



פתרון הבחינה במתמטיקה

קיץ תשפ"ו, 2025, שאלון 35372 מועד ב:
תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת הקובץ



בגרות פה יולי 25 מועד קיץ ב שאלון 35372

**מאפצ'ל שמיצור סלטים מכינים שני סוגי סלטים: סלט גזר וסלט כרוב.
תהליך הייצור מורכב משני שלבים: קיצוץ וצרבוב.**

א. נסמן ב- x את מספר הקילוגרמים של סלט הגזר, וב- y את מספר הקילוגרמים של סלט הכרוב, שמכינים במפעל במחזור ייצור אחד.
נוסיף לטבלה הנתונה את האילוצים הנובעים מזמני העבודה של כל מכונה.

זמן הערבוב (ל- 1 קילוגרם)	זמן הקיצוץ (ל- 1 קילוגרם)	
2 דקות	6 דקות	x - סלט גזר
4 דקות	3 דקות	y - סלט כרוב
35 דקות לכל היותר	42 דקות לכל היותר	אילוץ

נרשום את מערכת האילוצים, הנובעת ממגבלת הזמנים של כל אחת מהמכונות, והן מהעובדה שכמויות הסלטים אינן שליליות.

תשובה: מערכת האילוצים של הבעיה היא:

$$\begin{cases} 6x + 3y \leq 42 \\ 2x + 4y \leq 35 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ב. נסרטט את התחום האפשרי המתאים לבעיה.

כדי לצייר את שני האילוצים הראשונים,

נבנה טבלת ערכים קטנה.

$$6x + 3y = 42$$

0	14
7	0

$$x = 0 \rightarrow 3y = 42 \rightarrow y = 14$$

$$y = 0 \rightarrow 6x = 42 \rightarrow x = 7$$

$$2x + 4y = 35$$

0	8.75
17.5	0

$$x = 0 \rightarrow 4y = 35 \rightarrow y = 8.75$$

$$y = 0 \rightarrow 2x = 35 \rightarrow x = 17.5$$

נמצא מה חצי המישור המתאים לכל אי שוויון.

$6x + 3y \leq 42$: המקדם של ה- y חיובי, ואי השוויון הוא $3y \leq +$, לכן חצי המישור המתאים הוא מתחת לישר.

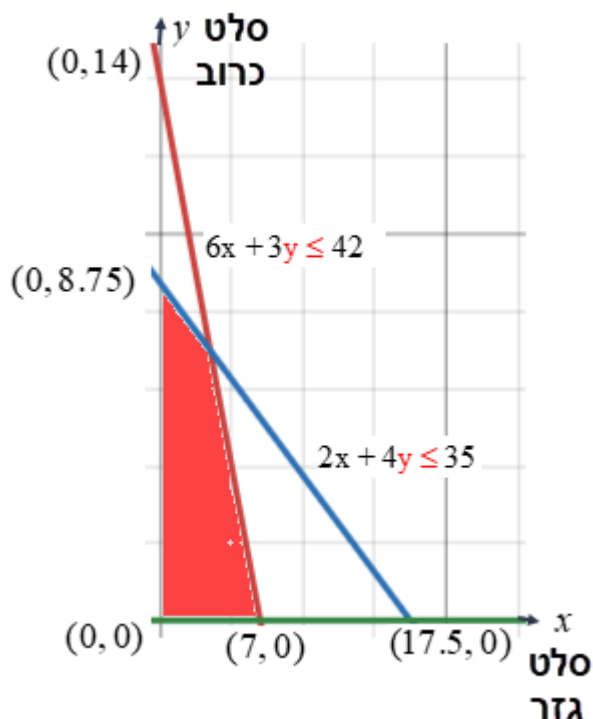
$2x + 4y \leq 35$: המקדם של ה- y חיובי, ואי השוויון הוא $4y \leq +$, לכן חצי המישור המתאים הוא מתחת לישר.

וכמובן, מדובר ברביע הראשון שבו $x \geq 0$, וגם $y \geq 0$.

פתרון חלופי

נציב $(0, 0)$ באילוץ $6x + 3y \leq 42$ ונקבל $0 \leq 42$, ולכן $(0, 0)$ אפשרית, ונצבע מתחת לישר.

נציב $(0, 0)$ באילוץ $2x + 4y \leq 35$ ונקבל $0 \leq 35$, ולכן $(0, 0)$ אפשרית, ונצבע מתחת לישר.



תשובה: התחום האפשרי המתקבל ממערכת האילוצים מעל (צבוע באדום).

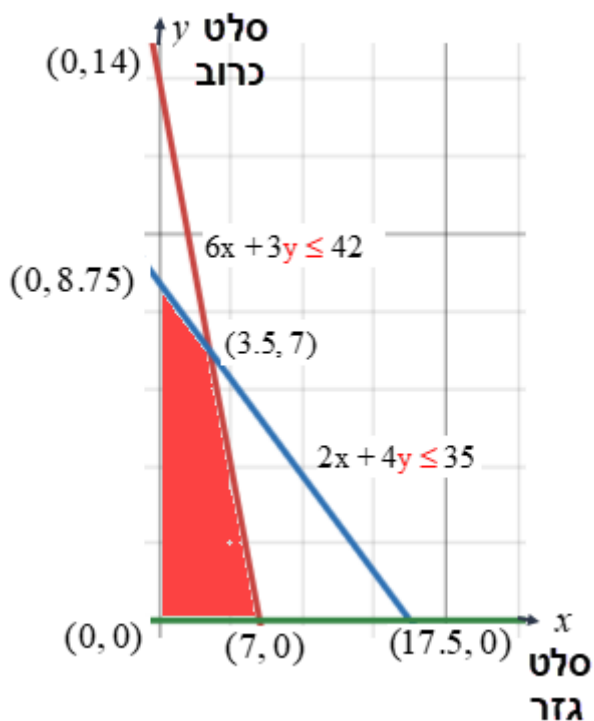
ג. הרווח של המפעל ממכירה של קילוגרם אחד של סלט הגזר הוא 26 שקלים,

והרווח ממכירה של קילוגרם אחד של סלט הכרוב הוא 30 שקלים.

תשובה: פונקציית המטרה היא $f(x, y) = 26x + 30y$.

ד. נמצא את שיעורי נקודת החיתוך בין שני הישרים.

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 6x + 3y = 42 \\ 2x + 4y = 35 \end{cases} \quad / \cdot (-3) \\ + &\begin{cases} 6x + 3y = 42 \\ -6x - 12y = -105 \end{cases} \\ &-9y = -63 \quad / : (-9) \\ &y = 7 \\ &6x + 3 \cdot 7 = 42 \\ &6x + 21 = 42 \\ &6x = 21 : 6 \\ &x = 3.5 \rightarrow \boxed{(3.5, 7)} \end{aligned}$$



נמצא מתי מתקבל רווח מקסימלי.

נבנה טבלה שתסייע במענה לשאלה זו.

	$f(x, y) = 26x + 30y$
(0, 0)	$f(0, 0) = 26 \cdot 0 + 30 \cdot 0 = 0$
(0, 8.75)	$f(0, 8.75) = 26 \cdot 0 + 30 \cdot 8.75 = 262.5$
(3.5, 7)	$f(3.5, 7) = 26 \cdot 3.5 + 30 \cdot 7 = 301$
(7, 0)	$f(7, 0) = 26 \cdot 7 + 30 \cdot 0 = 182$

הערך המקסימלי של פונקציית המטרה הוא 301 שקלים.

תשובה: יש לייצר 3.5 קילוגרם סלט גזר ו- 7 קילוגרם סלט כרוב, כדי שהרווח יהיה מקסימלי.

א. הקודקוד A נמצא על הישר $y = -\frac{4}{5}x + 24$ ועל ציר ה- y .

נציב $x = 0$ במשוואת הישר: $y = -\frac{4}{5} \cdot 0 + 24 = 24 \rightarrow \boxed{A(0, 24)}$

תשובה: שיעורי הקודקוד A הם $(0, 24)$.

ב. נתון: $C(0, -17)$.

(1) נמצא את משוואת הצלע BC.

הצלע BC מאונכת לצלע AB ($\angle ABC = 90^\circ$), כאשר $m_{AB} = -\frac{4}{5}$.

$m_{AB} \cdot m_{BC} = -1 \rightarrow m_{BC} = +\frac{5}{4}$ (שיפוע הופכי לנגדי).

נמצא את משוואת הצלע BC, על-פי $m_{BC} = \frac{5}{4}$ ו- $C(0, -17)$.

$$y - (-17) = \frac{5}{4}(x - 0)$$

$$y + 17 = \frac{5}{4}x$$

$$\boxed{y = \frac{5}{4}x - 17}$$

תשובה: משוואת הצלע BC היא $y = \frac{5}{4}x - 17$.

(2) הקודקוד B הוא נקודת חיתוך של הצלעות AB ו- BC.

$$B \begin{cases} y = -\frac{4}{5}x + 24 \\ y = \frac{5}{4}x - 17 \end{cases}$$

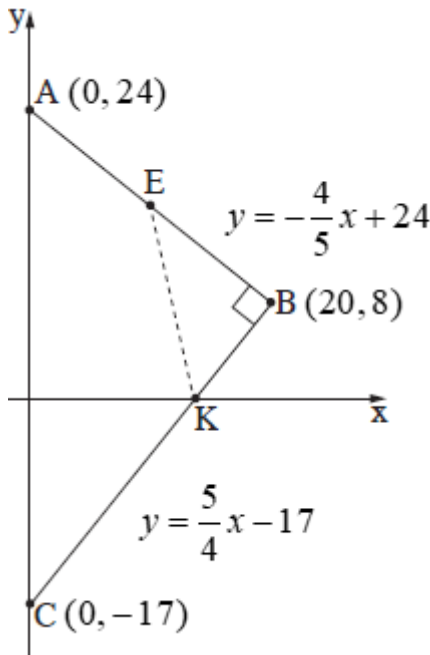
$$-\frac{4}{5}x + 24 = \frac{5}{4}x - 17$$

$$-\frac{41}{20}x = -41 \quad /: (-\frac{41}{20})$$

$$x = 20$$

$$y = -\frac{4}{5} \cdot 20 + 24 = 8 \quad \boxed{B(20, 8)}$$

תשובה: $B(20, 8)$.



ג. הנקודה E היא אמצע הצלע AB .

$$x_E = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_E = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$x_E = \frac{0+20}{2}$$

ולכן E(10,16)

$$y_E = \frac{24+8}{2}$$

$$x_E = 10$$

$$y_E = 16$$

תשובה: E(10,16).

ד. הנקודה K היא נקודת החיתוך של הצלע BC עם ציר ה- x .

(1) נציב $y = 0$ במשוואת הצלע $y = \frac{5}{4}x - 17$

$$0 = \frac{5}{4}x - 17$$

$$-\frac{5}{4}x = -17 \quad / : (-\frac{5}{4})$$

$$x = 13.6 \rightarrow \boxed{K(13.6, 0)}$$

תשובה: שיעורי הנקודה K הם (13.6, 0).

(2) נחשב את שטח המשולש EBK ישר הזווית ($\angle EBK = 90^\circ$).

$$EB = \sqrt{(10-20)^2 + (16-8)^2} = 2\sqrt{41}$$

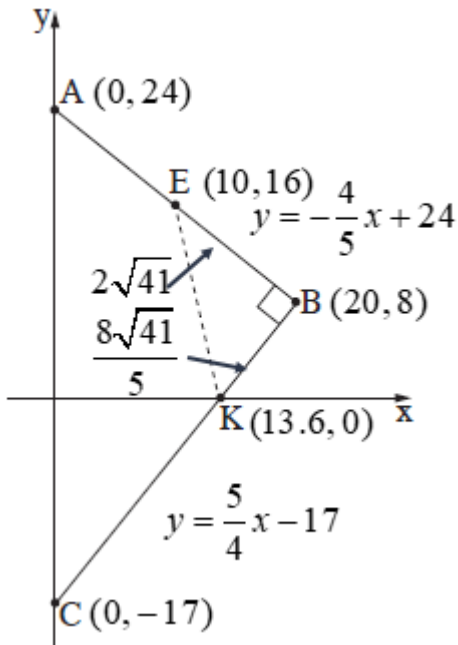
$$KB = \sqrt{(13.6-20)^2 + (0-8)^2} = \frac{8\sqrt{41}}{5}$$

$$S_{\triangle EBK} = \frac{EB \cdot KB}{2}$$

$$S_{\triangle EBK} = \frac{2\sqrt{41} \cdot \frac{8\sqrt{41}}{5}}{2}$$

$$\boxed{S_{\triangle EBK} = 65.6}$$

תשובה: שטח המשולש EBK הוא 65.6 .



התוצאות בתחרות קפיצה לאוויר בבית ספר מסוים התפלגו נורמלית.

א. סטיית התקן הייתה $S = 0.2$ מטר.

16% מן המשתתפים קפצו למרחק שקטן מ- 1.2 מטר.

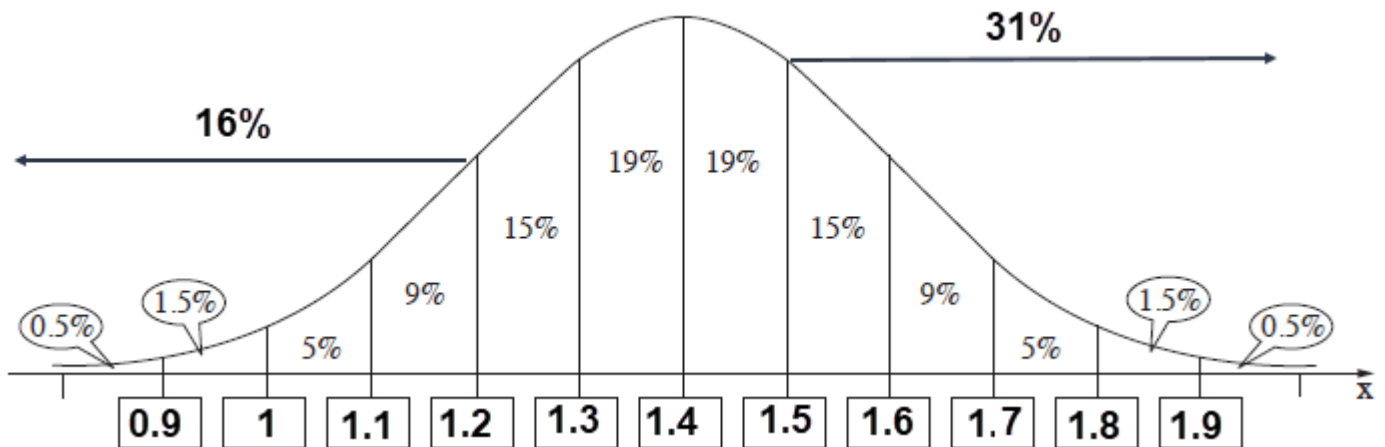
(1) נחשב משמאל לימין את האחוז המצטבר, עד שנקבל $0.5\% + 1.5\% + 5\% + 9\% = 16\%$.

לכן, קפיצה של 1.2 מטר נמצאת במרחק של 1 סטיות תקן מתחת לממוצע.

ומכאן שהממוצע הוא $1.2 + 0.2 = 1.4$ מטר.

תשובה: התוצאה הממוצעת בתחרות היא 1.4 מטר.

(2) נשלים את גרף ההתפלגות הנורמלית, כאשר חצי סטיית תקן הוא $0.2 : 2 = 0.1$.



תשובה: הגרף מעל.

ב. מעל מרחק של 1.5 מטר נמצאים $15\% + 9\% + 5\% + 1.5\% + 0.5\% = 31\%$ מהמשתתפים.

תשובה: ל- 31% מהמשתתפים יש תוצאה גבוהה מ- 1.5 מטר.

ג. התוצאות של 62 מהמשתתפים גבוהה מ- 1.5 מטר.

נסמן ב- n את מספר התלמידים.

$$31\% \cdot n = 62$$

$$\frac{31}{100} \cdot n = 62$$

$$0.31 \cdot n = 62 \quad / : 0.31$$

$$\boxed{n = 200}$$

דרך פתרון חלופית

אם 31% מהמשתתפים הם 62 משתתפים,

אז 1% מהמשתתפים הם 2 משתתפים $62 : 31 =$

ו- 100% מהמשתתפים הם 200 משתתפים $2 \cdot 100 =$

תשובה: על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, 200 משתתפים סך הכול השתתפו בתחרות.

ד. 2% מן המשתתפים, אלו שהשיגו את התוצאות הגבוהות ביותר בתחרות, קיבלו מדליה.

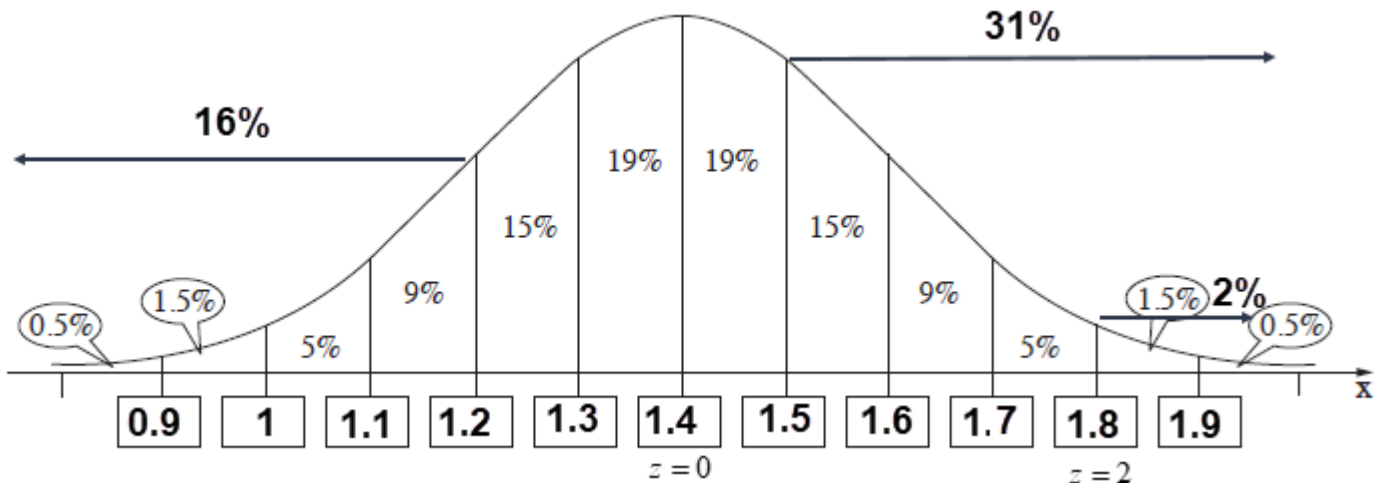
התוצאה של דני הייתה 1.73 מטר.

נחשב מימין לשמאל עד שמגיע ל- $0.5\% + 1.5\% = 2\%$ מהמשתתפים,

כלומר 2% מן המשתתפים קפצו למרחק של יותר מ- 1.8 מטר וזכו במדליה.

המרחק שדני קפץ קטן יותר.

תשובה: דני לא קיבל מדליה ($1.73 < 1.8$ מטר).



ד. בגרף ההתפלגות הנורמלית, שבו השלמנו את הציונים במלבנים, ההבדלים הם של חצי סטיית תקן.

אריאל השתתף בתחרות, וציון התקן שלו היה 2.4 .

ציון תקן הוא ההפרש של הציון מהמוצע, במונחים של סטיות תקן.

לכן, ציון תקן של 2.4 הוא במרחק של 2.4 סטיות תקן מעל הממוצע, וכבר ניתן לראות (על פי הפעמון

שבנוסחאון) שאריאל היה מקבל מדליה, שכן ציון התקן שלו גדול מ- $z = 2$ ולכן התוצאה שלו טובה מזו של דני.

או, שהתוצאה של אריאל היא 1.88 מטר $1.4 + 2.4 \cdot 0.2 =$, גבוהה מזו של דני.

פתרון חלופי, על פי הנוסחה לציון תקן, שבדף הנוסחאות.

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$z = \frac{1.73 - 1.4}{0.2}$$

$$z = \frac{0.33}{0.2}$$

$$z = 1.65$$

או למצוא את ציון התקן של דני

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$2.4 = \frac{x - 1.4}{0.2} \quad / \cdot 0.2$$

$$0.48 = x - 1.4$$

$$1.88 = x$$

תשובה: אריאל השיג תוצאה גבוהה יותר בתחרות ($1.88 > 1.73$ מטר, או ציון תקן גבוה יותר $2.4 > 1.65$).

בגרות פה יולי 25 מועד קיץ ב שאלון 35372

$$y = -0.1x^2 + 0.8x \quad \text{הפונקציה הריבועית}$$

מתארת את הגשר בצורת פרבולה שבנו מצל נהר.

ציר ה- x מייצג את המרחק האופקי (במטרים) של מן הנקודה O .

ציר ה- y מייצג את הגובה (במטרים) מעל פני המים.

א. נתונה הפרבולה $y = -0.1x^2 + 0.8x$.

בנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x מתקיים $y = 0$.

$$0 = -0.1x^2 + 0.8x$$

$$0 = x(-0.1x + 0.8)$$

$$x = 0 \rightarrow \boxed{O(0,0)}$$

$$-0.1x + 0.8 = 0 \rightarrow -0.1x = -0.8 \quad / : (-0.1) \rightarrow x = 8 \rightarrow \boxed{B(8,0)}$$

תשובה: $O(0,0)$, $B(8,0)$.

ב. הגובה המקסימלי של הגשר מתקבל בנקודת הקודקוד.

עקב הסימטריה של הפרבולה, ציר הסימטריה עובר באמצע הקטע OB : $x = \frac{0+8}{2} = 4$

או מתקבל על ידי הנוסחה $x = -\frac{b}{2a}$: $x = \frac{-0.8}{2 \cdot (-0.1)} = \frac{-0.8}{-0.2} = 4$

נציב $x = 4$: $y = -0.1 \cdot 4^2 + 0.8 \cdot 4 = 1.6$

תשובה: הגובה המקסימלי של הגשר הוא 1.6 מטרים מעל פני המים.

ג. יוסי הלך על הגשר. הוא התחיל בנקודה O וסיים בנקודה B.

(1) מהנקודה O עד לגובה המקסימלי יוסי הלך במגמת עלייה, ומשם לנקודה B הלך במגמת ירידה

תשובה: עבור ערכים של $4 < x < 8$ הלך יוסי במגמת ירידה.

(2) כאשר יוסי הלך על הגשר במגמת ירידה, הוא עבר בנקודה שהגובה שלה מעל פני מים היה 1.2 מטרים.

נציב $y = 1.2$ במשוואת הפרבולה.

$$1.2 = -0.1x^2 + 0.8x$$

$$0 = -0.1x^2 + 0.8x - 1.2$$

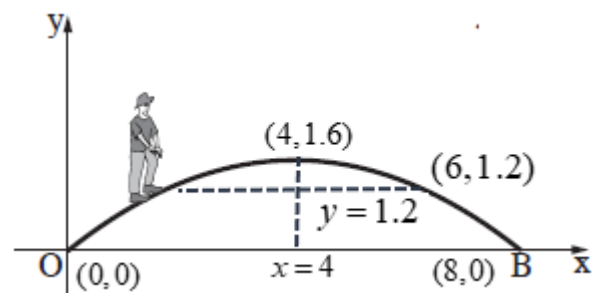
$$x_{1,2} = \frac{-0.8 \pm \sqrt{0.8^2 - 4 \cdot (-0.1) \cdot (-1.2)}}{2 \cdot (-0.1)} = 0.16$$

$$x_{1,2} = \frac{-0.8 \pm 0.4}{-0.2}$$

$$x_1 = \frac{-0.8 + 0.4}{-0.2} = \frac{-0.4}{-0.2} = 2 \rightarrow \cancel{x=2}$$

$$x_2 = \frac{-0.8 - 0.4}{-0.2} = \frac{-1.2}{-0.2} = 6 \rightarrow \boxed{x=6}$$

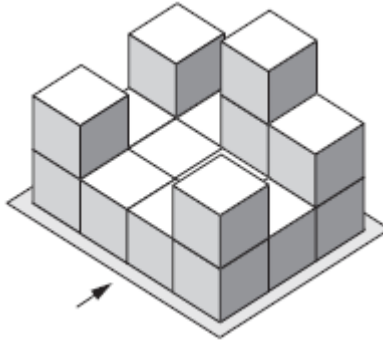
$x = 2$ נפסל כי יוסי הלך שם במגמת עלייה.



תשובה: $x = 6$, הוא שיעור ה- x של הנקודה שהגובה שלה מעל פני מים היה 1.2 מטרים.

בגרות פה יולי 25 מועד קיץ ב שאלון 35372

**בסרטוט שלפנינו מוצגת מבנה הקבוצות להלן.
החץ בסרטוט מסמן את המבט מלפנים.**



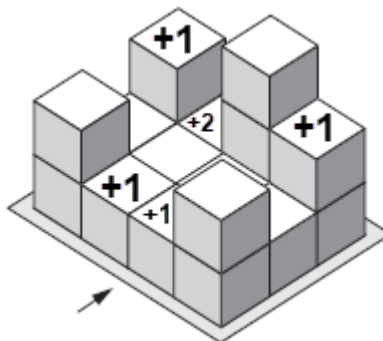
א. במבט מלפנים, רואים שלוש שורות בארבעה טורים.

- בטור הראשון מימין יש 2 קוביות בשורה הראשונה והשלישית, לכן נצבע שתי משבצות.
בטור השני מימין יש 3 קוביות בשורה השלישית, לכן נצבע את כל הטור.
בטור השלישי מימין יש רק קוביה אחת בכל משבצת, לכן נצבע משבצת אחת.
בטור הרביעי מימין יש 2 קוביות בשורה הראשונה והשלישית, לכן נצבע שתי משבצות.

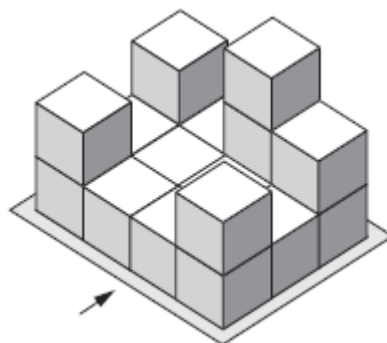
ב. במבט מימין, רואים ארבע שורות בשלושה טורים.

- בטור הראשון מימין יש 3 קוביות בשורה השנייה, לכן נצבע את כל הטור.
בטור השני מימין יש רק קוביה אחת בכל משבצת, לכן נצבע משבצת אחת.
בטור השלישי מימין יש 2 קוביות בשורה הראשונה והרביעית, לכן נצבע שתי משבצות.

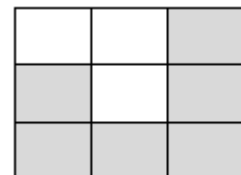
אפשרות הוספת קוביות
ללא שינוי מבט מימין



מבנה מקורי לפני ההוספה



מבט מקורי מימין



הוסיפו למבנה את מספר הקוביות הגדול ביותר האפשרי כך שהמבט מימין לא השתנה.

ג. (1) נבדוק כמה הכי הרבה קוביות ניתן להוסיף למבנה, מבלי לשנות את המבט מימין.

כלומר, בכל טור לא ניתן להוסיף קוביות מעבר לגובהו של המגדל הגבוה בטור.

• בטור הימני אפשר להשלים עד 3 קוביות במשבצת, כי זה הגובה המקסימלי של המגדל בטור.

ניתן להוסיף קוביה בשורה הראשונה, 2 בשלישית ואחת ברביעית – סה"כ 4 קוביות $1 + 2 + 1 = 4$.

• בטור האמצעי לא ניתן להוסיף כי מספר הקוביות בכל משבצת אחיד.

• בטור השמאלי אפשר להשלים עד 2 קוביות במשבצת, כי זה הגובה המקסימלי של המגדל בטור.

ניתן להוסיף קוביה בשורה השנייה והשלישית – סה"כ 2 קוביות $1 + 1 = 2$.

• בכל הטורים ביחד ניתן להוסיף 6 קוביות $4 + 2 = 6$.

תשובה: הוסיפו למבנה 6 קוביות.

(2) נרשום תרשים מספרים של המבנה לאחר הוספת הקוביות

3	3	3	3
1	1	1	1
2	2	2	2

תשובה: תרשים המספרים מעל.

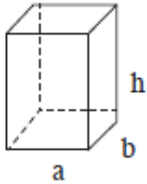
(3) המבט משמאל לא השתנה, כי לא השתנה הגובה המירבי באף אחד מהטורים.

המבט מלפנים השתנה, כי הגובה המקסימלי ממבט זה השתנה בטור הימני, השני והשמאלי.

המבט מאחור השתנה, כי הגובה המקסימלי ממבט זה השתנה בטור הימני, השני והשמאלי.

תשובה: המבט משמאל לא השתנה לאחר הוספת הקוביות.

חייט קנה מכונת כביסה בצורת תיבה

הגוף	סרטוט	שטח מעטפת (M)	שטח פנים (F)	נפח (V)
תיבה a ו- b הם מקצועות הבסיס h הוא גובה התיבה		M – סכום שטחי הפאות הצדדיות $M = 2(a \cdot h + b \cdot h)$	$F = M + 2 \cdot a \cdot b$ $F = 2(a \cdot b + b \cdot h + a \cdot h)$	$V = a \cdot b \cdot h$

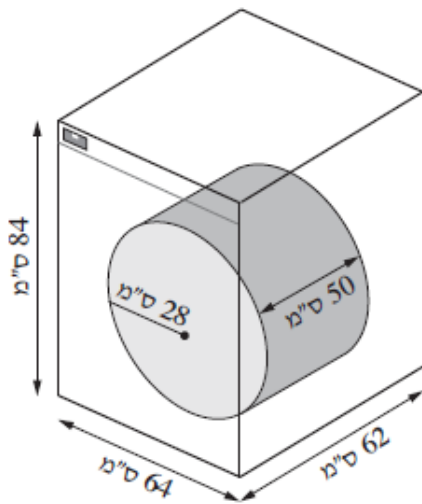
א. נחשב את שטח המעטפת של מכונת הכביסה שצורתה תיבה,

שגובהה הוא 84 ס"מ, ואורכי צלעות הבסיס שלה הם 62 ס"מ ו- 64 ס"מ.
שטח מעטפת של תיבה, ש- a ו- b הם מקצועות הבסיס וגובהה הוא h,
הוא $M = 2(a \cdot h + b \cdot h)$.

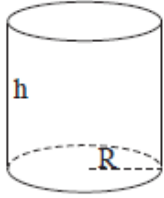
שטח המעטפת של מכונת הכביסה

הוא 21,168 סמ"ר $M = 2(62 \cdot 84 + 64 \cdot 84)$.

תשובה: שטח המעטפת של מכונת הכביסה הוא 21,168 סמ"ר.



במכונת הכביסה יש חלק שנקרא "תוף" וצורתו גליל

הגוף	סרטוט	שטח מעטפת (M)	שטח פנים (F)	נפח (V)
גליל ישר R הוא רדיוס הבסיס h הוא גובה הגליל		$M = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$	$F = M + 2 \cdot \pi \cdot R^2$	$V = \pi \cdot R^2 \cdot h$

ב. נחשב את נפח התוף הגלילי שגובהו הוא 50 ס"מ, והרדיוס של בסיסו הוא 28 ס"מ.

נפח גליל, שגובהו הוא h ורדיוס בסיסו הוא R, הוא $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$.

נפח התוף של מכונת הכביסה הוא $123,150.4 \approx 39,200\pi$ סמ"ק $V = \pi \cdot 28^2 \cdot 50$.

תשובה: נפח התוף הוא $123,150.4 \approx 39,200\pi$ סמ"ק.

**טבלה מתואר הקשר בין נפח התוף ובין משקל הבגדים המקסימלי (קילוגרמים)
שאפשר לכבס במכונה בהפעלה אחת**

משקל הבגדים המקסימלי שאפשר לכבס בהפעלה אחת (קילוגרמים)	נפח התוף (סמ"ק)
5	עד 60,000
7	מ-60,000 עד 100,000
9	מ-100,000 עד 130,000

ג. נפח התוף, במכונת הכביסה שקנה חיים, הוא $123,150.4 \approx 39,200\pi$ סמ"ק.
נפח זה מתאים למשקל בגדים מקסימלי של 9 ק"ג, כי הנפח הוא בין 100,000 סמ"ק ל-130,000 סמ"ק.
תשובה: משקל הבגדים המקסימלי, שאפשר לכבס בהפעלה אחת במכונת הכביסה של חיים, הוא 9 ק"ג.

ד. אייל קנה מכונת כביסה, שבה גובה הגליל של תוף המכונה קטן ב-12 ס"מ מזו של חיים,
כלומר $38 = 50 - 12$ ס"מ.

הרדיוס של בסיס התוף של שתי המכונות זהה.

נפח התוף של מכונת הכביסה של אייל הוא $93,594.3 \approx 29,792\pi$ סמ"ק $V = \pi \cdot 28^2 \cdot 38$.
נפח זה מתאים למשקל בגדים מקסימלי של 7 ק"ג, כי הנפח הוא בין 60,000 סמ"ק ל-100,000 סמ"ק.
תשובה: משקל הבגדים המקסימלי, שאפשר לכבס בהפעלה אחת במכונת הכביסה של אייל, הוא 7 ק"ג.