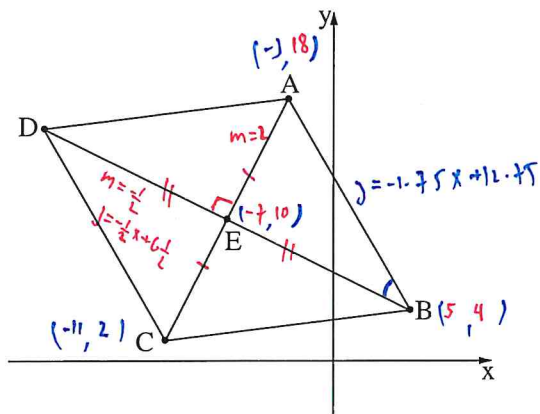
$$x_2 = -62$$

בסוף, x חייב להיות
ואין לו ייחוס שלילי

$$\boxed{x=7}$$

תשובה:





4. בסרטוט שלפניכם מעוין ABCD. אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה E.
נתון כי משוואת הצלע AB היא $y = -1.75x + 12.75$,
שיעור ה־x של הקודקוד A הוא -3,
ושיעורי הקודקוד C הם (2, -11).
א. (1) מצאו את שיעורי הנקודה E.
(2) מצאו את שיפוע האלכסון AC.
ב. (1) מצאו את משוואת האלכסון BD.
(2) מצאו את שיעורי הקודקוד B.
ג. מצאו את גודל הזווית ABE.
הנקודה G נמצאת על הקטע DE כך שגודל הזווית GAB הוא 97° .
ד. מצאו את אורך הקטע GE.

פירוש

ii) (1)

$$y = -1.75x + 12.75$$

A(-3,)

$$J = (-1, 75) \cdot (-3) + 12,75$$

$$J = 18$$

$$A(-1, 18)$$

היחסים בין המדינות החדשות והמדינות הישנות.



נידעו גרסיות אחרות.

$$X = \frac{X_1 + X_2}{2}, \quad J = \frac{J_1 + J_2}{2}$$

$$A(-3, 18), \quad C(-11, 2)$$

$$X_E = \frac{(-3) + (-11)}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

$$J_E = \frac{18 + 2}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$E(-7, 10)$$

(2) נידעו גרסיות אחרות של יסודות גאומטריים.

$$A(-3, 18), \quad C(-11, 2)$$

$$m = \frac{J_2 - J_1}{X_2 - X_1}$$

$$m_{AC} = \frac{2 - 18}{-11 + 3} = \frac{-16}{-8} = 2$$

$$m_{AC} = 2$$



ג' (ו) גרואנסונג גרונן גרונג גרונג.

$$m_{AC} = 2$$

↓

$$m_{BC} = -\frac{1}{2}$$

(גרונג גרונג)

גרונג גרונג גרונג :

$$m_{BC} = -\frac{1}{2}$$

$$E(-7, 10)$$

$$y - 10 = -\frac{1}{2}(x + 7)$$

$$y - 10 = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + 10$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{19}{2}$$



(2) נמצא את נקודת המגע בין הישר AB לבין BC .

$$\begin{cases} I & y = -1.75x + 12.75 \\ II & y = -\frac{1}{2}x + 6\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$-1.75x + 12.75 = -\frac{1}{2}x + 6\frac{1}{2}$$

$$-1.75x + \frac{1}{2}x = 6\frac{1}{2} - 12.75$$

$$-1.25x = -6.25 \quad / : (-1.25)$$

$$x = 5$$

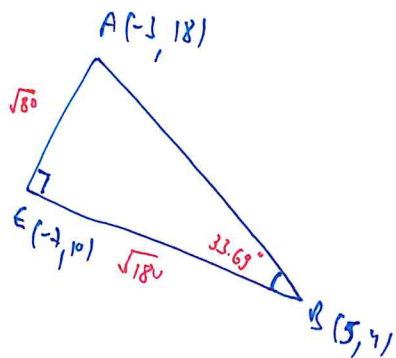
נציב $x=5$ ב-II :

$$y = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 5 + 6\frac{1}{2}$$

$$y = 4$$

$$\boxed{B(5, 4)}$$





22

$$\angle ABE = ?$$

נמצא את אורכי הצלעות AE ו-BE

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{נוסחה}$$

$$AE \rightarrow d = \sqrt{(-1 - (-7))^2 + (18 - 10)^2}$$

$$d = \sqrt{80}$$

$$AE = \sqrt{80}$$

$$BE \rightarrow d = \sqrt{(-7 - 5)^2 + (10 - 4)^2}$$

$$d = \sqrt{180}$$

$$BE = \sqrt{180}$$

נמצא את $\angle ABE$:
 $(\angle ABE = 90^\circ)$

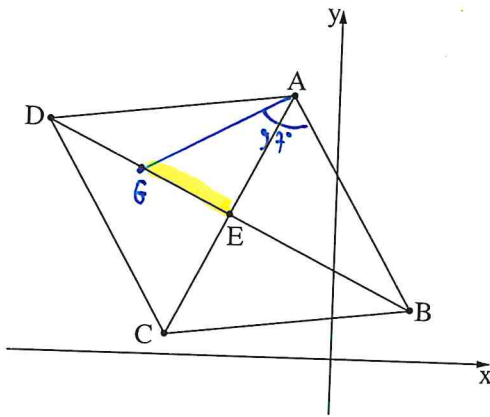
$$\tan \angle ABE = \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{180}}$$

$$\tan \angle ABE = \frac{2}{3}$$

"

$$\angle ABE = 33.69^\circ$$

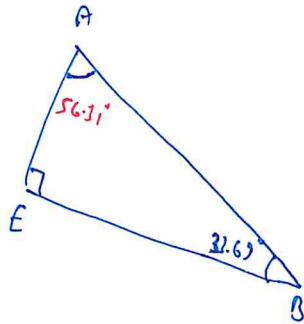




(1) הוכחה: $\angle GAE = 37^\circ$

$$\angle GAB = 74^\circ$$

$$\angle E = 90^\circ$$



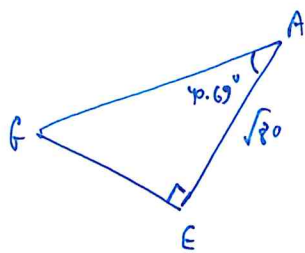
$$\angle BAE = 90^\circ - 33.9^\circ = 56.1^\circ$$

(סכום הזוויות במثل ישר, כל זווית
 היא 90°)

$$\angle GAE = \angle GAB - \angle BAE =$$

$$= 74^\circ - 56.1^\circ = 17.9^\circ$$

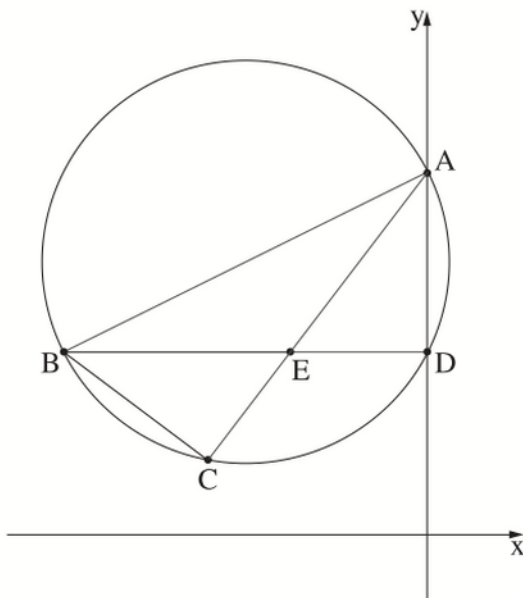




$$\frac{\sqrt{80}}{\tan 40.69^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{80}}} \quad | \cdot \sqrt{80}$$

$$EF = 7.69$$





5. נתון מעגל החותך את החלק החיובי של ציר ה- y בנקודות A ו-D, כמתואר בסרטוט.

BD ו-AC הם מיתרים במעגל הנחתכים בנקודה E.

נתון כי המיתר BD מקביל לציר ה- x .

א. (1) הסבירו מדוע AB הוא קוטר במעגל.

(2) הוכיחו כי $\angle CBD = \angle DAC$.

נתון: $BE = AE$.

ב. הוכיחו כי $\triangle CBE \cong \triangle DAE$.

נתון: $AE = 12.5$, $E(-7.5, 10)$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

הנקודה M היא מרכז המעגל.

ד. מצאו את משוואת המעגל.

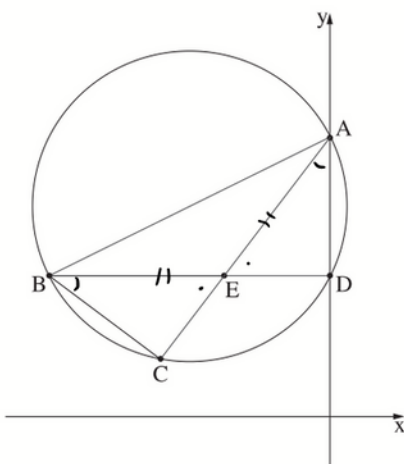
ה. (1) מהו אורך הצלע BC? נמקו את תשובתכם.

(2) חשבו את היקף המרובע BDEM.

א. (1) $\angle ADB = 90^\circ$ כי DB מקביל לציר ה- x ולכן מאונך לציר ה- y .
שוויון הזוויות ה'קבוע' של $\angle CBD$ ו- $\angle DAC$ קובע.

א. (2) מוכיחים ש- AB הוא קוטר על ידי

$\angle CBD = \angle DAC$ שוויון הזוויות ה'קבוע' של $\angle CBD$ ו- $\angle DAC$ קובע

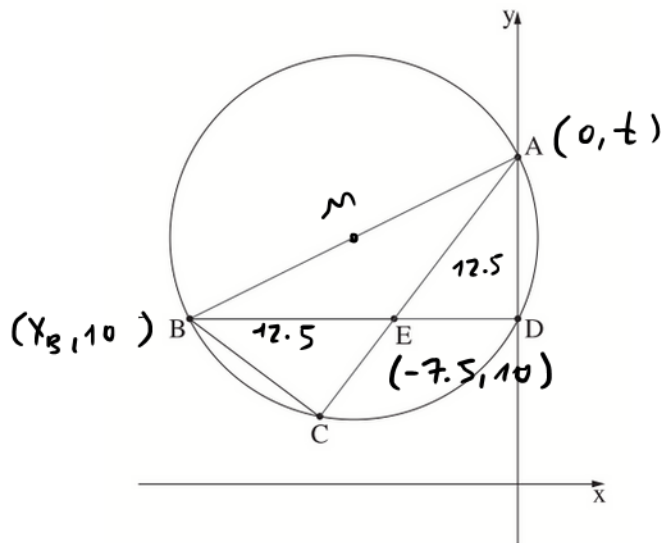


1. $BE = AE$ נתון

$\angle CBE = \angle DAE$ שוויון הזוויות ה'קבוע' של (2)

$\angle BCE = \angle AED$ שוויון הזוויות ה'קבוע' של

$\triangle CBE \cong \triangle DAE$ משפט ה'קבוע' של ז.צ.ז.



נתון: $AE = 12.5$, $E(-7.5, 10)$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

ג.

$$AE = BE = 12.5$$

$$BE = x_E - x_B = -7.5 - x_B = 12.5$$

$$-x_B = 20 \quad x_B = -20$$

$$B(-20, 10)$$

$$A(0, t)$$

$$12.5 = \sqrt{(0+7.5)^2 + (t-10)^2}$$

$$156.25 = 56.25 + t^2 - 20t + 100$$

$$t^2 - 20t = 0$$

$$t=0 \quad t=20 \Rightarrow A(0, 20)$$

$$t > 10$$

$$x_M = \frac{-20+0}{2} = -10$$

$$y_M = \frac{10+20}{2} = 15 \quad M(-10, 15)$$

$$R = d_{MA} = \sqrt{(10-0)^2 + (15-20)^2} = \sqrt{125}$$

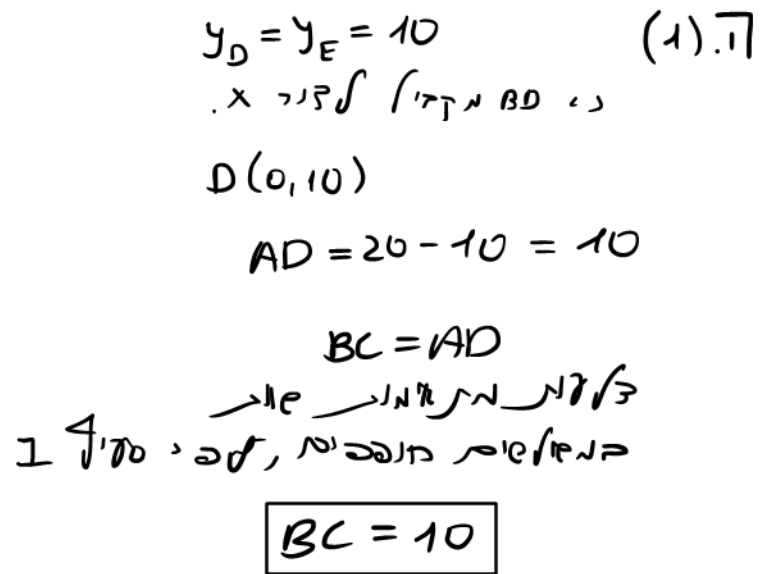
$$(x+10)^2 + (y-15)^2 = 125$$

הנקודה M היא מרכז המעגל.

ד. מצאו את משוואת המעגל.

ד. $AB \perp CM$, M הוא מרכז AB .





∴ $AE = BE$ (S.S.)

$$I_{\Gamma D}^{\text{BCEM}} \rho = 34.27$$



6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{12x}{(x+4)^2}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הישר $y = k$ וגרף הפונקצייה $f(x)$ נפגשים בנקודה אחת בדיוק, $k > 0$.

ג. מצאו את הערך של k .

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) + 1$.

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(2) בעבור הערך של k שמצאתם, כמה נקודות משותפות יש לישר $y = k$ ולגרף הפונקצייה $g(x)$? נמקו את

תשובתכם.

$$\begin{aligned} x+4 &= 0 \\ x &= -4 \\ \text{סוגה} \\ \text{נכונה} \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{12x}{(x+4)^2} = \frac{12x}{x^2+8x+16}$$

א. (1) $x \neq -4$

א. (2) $x = -4$ או $y = 0$

$$\frac{12x}{(x+4)^2} = \frac{0}{1}$$

$$\begin{aligned} 12x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

א. (3) חיתוך ציר x : $(0, 0)$

א. (4) נגזרת, לפי חוקי הנגזרת

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$u = 12x \quad v = x^2 + 8x + 16$$

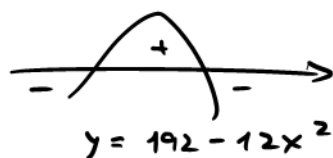
$$u' = 12 \quad v' = 2x + 8$$

$$f'(x) = \frac{12(x^2+8x+16) - 12x(2x+8)}{(x^2+8x+16)^2} = \frac{12x^2+96x+192-24x^2-96x}{(x^2+8x+16)^2} = \frac{192-12x^2}{(x^2+8x+16)^2}$$





$$f'(x) = \frac{192 - 12x^2}{(x+4)^4} = 0$$



$$192 - 12x^2 = 0$$

$$192 = 12x^2$$

$$x^2 = 16$$

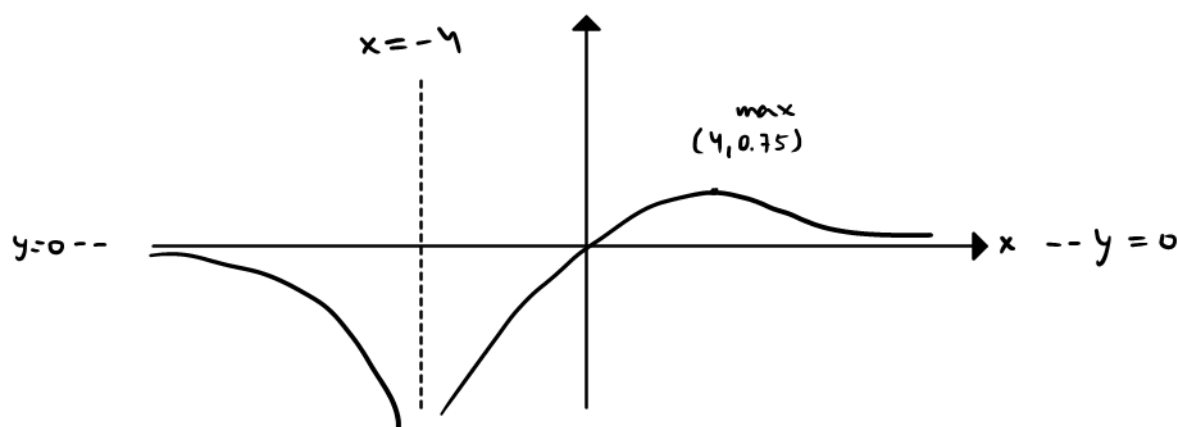
$$x = 4 \quad \text{or} \quad x = -4$$

בסוף

x	-4	4
f'	-	+
f	↘	↗
	min	max

$$f(4) = 0.75$$

$$\max(4, 0.75)$$



1.

הישר $y = k$ וגרף הפונקצייה $f(x)$ נפגשים בנקודה אחת בדיוק, $k > 0$.

ג. מצאו את הערך של k .

דגוי הסדר הנכונה.

$$k = 0.75$$

ג.

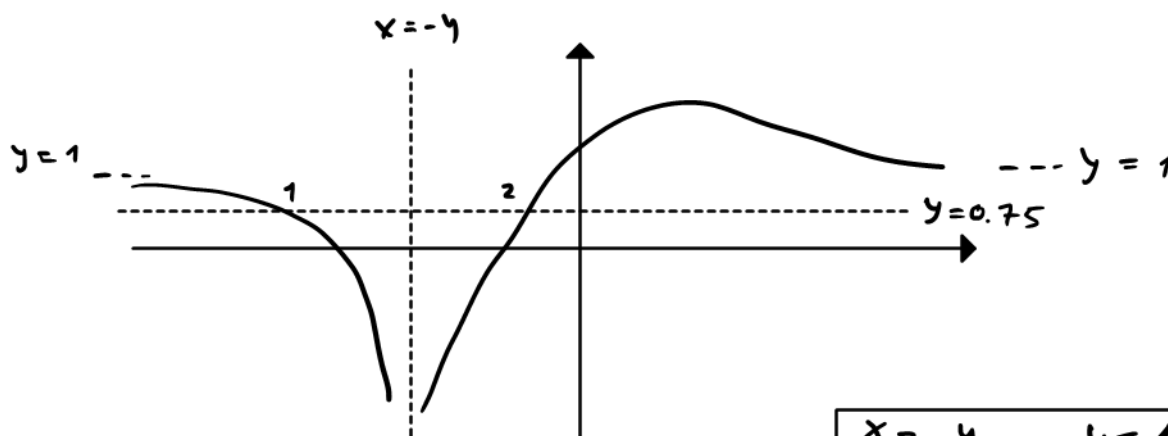




נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) + 1$.

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(2) בעבור הערך של k שמצאתם, כמה נקודות משותפות יש לישר $y = k$ ולגרף הפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.



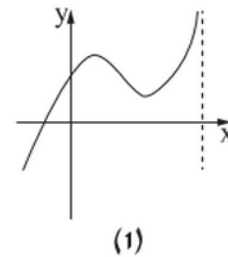
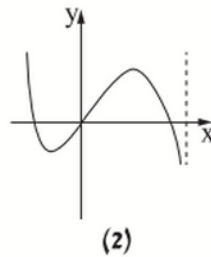
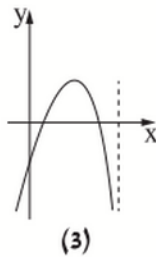
ד. (1) $x = -4, y = 1$

ד. (2) 2 נקודות משותפות





7. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \leq 1.5$,
ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x < 1.5$.
לפונקצייה $f(x)$ יש בדיוק שתי נקודות קיצון פנימיות.
לפניכם שלושה גרפים (1)–(3). אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. קבעו איזה מן הגרפים (1)–(3) מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{3 - 2x}$

- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

א. זכר (3)

בנקודת חיתוך של הפונקציה (אף הנגזרת) (אף הפונקציה) עם הצירים.
ומחליפה סימן. בנקודת (3) באמצע יש שתי נקודות כאלה.

חישוב נקודת: $f(0) = (0+1) \cdot \sqrt{3-0} = \sqrt{3}$

חישוב נקודת: $(x^2+1) \cdot \sqrt{3-2x} = 0$

$$\begin{array}{ll} x^2+1=0 & 3-2x=0 \\ \text{אין פתרון} & 3=2x \\ x^2+1>0 & x=1.5 \\ \text{אין פתרון} & \end{array}$$

ג.
 $(0, \sqrt{3})$
 ~ 1.732
 $(1.5, 0)$



$$u = x^2 + 1 \quad v = \sqrt{3 - 2x}$$

$$u' = 2x \quad v' = \frac{-2}{2\sqrt{3-2x}} = \frac{-1}{\sqrt{3-2x}}$$

גורם (1) $\sqrt{\quad} > 0$
 $(u \cdot v)' = u'v + v'u$

$$f'(x) = \frac{\sqrt{3-2x} \cdot 2x}{1} - 1 \cdot \frac{x^2 + 1}{\sqrt{3-2x}} = \frac{2x \cdot (3-2x) - (x^2 + 1)}{\sqrt{3-2x}}$$

$$= \frac{6x - 4x^2 - x^2 - 1}{\sqrt{3-2x}} = \frac{-5x^2 + 6x - 1}{\sqrt{3-2x}}$$

$$f'(x) = \frac{-5x^2 + 6x - 1}{\sqrt{3-2x}} = 0$$

$$-5x^2 + 6x - 1 = 0$$

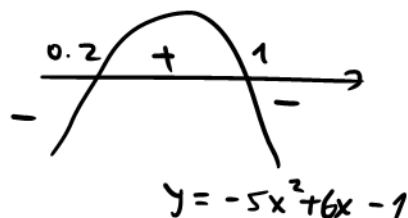
$$x = 1 \quad x = 0.2$$

$$f(0.2) = 1.677$$

$$f(1) = 2$$

$$f(1.5) = 0$$

x	0.2	1	1.5
f'	-	0	+
f	↘ min	↗ max	↘ min



$$\min(0.2, 1.677)$$

$$\max(1, 2)$$

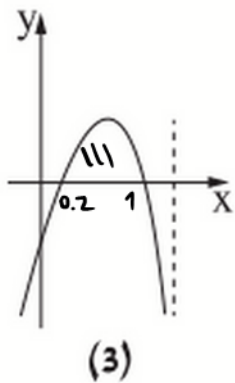
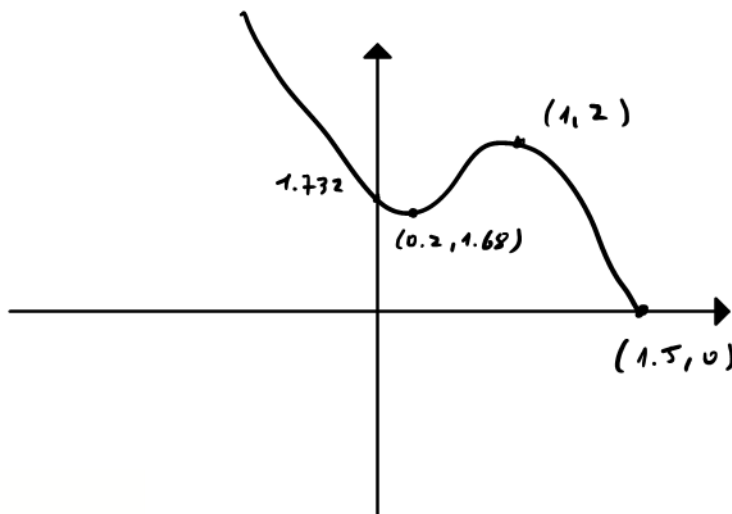
$$\min(1.5, 0)$$

ג. (2) $0.2 < x < 1$: "ח" $x < 0.2, 1 < x < 1.5$: "כ" $x < 0.2, 1 < x < 1.5$: "כ" $x < 0.2, 1 < x < 1.5$: "כ"





ד. זה $f(x)$:



ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

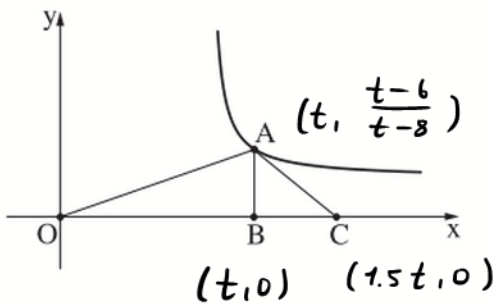
$$S = \int_{0.2}^1 (f(x) - 0) dx = [f(x)] \Big|_{0.2}^1$$

$$= f(1) - f(0.2)$$

$$= 2 - 1.677$$

$$= 0.323$$

$$S = 0.323$$



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{x-6}{x-8}$ בתחום $x > 8$.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $x > 8$.

מן הנקודה A העבירו אנך לציר ה- x , החותך אותו בנקודה B.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- x מימין לנקודה B.

נתון: $OB = 2 \cdot BC$.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

א. (1) הביעו באמצעות t את אורך הקטע OC.

(2) הביעו באמצעות t את שטח המשולש AOC.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המשולש AOC הוא מינימלי.

$$x_B = OB = t$$

$$OC = t + \frac{1}{2}t = \frac{3}{2}t$$

(1). א

$$t = 2 \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{1}{2} \cdot t$$

$$OC = 1.5t$$

$$S_{AOC} = \frac{1}{2} \cdot OC \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}t \cdot \frac{t-6}{t-8} = \frac{3t \cdot (t-6)}{4t-32}$$

(2). א

$$S_{AOC} = \frac{3t^2 - 18t}{4t - 32}$$

$$u = 3t^2 - 18t \quad v = 4t - 32$$

$$u' = 6t - 18 \quad v' = 4$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$S'(t) = \frac{(6t-18) \cdot (4t-32) - 4 \cdot (3t^2-18t)}{(4t-32)^2}$$

$$= \frac{24t^2 - 192t - 72t + 576 - 12t^2 + 72t}{(4t-32)^2} = \frac{12t^2 - 192t + 576}{(4t-32)^2}$$





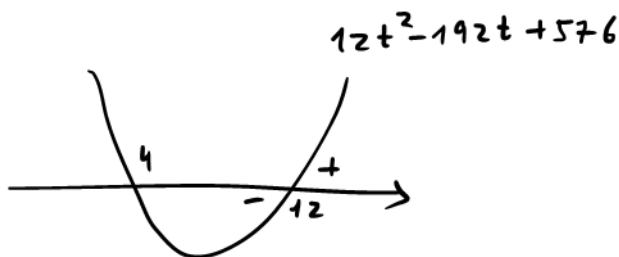
$$S'(t) = \frac{12t^2 - 192t + 576}{(4t - 32)^2} = \frac{0}{1}$$

$$12t^2 - 192t + 576 = 0$$

$$t = 4 \quad / \quad t = 12$$

$t > 8$, $\sqrt{100}$

t	12
S'	-
S	0
	min



$$t = 12$$

