



פתרון הבחינה במתמטיקה

קיץ תשפ"ו, 2025, שאלון 35372 מועד א:
תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת הקובץ



בחנות מאתקיס מחברים מארזי שי לזח, שבהם: חפיסות שוקולד וחטיפים.
המשקל של חפיסת שוקולד אחת הוא 150 גרם, ומשקל חטיף 50 גרם.
בכל מארז יש לכל היותר 20 פריטים,
ומשקלו לכל היותר 1,500 גרם.

א. נסמן ב- x את מספר חפיסות השוקולד, וב- y את מספר החטיפים, שנמצאים במארז אחד.
אילוץ אחד הוא "פשוט", לכל היותר 20 פריטים במארז, ולכן $x + y = 20$.
נרשום בטבלה את האילוץ הנובע ממגבלת המשקל.

משקל (בגרמים)	
150	x - מספר חפיסות שוקולד
50	y - מספר החטיפים
לכל היותר 1,500 גרם	אילוץ

נרשום את מערכת האילוצים, הנובעת ממגבלת המשקל, ומספר הפריטים במארז אחד,
והן מהעובדה שכמויות החטיפים אינם שליליים.

תשובה: מערכת האילוצים של הבעיה היא:

$$\begin{cases} 150x + 50y \leq 1,500 \\ x + y \leq 20 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ב. לפנינו סרטוט של התחום האפשרי המתקבל ממערכת האילוצים של הבעיה.

נבנה טבלת ערכים קטנה, למציאת שיעורי הנקודות A ו- B .

0	30
10	0

$$150x + 50y = 1,500$$

$$x = 0 \rightarrow 50y = 1,500 \rightarrow y = 30$$

$$y = 0 \rightarrow 150x = 1,500 \rightarrow x = 10$$

0	20
20	0

$$x + y = 20$$

$$x = 0 \rightarrow y = 20$$

$$y = 0 \rightarrow x = 20$$

ועל פי מיקום הנקודות במערכת הצירים, נקבל ש- A(0, 20) ו- B(10, 0) .

ולמעשה זיהינו כבר את שני הישרים המתאימים לאילוצים.

נמצא את שיעורי הנקודה C, נקודת החיתוך בין שני הישרים.

$$\begin{cases} 150x + 50y = 1,500 \\ x + y = 20 \rightarrow y = 20 - x \end{cases}$$

$$150x + 50(20 - x) = 1,500$$

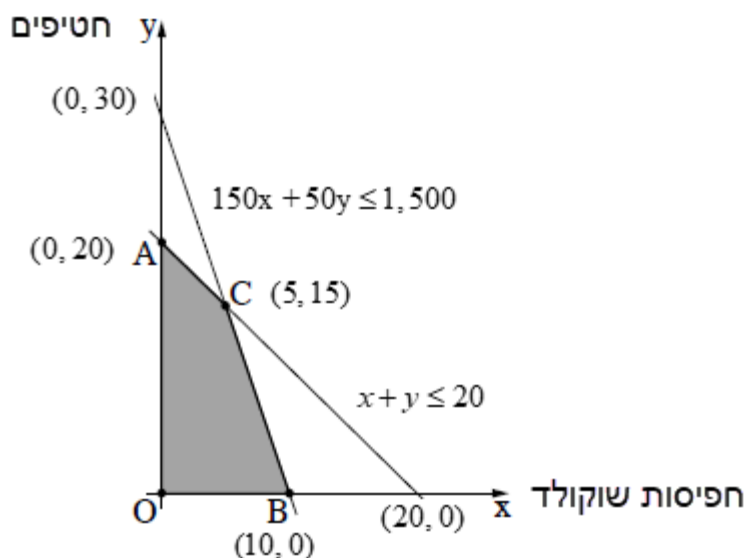
$$150x + 1,000 - 50x = 1,500$$

$$100x = 500 \quad / :100$$

$$x = 5$$

$$y = 15 \rightarrow C(5, 15)$$

תשובה: A(0, 20) , B(10, 0) , C(5, 15) .



ג. הרווח מחפיסת שוקולד אחת הוא 4 שקלים והרווח מחטיף אחד הוא 3 שקלים.

תשובה: פונקציית המטרה היא $f(x, y) = 4x + 3y$.

ד. (1) נמצא מתי מתקבל רווח מקסימלי. נבנה טבלה שתסייע במענה לשאלה –

כמה חפיסות שוקולד וכמה חטיפים צריכים להיות במארז אחד

	$f(x, y) = 4x + 3y$
O(0, 0)	$f(0, 0) = 4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 0$
A(0, 20)	$f(0, 20) = 4 \cdot 0 + 3 \cdot 20 = 60$
B(10, 0)	$f(10, 0) = 4 \cdot 10 + 3 \cdot 0 = 40$
C(5, 15)	$f(5, 15) = 4 \cdot 5 + 3 \cdot 15 = 65$

הערך המקסימלי של פונקציית המטרה הוא 65 שקלים.

תשובה: במארז אחד צריכים להיות 5 חפיסות שוקולד ו- 15 חטיפים, כדי להשיג רווח מקסימלי.

(2) תשובה: הרווח המקסימלי ממארז אחד הוא 65 שקלים.

ה. נבדוק, על פי האילוצים, האם ייתכן שיש במארז אחד 9 חפיסות שוקולד ו- 4 חטיפים. מספר הפריטים הכולל הוא: $x + y = 9 + 4 = 13$, אפשרי - כי ניתן לכל היותר 20 פריטים.

המשקל הכולל הוא: $150x + 50y = 150 \cdot 9 + 50 \cdot 4 = 1,550$ גרם ,

וזה לא אפשרי - כי המשקל הכולל הוא 1,500 גרם לכל היותר.

תשובה: לא ייתכן שיש במארז אחד 9 חפיסות שוקולד ו- 4 חטיפים.

בגרות פה מאי 25 מועד קיץ א שאלון 35372

א. הקודקוד $A(-2, 0)$ נמצא על ציר ה- x , כאשר הנקודה $E(4, 9)$ היא אמצע הצלע AB .

$$x_E = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_E = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$4 = \frac{-2 + x_B}{2} \quad / \cdot 2$$

ולכן $B(10, 18)$

$$9 = \frac{0 + y_B}{2} \quad / \cdot 2$$

$$8 = -2 + x_B$$

$$18 = y_B$$

$$10 = x_B$$

ניתן גם למצוא את שיעורי הנקודה B בשיטת הדילוגים, עם הפרשים שווים: $x = -2, 4, 10$, $y = 0, 9, 18$.

רק לנמק, שההפרשים שווים בין שיעורי הנקודות כי הנקודה $E(4, 9)$ היא אמצע הצלע AB .

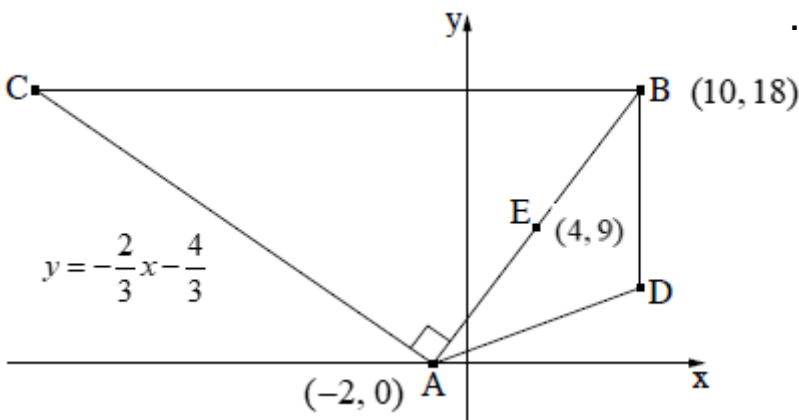
תשובה: $B(10, 18)$.

ב. משולש ABC הוא ישר זווית ($\angle BAC = 90^\circ$).

(1) נמצא את שיפוע הצלע AB .

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{18 - 0}{10 - (-2)} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

תשובה: שיפוע הצלע AB הוא $\frac{3}{2} = 1.5$.



(2) AC מאונך לצלע AB כי $\angle BAC = 90^\circ$, כאשר $m_{AB} = \frac{3}{2}$.

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1 \rightarrow m_{AC} = -\frac{2}{3} \quad (\text{שיפוע הופכי לנגדי}).$$

נמצא את משוואת הצלע AC , על-פי $m_{AC} = -\frac{2}{3}$, ו- $A(-2, 0)$.

$$y - 0 = -\frac{2}{3}(x - (-2))$$

$$y = -\frac{2}{3}(x + 2)$$

$$\boxed{y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}}$$

תשובה: משוואת הצלע AC היא $y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$.

נכתב ע"י עפר ילין

ג. הצלע BC מקבילה לציר ה- x , ולכן $y_C = y_B = 18$.

נציב $y = 18$ במשוואת הצלע AC.

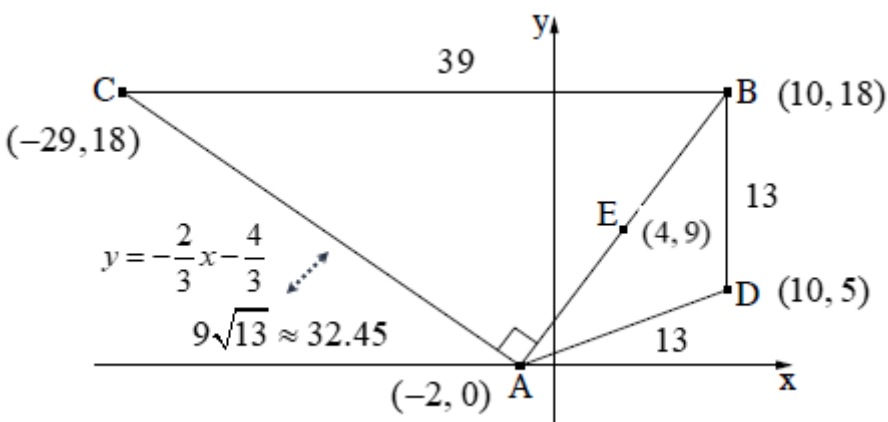
$$18 = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3} \quad / \cdot 3$$

$$54 = -2x - 4$$

$$2x = -58 \quad / : 2$$

$$x = -29 \rightarrow \boxed{C(-29, 18)}$$

תשובה: $C(-29, 18)$.



ד. נתון: $D(10, 5)$. נשים לב ש- $x_D = x_B = 10$ ולכן הצלע BD מקבילה לציר ה- y .

(1) נראה כי המשולש ADB הוא שווה שוקיים.

$$\left. \begin{aligned} BD &= y_B - y_D = 18 - 5 = 13 \\ AD &= \sqrt{(10 - (-2))^2 + (5 - 0)^2} = 13 \end{aligned} \right\} BD = AD$$

תשובה: הראינו כי המשולש ADB הוא שווה שוקיים.

(2) נחשב את היקף המרובע ADBC.

$$BC = x_B - x_C = 10 - (-29) = 39$$

$$AC = \sqrt{(-29 - (-2))^2 + (18 - 0)^2} = 9\sqrt{13} \approx 32.45$$

$$P_{ADBC} = AD + BD + BC + AC$$

$$P_{ADBC} = 13 + 13 + 39 + 9\sqrt{13}$$

$$\boxed{P_{ADBC} = 65 + 9\sqrt{13} \approx 97.45}$$

תשובה: היקף המרובע ADBC הוא $65 + 9\sqrt{13} \approx 97.45$.

בגרות פה מאי 25 מועד קיץ א שאלון 35372

ציוני המבחן במתמטיקה בבית ספר מסוים מתפלגים נורמלית.

א. סטיית התקן היא $S = 8$.

93% מן התלמידים קיבלו ציון שנמוך מ-84 במבחן במתמטיקה.

(1) נחשב מימין לשמאל את האחוז המצטבר, עד שנקבל $100\% - 93\% = 7\%$.

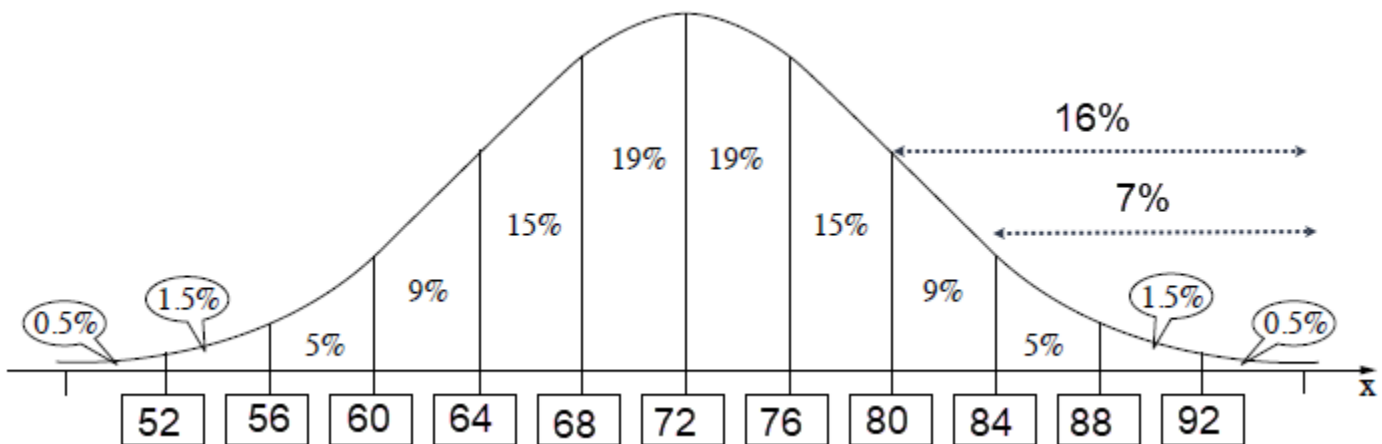
$$0.5\% + 1.5\% + 5\% = 7\%$$

לכן, ציון 84 נמצא במרחק של $\frac{3}{2}$ סטיות תקן מעל לממוצע.

$$\text{ומכאן שהממוצע הוא } 84 - \frac{3}{2} \cdot 8 = 72$$

תשובה: ממוצע בציונים במבחן במתמטיקה הוא $\bar{x} = 72$.

(2) נשלים את גרף ההתפלגות הנורמלית, כאשר חצי סטיית תקן הוא $8 : 2 = 4$.



תשובה: הגרף מעל.

ב. מעל ציון של 80 נמצאים $9\% + 5\% + 1.5\% + 0.5\% = 16\%$ מהתלמידים.

תשובה: 16% מהתלמידים התקבלו ללימודי העשרה במתמטיקה.

ג. 32 תלמידים קבלו ציון שגבוה מ- 80 במבחן במתמטיקה.

נסמן ב- n את מספר התלמידים.

$$16\% \cdot n = 32$$

$$\frac{16}{100} \cdot n = 32$$

$$0.16 \cdot n = 32 \quad / : 0.16$$

$$\boxed{n = 200}$$

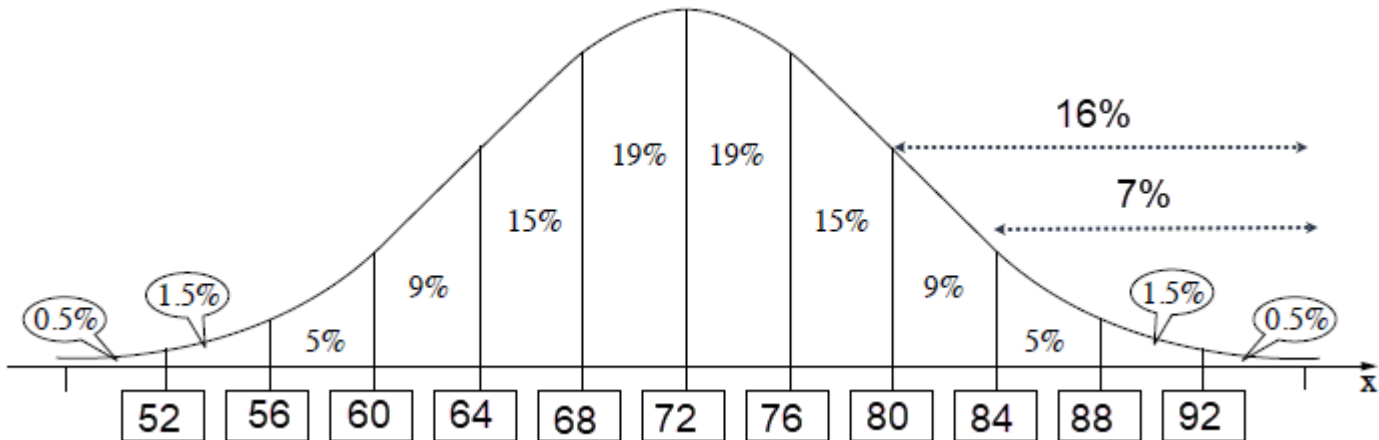
דרך פתרון חלופית

אם 16% מהתלמידים הם 32 תלמידים,

אז 1% מהתלמידים הם 2 תלמידים $= 32:16$

ו- 100% מהתלמידים הם 200 תלמידים $= 2 \cdot 100$

תשובה: על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, 200 תלמידים נבחנו במתמטיקה.



ד. בגרף ההתפלגות הנורמלית, שבו השלמנו את הציונים במלבנים, ההבדלים הם של חצי סטיית תקן.

ציון תקן הוא ההפרש של הציון מהמוצע, במונחים של סטיית תקן.

לכן, ציון תקן 1.75 הוא במרחק של 1.75 סטיות תקן מעל הממוצע.

$$\text{מכאן שהציון הוא } 72 + 1.75 \cdot 8 = 86$$

פתרון חלופי, על פי הנוסחה לציון תקן, שבדף הנוסחאות.

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$1.75 = \frac{x - 72}{8} \quad / \cdot 8$$

$$14 = x - 72$$

$$\boxed{86 = x}$$

תשובה: הציון של עמית במבחן במתמטיקה הוא 86.

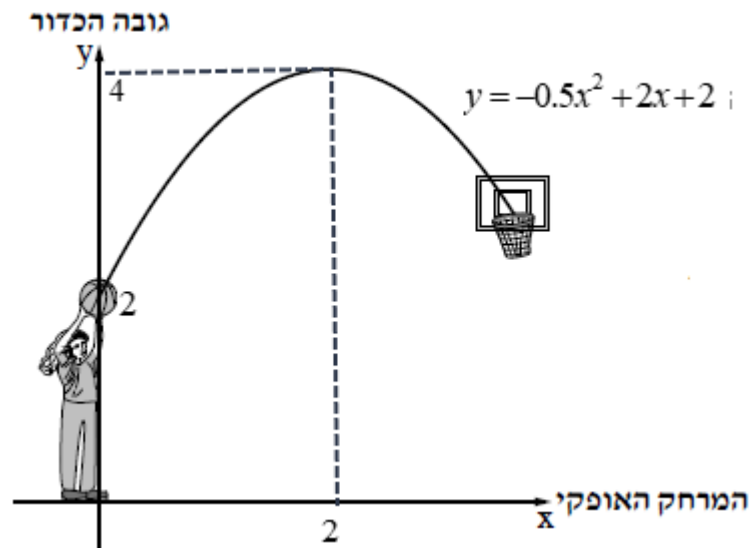
בגרות פה מאי 25 מועד קיץ א שאלון 35372

$$y = -0.5x^2 + 2x + 2 \quad \text{הפונקציה הריבועית}$$

מתארת את המסלול הצורת פרבולה שצובר הכדור שנועה זרקה לסל.

ציר ה- x מייצג את המרחק האופקי (במטרים) של הכדור מנקודת הזריקה.

ציר ה- y מתאר את גובה הכדור מעל הקרקע (במטרים).



א. נתונה הפרבולה $y = -0.5x^2 + 2x + 2$.

בנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y מתקיים $x = 0$, נקבל $y = 2$.

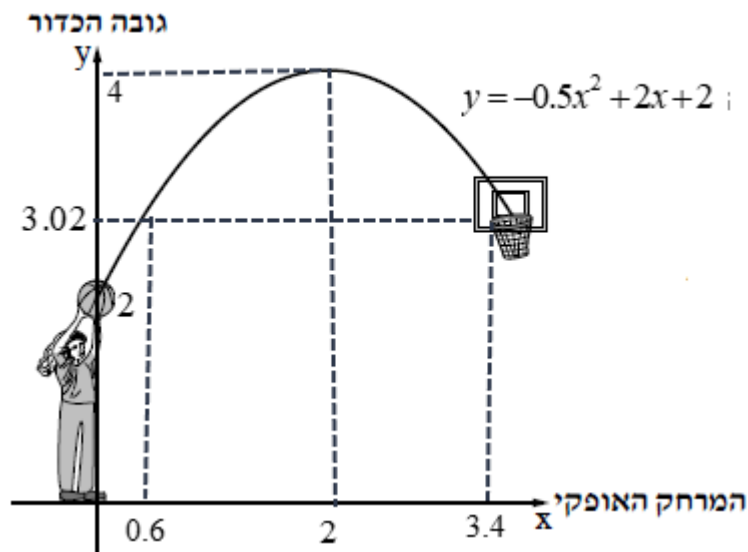
תשובה: הגובה שממנו זרקה נועה את הכדור הוא 2 מטרים.

ב. שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה בעלת המקסימום $y = -0.5x^2 + 2x + 2$, מתקבל על ידי הנוסחה $x = -\frac{b}{2a}$.

$$x = \frac{-2}{2 \cdot (-0.5)} = \frac{-2}{-1} = 2$$

$$\text{נציב } x = 2 : y = -0.5 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + 2 = 4$$

תשובה: הגובה המקסימלי שאליו הגיע הכדור הוא 4 מטרים מעל הקרקע.



ג. הכדור במגמת עליה מרגע הזריקה ועד שהגיע לגובה המקסימלי.
תשובה: עבור ערכים של $0 < x < 2$ היה הכדור במגמת עלייה.

ד. כאשר הכדור הגיע לסל היה בגובה של 3.02 מטרים מעל הקרקע.
נציב $y = 3.02$ במשוואת הפרבולה.

$$3.02 = -0.5x^2 + 2x + 2$$

$$0 = -0.5x^2 + 2x - 1.02$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-0.5) \cdot (-1.02)} = 1.96}{2 \cdot (-0.5)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 1.4}{-1}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 1.4}{-1} = \frac{-0.6}{-1} = 0.6 \rightarrow \cancel{x \geq 0.6}$$

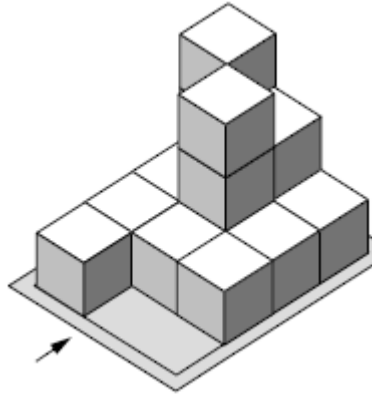
$$x_2 = \frac{-2 - 1.4}{-1} = \frac{-3.4}{-1} = 3.4 \rightarrow \boxed{x = 3.4}$$

$x = 0.6$ נפסל כי אז הכדור היה במגמת עלייה .

תשובה: $x = 3.4$, הוא שיעור ה- x של הכדור כאשר הוא הגיע לסל.

בגרות פה מאי 25 מועד קיץ א שאלון 35372

בסרטוט שלפנינו מתואר מפנה הפנוי מקוביות להיות.
החץ בסרטוט מסמן את המבט מלפנים.

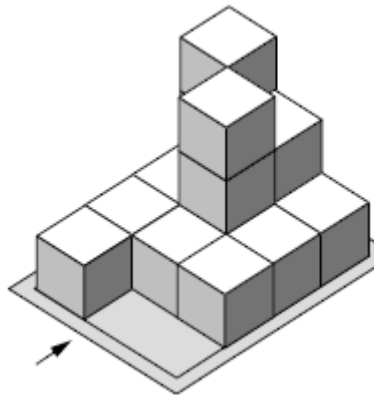


א. נרשום תרשים מספרים, המציג בטבלה של ארבע שורות ושלושה טורים, כמה קוביות יש בכל משבצת.

3	2	1
1	3	1
1	1	1
1	0	0

הערה: אין חובה לרשום 0 במשבצת בה אין קוביות, ניתן להשאיר את המשבצת ריקה.
תשובה: תרשים המספרים מעל.

ב. במבט מימין, רואים שלוש שורות בארבעה טורים.
בטור הראשון מימין יש 3 קוביות בשורה השלישית, לכן נצבע את כל הטור.
בטור השני מימין יש 3 קוביות בשורה השנייה, לכן נצבע את כל הטור.
בטור השלישי והרביעי מימין, יש לא יותר מקובייה אחת לגובה, לכן נצבע רק שורה אחת.



במבט משמאל, רואים גם שלוש שורות בארבעה טורים.
ולמעשה יש סימטריה בין המבט מימין למבט משמאל,
כאשר הפעם יש שלוש קוביות בשני הטורים השמאליים במבט משמאל, ואחת בימניים.

תשובה: המבטים מעל.

ג. (1) נבדוק כמה הכי הרבה קוביות ניתן להסיר מן המבנה, מבלי לשנות את המבט מלמעלה.
כלומר, מספר המשבצות הריקות, או אלו ששמנו בהן 0 במבט מלמעלה, יישאר זהה.
מכאן שיש להוריד קוביות כאשר במשבצת יש יותר מקובייה אחת.
יש שתי משבצות עם 3 קוביות, מהן ניתן להוריד $2 + 2 = 4$ קוביות,
ומשבצת אחת שיש בה שתי קוביות וממנה ניתן להוריד קוביה אחת.
תשובה: הורידו חמש קוביות.

(2) את מספר הקוביות המקורי ניתן לספור מהסרטוט הנתון, או מתוך תרשימים המספרים.

3	2	1
1	3	1
1	1	1
1	0	0

סך הכול היו במבנה המקורי:

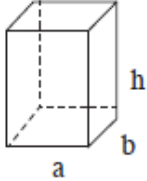
$$15 \text{ קוביות} = 3 + 2 + 1 + 1 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

הורידו 5 קוביות מתוך 15 הקוביות שבמבנה המקורי, כך שנותרו 10 קוביות.

תשובה: במבנה נותרו 10 קוביות לאחר ההורדה.

בגרות פה מאי 25 מועד קיץ א שאלון 35372

המקרר fe נצמי הוא בצורת תיבה שגובהה 180 ס"מ

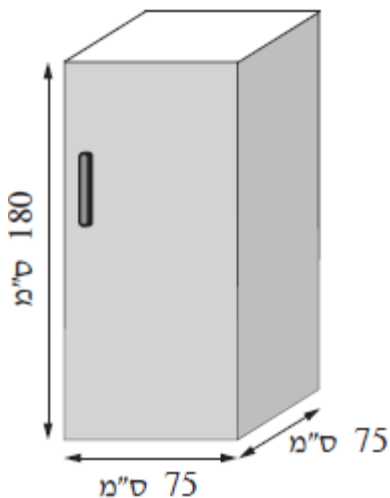
הגוף	סרטוט	שטח מעטפת (M)	שטח פנים (F)	נפח (V)
<u>תיבה</u> a ו-b הם מקצועות הבסיס h הוא גובה התיבה		M – סכום שטחי הפאות הצדדיות $M = 2(a \cdot h + b \cdot h)$	$F = M + 2 \cdot a \cdot b$ $F = 2(a \cdot b + b \cdot h + a \cdot h)$	$V = a \cdot b \cdot h$

א. נחשב את נפח המקרר שגובהו הוא 180 ס"מ, ואורך צלע הבסיס הריבועי הוא 75 ס"מ.

נפח תיבה, ש-a ו-b הם מקצועות הבסיס וגובהה הוא h, הוא $V = a \cdot b \cdot h$.

נפח המקרר הוא 1,012,500 סמ"ק $V = 75 \cdot 75 \cdot 180$.

תשובה: נפח המקרר הוא 1,012,500 סמ"ק.



ב. במקרר זה הגובה בין שני מדפים סמוכים המוצבים זה מעל זה

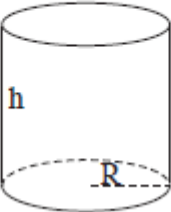
הוא 15% מגובה המקרר.

$$15\% \cdot 180 = \frac{15}{100} \cdot 180 = 0.15 \cdot 180 = 27 \text{ ס"מ}$$

או אם 180 ס"מ הם 100%, אז אחוז אחד הוא 1.8 ס"מ $180 : 100 = 1.8$ ס"מ,

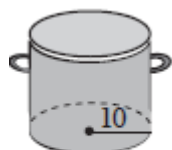
ו- 15% הם 27 ס"מ $1.8 \cdot 15 = 27$.

סבא של נצמי רוצה להכין לה מרק,
ולתת לה אותו בסיר שאפשר להכניס בין שני מדפים סמוכים.
כאומר שאובה של הסיר צריק להיות עד 27 ס"מ.

הגוף	סרטוט	שטח מעטפת (M)	שטח פנים (F)	נפח (V)
גליל ישר R הוא רדיוס הבסיס h הוא גובה הגליל		$M = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$	$F = M + 2 \cdot \pi \cdot R^2$	$V = \pi \cdot R^2 \cdot h$

ג. רדיוס הבסיס של סיר א' הוא 10 ס"מ והנפח שלו הוא $1,400\pi$ סמ"ק.

נפח גליל, ש- R הוא רדיוס הבסיס וגובהו הוא h, הוא $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$.



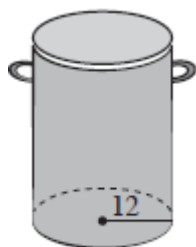
סיר א'

$$\begin{aligned} 1,400\pi &= \pi \cdot 10^2 \cdot h \\ 1,400\pi &= \pi \cdot 100 \cdot h \quad / : 100\pi \\ \frac{1,400\pi}{100\pi} &= h \\ \boxed{h = 14 \text{ cm}} \end{aligned}$$

תשובה: הגובה של סיר א' הוא 14 ס"מ.

ד. רדיוס הבסיס של סיר ב' הוא 12 ס"מ ושטח המעטפת שלו הוא 672π סמ"ר.

שטח מעטפת גליל, ש- R הוא רדיוס הבסיס וגובהו הוא h, הוא $M = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$.



סיר ב'

$$\begin{aligned} 672\pi &= 2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot h \\ 672\pi &= \pi \cdot 24 \cdot h \quad / : 24\pi \\ \frac{672\pi}{24\pi} &= h \\ \boxed{h = 28 \text{ cm}} \end{aligned}$$

ס"מ אחד יותר מהרווח בין שני מדפים סמוכים במקרר של נעמי.

תשובה: אי אפשר להכניס את סיר ב' בגובה שבין שני מדפים סמוכים במקרר.