



פתרון הבחינה במתמטיקה

קיץ תשפ"ה, 2025, מועד א', שאלון 35471, גרסה 06:
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"





1. בבית ספר מסוים נערכה תחרות קפיצה לרוחק. התוצאות שהשיגו המשתתפים בתחרות התפלגו נורמלית. מרחק הקפיצה הממוצע היה 4.2 מטרים. 69.2% מן המשתתפים קפצו למרחק קטן מ-4.5 מטרים.
 - א. מצאו את סטיית התקן של מרחק הקפיצה.
 - ב. מהו אחוז המשתתפים שזכו במדליה?
 - ג. נתון כי 11 משתתפים זכו במדליה. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה משתתפים התחרו בקפיצה לרוחק?
- בבית הספר נערכה גם תחרות קפיצה לגובה. גם בתחרות זו התוצאות שהשיגו המשתתפים התפלגו נורמלית. גובה הקפיצה הממוצע היה 1.5 מטרים, וסטיית התקן הייתה 0.2 מטר. אלון השתתף בשתי התחרויות. התוצאה שלו בקפיצה לרוחק הייתה 4.8 מטרים ובקפיצה לגובה 1.75 מטרים.
 - ד. באיזו מן התחרויות, קפיצה לרוחק או קפיצה לגובה, הייתה התוצאה של אלון מדורגת במקום גבוה יותר בהשוואה למשתתפים האחרים? נמקו את תשובתכם.

נחין

הנחה (ניחה)

(1)

$$\bar{x} = 4.2$$

$$x = 4.5$$

$$69.2\% = 0.692$$

$$P = 0.692 \Rightarrow z = 0.5$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s} \rightarrow 0.5 = \frac{4.5 - 4.2}{s}$$

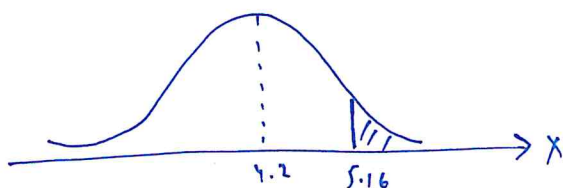
$$0.5 = \frac{0.3}{s}$$

$$s = \frac{0.3}{0.5} = 0.6$$

$$s = 0.6$$

הזדמנות לעתודה יש כעת חיים. אל תתפשרו עליה





27

$$x = 5.16$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

↓

$$z = \frac{5.16 - 4.2}{0.6}$$

$$z = 1.6$$

$$p(x > 5.16) = p(z > 1.6) = 1 - p(z < 1.6) = 1 - 0.945 = 0.055$$

$$0.055 \cdot 100\% = 5.5\%$$

5.5%

יחס קצה





12 למען: 19 מלומדים בנו קמפוס.

סטטיסטיקה: סטיית ממוצעת = N

דוגמא: קמפוס א. ו. 5.5 מלומדים בנו קמפוס.

לכן, למען:

$$0.055 \cdot N = 11$$

$$N = \frac{11}{0.055}$$

$$N = 200$$

למען: 200 מלומדים





קנינה לקונה

$$\bar{x} = 1.5$$

$$s = 0.2$$

$$x = 1.75$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$z = \frac{1.75 - 1.5}{0.2} = 1.25$$

קנינה לריח

$$\bar{x} = 6.2$$

$$s = 0.6$$

$$x = 6.8$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$z = \frac{6.8 - 6.2}{0.6} = 1$$

היחס של הלשון קנינה לקונה
לנוינה קונה יורח.

$z > z$
קנינה לקונה
קנינה לקונה





2. מתווך דירות רצה לבדוק את הקשר הליניארי בין שטח הדירות שנמכרו בחודש האחרון בשכונה מסוימת (המשתנה x) לבין המחיר שבו הן נמכרו (המשתנה y). בטבלה שלפניכם מופיעים הנתונים של 5 דירות שבדק המתווך.

שטח הדירה (מ"ר) – המשתנה x	מחיר הדירה (במיליוני שקלים) – המשתנה y
82	1
90	1.8
98	2.7
112	3.4
118	4.6

- א. (1) מצאו את הממוצע של שטח הדירות.
(2) מצאו את סטיית התקן של שטח הדירות.
- המתווך חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של המשתנה y , ומצא כי $\bar{y} = 2.7$, $S_y = 1.249$.
- ב. מצאו את מקדם המתאם r בין שני המשתנים.
- ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .
- ד. על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי למחיר של דירה שהשטח שלה הוא 95 מ"ר?
- עקב עליית המחירים במשק, גדל המחיר של כל דירה ב-0.2 מיליון שקל.
- ה. קבעו בעבור כל אחד מן המדדים (1)–(2) שלפניכם, אם הערך שלו גדל, קטן או לא השתנה. נמקו את קביעותיכם.
- (1) סטיית התקן של המשתנה y .
- (2) מקדם המתאם r .

ניבוי

$$\bar{x} = \frac{82 + 90 + 98 + 112 + 118}{5} = \frac{500}{5} = 100$$

(1) (2)

$$\bar{x} = 100$$

הערה:





$$s = \sqrt{\frac{(82-100)^2 \cdot 1 + (90-100)^2 \cdot 1 + (98-100)^2 \cdot 1 + (112-100)^2 \cdot 1 + (118-100)^2 \cdot 1}{5}}$$

$$s = 13.39$$

$$s_x = 13.39$$

לכן:

$$s_y = 1.249, \quad \bar{y} = 2.7$$

$$r = !$$

לכן נחשב את $(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})$ ונחלק ב- $n \cdot s_x \cdot s_y$.

$$(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y}) = (82-100)(1-2.7) + (90-100)(1.8-2.7) + (98-100)(2.7-2.7) + (112-100)(3.7-2.7) + (118-100)(4.6-2.7) = 82.2$$

$$r = \frac{1}{n \cdot s_x \cdot s_y} \cdot \left[(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y}) \right]$$

ו)

$$r = \frac{1}{5 \cdot 13.39 \cdot 1.249} \cdot 82.2 = 0.983$$

$$r = 0.983$$





(2)

$$m = r \cdot \frac{s_y}{s_x}$$

↓

$$m = 0.983 \cdot \frac{1.249}{13.39} = 0.092$$

נא ו גוקוסיה זיקו ג'ולה הננונעז, $(\bar{x}, \bar{y})$,
 ג'ולה ג'ולה $(100, 2.7)$

נעז,

$$m = 0.092$$

$$(100, 2.7)$$

$$y - 2.7 = 0.092(x - 100)$$

$$y - 2.7 = 0.092x - 9.2$$

$$y = 0.092x - 6.5$$

נא, ז'ולה: $x = 95$
 $y = ?$

$$y = 0.092x - 6.5$$

$$: x = 95 \quad (נא)$$

$$y = 0.092 \cdot 95 - 6.5 = 2.24$$

ז'ולה: 2.24 ג'ולה ז'ולה





$$\begin{matrix} (כחגט) \\ \text{לחיו} \\ \text{(יוה)} \\ \text{חגט} \end{matrix} = \begin{matrix} (כחגט) \\ \text{לחיו} \\ \text{(יוה)} \\ \text{חגט} \end{matrix} + 0.2$$

(ג)

וואסנאטא קרייז און טאקע וואס טאקע היינא אלא קרייז גאטא, ז.

(1) טאקע היינא און גאטא, ז. אלא גאטא, ז.

(2) קרייז גאטא, ז. אלא גאטא, ז.





3. חלק מן התלמידים בשכבת י"א בבית ספר מסוים הם בנים והשאר הן בנות. חלק מן התלמידים בשכבה מתנדבים והשאר אינם מתנדבים.

75% מתלמידי השכבה מתנדבים.

$\frac{3}{5}$ מן התלמידים שמתנדבים הם בנות.

נתון כי מספר הבנות שמתנדבות גדול פי 3 ממספר הבנות שאינן מתנדבות.

א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מן השכבה בת שמתנדבת?

ב. מצאו את אחוז הבנים בשכבה.

בחרים באקראי תלמיד מן השכבה.

ג. ידוע שהתלמיד שנבחר הוא בן. מהי ההסתברות שהוא מתנדב?

בכתבה שהכינה דנה לעיתון השכבה היא כתבה:

"אחוז המתנדבות מבין הבנות בשכבה גדול מאחוז המתנדבים מבין הבנים בשכבה".

ד. האם המשפט שכתבה דנה נכון? נמקו את תשובתכם.

נחיה

י"א נקני ט"ז 13-ממנן ל-ממנן הנחיה

	בנות	בנים	
מתנדבים	0.75	0.3	
לא מתנדבים	0.25	0.1	
	1	0.4	



נמצא: - 75% מהמניין וולנדק הממונה

||

$$P(\text{ממונה}) = 0.75$$

- $\frac{1}{5}$ מן הימנים שממונה ויק ינל

||

$$P(\text{ממונה} / \text{ינל}) = \frac{1}{5}$$

נמצא גרסיה (הממונה) למחנה:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

||

$$\frac{P(\text{ינל} / \text{ממונה})}{P(\text{ממונה})} = \frac{1}{5}$$

||

$$\frac{P(\text{ינל} / \text{ממונה})}{0.75} = \frac{1}{5} \quad | \cdot 0.75$$

||

$$P(\text{ינל} / \text{ממונה}) = 0.45$$





מסתו היקרה שמעונתה קרול פי 3 למסגר היקרה שגילן שמעונתה

ו)

$$\frac{\text{מסתו היקרה}}{\text{שגילן שמעונתה}} = \frac{0.45}{3} = 0.15$$

ואליהם גם (הקלה):

$$p(\text{קרן שמעונתה}) = 0.45 - 0.15 = 0.3$$

$$p(\text{אין שמעונתה}) = 1 - 0.45 = 0.55$$

$$p(\text{קרן}) = 0.45 + 0.15 = 0.6$$

$$p(\text{קרן}) = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$p(\text{קרן לא שמעונתה}) = 0.6 - 0.3 = 0.3$$

$$p(\hat{\text{קרן}} | \text{שמעונתה}) = 0.45$$





$$P(\text{גן}) = 0.4$$

(ג)

הסיקני: 60%

$$P(\text{המונח} / \text{גן}) = ?$$

(ד)

$$P(\text{גן} / \text{המונח}) = \frac{P(\text{המונח} / \text{גן})}{P(\text{גן})} = \frac{0.3}{0.4} = 0.75$$

הסיקני: $P = 0.75$

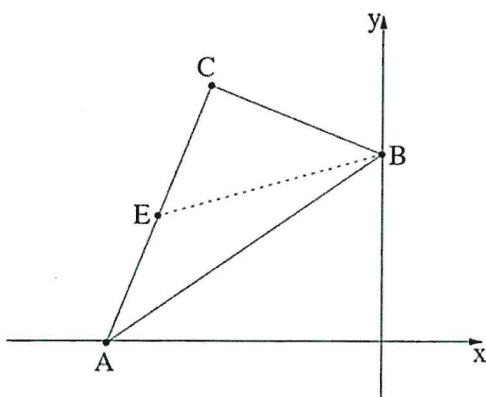
(ה) הדגן, זה האמין. זה גרני.

$$P(\text{המונח} / \text{הגן}) = \frac{P(\text{המונח} / \text{הגן})}{P(\text{הגן})} = \frac{0.45}{0.6} = 0.75 \quad (= 75\%)$$

$$P(\text{הגן} / \text{המונח}) = \frac{P(\text{המונח} / \text{הגן})}{P(\text{הגן})} = \frac{0.3}{0.4} = 0.75 \quad (= 75\%)$$

היואל, להאמין, ולכן זה שגרני, זה גרני.





4. בסרטוט שלפניכם משולש ישר זווית ABC ($\angle ACB = 90^\circ$).

הקודקוד B נמצא על ציר ה-y.

נתון כי שיעורי הקודקוד A הם $(-16, 0)$,

ומשוואת הצלע CB היא $y = -\frac{2}{5}x + 11$.

א. מצאו את משוואת הצלע AC.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

BE הוא תיכון לצלע AC.

ג. (1) מצאו את אורך הקטע EC.

(2) מצאו את גודל הזווית CEB.

הנקודה K נמצאת על הקטע EB.

נתון: שטח המשולש AEK הוא 30.

ד. מצאו את אורך הקטע EK.

פתרון

א. שיעורי קודקוד B:

נציב $x=0$ במשוואת CB
 $y_B = 11$

נתיב: $AC \perp CB$

ולכן שיפוע AC הוא הופכי ונגדי

שיפוע CB $m_{CB} = -\frac{2}{5}$

$m_{AC} = \frac{5}{2} = 2.5$

נציב בנוסחה משוואת ישר שיפוע זה

יחזיק עם שיעורי נק' A $(-16, 0)$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

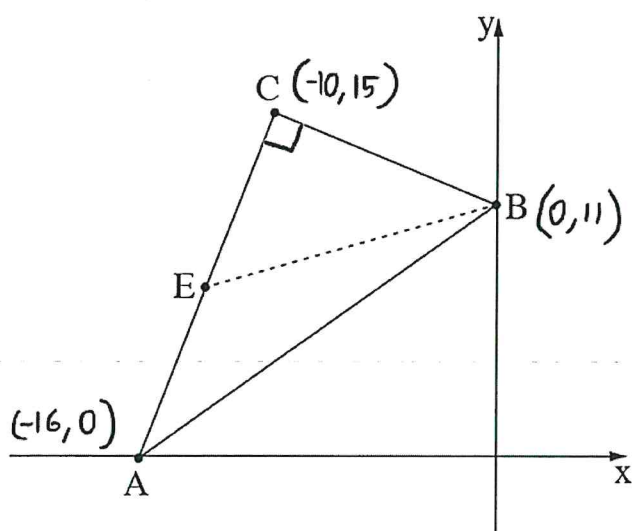
$$y - 0 = 2.5(x - (-16))$$

$$y = 2.5x + 40$$

ולכן משוואת AC היא:

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





ב. נק' C היא נק' חיתוך $AC \perp BC$:

$$\begin{cases} y = 2.5x + 40 \\ y = -\frac{2}{5}x + 11 \end{cases}$$

$$2.5x + 40 = -\frac{2}{5}x + 11$$

$$2.9x = -29$$

$$x = -10$$

$$y = 2.5 \cdot (-10) + 40 = 15$$

נציב חזרה:

שיעורי נק' C הם $C(-10, 15)$

ד. (1) BE נטון על AC ועל E אמצע AC :

$$AE = EC = \frac{1}{2}AC$$

$$AC = \sqrt{(-10+16)^2 + (15-0)^2} = 3\sqrt{29} = 16.155$$

אורך הצלע AC :

$$EC = AE = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{29} = 8.078 = \frac{3}{2}\sqrt{29}$$

מחצית הצלע AC זה אורך הקטע EC :

(2) נחשב את אורך BC ונמצא בסימטריות שמיאלה הזווית :

$$BC = \sqrt{(0+10)^2 + (15-11)^2} = 2\sqrt{29} = 10.77$$

ABCE הוא ישר זווית. ננסה מנמק שמיאלה הזווית CEB אולי

$$\angle CEB = \alpha \quad \text{נסמן } \alpha$$

$$\tan(\alpha) = \frac{BC}{CE}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{2\sqrt{29}}{\frac{3}{2}\sqrt{29}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{4}{3}$$

$$\alpha = 53.13^\circ$$

זכור זווית CEB הוא

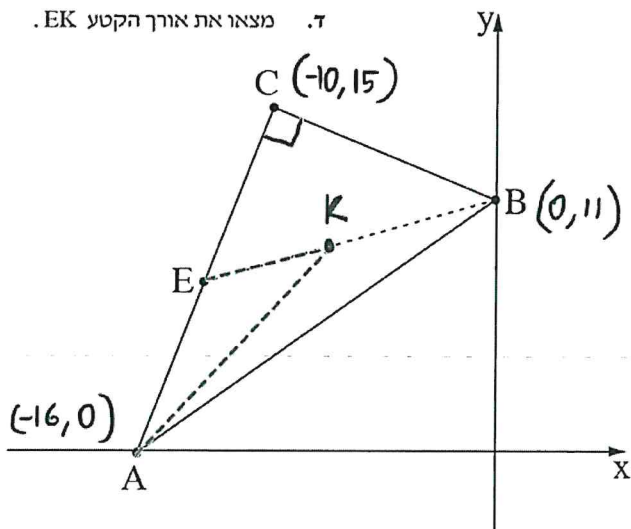




הנקודה K נמצאת על הקטע EB.

נתון: שטח המשולש AEK הוא 30.

ד. מצאו את אורך הקטע EK.



$$S_{AEK} = 30$$

3. נניח:

זווית AEK מציינת 180° את זווית CEB:

$$\angle AEK = 180^\circ - 53.13^\circ = 126.87^\circ$$

נסמן את אורך הקטע $EK = a$

ונבטא את שטח $\triangle AEK$:

$$\frac{AE \cdot EK \cdot \sin(\angle AEK)}{2} = S_{AEK}$$

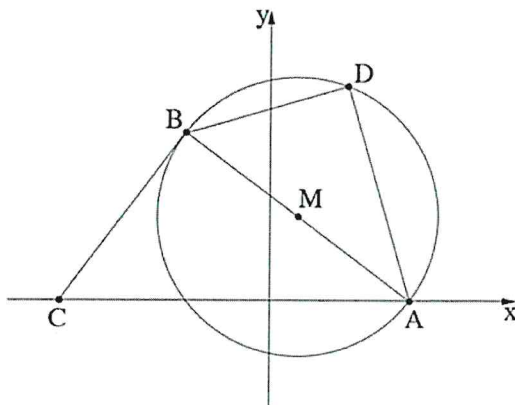
$$\frac{\frac{3}{2}\sqrt{29} \cdot a \cdot \sin(126.87^\circ)}{2} = 30$$

$$a = 9.285$$

$$EK = 9.285$$

אזכרן אורך הקטע EK הוא





5. בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו M.
- המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודה A.
- הנקודה B נמצאת על המעגל כך ש-AB הוא קוטר במעגל.
- דרך הנקודה B העבירו משיק למעגל, החותך את ציר ה- x בנקודה C.
- נתון כי משוואת המעגל היא $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 100$.
- א. מצאו את שיעורי הנקודה A.
- ב. מצאו את משוואת המשיק BC.
- ג. מצאו את אורך הצלע AC.
- הנקודה D נמצאת על המעגל כך ש-AB חוצה את הזווית DAC.
- ד. (1) הסבירו מדוע $\angle ADB = 90^\circ$.
- (2) הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ADB$.
- ה. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח המשולש ADB.

פתרון:

א. נק' A נמצאת על ציר ה- x ולכן שיעור ה- y שלה הוא אפס

$$y_A = 0$$

$$(x-2)^2 + (y-6)^2 = 100$$

$$(x-2)^2 + (-6)^2 = 100 \quad / -36$$

$$(x-2)^2 = 64 \quad / \sqrt{}$$

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ x-2 = -8 \quad x-2 = 8 \\ x = -6 \quad x = 10 \end{array}$$

נציב במשוואת המעגל:

נבחי בפתרון החיובי (נק' מ'מין פראשיג הצירוף) ולכן שיעורי הנקודה A

$$A(10, 0)$$

הפ:

$$\begin{array}{l} R^2 = 100 \\ R = 10 \end{array}$$

ב. נצבה על משוואת המעגל שרצ'וס המעגל הוא:

$$M(2, 6) \quad \text{נמצא בנק'}$$





המשק סעיף ק: AB הוא קוטר e מ במרכזו. נמצא שיטורי נק' B בעזרת נוסחאות אמצע קטע:

$$x_m = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_m = \frac{y_B + y_A}{2}$$

$$2 = \frac{10 + x_B}{2}$$

$$6 = \frac{y_B + 0}{2}$$

$$x_B = 4 - 10$$

$$y_B = 12$$

$$x_B = -6$$

ופכן שיטורי נק' B הק $B(-6, 12)$

$$m_{BM} = \frac{6 - 12}{2 - (-6)} = -\frac{3}{4}$$

שיפוע הרציוס BM הוא:

מטיק מאונק ערציוס בנקודת ההשקה ופכן שיפוע המטיק BC
הופכי ונצבי עשיפוע הרציוס ענק B:

$$m_{BC} = \frac{4}{3}$$

נציב את שיטורי נק' B והשיפוע בנוסחה עמשואת ישר:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 12 = \frac{4}{3}(x - (-6))$$

$$y = \frac{4}{3}x + 20$$

משוואת המטיק BC היא

ל- נק' C נמצאת ע ציר ה x ופכן שיטור ה y שלה הוא אפס.

עמציואת שיטור ה x ע נק' C נציב $y = 0$ בעתיון ע סעיף ג:

$$0 = \frac{4}{3}x + 20$$

$$\frac{4}{3}x = -20$$

$$x = -15$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה

$$C(-15, 0)$$

המשק בסעיף ג: שיטותי נק' C הם

$$A(10, 0)$$

בסעיף א' מצאנו את שיטותי נק' A

ולכן אורך הצלע AC הוא הפרש שיטותי ה' א' שתי הנקודות:

$$AC = X_A - X_C = 10 - (-15)$$

$$AC = 25$$

3. (ו) נק' D נמצאת על המעגל, ולכן זווית BDA היא זווית היקפית.
כיוון ש AB הוא קוטר, זווית BDA היא זווית היקפית הנשענת
על קוטר, ומכאן היא שווה 90° .

(2) נתון ש AB חוצה את זווית DAC ולכן נוכח פסאג:
(ב) $\angle DAB = \angle BAC = \alpha$

בסעיף ב' מצאנו שהמשק BC מאונק לרביעית MB ולכן $\angle CBA = 90^\circ$
ובעזרת בית בסעיף 3. (ו) נוכח להסיק: (ב) $\angle CBA = \angle BDA$

ולכן משפט צמחן, זווית, זווית נוכח להסיק:
 $\triangle ABC \sim \triangle ADB$

ה. יחס השטחים בין המשולש צומח שווה ליחס הקו' בין המשולשים
בריבוע. נחשב את היחס בין היתר של שני המשולשים

ונעלה בריבוע. את אורך היתר AC מצאנו בסעיף ג': $AC = 25$

$$AB = \sqrt{(10+6)^2 + (12-0)^2} = 20$$

נחשב את אורך AB:



המשק סעיף ה: היחס הקווי בין המשולשים

$$\frac{AC}{AB} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

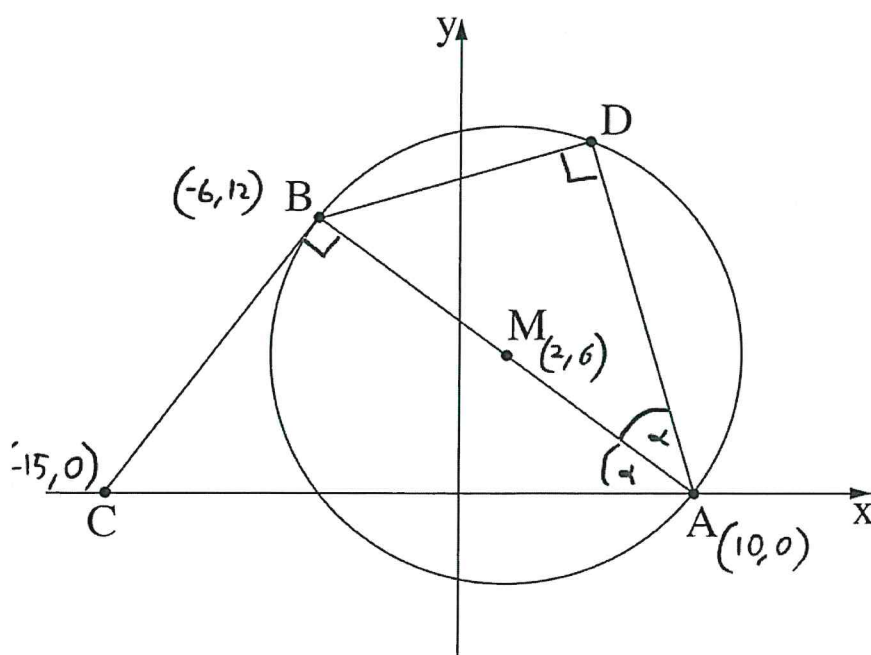
$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADB}} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

וסכן יחס השטחים יהיה:

$$S_{ABC} = \frac{25}{16} \cdot S_{ADB}$$

כדמור:

וסכן שטח משולש ABC גדול כי $\frac{25}{16}$ משולש ADB



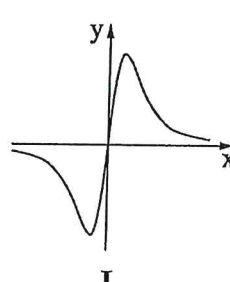
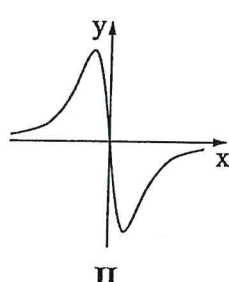
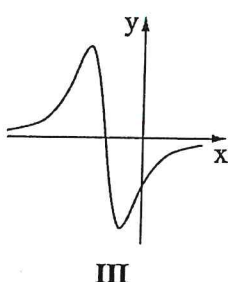
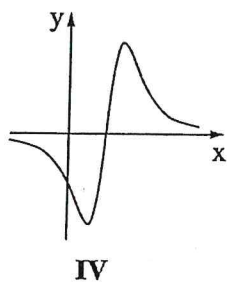


6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$, המוגדרת לכל x .

- א. מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
 ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = -2$ ו- $x = 2$.



נתיב

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} = \frac{2}{x} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{2}{x}$$





$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$$

$\nearrow 2x$
 $\nwarrow 2x$

(1) (2)

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 9) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 2x - 2x^3 + 18x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{20x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$\frac{20x}{(x^2 + 1)^2} = 0$$

||
✓

$$20x = 0 \quad | :20$$

$$x = 0$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$$

(0,)
~~~~~

$$f(0) = \frac{0^2 - 9}{0^2 + 1} + 1 = -8$$

(0, -8)



$$f'(x) = \frac{20x}{(x^2+1)^2}$$

המנהיג היחיד. אלא, ולכן, להיפך.  
סימן ייחודי למסלול, אלא, להיפך.

$$f'(-1) = 20 \cdot (-1) = -20 \quad \text{מחלק יוניק}$$

$$f'(1) = 20 \cdot 1 = 20 \quad \text{מחלק יוניק}$$

$$(0, \text{min})$$

$$(2) \quad \text{מחלק יוניק: } x > 0$$

$$\text{מחלק יוניק: } x < 0$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$$

(2)

$$f(x) = 0 \rightarrow 0 = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1 \quad \left| \cdot (x^2 + 1) \right.$$

$$0 = x^2 - 9 + x^2 + 1$$

$$0 = 2x^2 - 8$$

$$2x^2 = 8$$

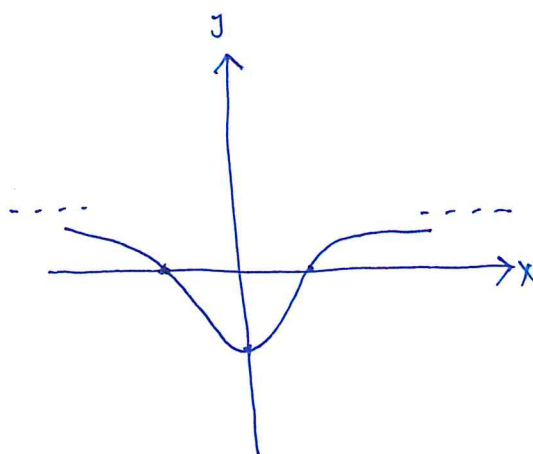
$$x^2 = 4$$

$$x = \pm \sqrt{4}$$

$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

!!

$$(2, 0), (-2, 0)$$

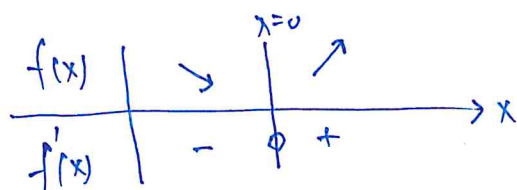


(3)





היטען נאכעם אפ און ווייניגער דין  $f'(x) - f(x)$ .



גאנצן אפ און,  $f'(x)$  הייזער,  $f(x)$  גאנצן,  $f'(x)$  גאנצן,  $f(x)$  גאנצן,  $f'(x)$  גאנצן,  $f(x)$  גאנצן.

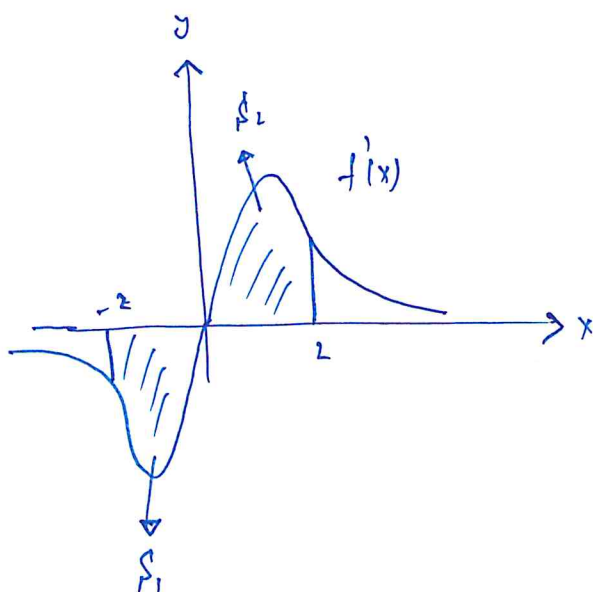
$\leq$   $f'(x)$  הייזער,  $f(x)$  גאנצן,  $f'(x)$  גאנצן,  $f(x)$  גאנצן,  $f'(x)$  גאנצן,  $f(x)$  גאנצן.

$\leq$   $f'(x)$  גאנצן,  $f(x)$  גאנצן,  $f'(x)$  גאנצן,  $f(x)$  גאנצן.





(2)



$$S_1 = \int_{-2}^0 (0 - f'(x)) dx = \int_{-2}^0 -f'(x) dx = \left[ -f(x) \right]_{-2}^0 =$$

$$= -f(0) - (-f(-2)) = -f(0) + f(-2) = -(-8) + 0 = 8$$

$$(f(-2)=0, f(0)=-8 \text{ : נתון})$$

$$S_2 = \int_0^2 f'(x) dx = \left[ f(x) \right]_0^2 = f(2) - f(0) = 0 - (-8) = 8$$

$$(f(0)=-8, f(2)=0 \text{ : נתון})$$

$$S_{\text{כול}} = S_1 + S_2 = 8 + 8 = 16$$

$$S = 16$$



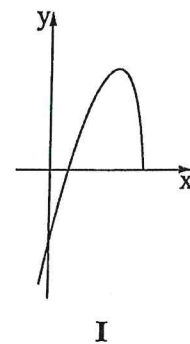
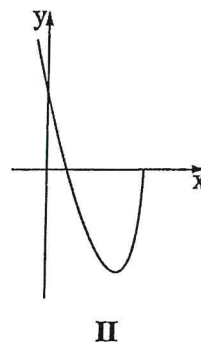
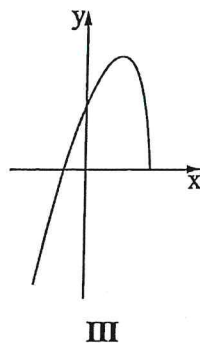
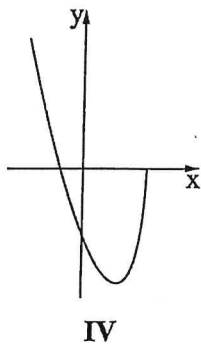


7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = (3x - 6) \cdot \sqrt{14 - x}$ .

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.
- מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = f(x + 5)$ , המוגדרת בתחום  $x \leq 9$ .

- קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה  $g(x)$ . נמקו את קביעתכם.
- מה הם שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה  $g(x)$ ?



טיוע

(1)

$$14 - x \geq 0$$

$$-x \geq -14 \quad (:\cdot -1)$$

$$x \leq 14$$

תחום הגדרה:  $x \leq 14$



$$f(x) = (3x-6) \cdot \sqrt{14-x}$$

(2)

$$x=0 \rightarrow f(0) = (3 \cdot 0 - 6) \cdot \sqrt{14-0}$$

$$f(0) = (-6) \cdot \sqrt{14} = -22.45$$

$$(0, -22.45)$$

$$f(x)=0 \rightarrow 0 = \underbrace{(3x-6)}_{\downarrow} \cdot \underbrace{\sqrt{14-x}}_{\rightarrow}$$

$$3x-6=0$$

$$3x=6$$

$$x=2$$

$$\sqrt{14-x} = 0 \quad |(\ )^2$$

$$14-x=0$$

$$x=14$$

$$(2, 0), (14, 0)$$



שאלה 12  
הנגזרת של  $f(x) = (3x-6) \cdot \sqrt{14-x}$

$$f(x) = \underbrace{(3x-6)}_3 \cdot \underbrace{\sqrt{14-x}}_{\frac{-1}{2\sqrt{14-x}}}$$

$$f'(x) = 3 \cdot \sqrt{14-x} + (3x-6) \cdot \frac{-1}{2\sqrt{14-x}}$$

$$f'(x) = \frac{3\sqrt{14-x}}{1} + \frac{(-3x+6)}{2\sqrt{14-x}}$$

$$f'(x) = \frac{6 \cdot (\sqrt{14-x})^2 - 3x + 6}{2\sqrt{14-x}}$$

$$f'(x) = \frac{6(14-x) - 3x + 6}{2\sqrt{14-x}}$$

$$f'(x) = \frac{84 - 6x - 3x + 6}{2\sqrt{14-x}}$$

$$f'(x) = \frac{-9x + 90}{2\sqrt{14-x}}$$





$$f'(x) = \frac{-9x + 90}{2\sqrt{14-x}}$$

$$\frac{-9x + 90}{2\sqrt{14-x}} = 0$$

||  
↓

$$-9x + 90 = 0$$

$$-9x = -90$$

$$x = 10$$

$$f(x) = (3x - 6) \cdot \sqrt{14-x}$$

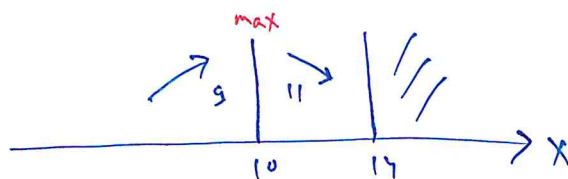
$$\underline{(10, )}$$

$$f(10) = (3 \cdot 10 - 6) \cdot \sqrt{14-10}$$

$$f(10) = 24 \cdot 2 = 48$$

$$(10, 48)$$





$$f'(x) = \frac{-9x + 90}{2\sqrt{16-x}}$$

המנון היחיד דומה,  $x < 16$ ,  
ואם ניקח את היחידה המינימלית (הקטנה)  
מינימלית הינו 16.

$$f'(9) = (-9) \cdot 9 + 90 = 9 \quad \text{המנון (מיני) 9}$$

$$f'(16) = (-9) \cdot 16 + 90 = -9 \quad \text{המנון (מקסי) -9}$$

$$\max (10, 48)$$





נקודה קיצונית של פונקציה

נמצא את הנקודה :  $x \leq 14$   $\Rightarrow$  נקודה קיצונית של  $x=14$

$$f(x) = (3x-6) \cdot \sqrt{14-x}$$

$$(14, \quad)$$

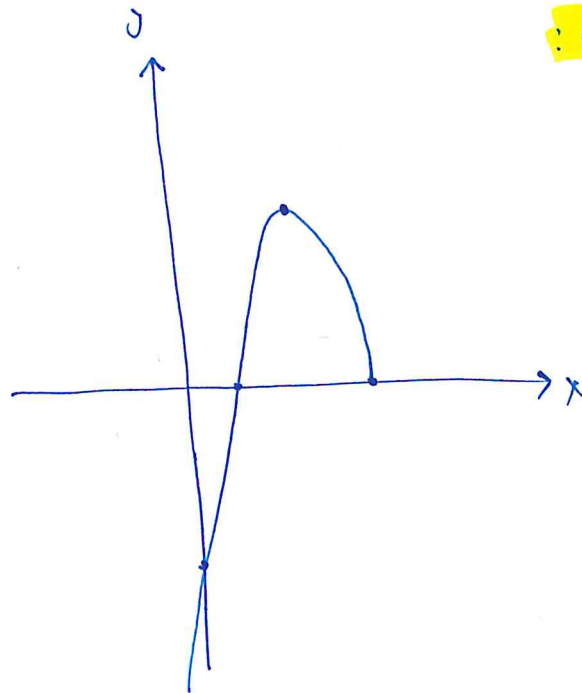
$$f(14) = (3 \cdot 14 - 6) \cdot \sqrt{14-14}$$

$$f(14) = 0$$

$$(14, 0)$$

זו נקודה קיצונית של הפונקציה :

$(14, 0)$  נקודה קיצונית



שאלה:

(1)

$$f(x) = -x^2 + 10x - 15, \quad x \leq 5$$

(1) (א)

$f(x)$  היא הפונקציה של  $f(x)$  וחיתול שטוחה,

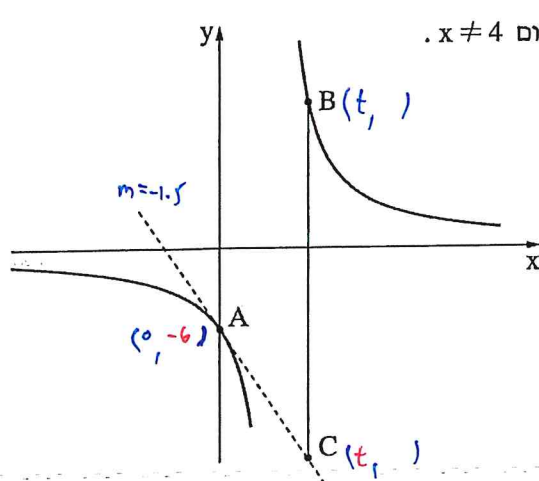
אלו:  $\max(5, 48)$ , מניקל קינן.  $(5, 0)$

מניקל קינן: אם נניח  $x = 5$ ,  $(5, 0)$ ,  $(-3, 0)$

מניקל קינן (מניקל קינן)  $f(x)$  היא קול III

(2) (א)  $\max(5, 48)$





8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה  $f(x) = \frac{a}{x-4}$ , המוגדרת בתחום  $x \neq 4$ .

a הוא פרמטר שונה מ-0.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה-y.

דרך הנקודה A העבירו משיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתון כי שיפוע המשיק הוא -1.5.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו  $a = 24$  בפונקצייה  $f(x)$ , וענו על הסעיפים ב-ג.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה  $f(x)$ , בתחום  $x > 4$ .

הנקודה C נמצאת על המשיק כך שהקטע BC מקביל לציר ה-y.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה B.

ג. (1) הביעו באמצעות t את אורך הקטע BC.

(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע BC הוא מינימלי.

פתרון

$$f(x) = \frac{a}{x-4}, \quad x \neq 4$$

$$A(0, )$$

$$f(0) = \frac{a}{0-4}$$

$$f(0) = -\frac{a}{4}$$

$$A(0, -\frac{a}{4})$$





$$f'(0) = -1.5$$

נניח:

||

$$\begin{cases} x=0 \\ f'=-1.5 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{a}{x-4} \rightarrow 0$$

$$f'(x) = \frac{0(x-4) - a \cdot 1}{(x-4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-a}{(x-4)^2}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ f'=-1.5 \end{cases} \quad \text{נניח}$$

$$-1.5 = \frac{-a}{(0-4)^2}$$

$$\frac{16}{-1.5} = \frac{-a}{16} \quad | \cdot 16$$

$$-24 = -a$$

$$a = 24$$





נ"ק  $a=27$

(2)

$$f(x) = \frac{27}{x-7}$$

$A(0, )$

$$f(0) = \frac{27}{0-7}$$

$$f(0) = -6$$

$$A(0, -6)$$

נ"ק  $m = -1.5$

$A(0, -6)$

$$y - (-6) = -1.5(x - 0)$$

$$y + 6 = -1.5x$$

$$y = -1.5x - 6$$





(1) (2)

משוואה:

$$x_B = t$$

BC מקבלת לפני ה-1, ולכן  
ימצאנו C נמצאת על הישר

$$x_C = x_B = t$$

$$y = -1.5x - 6$$

$$C(t, )$$

$$y = -1.5t - 6$$

נ"

$$C(t, -1.5t - 6)$$

ימצאנו B נמצאת על קו הנכנס

$$f(x) = \frac{24}{x-4}$$

$$g(t, )$$

$$f(t) = \frac{24}{t-4}$$

$$g(t, \frac{24}{t-4})$$





$$B(t, \frac{24}{t-4})$$

$$C(t, -1.5t - 6)$$

$$BC = B - C = \frac{24}{t-4} - (-1.5t - 6) = \frac{24}{t-4} + 1.5t + 6$$

$$BC = \frac{24}{t-4} + 1.5t + 6$$

$$f(t) = \frac{24}{t-4} + 1.5t + 6$$

$\xrightarrow{0}$   
 $\xrightarrow{1}$

יחידות: 3C

(2)

נמצא את הנקודה  $f(t)$ .

$$f'(t) = \frac{0 \cdot (t-4) - 24 \cdot 1}{(t-4)^2} + 1.5$$

$$f'(t) = \frac{-24}{(t-4)^2} + 1.5$$





$$\frac{1}{(t-4)^2} - \frac{24}{(t-4)^2} + 1.5 = 0 \quad | \cdot (t-4)^2$$

$$-24 + 1.5(t-4)^2 = 0$$

$$1.5(t-4)^2 = 24 \quad | :1.5$$

$$(t-4)^2 = 16$$

$$t-4 = \pm \sqrt{16}$$

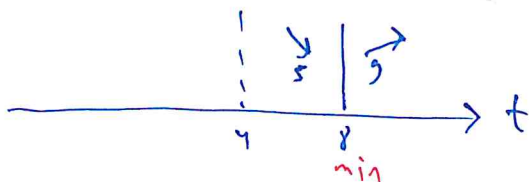
$$t-4 = 4 \quad \text{או} \quad t-4 = -4$$

$$t = 8$$

$$~~t = 0~~$$

נסו, נכון

$$x_g = t > 4$$



$$f'(t) = \frac{-24}{(t-4)^2} + 1.5$$

$$f'(5) = \frac{-24}{(5-4)^2} + 1.5 = -22.5 \text{ (שלילי)} \quad \text{מחץ}$$

$$f'(9) = \frac{-24}{(9-4)^2} + 1.5 = 0.5 \text{ (חיובי)} \quad \text{מחץ}$$

$$t = 8 \quad \text{מסקנה}$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה

