



פתרון הבחינה במתמטיקה

קיץ תשפ"ה, 2025, שאלון 35382, מועד ב, גרסה 06:
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"





אלגברה

1. בפיצרייה שכונתית מכינים שני סוגי פיצות: פיצה אישית ופיצה משפחתית.
- להכנת פיצה אישית אחת משתמשים ב־ 120 גרם קמח, ולהכנת פיצה משפחתית אחת משתמשים ב־ 250 גרם קמח.
- ביום מסוים היה מספר הפיצות האישיות שהכינו בפיצרייה גדול פי 3 ממספר הפיצות המשפחתיות שהכינו באותו היום.
- להכנת כל הפיצות ביום זה השתמשו ב־ 20,740 גרם קמח סך הכול.
- א. מצאו כמה פיצות משפחתיות הכינו בפיצרייה באותו היום.
- המחיר של פיצה משפחתית גדול ב־ 26 שקלים מן המחיר של פיצה אישית.
- כל הפיצות שהכינו באותו היום נמכרו ב־ 5,304 שקלים סך הכול.
- ב. מצאו את המחיר של פיצה אישית ואת המחיר של פיצה משפחתית.
- ג. מצאו בכמה אחוזים המחיר של פיצה משפחתית גבוה מן המחיר של פיצה אישית.

פתרון

נסמן:

x - מספר פיצות אישיות

y - מספר פיצות משפחתיות

נכתוב משוואות דוגמאות:

$$\begin{cases} \text{I} & 120x + 250y = 20740 \\ \text{II} & x = y \end{cases}$$

א) $y = ?$

נציב $x = y$ במשוואה I:

$$120 \cdot y + 250y = 20740$$



$$20 + 2x = 60$$

$$60 \div 2 = 20 + 2x$$

$$x = 34$$

$$x = 34$$

$$x = 34$$

$$x = 34$$

$$x = 34$$

מסקנה: 34 ניצלה לשלוחתה

(7)

מסקנה: מהו ניצלה לשלוחתה? 26 ט, לא מן השאר של ניצלה איטליה.

מסקנה: ק - מהו ניצלה איטליה

↓

26 + ק - מהו ניצלה לשלוחתה

מקרה משני: דוגמה אחרת:

$$102p + 34(p + 26) = 5304$$

$$102p + 34p + 884 = 5304$$

$$136p = 4420 \div 136$$

$$p = 32.5$$

הזדמנות לעתודה יש כעת חיים. אל תתפשרו עליה



$$p = \frac{32.5}{\text{שאלון}} = \text{מחיר לינייני גילם}$$

$$= 58.5 = 32.5 + 26 = p + 26 = \text{מחיר לינייני גילם} = \text{שאלון}$$

זו יש להניח הנחה והנחה זניחה 58.5 מ - 32.5 .

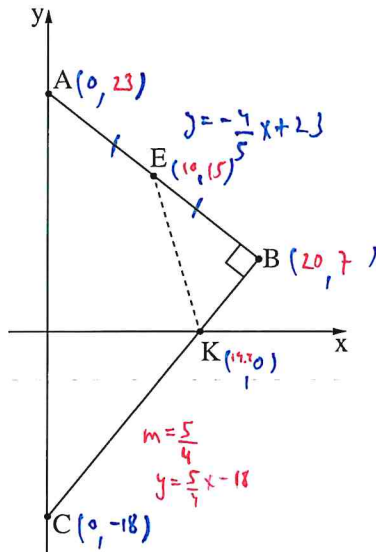
יואל גבע 58.5 קניין מ - 32.5 ד - 26 (ומן מחיר לינייני גילם קניין)
ד - 26 שאלון מן מחיר לינייני גילם

נמצא הנחה והנחה מחיר 26 מ 32.5 .

$$\frac{26}{32.5} \cdot 100\% = 0.8 \cdot 100\% = 80\%$$

מסקנה: ק - 80%





2. נתון משולש ישר זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$).

הקודקים A ו- C נמצאים על ציר ה- y , כמתואר בסרטוט.

משוואת הצלע AB היא $y = -\frac{4}{5}x + 23$.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד A .

נתון: $C(0, -18)$.

ב. (1) מצאו את משוואת הצלע BC .

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד B .

הנקודה E היא אמצע הצלע AB .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה E .

הנקודה K היא נקודת החיתוך של הצלע BC עם ציר ה- x .

ד. (1) מצאו את שיעורי הנקודה K .

(2) מצאו את שטח המשולש EBK .

פתרון

(1)

$$y = -\frac{4}{5}x + 23$$

$$\underline{A(0, \quad)}$$

$$y = \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot 0 + 23$$

$$y = 23$$

$$\underline{A(0, 23)}$$





$$m_{AB} = -\frac{1}{5}, \quad BC \perp AB \quad (1) \quad (2)$$

$$\Rightarrow m_{BC} = \frac{5}{1} \quad (\text{אני נקני, אני נקני})$$

נניח ונקני נקני : BC

$$m = \frac{5}{1}$$

$$C(0, -18)$$

$$y - d_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 18 = \frac{5}{1}(x - 0)$$

$$y + 18 = \frac{5}{1}x$$

$$y = \frac{5}{1}x - 18$$

$$y = \frac{5}{1}x - 18 \quad : BC \quad \text{נניח ונקני}$$

$$(2) \quad BC \perp AB \quad \text{נניח ונקני} \quad \text{נניח ונקני} \quad \text{נניח ונקני}$$

נניח ונקני : BC

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{5}x + 2 \\ y = \frac{5}{1}x - 18 \end{cases}$$

$$-\frac{4}{5}x + 23 = \frac{5}{7}x - 18$$

$$-\frac{4}{5}x - \frac{5}{7}x = -18 - 23$$

$$-2.05x = -41 \quad | : (-2.05)$$

$$x = 20$$

$$y = -\frac{4}{5}x + 23$$

$$x = 20 \quad (x')$$

$$y = -\frac{4}{5} \cdot 20 + 23$$

$$y = 7$$

$$B(20, 7)$$

12) ממוצע: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$$A(0, 23), B(20, 7)$$

ממוצע של שני נקודות היא הנקודה האמצעית.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$



$$\bar{x} = \frac{0 + 20}{2} = 10$$

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



$$\bar{y} = \frac{23 + 7}{2} = 15$$

$$E(10, 15)$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה



$$y = \frac{5}{7}x - 18$$

(1)

$$K(, 0)$$

$$0 = \frac{5}{7}x - 18$$

$$-\frac{5}{7}x = -18 \quad (:(-\frac{5}{7}))$$

$$x = 12.6$$

$$K(12.6, 0)$$

$$d_{EK} = \frac{BE \cdot BK}{2}$$

(2)

נמצא את גיוני הנקודה BE - K.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{נמצא את הנקודה הנמצאת בין הנקודות:}$$

$$B(20, 7), E(10, 15)$$

$$BE \rightarrow d = \sqrt{(10 - 20)^2 + (15 - 7)^2}$$

$$d = \sqrt{164}$$

$$BE = \sqrt{164}$$



$$B(20, 7), \quad A(14.4, 0)$$

$$B \rightarrow A \rightarrow d = \sqrt{(14.4 - 20)^2 + (0 - 7)^2}$$

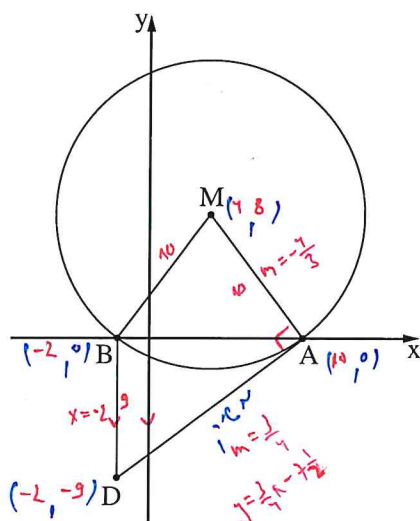
$$d = \sqrt{80.36}$$

$$d = \sqrt{80.36}$$

$$P_{ER} = \frac{\sqrt{164} \cdot \sqrt{80.36}}{2} = 57.4$$

$$P_{EK} = 57.4$$





3. נתון מעגל שמרכזו M ומשוואתו $(x - 4)^2 + (y - 8)^2 = 100$.

המעגל חותך את ציר ה-x בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט.

א. מה הם שיעורי מרכז המעגל M?

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.

ג. (1) מצאו את השיפוע של AM.

(2) מצאו את משוואת המשיק.

הנקודה D נמצאת על המשיק כך ש-BD מקביל לציר ה-y.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה D.

ה. מצאו את היקף המרובע AMBD.

פתרון

1. המשוואה הכללית של מעגל: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$
 (a, b) - מרכז המעגל
 R - רדיוס המעגל

2. נתון: $a=4, b=8, R=10$

מציבים במשוואה הכללית ומקבלים: $M(4, 8)$



$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = 100$$

7

נניח $y=0$

$$(x-6)^2 + (0-8)^2 = 100$$

$$(x-6)^2 + 64 = 100$$

$$(x-6)^2 = 100 - 64$$

$$(x-6)^2 = 36$$

$$(x-6) = \pm \sqrt{36}$$

$$x-6 = 6 \quad \text{או} \quad x-6 = -6$$

$$x = 6+6$$

$$x = 12$$

$$x = -6+6$$

$$x = 0$$

$$\Rightarrow A(12, 0), B(0, 0)$$





(1) $AM \perp BM$, למצוא גרעון A .

$$A(p, 0), M(4, 8)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AM} = \frac{8-0}{4-0} = \frac{8}{-6} = -\frac{4}{3}$$

$$m_{AM} = -\frac{4}{3}$$

(2) $AD \perp AM$ (משקל למצוא גרעון AD הישיר)

$$m_{AM} = -\frac{4}{3}$$

!!

$$m_{AD} = \frac{3}{4}$$

(אם AD הישיר)





מצויגה משוואה פה :

$$m = \frac{3}{7}$$

$$A(10, 0)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{3}{7}(x - 10)$$

$$y = \frac{3}{7}x - \frac{1}{2}$$

(ג) ייתכן: פה יתכן אמצע ג' - ג

אכן משוואה פה היא מהנחות: משוואה $x =$

היחס פה עיקר העניין $B(-2, 0)$, מהיין משוואה פה: $x = -2$.

נמצא את הערך ש'אני חושב' ו'הוא' :

$$\begin{cases} I & x = -2 \\ II & y = \frac{3}{7}x - \frac{1}{2} \end{cases}$$

נכון $x = -2$ משוואה II :

$$y = \frac{3}{7} \cdot (-2) - \frac{1}{2}$$

$$y = -5$$

$$D(-2, -5)$$



$$| \vec{r} | = 1$$

נמצא

(ג)

אם 1 מציג את הנקודה הנמצאת

$$| \vec{r} | = 10$$

$$\left(\begin{array}{l} R^2 = 100 \\ \downarrow \\ R = \sqrt{100} \\ R = 10 \end{array} \right)$$

$$B(-2, 0), B(-2, -9)$$

$$BD = 0 - (-9) = 9$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{אם } A(10, 0) \text{ ו-} B(-2, -9) : \text{נמצא את } d$$

$$A(10, 0), B(-2, -9)$$

$$AB \rightarrow d = \sqrt{(-2 - 10)^2 + (-9 - 0)^2}$$

$$d = 15$$

$$AB = 15$$

$$| \vec{r} | = AM + MB + BD + DA = 10 + 10 + 9 + 15 = 44$$

נמצא

$$| \vec{r} | = 44$$

נמצא

התשובה:

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה

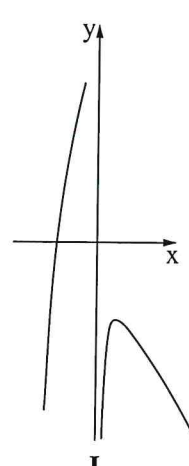
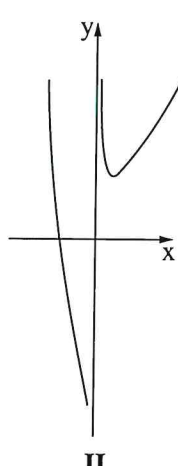
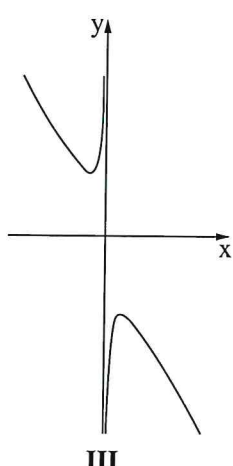
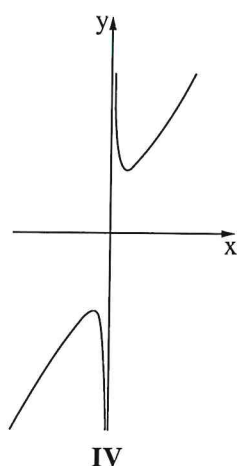




חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = 2.5x + \frac{10}{x} - 1$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$.
- כתבו דוגמה למשוואת ישר המקביל לציר ה- x וחותך את גרף הפונקצייה $f(x)$ בשתי נקודות.



נימוק

$$f(x) = 2.5x + \frac{10}{x} - 1$$

11

תחום הגדרה: $x \neq 0$



$$f(x) = 2.5x + \frac{10}{x} - 1$$

17

$$f'(x) = 2.5 - \frac{10}{x^2}$$

$$\frac{x^2}{x^2} \cdot 2.5 - \frac{10}{x^2} = 0 \quad / \cdot x^2$$

$$2.5x^2 - 10 = 0$$

$$2.5x^2 = 10 \quad | : 2.5$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm \sqrt{4}$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = -2$$

$$f(x) = 2.5x + \frac{10}{x} - 1$$

$$\underline{(2,)}$$

$$f(2) = 2.5 \cdot 2 + \frac{10}{2} - 1$$

$$f(2) = 9$$

$$(2, 9)$$

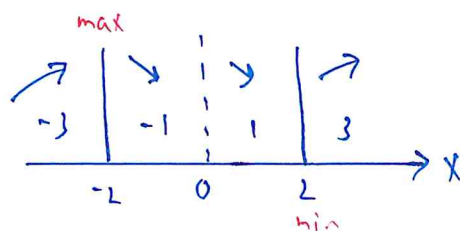
$$\underline{(-2,)}$$

$$f(-2) = 2.5 \cdot (-2) + \frac{10}{-2} - 1$$

$$f(-2) = -11$$

$$(-2, -11)$$





$$f'(x) = 2.5 - \frac{10}{x^2}$$

$$f'(-3) = 2.5 - \frac{10}{(-3)^2} = \frac{25}{18} \text{ (חיובי)} \rightarrow \text{מקסימום}$$

$$f'(-1) = 2.5 - \frac{10}{(-1)^2} = -7.5 \text{ (שלילי)} \rightarrow \text{מינימום}$$

$$f'(1) = 2.5 - \frac{10}{1^2} = -7.5 \text{ (שלילי)} \rightarrow \text{מינימום}$$

$$f'(3) = 2.5 - \frac{10}{3^2} = \frac{25}{18} \text{ (חיובי)} \rightarrow \text{מקסימום}$$

תוצאות:

$$\min(2.9), \max(-2, -11)$$



21 זא נא טאגל x ווייזט נאל אנטק:

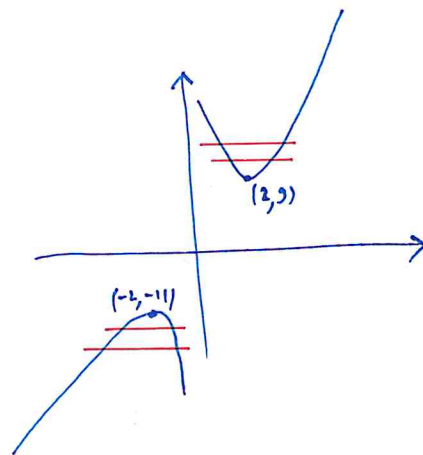
אחיש הייל (ה): $2 < x < 5$ און $0 < x < 2$

(נ) נאכצו געה טאגל, דאסענין היילענין:

אחיש היילענין: $x \neq 0$

ניקלע היילענין: $\max(-11, -2)$, $\min(2, 5)$

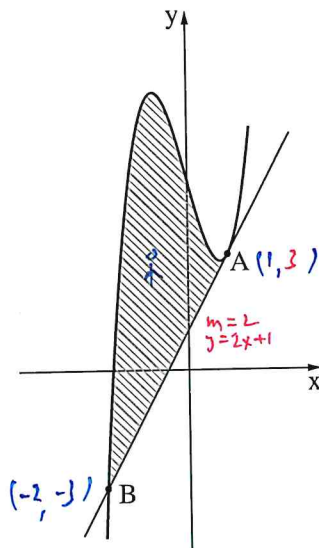
נא גאן היילענין היילענין: $I \cup$



(ג)

א נאז אהענין $x=5$ (פאל א ווייל) וואו אהענין.

אנטק, $x=10$



5. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = 2x^3 - 4x + 5$. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ושיעור ה- x שלה הוא 1. דרך הנקודה A העבירו משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.
- א. (1) מצאו את שיפוע המשיק.
(2) מצאו את משוואת המשיק.
- ב. המשיק חותך את גרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה נוספת B(-2, -3). חשבו את השטח המקווקו בסרטוט: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי המשיק.

פתרון

$$f(x) = 2x^3 - 4x + 5$$

$$x=1$$

(1)

למצוא שיפוע המשיק בנקודה A(1, 3) נגזרת הפונקציה ב- $x=1$.
נגזרת הפונקציה היא $f'(x) = 6x^2 - 4$.
ב- $x=1$ מתקבל $f'(1) = 6 \cdot 1^2 - 4 = 2$.

$$f'(x) = 6x^2 - 4$$

$$f'(1) = 6 \cdot 1^2 - 4 = 2$$

$$m=2$$

$$f(x) = 2x^3 - 4x + 5$$

(2)

$$A(1, 3)$$

$$f(1) = 2 \cdot 1^3 - 4 \cdot 1 + 5$$

$$f(1) = 3 \Rightarrow A(1, 3)$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





נמצא את משוואת הנגזרת:

$$m = 2$$

$$A(1, 3)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = 2(x - 1)$$

$$y - 3 = 2x - 2$$

$$y = 2x - 2 + 3$$

$$y = 2x + 1$$

נמצא את הנגזרת:

נגזרת
של $f(x) = 2x^3 - 4x + 5$

נגזרת
של $y = 2x + 1$

$$\text{נגזרת של } f(x) = 2x^3 - 4x + 5 - (2x + 1) =$$

$$= 2x^3 - 4x + 5 - 2x - 1 =$$

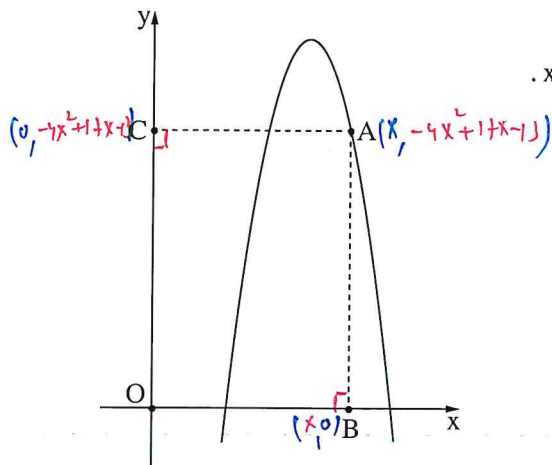
$$= \underline{2x^3 - 6x + 4}$$





$$\begin{aligned} \int_{-2}^1 (2x^3 - 6x + 4) dx &= \left[\frac{2x^4}{4} - \frac{6x^2}{2} + 4x \right]_{-2}^1 = \\ &= \left(\frac{2 \cdot 1^4}{4} - \frac{6 \cdot 1^2}{2} + 4 \cdot 1 \right) - \left(\frac{2 \cdot (-2)^4}{4} - \frac{6 \cdot (-2)^2}{2} + 4 \cdot (-2) \right) = \\ &= \left(1 - \frac{1}{2} \right) - (-12) = 1 - \frac{1}{2} + 12 = 13 \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\int_{-2}^1 = 13 \frac{1}{2}$$



6. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = -4x^2 + 17x - 13$.

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על ציר ה- x , והנקודה C נמצאת על ציר ה- y .

כך שהמרובע ABOC הוא מלבן (הנקודה O היא ראשית הצירים).

נסמן ב- x את שיעור ה- x של הנקודה A.

ב. (1) הביעו באמצעות x את שיעור ה- y של הנקודה A.

(2) הביעו באמצעות x את היקף המלבן.

ג. מצאו את הערך של x שבעבורו היקף המלבן הוא מקסימלי.

פתרון

10

$$f(x) = -4x^2 + 17x - 13$$

$$f(x) = 0 \rightarrow 0 = -4x^2 + 17x - 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-13)}}{2 \cdot (-4)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-17 \pm \sqrt{81}}{-8}$$

$$x_{1,2} = \frac{-17 \pm 9}{-8} \rightarrow x_1 = 1$$

$$\rightarrow x_2 = 3.25$$

$$(1, 0), (3.25, 0)$$

72 73

A(x,)

$$J_A = -4x^2 + 17x - 11$$

$x - \lambda$ ist ein Polynom von Grad $\leq n-1$

10 - 13/1/2019 AC 10/1/19 AC 10

$$I_{\text{ges}} = 2 \cdot A_g + 2 \cdot A_c$$



$$A_3 = -x^2 + 1 + x - 1 - 0 = -x^2 + 1 + x - 1$$

$$A_1 = x - 0 = x$$

$$\left(\begin{matrix} \text{היין} \\ \text{והגון} \end{matrix} \right) = 2 \cdot (-x^2 + 1 + x - 1) + 2x =$$

$$= -2x^2 + 2x - 2 + 2x =$$

$$= -2x^2 + 4x - 2$$

התקנה:

$$\left(\begin{matrix} \text{היין} \\ \text{והגון} \end{matrix} \right) = -2x^2 + 4x - 2$$

(2)

$$f(x) = -2x^2 + 4x - 2$$

$$f'(x) = -4x + 4$$

$$-4x + 4 = 0$$

$$-4x = -4 \quad | : (-4)$$

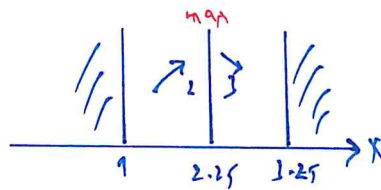
$$x = 1$$

(וזהו המקסימום)
למשל

x היא אינזיגוריה של צלילי ה (הנצחית) והיא, ולכן $1 < x < 1.25$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





$$f'(x) = -16x + 36$$

$$f'(2) = (-16) \cdot 2 + 36 = 8 \quad (\text{חיובי}) \rightarrow \text{מזרז}$$

$$f'(3) = (-16) \cdot 3 + 36 = -12 \quad (\text{שלילי}) \rightarrow \text{מאט}$$

⇒ נמצא את הנקודה שבה $x = 2.25$ מתחלף הסימן.

מסקנה: $x = 2.25$

