



פתרון הבחינה במתמטיקה

קיץ תשפ"ה, 2025, שאלון, 35582, מועד א, גרסה 06:
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"





1. נתון מעגל I שמשוואתו היא $x^2 - 8x + y^2 + t = 0$. t הוא פרמטר קטן מ-16.

א. הביעו באמצעות t את רדיוס המעגל.

הישר $y = x$ משיק למעגל.

ב. מצאו את הערך של t .

הזיזו את מעגל I שמאלה כך שהתקבל מעגל II שמרכזו בראשית הצירים O.

A היא נקודה כלשהי על מעגל II כך ש- $-2 \leq y_A \leq 2$.

דרך נקודה A מעבירים מיתר AB המאונך לציר ה- y .

נקודה P נמצאת על המיתר AB כך שמתקיים $AB = 2 \cdot PO$.

ג. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על אליפסה, ומצאו את משוואתה.

הנקודה K היא המוקד הימני, והנקודה F היא המוקד השמאלי של האליפסה שמצאתם בסעיף ג.

C היא נקודה כלשהי על האליפסה כך שמתקבל משולש CKF.

ד. חשבו את היקף המשולש CKF.

ה. האם קיימת נקודה C שבעבורה שטח המשולש CKF הוא 5? נמקו את תשובתכם.

$$x^2 - 8x + y^2 + t = 0$$

$$, t < 16$$

$$R = ?(t) \quad \underline{16}$$

$$x^2 - 8x + y^2 = -t \quad | +16$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 = 16 - t$$

$$(x - 4)^2 + y^2 = 16 - t$$

$$R^2 = 16 - t$$

$$R = \sqrt{16 - t}$$



2

מרחק מרכז המעגל מהמסלך $-x+y=0$ מסלף המעגל

מרחק מרכז המעגל מהמסלף $-x+y=0$

$$R = \sqrt{16-t}$$

$$R = \frac{|-4+0|}{\sqrt{(-1)^2+1^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$$

$$\sqrt{16-t} = \sqrt{8} \quad |()^2$$

$$16-t = 8$$

$$t = 8$$

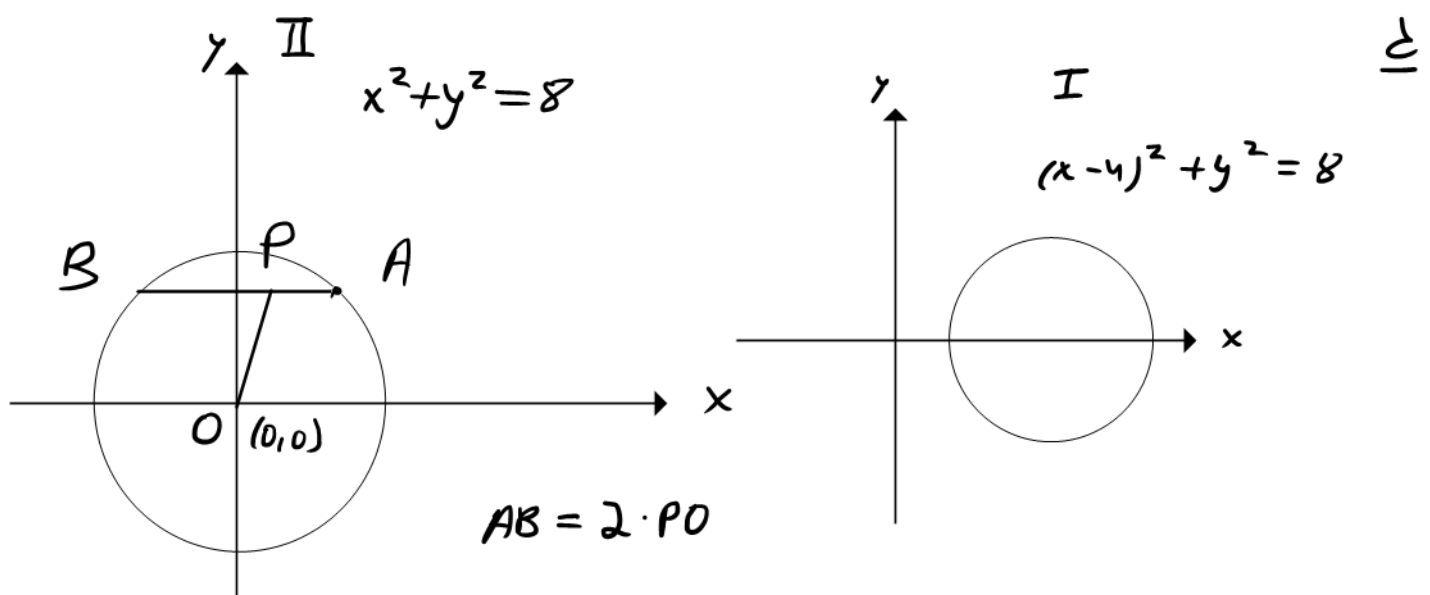
הזיזו את מעגל I שמאלה כך שהתקבל מעגל II שמרכזו בראשית הצירים O.

A היא נקודה כלשהי על מעגל II כך ש- $-2 \leq y_A \leq 2$.

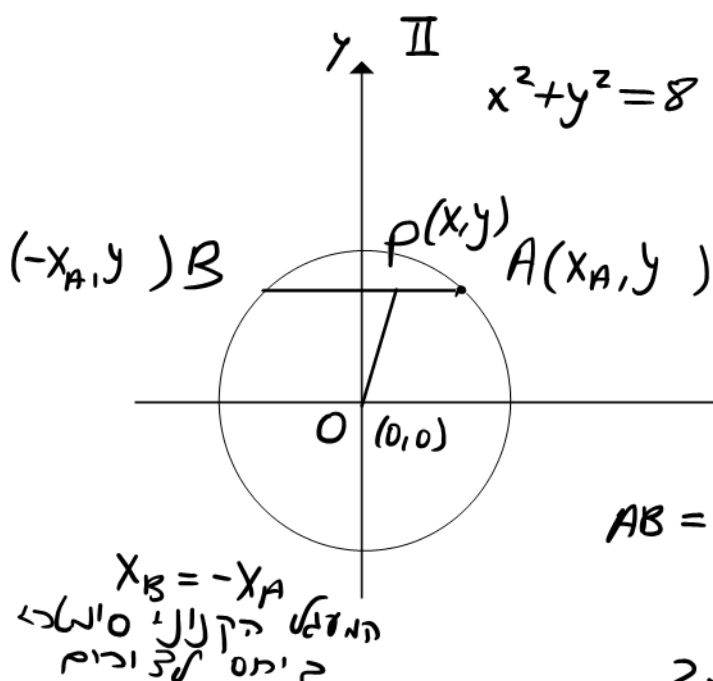
דרך נקודה A מעבירים מיתר AB המאונך לציר ה-y.

נקודה P נמצאת על המיתר AB כך שמתקיים $AB = 2 \cdot PO$.

ג. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על אליפסה, ומצאו את משוואתה.



המשק $\geq$



$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$AB = 2x_A$$

$$x_A^2 + y^2 = 8$$

המשק A

$$x_A = \sqrt{8 - y^2}$$

$$AB = 2 \cdot \rho$$

$\Downarrow$

$$AB = 2 \cdot \sqrt{8 - y^2}$$

$$2 \cdot \sqrt{8 - y^2} = 2 \cdot \sqrt{x^2 + y^2} \quad | :2$$

$$\sqrt{8 - y^2} = \sqrt{x^2 + y^2} \quad | ()^2$$

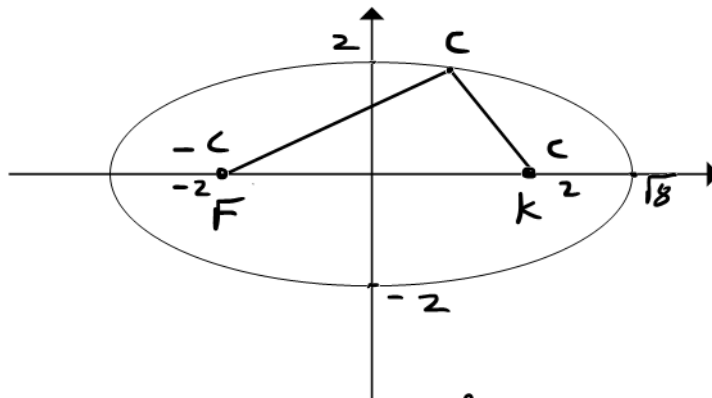
$$8 - y^2 = x^2 + y^2$$

$$x^2 + 2y^2 = 8 \quad | :8$$

$$\boxed{\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1}$$



- הנקודה K היא המוקד הימני, והנקודה F היא המוקד השמאלי של האליפסה שמצאתם בסעיף ג.
C היא נקודה כלשהי על האליפסה כך שמתקבל משולש CKF.
ד. חשבו את היקף המשולש CKF.
ה. האם קיימת נקודה C שבעבורה שטח המשולש CKF הוא 5? נמקו את תשובתכם.



$$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a^2 = 8, b^2 = 4$$

$$a = \sqrt{8} \quad b = 2$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$c = \sqrt{8 - 4} = 2$$

$$CF + CK = 2a$$

$$CF + CK = 2 \cdot \sqrt{8} = 4\sqrt{2}$$

$$FK = 2c = 4$$

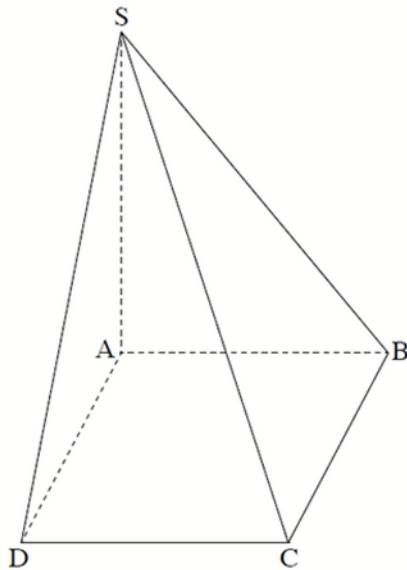
$$P_{CKF} = 4 + 4\sqrt{2}$$

$$S_{KFC} = \frac{FK \cdot y_c}{2} = \frac{4 \cdot y_c}{2} = 2y_c = 5 \quad : S = 5$$

$$y_c = 2.5$$

$$-2 \leq y_c \leq 2 \quad b = 2$$

$$S_{KFC} = 5$$



2. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

SA הוא גובה הפירמידה.

הנקודה M היא אמצע האלכסון BD.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AS} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטור $\vec{SM}$.

נתון כי $\vec{SM}$ מאונך ל- $\vec{DB}$.

ב. הוכיחו כי $|\underline{u}| = |\underline{v}|$.

נתון: $S(0, 0, 12)$, $B(0, 10, 0)$, $A(0, 0, 0)$.

$p > 0$, $D(6, p, 0)$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות D ו- C.

דרך האלכסון AC מעבירים מישור המקביל למקצוע SD.

המישור חותך את המקצוע SB בנקודה K.

ד. מצאו את משוואת המישור.

ה. לפניכם שתי טענות II-I. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. הישר KM מקביל לישר SD.

II. כל ישר שמאונך למישור ACK, מאונך לישר SD.

פתרון:

א. הנקודה M היא אמצע אלכסון

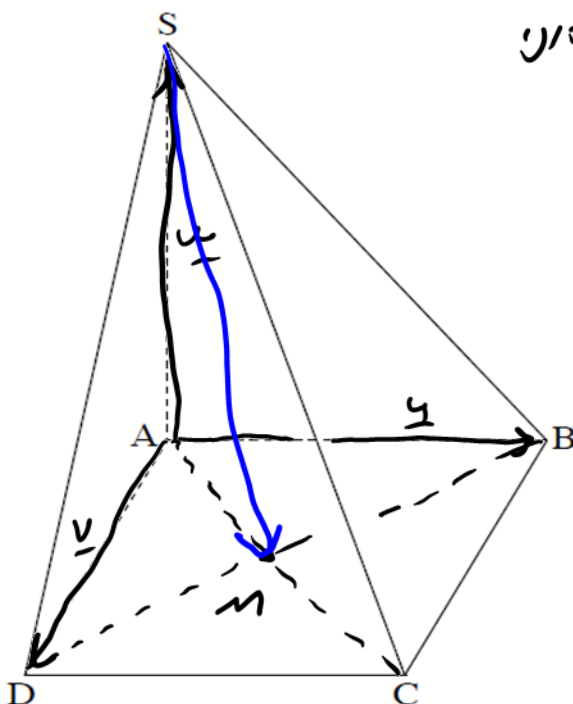
המקבילית:

$$\vec{SM} = \vec{SA} + \vec{AM} = -\underline{w} + \frac{1}{2}\vec{AC}$$

$$\vec{SM} = -\underline{w} + \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BC})$$

$$\vec{SM} = -\underline{w} + \frac{1}{2}(\underline{u} + \underline{v})$$

$$\boxed{\vec{SM} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w}}$$





ד. נתון $\vec{DS} \perp \vec{BS}$

המשפט בסב הקטן $\vec{MS}$ הוא גם תיכון
וגם גובה, לכן המשולש שמה גורק"ם
ומתקיים $DS = BS$

$$|\vec{DS}| = |\vec{BS}|$$

$$\begin{aligned} \vec{DS} &= \vec{DA} + \vec{AS} = -\underline{v} + \underline{w} \\ \vec{BS} &= \vec{BA} + \vec{AS} = -\underline{u} + \underline{w} \end{aligned} \Rightarrow |\underline{-v} + \underline{w}| = |\underline{-u} + \underline{w}|$$

SA גובה גבירתי, כלומר $SA \perp AD, SA \perp AB$

$$\underline{w} \cdot \underline{u} = \underline{w} \cdot \underline{v} = 0$$

נשתמש בנוסחה כאיך והטור:

$$\sqrt{(-\underline{v} + \underline{w}) \cdot (-\underline{v} + \underline{w})} = \sqrt{(-\underline{u} + \underline{w}) \cdot (-\underline{u} + \underline{w})}$$

$$\underline{v} \cdot \underline{v} - 2\underline{v} \cdot \underline{w} + \underline{w} \cdot \underline{w} = \underline{u} \cdot \underline{u} - 2\underline{u} \cdot \underline{w} + \underline{w} \cdot \underline{w}$$

$$\underline{v} \cdot \underline{v} = \underline{u} \cdot \underline{u}$$

$$\boxed{|\underline{v}| = |\underline{u}|}$$

ה. נתון: $A(0,0,0)$, $B(0,1,0)$, $S(0,0,1)$

$$P > 0, D(6,P,0)$$





$$\underline{u} = \vec{AB} = B - A = (0, 10, 0) - (0, 0, 0) = (0, 10, 0)$$

$$\underline{v} = \vec{AD} = D - A = (6, p, 0) - (0, 0, 0) = (6, p, 0)$$

$$|\underline{u}| = |\underline{v}|$$

$$\downarrow$$

$$|(0, 10, 0)| = |(6, p, 0)|$$

$$\downarrow$$

$$\sqrt{10^2} = \sqrt{6^2 + p^2} \quad |()^2$$

$$\downarrow$$

$$100 = 36 + p^2$$

$$p^2 = 64 \quad | \sqrt{}$$

$$p = \pm 8 \Rightarrow p = 8$$

$$\boxed{D(6, 8, 0)}$$

3, נקודה:

נמשך אנכית:

$$\vec{BC} = \underline{v} \Rightarrow C - B = (6, 8, 0)$$

$$C - (0, 10, 0) = (6, 8, 0)$$

$$C = (0, 10, 0) + (6, 8, 0)$$

$$\boxed{C = (6, 18, 0)}$$

3. המישור עובר דרך הנקודה A ו-C, והוא
מקביל למישור ה-SD.

הצגה פרמטרית של המישור:

$$\underline{x} = A + t \cdot \vec{AC} + Q \cdot \vec{AD}$$

$$\underline{x} = (0, 0, 0) + t(6, 18, 0) + Q(6, 8, -12)$$

$$\underline{x} = (0, 0, 0) + t(1, 3, 0) + Q(3, 4, -6) \quad \text{נצמד למ:}$$

מבוקש (א/ה) לצמצם כית:

$$\begin{cases} (a, b, c) \cdot (1, 3, 0) = 0 \\ (a, b, c) \cdot (3, 4, -6) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 3b = 0 \\ 3a + 4b - 6c = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{a = -3b}$$

נציב במשוואה השנייה:

$$3 \cdot (-3b) + 4b - 6c = 0 \Rightarrow 5b = -6c$$

$$b = -\frac{6}{5}c$$

$$a = 18 \quad \Leftarrow b = -6 \quad \Leftarrow c = 5 \quad \text{נקטר}$$

המישור עובר בקואורנטים $d = 0$.

משוואת המישור:

$$\boxed{18x - 6y + 5z = 0}$$

המשוואה היא הישר MA .

הנקודה A היא חיתוך של המישור עם הציר OZ .

SB . נמצא הצבה פרמטרית של SB :

$$\underline{x} = B + t(B - S) = (0, 10, 0) + t(0, 10, -12)$$



חיתוך היישר ב S עם המישור.

נהוגה כאלו $\vec{r}$ ב S : $(0, 10+10t, -12t)$
צ.כ קטגוריה המישור:

$$18 \cdot 0 - 6(10+10t) + 5 \cdot (-12t) = 0$$

$$0 = -60 - 60t - 60t$$

$$120t = -60$$

$$t = -\frac{1}{2}$$



$$K(0, 5, 6)$$

נמ. 3. ילד נהוגה מ.
יחסית הלך אל:

$$\begin{cases} x_M = \frac{0+6}{2} = 3 \\ y_M = \frac{0+18}{2} = 9 \\ z_M = 0 \end{cases} \Rightarrow M(3, 9, 0)$$

הישר K : $X = (0, 5, 6) + t(3, 4, -6)$

נקטל הכיוון של הישר M נקביל למקביל SD
ואכן הישר M נקביל ל SD

למשל I נכון

הישר SD נקביל למישור A כל הנקודות
ואכן כל ישר שמאונק למישור A מאונק
ל SD

למשל II נכון





3. א. הביעו באמצעות x ו- y את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס

$$|z| = |z - (2 + 2i)|$$

z הוא משתנה מרוכב.

$$z^2 - z(2 + 2i) + 4i = 0$$

A ו- B הן נקודות המיוצגות על ידי שני פתרונות המשוואה.

ב. הראו כי הנקודות A ו- B נמצאות על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

הנקודות C ו- D נמצאות על הצירים כך ש- ABCD הוא ריבוע.

סובבו את הריבוע ABCD סביב ראשית הצירים נגד כיוון השעון בזווית α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

כל שמונה הנקודות (הנקודות A, B, C ו- D וארבע הנקודות שהתקבלו אחרי הסיבוב) מיוצגות על ידי פתרונות

של המשוואה $z^n = b$, שבה n הוא מספר טבעי ו- b הוא מספר ממשי.

ג. (1) מצאו את הערך של b ואת הערך של α בעבור $n = 8$.

(2) מצאו ערך אפשרי של n בעבור $\alpha = 15^\circ$, ומצאו את הערך של b המתאים לו.

$$|z| = |z - (2 + 2i)|$$

$$z = x + yi$$

$$|x + yi| = |x + yi - 2 - 2i|$$

$$|x + yi| = |(x - 2) + (y - 2)i|$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 2)^2}$$

$$x^2 + y^2 = x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4$$

$$0 = 8 - 4x - 4y \quad | :4$$

$$0 = 2 - x - y$$

$$x + y - 2 = 0$$

התקום הגאומטרי

הוא קו ישר

המשוואה

$$x + y - 2 = 0$$





z הוא משתנה מרוכב.

$$z^2 - z(2 + 2i) + 4i = 0$$

A ו-B הן נקודות המיוצגות על ידי שני פתרונות המשוואה.

ב. הראו כי הנקודות A ו-B נמצאות על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

$$z^2 - z(2 + 2i) + 4i = 0$$

$$a=1 \quad b=-(2+2i) \quad c=4i \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = [-(2+2i)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4i$$

$$= (2+2i)^2 - 16i = 4 + 8i - 4 - 16i = -8i \quad \Delta = -8i$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-8i} = x + yi \quad (')^2$$

$$-8i = x^2 + 2xyi - y^2$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = -8 \end{cases} \quad y = -\frac{4}{x} \quad y^2 = \frac{16}{x^2}$$

$$x^2 - \frac{16}{x^2} = 0 \quad \cdot x^2$$

$$x^4 = 16$$

$$x=2 \quad x=-2$$

$$\sqrt{\Delta} = \pm (2 - 2i)$$

$$y=-2 \quad y=2$$

$$z_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$z_{1,2} = \frac{2+2i \pm (2-2i)}{2}$$

$$z_1 = \frac{2+2i+2-2i}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$z_2 = \frac{2+2i-2+2i}{2} = 2i$$



פרבולר המאנאק $z^2 - z \cdot (2 + z_1) + z_1' = 0$

דמ $z_1 = 2, z_2 = 2$ כולמכ הנקודות A ו-B

הן הנקודות $(0, 2)$ ו- $(2, 0)$

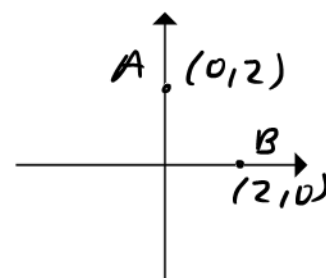
נראה שיהן מת"ל"א - הישר $x + y - 2 = 0$

עגנו $(2, 0)$: $2 + 0 - 2 = 0$

$0 = 0$ אכן מת"ל"א

עגנו $(0, 2)$: $0 + 2 - 2 = 0$

$0 = 0$ אכן מת"ל"א

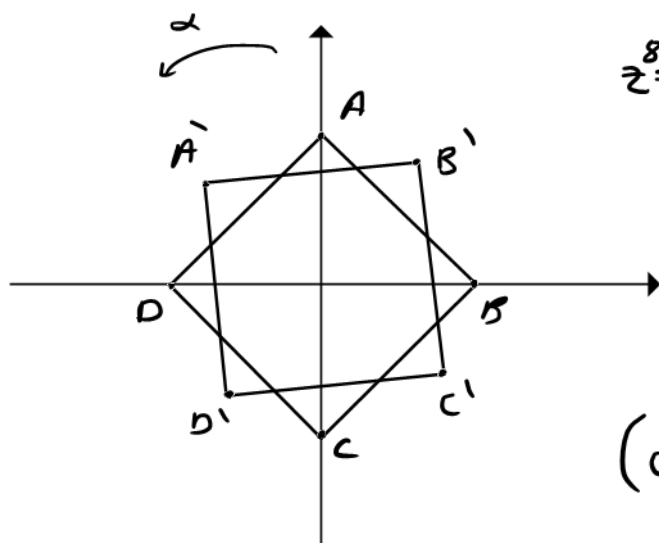


הנקודות A $(0, 2)$ ו-B $(2, 0)$ אכן נמצאות
על המעקם הג'אומטרי, הישר, שמציגנו





- הנקודות C ו- D נמצאות על הצירים כך ש- ABCD הוא ריבוע.
סובבו את הריבוע ABCD סביב ראשית הצירים נגד כיוון השעון בזווית α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).
כל שמונה הנקודות (הנקודות A, B, C ו- D וארבע הנקודות שהתקבלו אחרי הסיבוב) מיוצגות על ידי פתרונות של המשוואה $z^n = b$, שבה n הוא מספר טבעי ו- b הוא מספר ממשי.
ג. (1) מצאו את הערך של b ואת הערך של α בעבור $n = 8$.
(2) מצאו ערך אפשרי של n בעבור $\alpha = 15^\circ$, ומצאו את הערך של b המתאים לו.



ז (1)

עבור $n=8$. פתרונות המשוואה $z^8 = b$
יהיו קאדקאים של מתיאן משוכלל
סמכנו בראשית.

לכן - יהיו מכוונות זווית
זווית בין הקאדקאים

ולכן $\alpha = 45^\circ$ (מתחום $0^\circ < \alpha < 90^\circ$)

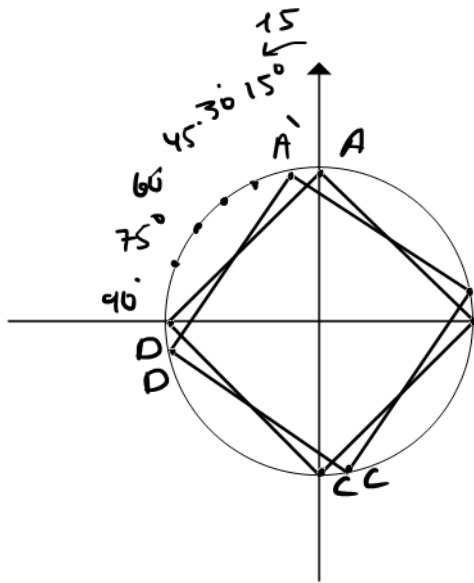
כל אחד מהקאדקאים מקיים את
המשוואה $z^8 = b$ ולכן קיים אחד מהם, אז $z=2$ (הנק' (2,0))

$$2^8 = b$$

$$b = 2^8$$

$$b = 256$$





ג (2) עקור $\alpha = 15^\circ$:

8 הנקודות יהיו חלק מהקבוצה
של 24 קואורדינטות של נקודות מסובלות
 $n = \frac{360^\circ}{15^\circ} = 24$

ולכן $n = 24$

$$z^{24} = b$$

$$b = z^{24}$$

להמחשה ה'א
רבים $z = 2$





4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x}{a - e^x}$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

א. ענו על התת-שעיפים (1)-(3) בעבור $a > 0$ ובעבור $a < 0$.

הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- y של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a = 5$ ואיזה מן הגרפים מתאר את

הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a = -5$. נמקו את קביעותיכם.

הציבו $a = 5$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על השעיפים ג-ה.

$$a > 0$$

$$a - e^x \neq 0$$

$$e^x \neq a$$

$$x \neq \ln a$$

$$a < 0$$

$$a - e^x \neq 0$$

$$e^x \neq a$$

$$e^x \neq a \quad \text{חייב}$$

$$x \neq \ln a$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{a - e^x} = \frac{\frac{e^x}{e^x}}{\frac{a}{e^x} - 1} = \frac{1}{0 - 1} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{a - e^x} = \frac{0}{a - 0} = 0$$

$$y_{\rightarrow} = -1 \quad y_{\leftarrow} = 0$$

$$f'(x) = \frac{e^x(a - e^x) + e^x \cdot e^x}{(a - e^x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(a - e^x + e^x)}{(a - e^x)^2} \rightarrow f'(x) = \frac{ae^x}{(a - e^x)^2}$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה



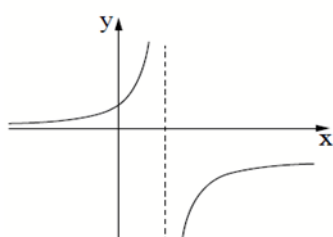
מכיוון של a חיובי וקטני בהזדקת a הוא אי שלילי סימן תגלית שלו ק
ק- a . ולכן:

$$a > 0$$

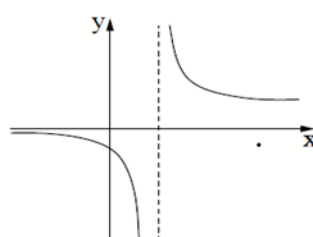
ח: מוגד א $x > a$
ב: סימן

$$a < 0$$

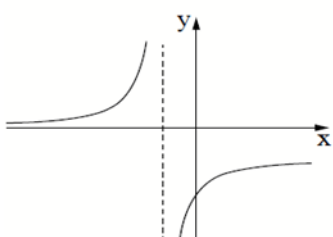
ח: סימן
ב: לא x



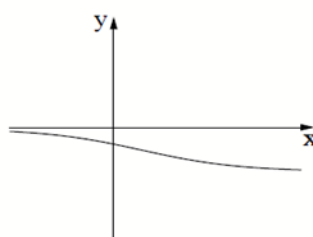
II



I



IV



III

קטני a שלילי הקרף חיובי שמוקדקד על x הוא חל III
ולכן קטני $a = -5$ חל III

קטני a חיובי הפך שלילי כל תחום הקדקדק, ויגוף האסוף התלכית לזיקה
אחיד ויגוף לזיקה $\frac{1}{x}$ מכיון א מל חיובי קטני $a = 5$ ולכן קטני $a = 5$
חל II



הציבו $a = 5$ בפונקצייה $f(x)$, ונענו על הסעיפים ג-ה.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x) + 2}$.

ג. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

ד. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

ה. לפניכם טענה: $\int_{-6}^{-4} g(x) dx > \int_4^5 g(x) dx$. האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.

נמצא יחסית את תחום ההגדרה של $f(x)$ ונקבל $f(x) \neq 0$
לפי שני 1-0.

$$\frac{e^x}{5 - e^x} \neq -2 \rightarrow e^x \neq -10 + 2e^x \rightarrow e^x \neq 10 \rightarrow x \neq \ln 10$$

$$x \neq \ln 5, x \neq \ln 10$$

לכא $x \rightarrow \infty$ $\frac{1}{f(x)+2} \rightarrow \frac{1}{-1+2} \rightarrow 1$

לכא $x \rightarrow -\infty$ $\frac{1}{f(x)+2} \rightarrow \frac{1}{0+2} \rightarrow \frac{1}{2}$

אסוף אופקיות: $y \rightarrow 1$

$y \rightarrow \frac{1}{2}$

הסימנים של $f(x)$ מאמר δ ∞ ולכן $g(x)$ מאמר δ ∞
ולכן (קבל) נקראת ∞ רזיסר
סליק (חור) δ - (קטל)

$$\left(\lim_{x \rightarrow \ln 5} \frac{1}{f(x)+2} \rightarrow \frac{1}{\infty+2} = 0 \right)$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה

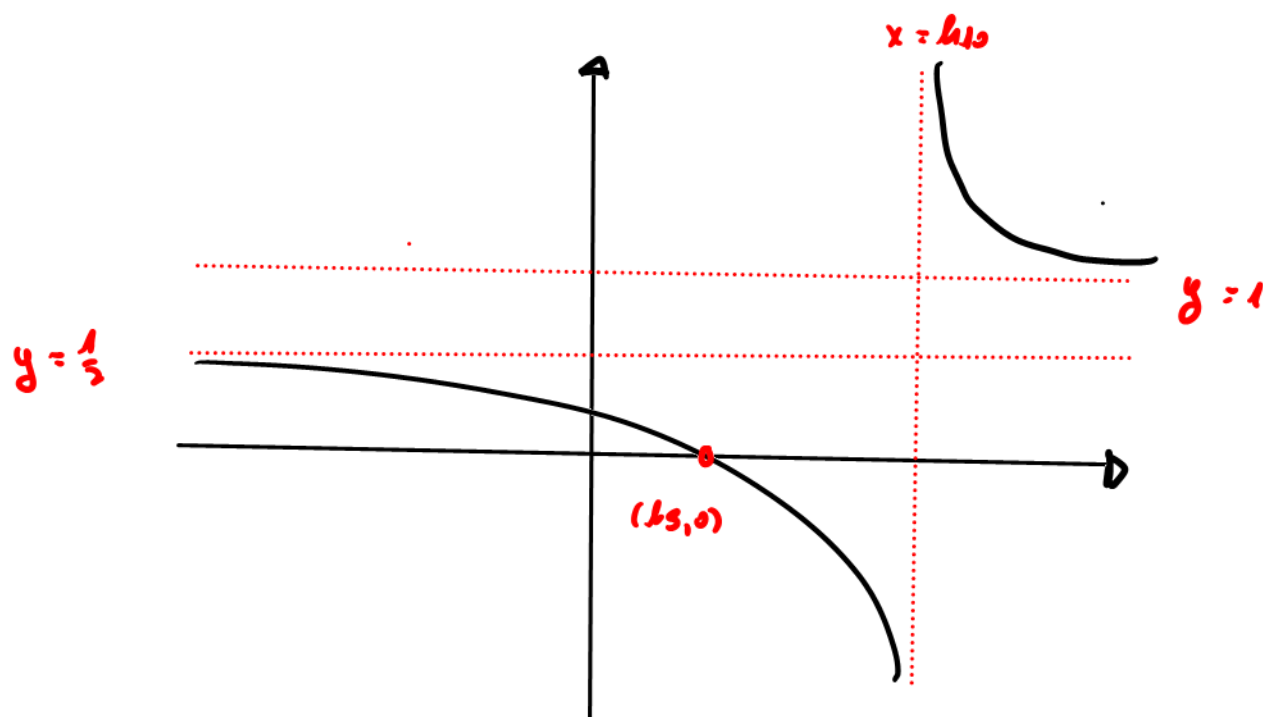


כאשר $x = 10$ נאפס חכמה ואינו נאפס חכמה ולכן הוא אפס (אפס) אנחנו

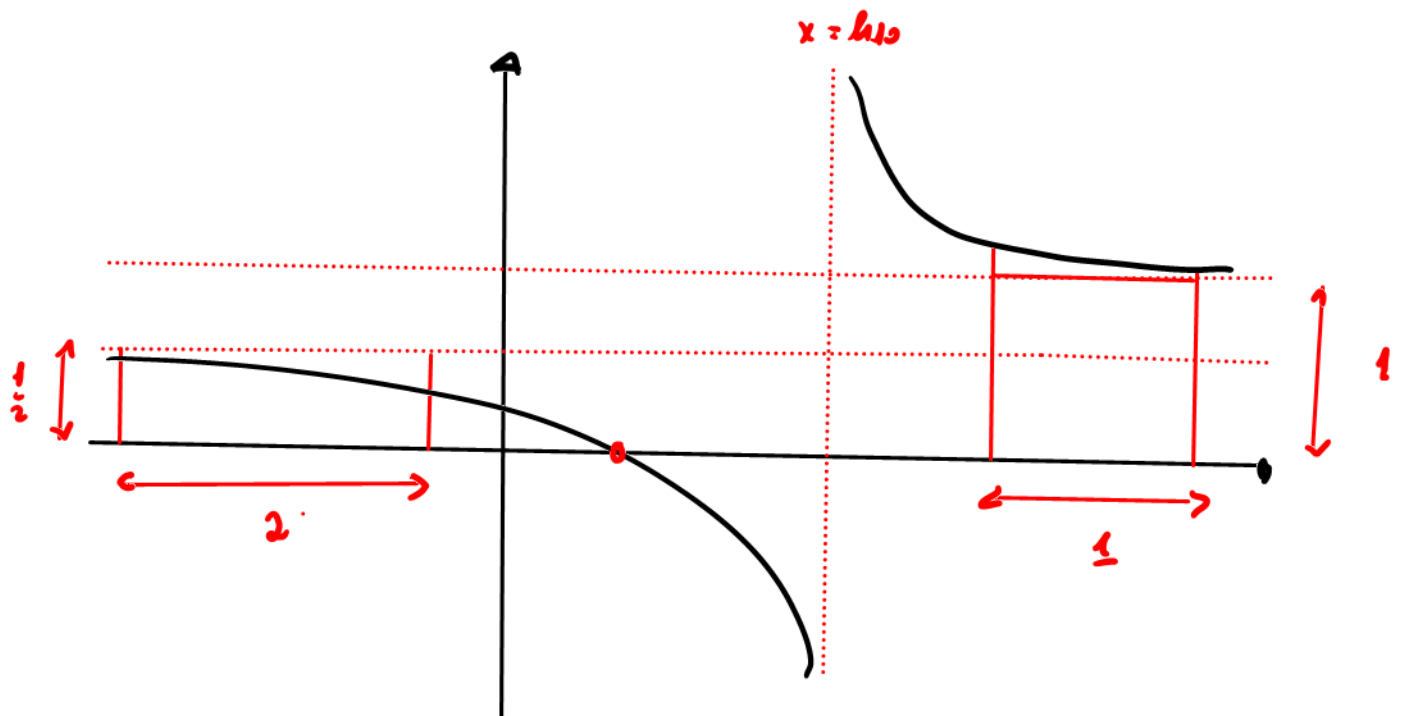
אני אנחנו: $x = 10$

4. $g'(x) = \frac{0(f(x)+2) - 1(f'(x)+0)}{(f(x)+2)^2} \rightarrow g'(x) = \frac{-f'(x)}{(f(x)+2)^2}$

ניקח נגזרת ' כי סומן הנגזרת של $f(x)$ נגזרת, ולכן
הנאפס והנגזרת יקבלו.



עם הנגזרת, ניקח נגזרת של $f(x)$ היא הנגזרת של $f(x)$ נגזרת
של 2 יחידות למעלה.



הכיוון והיגיון של-סוג x הפונקציה הוא לאסוף האופקיות נקודת שטח שבהם (הן)
השטח ריבוע ששטחו L , ואילו השטח L פונקציה חסרת לאסוף האופקיות
שלם ולכן נקודת שטח שבהם נקודת. השטח האין ששטחו L .
ולכן השטח איננו נכון.

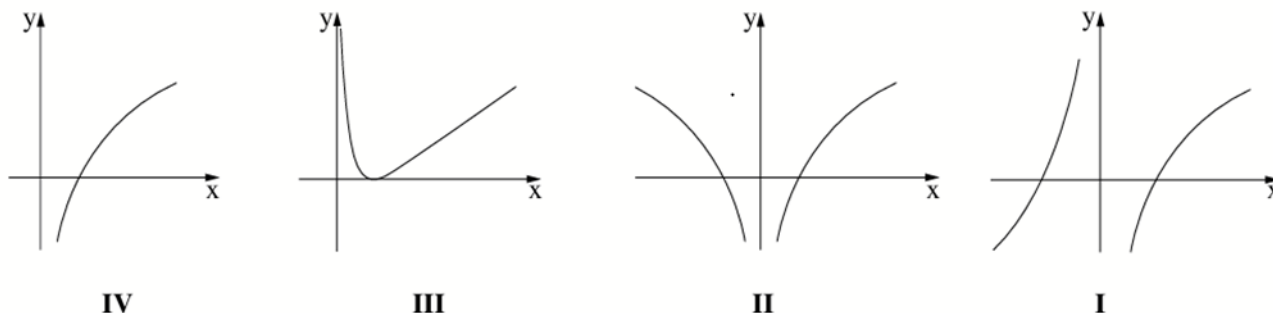




5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(x^n)$, n הוא מספר טבעי זוגי.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) לפניכם ארבעה גרפים, IV-I. קבעו איזה מהם מייצג את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.



הציבו $n = 2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על סעיפים ב-ד.

נתונה הפונקצייה $g(x) = (f(x))^2 - 4$, המוגדרת לכל $x \neq 0$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $k(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$, בתחום $x > 0$.

ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $k(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $k(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e^2$ ו- $x = e^3$.

נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(x^n)$, n הוא מספר טבעי זוגי.

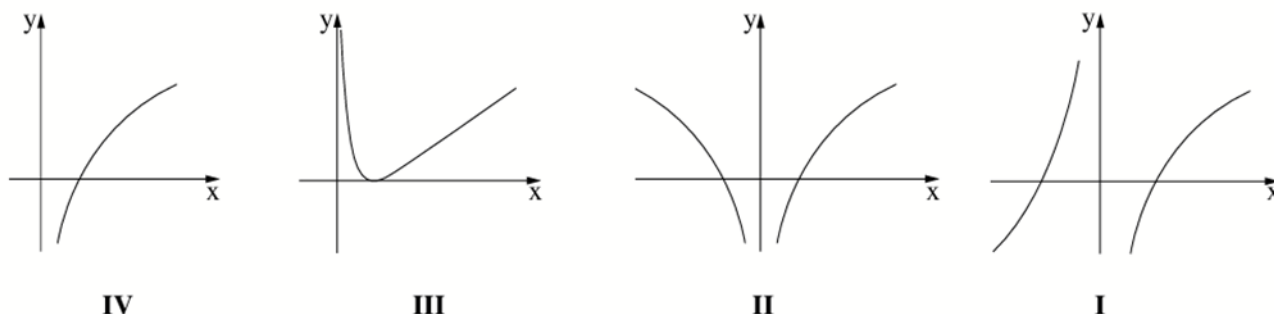
א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

לחלק n-1 של n חלקי n
חלקי n חלקי n חלקי n חלקי n
 $x \neq 0$





(2) לפניכם ארבעה גרפים, IV-I. קבעו איזה מהם מייצג את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.



נראה שהיון ז'א: $f(-x) = \ln((-x)^n) = \ln(x^n) = f(x)$

מאחר והיון ז'א הגדל המא'א הוא $f(x)$

הציבו $n = 2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על סעיפים ב-ד.

נתונה הפונקצייה $g(x) = (f(x))^2 - 4$, המוגדרת לכל $x \neq 0$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

$$0 = (f(x))^2 - 4 \rightarrow f(x) = \pm 2$$

$$\ln(x^2) = 2$$

$$e^2 = x^2$$

$$x = \pm e$$

$$(e, 0) \quad (-e, 0)$$

$$\ln(x^2) = -2$$

$$e^{-2} = x^2$$

$$x = \pm \frac{1}{e}$$

$$\left(\frac{1}{e}, 0\right) \quad \left(-\frac{1}{e}, 0\right)$$

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

$$g'(x) = 2 \cdot f(x) \cdot f'(x) = 0$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow f(x) = 0 \rightarrow \ln(x^2) = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \\ &\rightarrow f'(x) = 0 \rightarrow \frac{2x}{x^2} = 0 \rightarrow \frac{2}{x} = 0 \quad \text{אין פתרון} \end{aligned}$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





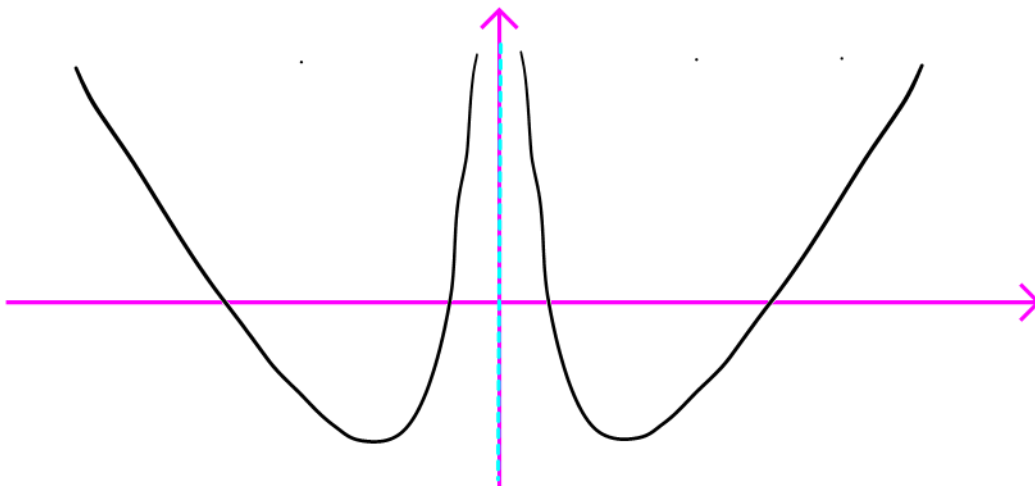
x	$x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < 1$	$x > 1$
$g(x)$	-	0	+	-
$g'(x)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

$$g(\pm 1) = (f(\pm 1))^2 - 4 = -4$$

$$\min(1, -4)$$

$$\min(-1, -4)$$

ג. סרטוט סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.



נתונה הפונקצייה $k(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$, בתחום $x > 0$.

ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $k(x)$.

$$g(x) \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{1}{e}, e$$

$$x \in \left(\frac{1}{e}, e \right) \cup (e, \infty)$$





(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $k(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e^2$ ו- $x = e^3$.

$e' = e^x$ ♥ לבחור $k(x)$ (ח'ג'ג)

$$\int_{e^2}^{e^3} k(x) dx = \int_{e^2}^{e^3} \frac{g'(x)}{g(x)} dx = \ln|g(x)| \Big|_{e^2}^{e^3} =$$

$$\begin{aligned} \ln|g(e^3)| - \ln|g(e^2)| &= \ln|(f(e^3))^2 - 4| - \ln|(f(e^2))^2 - 4| \\ &= \ln|(\ln(e^6))^2 - 4| - \ln|(\ln(e^4))^2 - 4| \\ &= \ln|36 - 4| - \ln|16 - 4| = \ln(32) - \ln(12) = \ln\left(\frac{32}{12}\right) \end{aligned}$$

$$\ln\left(\frac{8}{3}\right)$$

