



פתרון הבחינה במתמטיקה

קיץ תשפ"ה, 2025, שאלון 35482, מועד ב, גרסה 06:
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"





סדרות

1. מיכל הפקידה בכל חודש כסף לחיסכון. גובה הפיקדון שהיא העבירה בכל חודש גדול במספר קבוע מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש שלפניו.
סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל בחודש הראשון והשני הוא 1,900 שקלים סך הכול.
גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש החמישי גדול פי 3 מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש הראשון.
א. מצאו את גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש הראשון.
ב. מצאו לאחר כמה חודשים היה סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל 24,700 שקלים סך הכול.
בחודש ה-12, במקום להפקיד כסף לחיסכון, החליטה מיכל לקנות מקרר שמחירו שווה לגובה הפיקדון שהייתה אמורה להעביר בחודש זה.
מיכל שילמה בעבור המקרר בארבעה תשלומים. כל תשלום גדול פי 3 מן התשלום שלפניו.
ג. מצאו את התשלום הראשון.

פתרון

נניח: זיוי התיינן לא חזט זנל גמטנו (כסף) מק'יו. התיינן
זמט זאנניו.

↓

טינוה ויננינלל ייל טינוה זאנניו.

$$\begin{cases} \text{I} & a_1 + a_2 = 1900 \\ \text{II} & a_5 = 3a_1 \end{cases}$$

1) $a_1 = 1$



$$I \quad a_1 + a_1 + d = 1900$$

$$\underline{2a_1 + d = 1900}$$

$$II \quad a_1 + 4d = 3a_1$$

$$a_1 + 4d - 3a_1 = 0$$

$$\underline{-2a_1 + 4d = 0}$$

$$\begin{array}{l} I \quad 2a_1 + d = 1900 \\ + \\ II \quad -2a_1 + 4d = 0 \end{array}$$

$$5d = 1900 \quad / : 5$$

$$d = 380$$

$$I \quad 2a_1 + d = 1900$$

$$: d = 380 \quad \text{נניח}$$

$$2a_1 + 380 = 1900$$

$$2a_1 = 1900 - 380$$

$$2a_1 = 1520 \quad / : 2$$

$$a_1 = 760$$

760, 380

א'ל'ק'י :



2) $S_n = 24700$
 $n = ?$

$$S_n = \frac{n [2a_1 + (n-1)d]}{2}$$

נ'ק: $a_1 = 760$, $d = 380$, $S_n = 24700$

$$\frac{2 \cdot 24700}{2} = \frac{1 \cdot n [2 \cdot 760 + (n-1) \cdot 380]}{2} \quad / \cdot 2$$

$$49400 = n [1520 + 380n - 380]$$

$$49400 = n [380n + 1140]$$

$$49400 = 380n^2 + 1140n$$

$$380n^2 + 1140n - 49400 = 0$$

$$n_1 = 10$$

~~$n_2 = 13$~~ בסוף n גמנו, קצת

תשובה: 10 וגם 13



$$a_{12} = a_1 + 11d$$

$$a_{12} = 760 + 11 \cdot 80$$

$$a_{12} = 1640$$

$$\Leftarrow \text{נחיו וינקיון} = 1640, \text{אז}$$

השאלה וינקיון:

השאלה קנוי כי נ מן השאלה שלפניו

$\Downarrow$

סיווח השאלה וינקיון היא סיווח וינקיון, אז $n=2$

נשאל:

השאלה - סיווח השאלה וינקיון

$$a_1 = 760$$

$$n=2$$

$$b_1=1$$



$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

נניח: $n=7$, $q=7$, $S_7=6940$

$$6940 = \frac{b_1 \cdot (7^7 - 1)}{7 - 1}$$

$$6940 = \frac{80b_1}{2}$$

$$6940 = 40b_1 \quad | : 40$$

$$b_1 = 173.5$$

תשובה: 173.5 טלפים



טריגונומטריה במרחב

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה מרובעת וישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.

SO הוא גובה הפירמידה.

נתון: $AB = 7$, $BC = 6$,

היקף המשולש SAC הוא 32.

א. (1) מצאו את אורך אלכסון הבסיס.

(2) מצאו את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה.

ב. מצאו את נפח הפירמידה.

הנקודה E נמצאת על גובה הפירמידה SO.

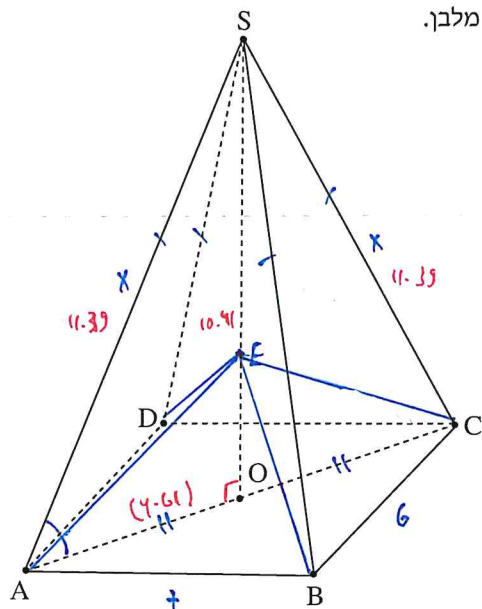
מן הנקודה E חיברו קטעים לקודקודי הבסיס ABCD כך שנוצרה

פירמידה חדשה EABCD.

נתון כי נפח הפירמידה EABCD קטן ב-40 מנפח הפירמידה SABCD.

ג. (1) מצאו את אורך הקטע EO.

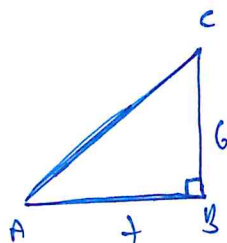
(2) מצאו את גודל הזווית SAE.



נתון

נתון: $P_{SAC} = 32$, $AB = 7$, $BC = 6$

1) (1)



$$7^2 + 6^2 = AC^2$$

$$85 = AC^2$$

$$\sqrt{85} = AC$$

$AC = 9.22$

לפי משפט פיתגורס:

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





(2) $P_{\$AC} = ?$

הנימונים יורו ל היתן לזכר הנוכחיות לזכר זה.

סטן: $\$A = \$C = X$

$$P_{\$AC} = 12$$

!!
↓

$$\$A + \$C + AC = 12$$

!!
↓

$$X + X + 9.22 = 12$$

$$2X + 9.22 = 12$$

$$2X = 12 - 9.22$$

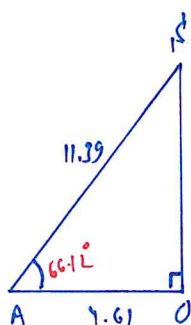
$$2X = 22.78 / : 2$$

$$X = 11.39$$

0 - צ"ח למשל (הוא) וסטן של וסטן הנימונים.

$$AO = OC = \frac{AC}{2} = \frac{9.22}{2} = 4.61$$

(הוא) וסטן מ/ן חילוק זה וזה זה.)



$$\cos \angle A = \frac{AO}{AP} = \frac{4.61}{11.39}$$

$$\cos \angle A = 0.405$$

$\Downarrow$

$$\angle A = 66.12^\circ$$

2) $\angle APO$:

אני נעזר בניקוטאוס:

$$(\angle O)^2 + (4.61)^2 = (11.39)^2$$

$$(\angle O)^2 + 21.25 = 129.7$$

$$(\angle O)^2 = 129.7 - 21.25$$

$$(\angle O)^2 = 108.45$$

$$\angle O = \sqrt{108.45} = 10.41$$

$$V_{\text{ניקויני}} = \frac{\text{זווי. גטיוניני} \cdot \text{טח גטיוני}}{\text{גטיוני}}$$

$$V_{\$ABC\$} = \frac{7.6 \cdot 10.4}{1}$$

$$V_{\$ABC\$} = 145.74$$

ליקן:

$$V_{EABC\$} = V_{\$ABC\$} - 40$$

||

$$V_{EABC\$} = 145.74 - 40$$

$$V_{EABC\$} = 105.74$$

$$(1) \quad V_{EABC\$} = \frac{\$ABC\$ \cdot E^0}{1}$$

||

$$105.74 = \frac{7.6 \cdot E^0}{1}$$

$$\frac{105.74}{7.6} = \frac{E^0}{1} \quad | \cdot 7.6$$

$$13.91 = E^0 \quad | \cdot 72$$

$$E^0 = 7.55$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל מתפשרו עליה

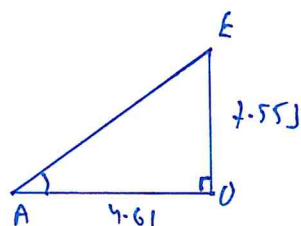




(2) $\angle SAE = ?$

$$\angle SAE = \angle SAO - \angle EAO$$

$$\angle SAO = \angle SAC = 66.12^\circ$$



$$\tan \angle EAO = \frac{7.55}{4.61}$$

$$\tan \angle EAO = 1.638$$

↓

$$\angle EAO = 58.6^\circ$$

$$\angle SAE = \angle SAO - \angle EAO = 66.12^\circ - 58.6^\circ = 7.52^\circ$$

$$\angle SAE = 7.52^\circ$$



3. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \cos(2x) + 2 \sin x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. בנקודת המינימום הפנימית העבירו משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואת המשיק.

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי המשיק.

ה. נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) + c$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ו. כתבו דוגמה לערך של c שבעבורו גרף הפונקצייה $g(x)$ חותך את ציר ה- x בארבע נקודות בדיוק.

$$f'(x) = -2 \sin(2x) + 2 \cos x = 0$$

א.

$$-2 \cdot 2 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos x = 0$$

$$2 \cos x \cdot (-2 \sin x + 1) = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$-2 \sin x + 1 = 0$$

$$1 = 2 \sin x$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$I) x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$II) x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

$$x = \frac{5\pi}{6}$$

$$f(0) = 1$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$f(\pi) = 1$$

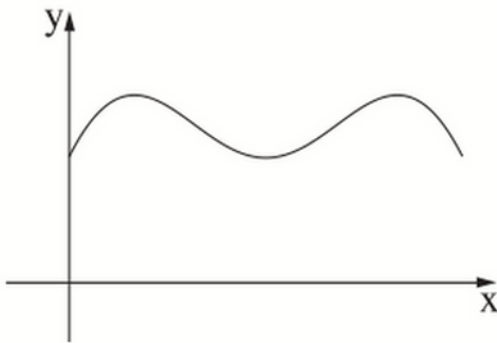
$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1.5$$

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1.5$$





סוג הקיצון לפי השדה הננין



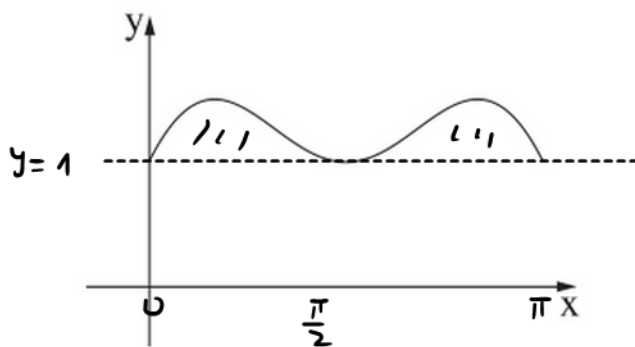
$$\min(0, 1)$$

$$\max\left(\frac{\pi}{6}, 1.5\right)$$

$$\min(\pi, 1)$$

$$\max\left(\frac{5\pi}{6}, 1.5\right)$$

$$\min(\pi, 1)$$



בנקודת המינימום הפנימית העבירו משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

ג. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי המשיק.

השאלה
המשיק הנק' המינימלי.

$$y = 1$$

.1

$$S = \int_0^{\pi} (f(x) - 1) dx = \int_0^{\pi} (\cos(2x) + 2\sin x - 1) dx$$

.7

$$= \left[\frac{\sin(2x)}{2} - 2\cos x - x \right]_0^{\pi} =$$

$$S = 0.8584$$

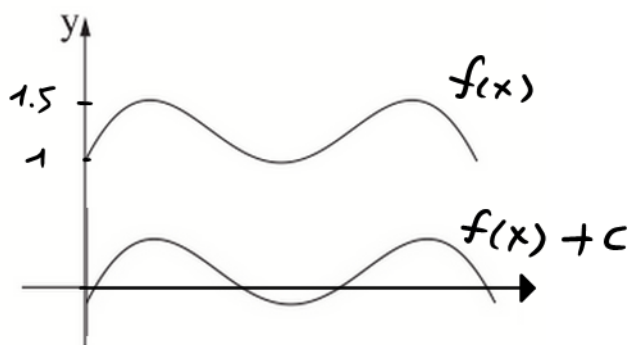
$$= (-1.1416) - (-2) = 0.8584$$





נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) + c$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ד. כתבו דוגמה לערך של c שבעבורו גרף הפונקצייה $g(x)$ חותך את ציר ה- x בארבע נקודות בדיוק.



ד. כל ערך של c בתחום

$$-1.5 < c < -1$$

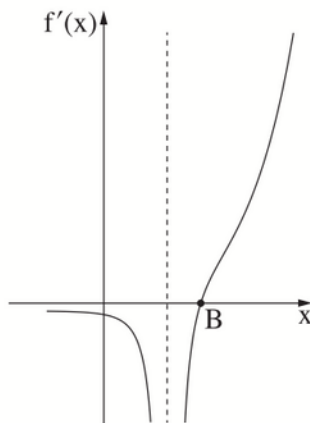
$$c = -1.2 \text{ אקומה}$$





4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 5}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).



- בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרות באותו התחום.
גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד – הנקודה B.
ג. מצאו את שיעור ה- x של הנקודה B.
ד. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \ln 15$.

$$\begin{aligned} e^x - 5 &= 0 \\ e^x &= 5 \\ \Rightarrow x &= \ln 5 \end{aligned}$$

א. (1) תחום ההגדרה:

$$x \neq \ln 5$$

א. (2) $x = \ln 5$ אסימפטוטה אנכית

$$f(0) = \frac{e^0}{e^0 - 5} = \frac{1}{1-5} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

1. נקודת חיתוך ציר y

$$(0, -\frac{1}{4})$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{e^{2x}}{e^x - 5} = \frac{0}{1}$$

$$e^{2x} = 0 \text{ אין פתרון}$$





ג. הנק' B מתקיים
נגזרת של 0 הנסמך:

$$f'(x) = 0$$

$$u = e^{2x} \quad v = e^x - 5$$

$$u' = 2 \cdot e^{2x} \quad v' = e^x$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot e^{2x} \cdot (e^x - 5) - e^x \cdot e^{2x}}{(e^x - 5)^2} = \frac{e^{2x} \cdot (2e^x - 10 - e^x)}{(e^x - 5)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^{2x} \cdot (e^x - 10)}{(e^x - 5)^2} = \frac{0}{1}$$

$$e^{2x} \cdot (e^x - 10) = 0$$

$e^{2x} > 0$
 $x \neq \ln 5$

$$e^x = 10$$

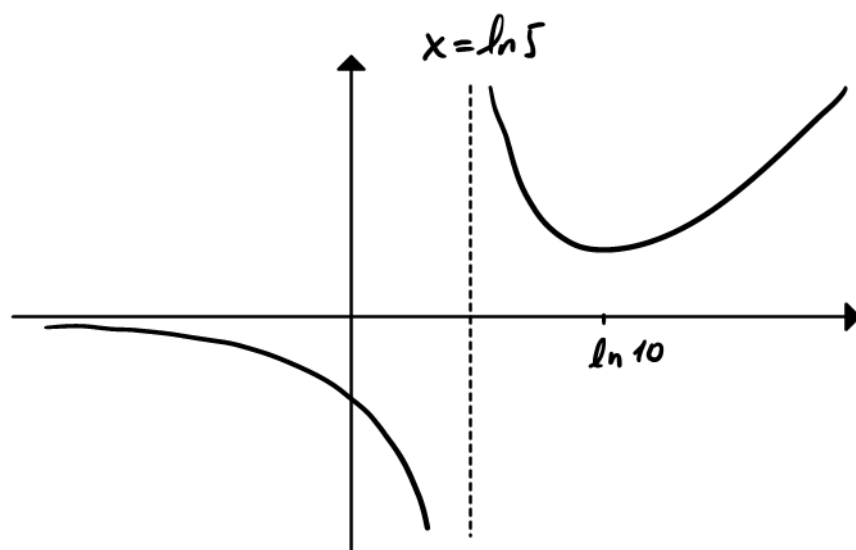
$$x = \ln 10$$

$x_0 = \ln 10$

x		$\ln 5$		$\ln 10$	
f'	-	///	-	0	+
f	$\searrow$	///	$\searrow$	min	$\nearrow$

ד. (1) על ב' הקשר הנכון
f'(x) > 0

על"ה: $x > \ln 10$
יכ"ה: $x < \ln 5$, $\ln 5 < x < \ln 10$

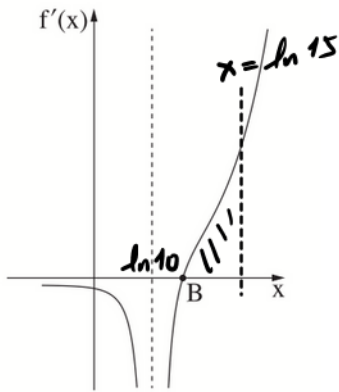


ד. (2)





ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \ln 15$.



$$S = \int_{\ln 10}^{\ln 15} (f'(x) - 0) dx = \left[f(x) \right]_{\ln 10}^{\ln 15} =$$

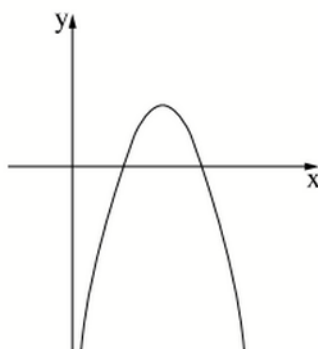
$$= \left[\frac{e^{2x}}{e^x - 5} \right]_{\ln 10}^{\ln 15} = 22.5 - 20 = 2.5$$

$$S = 2.5$$

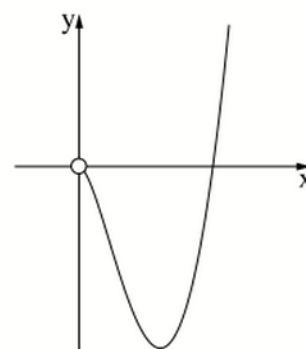


5. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot (-2 + \ln x)$.

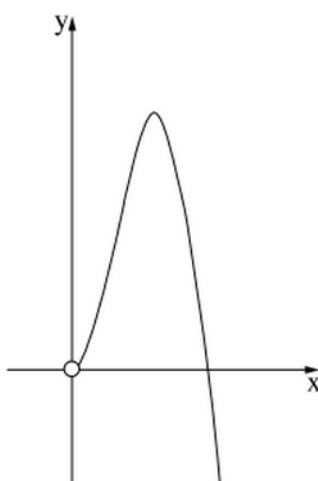
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 - ד. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = a \cdot f(x)$. a הוא פרמטר שונה מ-0.
- הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
- נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ הוא $0.8 \cdot e^3$.
- ה. (1) מצאו את הערך של a .
 - (2) מהו סוג נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.
 - (3) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.



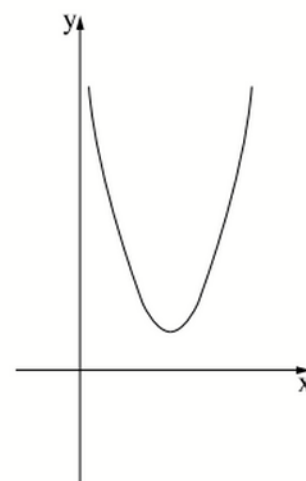
II



I



IV



III

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה





$$f(x) = x^2 \cdot (-2 + \ln x)$$

$$f(0) = \text{שואף } \infty$$

אין חיתוך עם ציר y

$$x^2(-2 + \ln x) = 0$$

$x=0$ שואף ∞ גרף

$$-2 + \ln x = 0$$

$$\ln x = 2$$

$$x = e^2$$

$$u = x^2 \quad v = -2 + \ln x$$

$$u' = 2x \quad v' = \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 2x \cdot (-2 + \ln x) + x^2 \cdot \frac{1}{x} = -4x + 2x \cdot \ln x + x$$

$$f'(x) = -3x + 2x \cdot \ln x$$

$$f'(x) = x \cdot (-3 + 2 \ln x) = 0$$

$x=0$ שואף ∞

$$-3 + 2 \ln x = 0$$

$$2 \ln x = 3$$

$$\ln x = 1.5$$

$$x = e^{1.5}$$

א. תחום הגדרה: $x > 0$

ב. נקודות חיתוך צירים:

$$(e^2, 0)$$

ג. נקודת הקיצון
נמצא לפי הנגזרת:

$$(u \cdot v)' = u'v + v'u$$

$$f(e^{1.5}) = (e^{1.5})^2 \cdot (-2 + 1.5)$$

$$= -\frac{1}{2}e^3 = -10.04$$

$$(e^{1.5}, -10.04)$$



$$f'(x) = x \cdot (-3 + 2 \ln x)$$

x	0		$e^{1.5}$	
f'	///	-	0	+
f	///	↘	min	↗

$$\min(e^{1.5}, -\frac{1}{2}e^3)$$

וב"פאז עסבאן

$$\min(4.48, -10.04)$$

$$f'(e) = e \cdot (-3 + 2) = -$$

$$f'(e^2) = +$$

הוא הבטח היתוך עם נקודת
מינימום מתחת לציור ק-א.

ד. I f





נתונה הפונקצייה $g(x) = a \cdot f(x)$. a הוא פרמטר שונה מ-0.

הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ הוא $0.8 \cdot e^3$.

ה. (1) מצאו את הערך של a .

(2) מהו סוג נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

(3) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.

ה. (1) $g(x)$ ו- $f(x)$ הם פרמטריזציות של נקודת הקיצון
($g(x)$ ומינימום ובינון a של $f(x)$)
 $g(e^{1.5}) = 0.8 \cdot e^3$

$$g(e^{1.5}) = a \cdot f(e^{1.5}) = a \cdot \left(-\frac{1}{2}e^3\right) = 0.8 \cdot e^3 \quad | : -\frac{1}{2}e^3$$

$$a = -1.6$$

ה. (2) מינימום a של $f(x)$, $g(x)$ עיקר (ומינימום) של $f(x)$
אכן $\boxed{\text{אין קיצון בנקודה מקסימום}}$

ה. (3) $\boxed{\text{IV}}$ הוא השיקוף והמינימום של $f(x)$.

בש $f(x)$ מקסימום, יונק חילוף יחידה עם ציר ה- x .

