



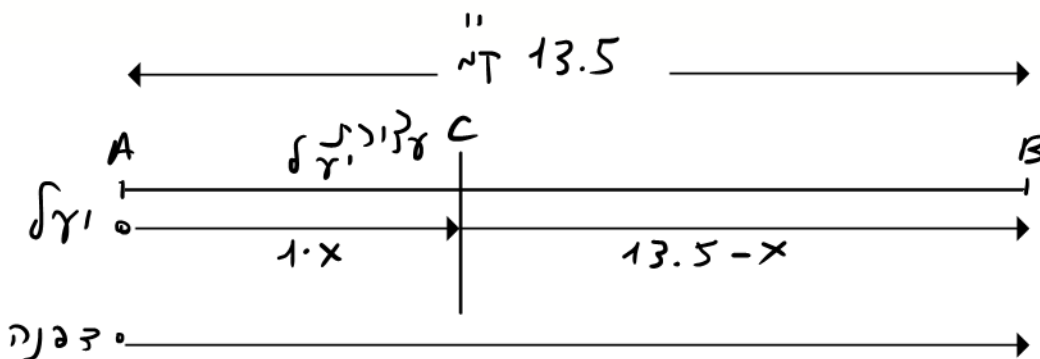
פתרון הבחינה במתמטיקה

קיץ תשפ"ה, 2025, מועד א, שאלון 35481:
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"





1. דפנה ויעל יצאו להליכה באותו הזמן ובאותו המסלול. אורך המסלול הוא 13.5 ק"מ.
דפנה הלכה במהירות קבועה בלי לעצור עד סוף המסלול.
יעל הלכה במשך שעה אחת באותה המהירות שהלכה דפנה, ואז עצרה למשך חצי שעה.
לאחר העצירה המשיכה יעל ללכת עד סוף המסלול במהירות הגבוהה ב- 0.5 קמ"ש ממהירות ההתחלתית שלה.
היא הגיעה אל סוף המסלול 18 דקות לאחר שהגיעה אליו דפנה.
- א. מצאו את מהירות ההליכה של דפנה.
ב. מצאו את המהירות שבה הייתה יעל צריכה ללכת לאחר העצירה כדי להגיע אל סוף המסלול באותו הזמן שהגיעה אליו דפנה.



מרחק ק"מ	מהירות קמ"ש	זמן שעות	הערות
13.5	x	$\frac{13.5}{x}$	דפנה A → B
10x	x	1	יעל A → C
0	0	$\frac{1}{2}$	עצירה C
13.5 - x	x + 0.5	$\frac{13.5 - x}{x + 0.5}$	יעל C → B

$x = \text{מהירות של דפנה}$
ומס המהירות
ההתחלתית של יעל

$$\frac{\text{הזמן הכולל של דפנה}}{\text{הזמן הכולל של יעל}} = \frac{\text{הזמן הכולל של דפנה}}{\text{הזמן הכולל של יעל}}$$

$$\frac{13.5}{x} + \frac{18}{60} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{13.5 - x}{x + 0.5}$$



$$\frac{13.5}{x} + 0.3 = 1.5 + \frac{13.5 - x}{x + 0.5}$$

$$\frac{x + 0.5}{x} \cdot \frac{13.5}{x} = \frac{x(x + 0.5)}{1.2} + \frac{-x}{x + 0.5} \quad \cdot x \cdot (x + 0.5)$$

$$\frac{13.5}{x} = 1.2 + \frac{13.5 - x}{x + 0.5}$$

$$13.5x + 6.75 = 1.2x(x + 0.5) + x \cdot (13.5 - x)$$

$$13.5x + 6.75 = 1.2x^2 + 0.6x + 13.5x - x^2$$

$$0 = 0.2x^2 + 0.6x - 6.75$$

$$x = 4.5$$

$$x = -7.5$$

גסס

מהי בולת של צננה 4.5 ק"מ

s	v	t	
13.5	4.5	3	צננה
4.5	4.5	1	$\int_{A \rightarrow C} v$
0	0	0.5	$\int_C v$
9	5	1.8	$\int_{C \rightarrow B} v$

ביקורת
לכתיב:

$\int_{A \rightarrow C} v = 3$

$$\int_C v = 3.3$$

$$\int_{C \rightarrow B} v = 18$$



ב. מצאו את המהירות שבה הייתה יעל צריכה ללכת לאחר העצירה כדי להגיע אל סוף המסלול באותו הזמן שהגיעה אליו דפנה.

s מ	v מ/ש	t ש	
13.5	4.5	3	דפנה
4.5	4.5	1	יעל $A \rightarrow C$
0	0	$\frac{1}{2}$	יעל C
9	y	1.5	יעל $C \rightarrow B$

$$1.5 = 3 - 1 - \frac{1}{2} = 1.5$$

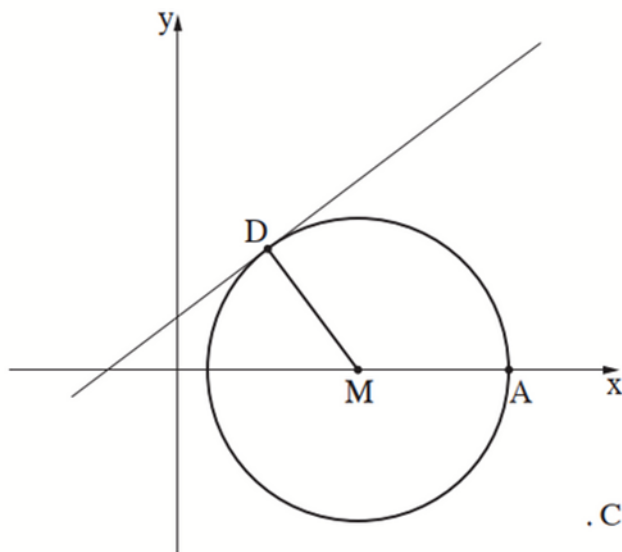
זמן עצירה
כדי שיגיעו באותו זמן

$$1.5 \cdot y = 9$$

$$y = 6$$

מ/ש

יעל הייתה צריכה
לסלול במהירות
6 קמ"ש



2. בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו M נמצא על ציר ה- x .

הישר $y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$ משיק למעגל בנקודה D.

נתון כי שיעור ה- y של הנקודה D הוא 4.

א. מצאו את משוואת הישר MD.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה A היא נקודת החיתוך הימנית של המעגל עם ציר ה- x , כמתואר בסרטוט.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.

המשיק למעגל בנקודה A והמשיק למעגל בנקודה D נחתכים בנקודה C.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה C.

(2) מצאו את היקף המרובע DMAC.

חסמו את המרובע DMAC במעגל.

ד. האם רדיוס המעגל החוסם את המרובע DMAC גדול מרדיוס המעגל שמרכזו M? נמקו את תשובתכם.

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$$

$$y = 0.75x + 1.75$$

$$4 = 0.75x + 1.75$$

$$2.25 = 0.75x$$

$$x_D = 3$$

$$y_D = 4 \quad \text{נ'ק' } D \text{ נמצאת ב-} (3, 4)$$

$$D(3, 4) \quad m_{MD} = -\frac{4}{3}$$

$$\text{מש'ן } MD \text{ נמצאת ב-} (3, 4)$$

$$y - 4 = -\frac{4}{3}(x - 3)$$

$$y - 4 = -\frac{4}{3}x + 4$$

$$MD : y = -\frac{4}{3}x + 8$$





נתן M נחיתות על מרובע x : $y_m = 0$

$$0 = -\frac{4}{3}x + 8$$

$$\frac{4}{3}x = 8 \quad | : \frac{4}{3}$$

$$x = 6$$

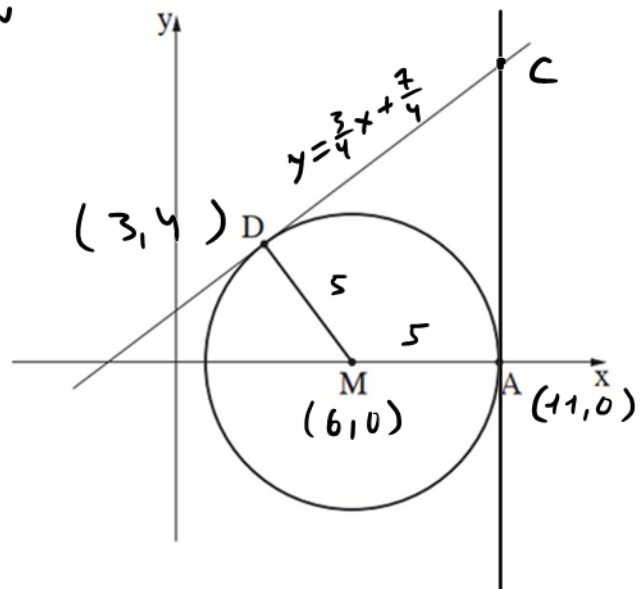
$$M(6,0) \quad D(3,4)$$

$$R = d_{MD} = \sqrt{(6-3)^2 + (0-4)^2} = 5$$

$$R = 5$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 25$$

משוואת המעגל



מא' - מ' A

$$MA = x_A - 6 = 5$$

$$x_A = 11$$

$$A(11,0)$$

$$x = 11 : AC \parallel \text{ל} \text{ } y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$$

$$x_C = 11 \quad \text{ל} \text{ } AC \parallel \text{ל} \text{ } x$$

$$y_C = \frac{3}{4} \cdot 11 + \frac{7}{4} = 10$$

הנקודה A היא נקודת החיתוך הימנית של המעגל עם ציר ה-x, כמתואר בסרטוט.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.

המשיק למעגל בנקודה A והמשיק למעגל בנקודה D נחתכים בנקודה C.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה C.

(2) מצאו את היקף המרובע DMAC.

$$C(11,10)$$

ג (1)



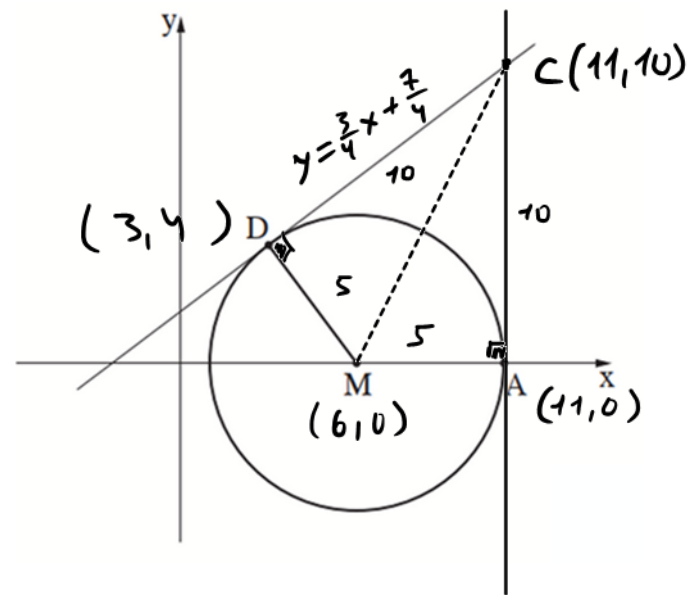


ה(2)

$$CA = CD = 10$$

מסלולים שווים ש'א'ים
מאונך נקודה

$$DM = MA = R = 5$$



חשמו את המרובע DMAC במעגל.

ד. האם רדיוס המעגל החוסם את המרובע DMAC גדול מרדיוס המעגל שמרכזו M? נמקו את תשובתכם.

תשובה: כן

נימוק:

MC קוטר המעגל החוסם את המרובע DMAC
ני נמצא עליו זווית היקפית ישרה ($\angle MAC = \angle MDC = 90^\circ$)

$$MC > 10 \quad \text{לפי} \quad MC = \sqrt{10^2 + 5^2}$$

ולכן MC גדול מקוטר המעגל שמרכזו M.

והקיום המעגל החוסם את DMAC גדול מהרדיוס המעגל שהרדיוס M.





3. חלק מן התלמידים בשכבת י"א בבית ספר מסוים הם בנים והשאר הן בנות. חלק מן התלמידים בשכבה מתנדבים והשאר אינם מתנדבים.

75% מתלמידי השכבה מתנדבים.

$\frac{3}{5}$ מן התלמידים שמתנדבים הם בנות.

נתון כי מספר הבנות שמתנדבות גדול פי 3 ממספר הבנות שאינן מתנדבות.

א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מן השכבה בת שמתנדבת?

ב. מצאו את אחוז הבנים בשכבה.

בחרים באקראי תלמיד מן השכבה.

ג. ידוע שהתלמיד שנבחר הוא בן. מהי ההסתברות שהוא מתנדב?

בכתבה שהכינה דנה לעיתון השכבה היא כתבה:

"אחוז המתנדבות מבין הבנות בשכבה גדול מאחוז המתנדבים מבין הבנים בשכבה".

ד. האם המשפט שכתבה דנה נכון? נמקו את תשובתכם.

נחלק

י"א נקני ט"ז 13-ממנה למדע הנתונים

	בנות	בנים	
מתנדבים	0.75	0.3	
לא מתנדבים	0.25	0.1	
	1	0.4	



נמצא: - 75% מהמניין וולנדק הממוצע

||

$$P(\text{ממוצע}) = 0.75$$

- $\frac{1}{5}$ מן הימנים שממוצע וולנדק

||

$$P(\text{ממוצע} / \text{ימני}) = \frac{1}{5}$$

נמצא גורמים (הסתברות) למחנה:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

||

$$\frac{P(\text{ימני וולנדק} / \text{ממוצע})}{P(\text{ממוצע})} = \frac{1}{5}$$

||

$$\frac{P(\text{ימני וולנדק} / \text{ממוצע})}{0.75} = \frac{1}{5} \quad | \cdot 0.75$$

||

$$P(\text{ימני וולנדק} / \text{ממוצע}) = 0.45$$





מסתו היקרה שמעונתה קטנה פי 3 למסגר היקרה שגילון שמעונתה

ו)

$$\frac{\text{מסתו היקרה}}{\text{שטח שמעונתה}} = \frac{0.45}{3} = 0.15$$

ואז יש גם (הקלה):

$$P(\text{ג'יק שמעונתה}) = 0.45 - 0.15 = 0.3$$

$$P(\text{א'יק שמעונתה}) = 1 - 0.45 = 0.55$$

$$P(\text{ג'יק}) = 0.45 + 0.15 = 0.6$$

$$P(\text{ג'יק}) = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$P(\text{ג'יק לא שמעונתה}) = 0.6 - 0.3 = 0.3$$

$$P(\text{ג'יק שמעונתה}) = 0.45$$





$$P(\text{גן}) = 0.4$$

(ג)

הסיק: 60%

$$P(\text{המונח} / \text{גן}) = ?$$

(ד)

$$P(\text{גן} / \text{המונח}) = \frac{P(\text{המונח} / \text{גן})}{P(\text{גן})} = \frac{0.3}{0.4} = 0.75$$

הסיק: $P = 0.75$

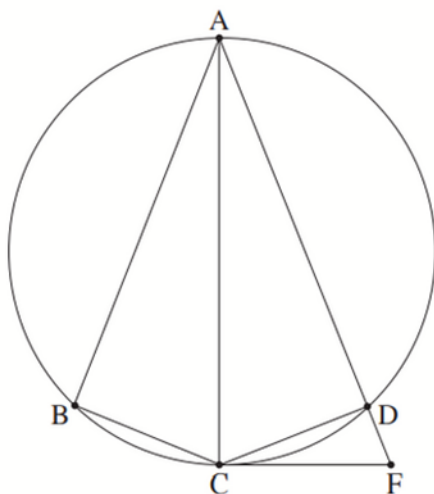
(ה) ודגן, זה האמין על דגן.

$$P(\text{דגן} / \text{המונח}) = \frac{P(\text{המונח} / \text{דגן})}{P(\text{דגן})} = \frac{0.45}{0.6} = 0.75 \quad (= 75\%)$$

$$P(\text{דגן} / \text{המונח}) = \frac{P(\text{המונח} / \text{דגן})}{P(\text{דגן})} = \frac{0.3}{0.4} = 0.75 \quad (= 75\%)$$

היואל, להאמין שזה, ולכן זה שיהיה דגן או דגן.





4. המרובע ABCD חסום במעגל.

הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AD כך ש- CF משיק למעגל.

נתון כי המיתר AC חוצה את הזווית BAD (ראו סרטוט).

א. הוכיחו כי $\angle ABC = \angle CDF$.

ב. (1) הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle CDF$.

(2) הוכיחו כי $(BC)^2 = AB \cdot DF$.

נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 6.25 משטח המשולש CDF,

 $\therefore \text{DF} = 4$

ג. מצאו את אורכי הקטעים AB ו- BC .

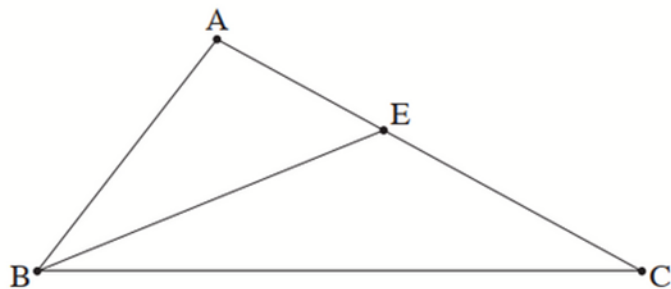
נתון: $\angle CDF = 90^\circ$.

ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל.

הנחיות	נתון	נדרש
①	ABCD חסום בגובה	
②	CF גובה	
③	$\angle BAC = \angle DAC$	
④	$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$	
⑤	$\angle CDF + \angle ADC = 180^\circ$	
⑥	$\angle ABC = \angle CDF$	
	נדרש להוכיח	

המספר	טענה	נימוק
7	$\angle OCF = \angle OAC$	זווית בין משקיף לאיזו. לתי 2
8	$\angle OCF = \angle BAC$	כאן התקרה. לתי 3, 7
9	$\triangle ABC \sim \triangle CDF$	משפט דמיון 5.5 לתי 6, 8
10	$\frac{AB}{CD} = \frac{BC}{DF} = \frac{AC}{CF}$	יחס הצלעות המתא. לתי 7 במשולשים הדומים. לתי 9
11	$BC \cdot CD = AB \cdot DF$	נוכח מ-10
12	$BC = CD$	מול זווית הידועה שולח התקרה מונחים
13	$BC^2 = AB \cdot DF$	מיישרים שוליים. לתי 3 לתי 11, 12
14	$\frac{S_{ABC}}{S_{CDF}} = 6.25$	נתון
15	$DF = 4$	נתון
16	$\frac{S_{ABC}}{S_{CDF}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 = \left(\frac{BC}{DF}\right)^2$	יחס השטחים של משולשים דומים שווה ליחס הריבוע הצלעות המתא. לתי 10
17	$\left(\frac{BC}{4}\right)^2 = 6.25$	לתי 10, 15 לתי 14, 15, 16

המספר	לחץ	ניחוי
18	$BC = 10$	חשוב. לפי 17
19	$AB = 25$	חשוב. לפי 17, 18, 12
20	$\angle CDF = 90^\circ$	נכון
21	$\angle ADC = 90^\circ$	לפי 5, 20
22	$\angle ABC = 90^\circ$	ש"ל נלכדו בהרובע חסום בהקדמה של 15. לפי 1, 21
23	$AC^2 = BC^2 + AB^2$	משפט פיתגורס במשולש ABC
24	$AC^2 = 10^2 + 25^2$	לפי 18, 19, 23
25	$AC = \sqrt{725}$	חשוב
26	$2R = AC$	מחזא/היזם יסרה מורה דוטר בהקדמה.
27	$R = \frac{\sqrt{725}}{2} = 13.463$	לפי 22
	$\angle$	



5. בסרטוט שלפניכם משולש ABC.

הנקודה E נמצאת על הצלע AC.

נתון: $BC = 25$, $AC = 20$, $AB = 12$.

א. מצאו את גודל הזווית BAC.

נתון כי אורך הקטע AE שווה לרדיוס המעגל החוסם את

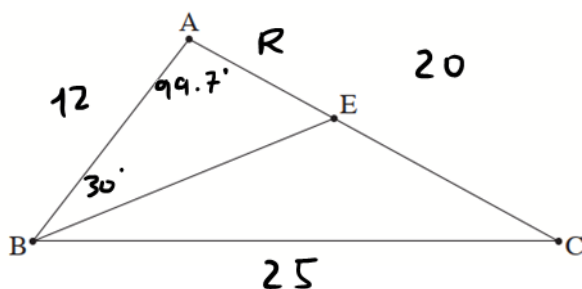
המשולש ABE.

ב. מצאו את גודל הזווית ABE.

ג. מצאו את אורך הקטע EC.

הנקודה K נמצאת על הצלע BC כך ששטח המשולש ECK הוא 32.

ד. מצאו את אורך הקטע CK.



$$\angle BAC = 99.7^\circ$$

1. $\triangle ABC$:

$$25^2 = 20^2 + 12^2 - 2 \cdot 20 \cdot 12 \cdot \cos \angle A$$

$$625 = 544 - 480 \cos \angle A$$

$$81 = -480 \cos \angle A$$

$$\cos \angle A = \frac{81}{-480} \quad \angle A = 99.7^\circ$$

$$AE = R \quad \text{נניח}$$

$$\triangle ABE: \frac{AE}{\sin \angle B} = 2R$$

$$\frac{R}{\sin \angle B} = 2R$$

$$\div: 2R$$

$$R = 2R \sin \angle B$$

$$\frac{R}{2R} = \sin \angle B$$

$$\frac{1}{2} = \sin \angle B$$

$$\angle ABE = 30^\circ$$





ג. מצאו את אורך הקטע EC.

א

הנקודה K נמצאת על הצלע BC כך ששטח המשולש ECK הוא 32.

ד. מצאו את אורך הקטע CK.

$$\triangle ABE: \angle E = 50.3^\circ$$

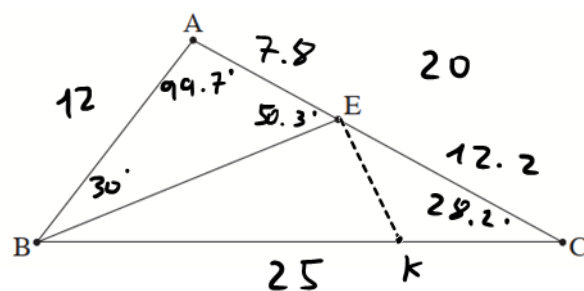
$$\frac{12}{\sin 50.3} = \frac{AE}{\sin 30}$$

$$AE = \frac{12 \sin 30}{\sin 50.3}$$

$$AE = 7.8$$

$$CE = 20 - 7.8$$

$$CE = 12.2$$



$$\triangle ABC: \frac{12}{\sin \angle C} = \frac{25}{\sin 99.7}$$

$$12 \sin 99.7 = 25 \sin \angle C$$

$$\sin \angle C = \frac{12 \sin 99.7}{25}$$

$$\angle C = 151.8^\circ \quad \text{or} \quad \angle C = 28.2^\circ$$

נניח

$$S_{ECK} = 32$$

$$S_{ECK} = 32 = \frac{CK \cdot 12.2 \cdot \sin 28.2}{2}$$

$$64 = CK \cdot 12.2 \cdot \sin 28.2$$

$$CK = 11.1$$



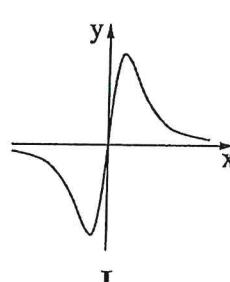
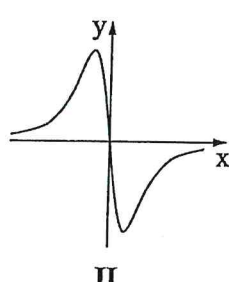
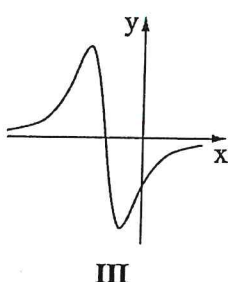
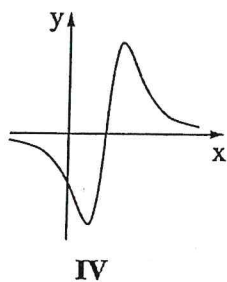


6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$, המוגדרת לכל x .

- א. מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
 ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = -2$ ו- $x = 2$.



נתיב

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} = \frac{2}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{x}$$





$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$$

$\nearrow 2x$
 $\nwarrow 2x$

(1) (2)

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 9) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 2x - 2x^3 + 18x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{20x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$\frac{20x}{(x^2 + 1)^2} = 0$$

||
✓

$$20x = 0 \quad | :20$$

$$x = 0$$

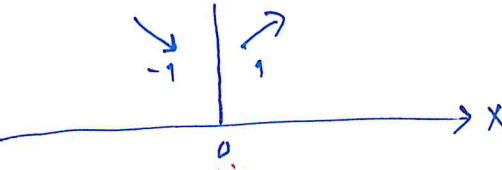
$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$$

(0,)
~~~~~

$$f(0) = \frac{0^2 - 9}{0^2 + 1} + 1 = -8$$

(0, -8)





$$f'(x) = \frac{20x}{(x^2+1)^2}$$

המנהיג היחיד הוא x, ולכן להיפוך  
סימן יתכן שיהיה גם חיובי וגם שלילי.

$$f'(-1) = 20 \cdot (-1) = -20 \quad \text{(שלילי) מח' יו'ני}$$

$$f'(1) = 20 \cdot 1 = 20 \quad \text{(חיובי) מח' יו'ני}$$

$$(0, \text{min})$$

$$(2) \quad \text{מח' יו'ני: } x > 0$$

$$\text{מח' יו'ני: } x < 0$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$$

(2)

$$f(x) = 0 \rightarrow 0 = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1 \quad \left| \cdot (x^2 + 1) \right.$$

$$0 = x^2 - 9 + x^2 + 1$$

$$0 = 2x^2 - 8$$

$$2x^2 = 8$$

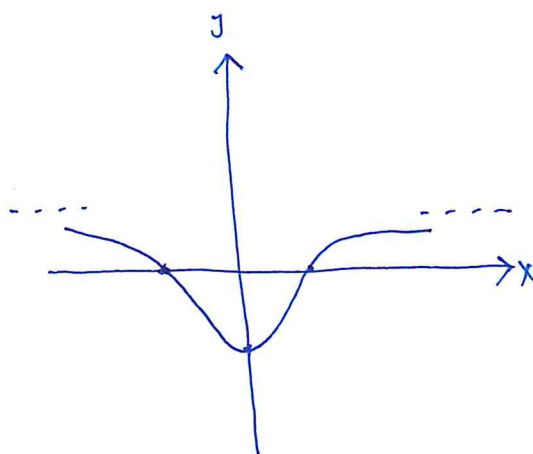
$$x^2 = 4$$

$$x = \pm \sqrt{4}$$

$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

!!

$$(2, 0), (-2, 0)$$

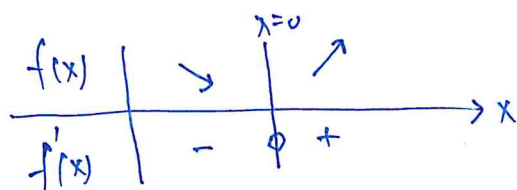


(3)





היטען נאכעם אפ און ווייניגער דין  $f'(x) - f(x)$ .



גאנצן אפאקאט,  $f'(x)$  הייזער,  $f(x)$  גאנצן  
גאנצן,  $f(x)$  גאנצן,  $f'(x)$  גאנצן  
גאנצן הייזער,  $f(x)$  גאנצן,  $f'(x)$  גאנצן.

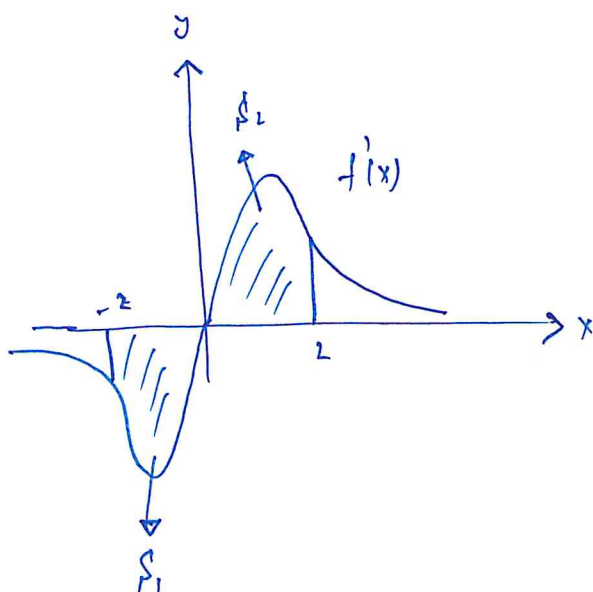
$\leq$   $f'(x)$  הייזער,  $f(x)$  גאנצן,  $f'(x)$  גאנצן  
 $f'(x)$  גאנצן,  $f(x)$  גאנצן,  $f'(x)$  גאנצן  
 $f'(x) = 0$  גאנצן,  $f(x)$  גאנצן,  $f'(x)$  גאנצן.

$\leq$  גאנצן,  $f(x)$  גאנצן,  $f'(x)$  גאנצן.





(2)



$$S_1 = \int_{-2}^0 (0 - f'(x)) dx = \int_{-2}^0 -f'(x) dx = \left[ -f(x) \right]_{-2}^0 =$$

$$= -f(0) - (-f(-2)) = -f(0) + f(-2) = -(-8) + 0 = 8$$

$$(f(-2)=0, f(0)=-8 \text{ : נתון})$$

$$S_2 = \int_0^2 f'(x) dx = \left[ f(x) \right]_0^2 = f(2) - f(0) = 0 - (-8) = 8$$

$$(f(0)=-8, f(2)=0 \text{ : נתון})$$

$$S_{\text{כול}} = S_1 + S_2 = 8 + 8 = 16$$

$$S = 16$$



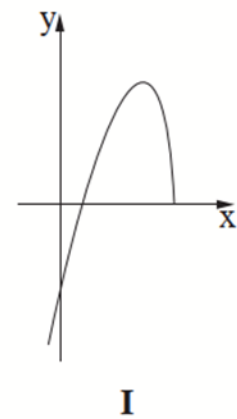
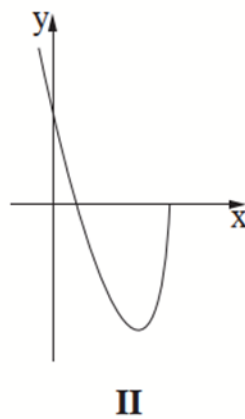
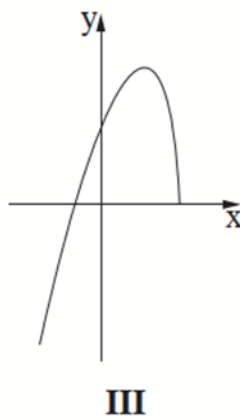
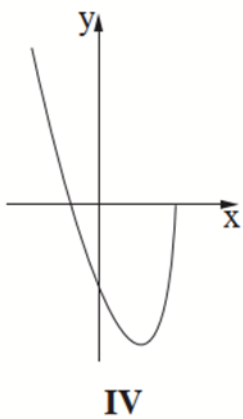


7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = (3x - 9) \cdot \sqrt{15 - x}$ .

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.
- מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = f(x + 6)$ , המוגדרת בתחום  $x \leq 9$ .

- קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה  $g(x)$ . נמקו את קביעתכם.
- מה הם שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה  $g(x)$ ?



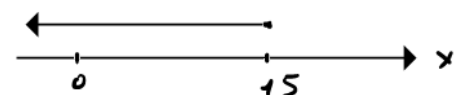
$$f(x) = (3x - 9) \sqrt{15 - x}$$

$$15 - x \geq 0$$

$$-x \geq -15 \quad | : -1$$

$$x \leq 15$$

ק. תחום ההגדרה



$$f(0) = (0 - 9) \cdot \sqrt{15 - 0}$$

$$= -9\sqrt{15} \approx -34.86$$

פ. חיתוך צירי x:

$$\begin{matrix} (0, -34.86) \\ (15, 0) \quad (3, 0) \end{matrix}$$

$$f(x) = 0 = (3x - 9) \sqrt{15 - x}$$

$$3x - 9 = 0$$

$$x = 3$$

$$15 - x = 0$$

$$x = 15$$



$$f(x) = (3x-9)\sqrt{15-x}$$

7. נק' צ'קין

$$u = 3x-9 \quad v = \sqrt{15-x}$$

$$u' = 3 \quad v' = \frac{-1}{2\sqrt{15-x}}$$

$$(uv)' = u'v + v'u$$

$$f'(x) = \frac{3\sqrt{15-x}}{1} + (3x-9) \cdot \frac{(-1)}{2\sqrt{15-x}}$$

$$= \frac{3\sqrt{15-x}}{1} - \frac{(3x-9)}{2\sqrt{15-x}} = \frac{6(15-x) - (3x-9)}{2\sqrt{15-x}}$$

$$= \frac{90-6x-3x+9}{2\sqrt{15-x}} = \frac{-9x+99}{2\sqrt{15-x}}$$

$$f'(x) = \frac{-9x+99}{2\sqrt{15-x}} = \frac{0}{1}$$

$$\begin{aligned} -9x+99 &= 0 \\ 99 &= 9x \quad x = 11 \end{aligned}$$

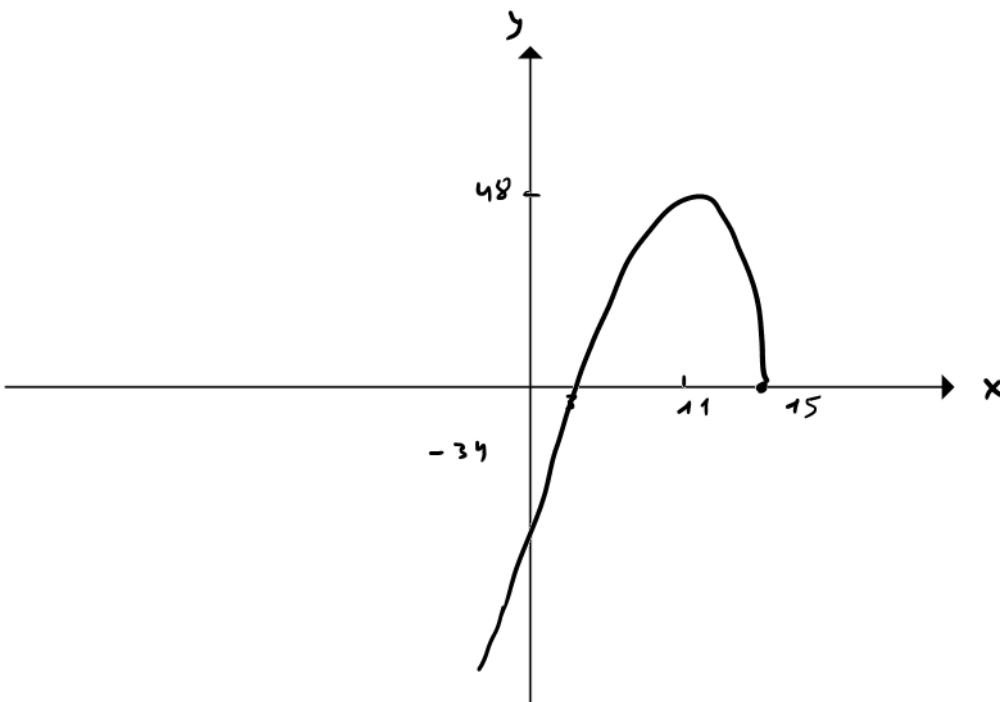
| x  |   | 11  |   | 15  |
|----|---|-----|---|-----|
| f' | + | 0   | - | קצה |
| f  | ↗ | max | ↘ | min |

$$f'(10) = \frac{-9 \cdot 10 + 99}{+} = +$$

$$f(11) = (33-9)\sqrt{15-11} = 48$$

$$f'(12) = \frac{-9 \cdot 12 + 99}{+} = -$$

$$\begin{aligned} \max(11, 48) \\ \min(15, 0) \end{aligned}$$

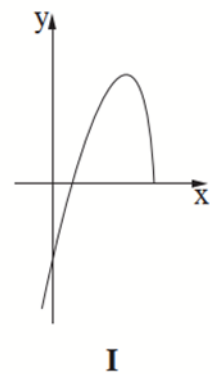
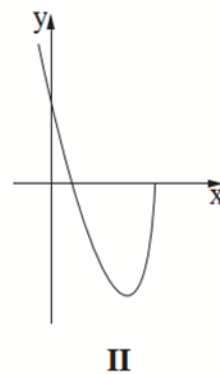
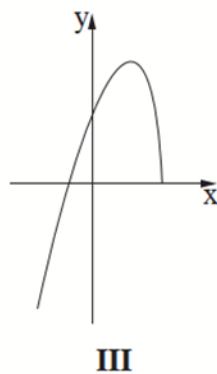
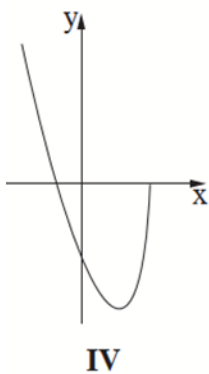


ד סק' 3ה

נתונה הפונקצייה  $g(x) = f(x + 6)$ , המוגדרת בתחום  $x \leq 9$ .

ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה  $g(x)$ . נמקו את קביעתכם.

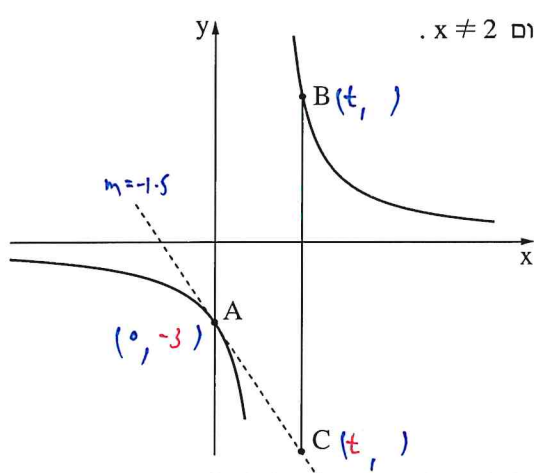
(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה  $g(x)$ ?



ה (1)  $f(x)$  קצב 6 יחידות שמאלה של  $f(x)$   
ולכן - עכף III

ה (2) הנק' (11, 48) קצב 6 יחידות  
לשמאל - הנק' היא (5, 48)





8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה  $f(x) = \frac{a}{x-2}$ , המוגדרת בתחום  $x \neq 2$ .

a הוא פרמטר שונה מ-0.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה-y.

דרך הנקודה A העבירו משיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתון כי שיפוע המשיק הוא -1.5.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו  $a = 6$  בפונקצייה  $f(x)$ , וענו על הסעיפים ב-ג.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה  $f(x)$ , בתחום  $x > 2$ .

הנקודה C נמצאת על המשיק כך שהקטע BC מקביל לציר ה-y.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה B.

ג. (1) הביעו באמצעות t את אורך הקטע BC.

(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע BC הוא מינימלי.

תשובה

$$f(x) = \frac{a}{x-2}, \quad x \neq 2$$

$$A(0, -3)$$

$$f(0) = \frac{a}{0-2}$$

$$f(0) = -\frac{a}{2}$$

$$A(0, -\frac{a}{2})$$





$$f'(0) = -1.5$$

נניח:

↓

$$x = 0$$

$$f' = -1.5$$

$$f(x) = \frac{a}{x-2} \rightarrow 0$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (x-2) - a \cdot 1}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-a}{(x-2)^2}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ f'=-1.5 \end{cases} \quad \text{נניח}$$

$$-1.5 = \frac{-a}{(0-2)^2}$$

$$\frac{4}{-1.5} = \frac{-a}{4} \quad | \cdot 4$$

$$-6 = -a$$

$$a = 6$$





$$q=6 \quad \text{נ"ק}$$

$$f(x) = \frac{6}{x-2}$$

17

$$\underline{A(0, 1)}$$

$$f(0) = \frac{6}{0-2}$$

$$f(0) = -3$$

$$A(0, -3)$$

נ"ק  
1

$$m = -1.5$$

$$A(0, -3)$$

$$y + 3 = -1.5(x - 0)$$

$$y = -1.5x - 3$$





12 (ii) נסמן:  $x_g = t$

BC מיקומו לפני ה-1, ולכן  $x_c = x_g = t$

הינקונו C נמצאה על הישר

$y = -1.5x - 1$

$C(t, 1)$

$y = -1.5x - 1$

11

$C(t, -1.5t - 1)$

הינקונו B נמצאה על הישר

$f(x) = \frac{6}{x-2}$

$B(t, 1)$

$f(t) = \frac{6}{t-2}$

$B(t, \frac{6}{t-2})$





$$B\left(t, \frac{6}{t-2}\right)$$

$$C\left(t, -1.5t - 1\right)$$

$$B - C = \frac{6}{t-2} - (-1.5t - 1) = \frac{6}{t-2} + 1.5t + 1$$

$$B - C = \frac{6}{t-2} + 1.5t + 1$$

$$f(t) = \frac{6}{t-2} + 1.5t + 1$$

יחידות:  $\frac{6}{t-2}$  (0)  $1.5t + 1$  (1)

(2)

נמצא אינטגרל  $f(t)$

$$f'(t) = \frac{0 \cdot (t-2) - 6 \cdot 1}{(t-2)^2} + 1.5$$

$$f'(t) = \frac{-6}{(t-2)^2} + 1.5$$



$$\frac{-6}{(t-2)^2} + 1.5 = 0 \quad | \cdot (t-2)^2$$

$$-6 + 1.5(t-2)^2 = 0$$

$$1.5(t-2)^2 = 6 \quad | : 1.5$$

$$(t-2)^2 = 4$$

$$t-2 = \pm \sqrt{4}$$

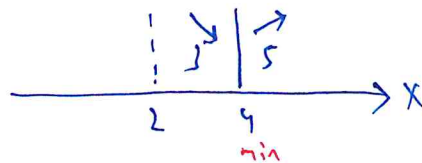
$$t-2 = 2 \quad \text{או} \quad t-2 = -2$$

$$t = 4$$

$$\cancel{t=0}$$

נסוג, כי

$$x_0 = t > 2$$



$$f'(t) = \frac{-6}{(t-2)^2} + 1.5$$

$$f'(3) = \frac{-6}{(3-2)^2} + 1.5 = -4.5 \left( \frac{1}{40} \right) \quad \text{מקסימום ימני}$$

$$f'(5) = \frac{-6}{(5-2)^2} + 1.5 = \frac{5}{6} \left( \frac{1}{6} \right) \quad \text{מקסימום שמאלי}$$

$$\boxed{t=4} \quad \text{מקסימום}$$