



פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשפ"ה, 2025, שאלון 35472:

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת הקובץ

א. נתונה סדרה הנדסית A שהמנה שלה היא q , ובה 10 איברים.

האיבר הששי בסדרה הוא פי 81 מן האיבר השני בסדרה.

$$\begin{aligned}
 a_6 &= 81 \cdot a_2 \\
 a_1 q^5 &= 81 \cdot a_1 q \quad / : a_1 q \neq 0 \\
 q^4 &= 81 \quad / \sqrt[4]{} \\
 \boxed{q = \pm 3}
 \end{aligned}$$

תשובה: $q = \pm 3$.

ב. נתון כי סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A (שבה 10 איברים) הוא 1,296, כלומר $a_5 + a_6 = 1,296$.

כל איברי הסדרה הם חיוביים, לכן המנה חיובית ($q = 3$) כי אחרת נקבל איבר חיובי ואיבר שלילי לסירוגין.

$a_5 + a_6 = 1,296$		$a_5 + a_6 = 1,296$
$a_1 \cdot q^4 + a_1 \cdot q^5 = 1,296$		$a_5 + a_5 \cdot 3 = 1,296$
$a_1 \cdot 3^4 + a_1 \cdot 3^5 = 1,296$		$4a_5 = 1,296 \quad / : 4$
$81a_1 + 243a_1 = 1,296$	או	$a_5 = 324$
$324a_1 = 1,296 \quad / : 324$		$a_1 \cdot 3^4 = 324 \quad / : 81$
$\boxed{a_1 = 4}$		$\boxed{a_1 = 4}$

תשובה: האיבר הראשון בסדרה הוא 4.

ג. נתונה סדרה חשבונית B.

סכום הסדרה A גדול פי 11 מסכום הסדרה B.

$$S_{10}^A = \frac{4 \cdot (3^{10} - 1)}{3 - 1} = 118,096$$

ולכן סכום הסדרה B הוא $118,096 : 11 = 10,736$.

תשובה: סכום הסדרה B הוא 10,736.

ד. בסדרה B יש 32 איברים, כלומר $S_{32}^B = 10,736$.

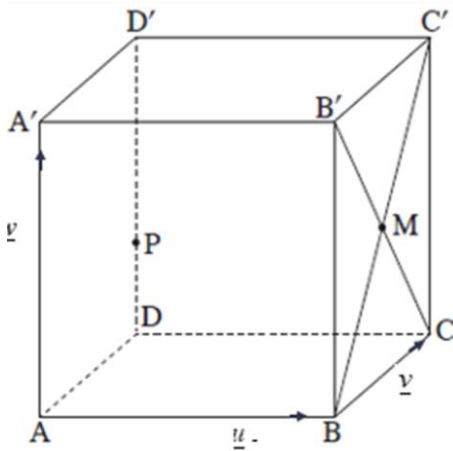
נתון כי האיבר השני בסדרה B גדול פי 16 מן הפרש שלה: .

$$\begin{aligned}
 S_{32}^B &= 10,736 \\
 10,736 &= \frac{32[2b_1 + (32-1)d]}{2} \quad / : 16 \\
 671 &= 2 \cdot 15d + 31d \quad \leftarrow b_1 = 15d \quad \text{ומכאן ש:} \\
 671 &= 61d \\
 \boxed{d = 11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_2 &= 16 \cdot d \\
 b_1 + d &= 16d \\
 \boxed{b_1 = 15d}
 \end{aligned}$$

תשובה: הפרש הסדרה B הוא 11.

א. בסרטוט מתוארת תיבה $ABCD A' B' C' D'$, ובהתאם המקצועות הצדדים מאונכים לביסיים.



$$\overline{AB} = \underline{u}$$

$$\overline{BC} = \underline{v}$$

$$\overline{AA'} = \underline{w}$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 0 \leftarrow \underline{u} \perp \underline{v}$$

$$\underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \leftarrow \underline{u} \perp \underline{w}$$

$$\underline{v} \cdot \underline{w} = 0 \leftarrow \underline{v} \perp \underline{w}$$

מה עוד ניתן ללמוד מהנתונים ?

M מפגש אלכסוני הפאה המלבנית $BCC' D'$, שחוצים זה את זה.

$$\overline{DP} = \frac{1}{3} \overline{DD'} \rightarrow \overline{DP} = \frac{1}{3} \underline{w}$$

נביע את הווקטורים \overline{AP} ו- \overline{MP} , באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

$$\overline{AP} = \overline{AD} + \overline{DP}$$

$$\overline{AP} = \underline{v} + \frac{1}{3} \underline{w}$$

M מפגש אלכסוני הפאה המלבנית $BCC' D'$, שחוצים זה את זה.

הפאה היא מלבן, והאלכסונים חוצים זה את זה, ולכן M היא אמצע האלכסון BC' .

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{C'B} + \overline{BA} + \overline{AP}$$

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} (\overline{C'C} + \overline{CB}) + \overline{BA} + \overline{AP}$$

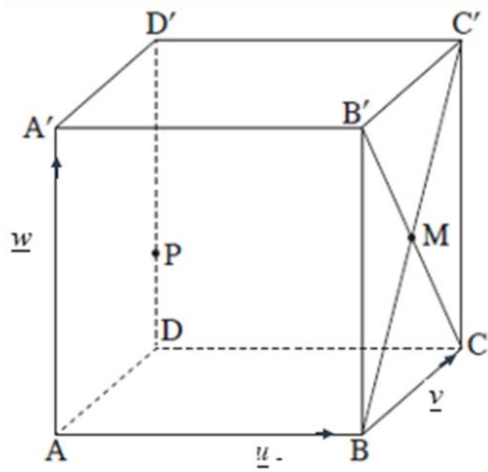
$$\overline{MP} = \frac{1}{2} (-\underline{w} - \underline{v}) - \underline{u} + \underline{v} + \frac{1}{3} \underline{w}$$

$$\overline{MP} = -\frac{1}{2} \underline{w} - \frac{1}{2} \underline{v} - \underline{u} + \underline{v} + \frac{1}{3} \underline{w}$$

$$\overline{MP} = -\underline{u} + \frac{1}{2} \underline{v} - \frac{1}{6} \underline{w}$$

תשובה: $\overline{MP} = -\underline{u} + \frac{1}{2} \underline{v} - \frac{1}{6} \underline{w}$, $\overline{AP} = \underline{v} + \frac{1}{3} \underline{w}$.

ב. נתון: $|v|=8$, $|w|=|u|=24$,



ובהתאם נעדכן את הנתונים שרשמנו בעמוד הקודם

$$\overline{AB} = \underline{u} \quad |\underline{u}| = 24 \quad \underline{u}^2 = 576$$

$$\overline{BC} = \underline{v} \quad |\underline{v}| = 8 \quad \underline{v}^2 = 64$$

$$\overline{AA'} = \underline{w} \quad |\underline{w}| = 24 \quad \underline{w}^2 = 576$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 0 \quad \underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \quad \underline{v} \cdot \underline{w} = 0$$

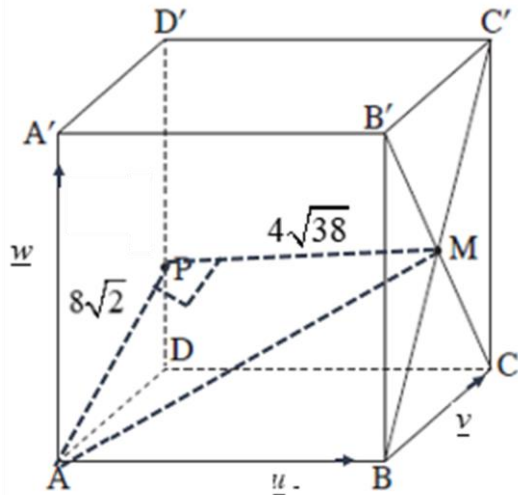
(1) נוכיח כי הווקטור \overline{AP} מאונך לווקטור \overline{MP} .

נזכור כי הוכחנו ש- $\underline{v} \cdot \underline{w} = 0$, $\underline{u} \cdot \underline{w} = 0$, $\underline{u} \cdot \underline{v} = 0$

ולכן אין צורך לרשום את המכפלות שלהם (גם בהמשך בחישובי האורכים בתת סעיף ב(2)).

$$\overline{AP} \cdot \overline{MP} = \left(\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}\right) \cdot \left(-\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{6}\underline{w}\right) = \frac{1}{2}\underline{v}^2 - \frac{1}{18}\underline{w}^2 = \frac{1}{2} \cdot 64 - \frac{1}{18} \cdot 576 = 0 \rightarrow \boxed{\overline{AP} \perp \overline{MP}}$$

תשובה: הוכחנו כי \overline{AP} מאונך ל- \overline{MP} .



(2) נחשב את שטח המשולש ישר הזווית $\triangle APM$ ($\sphericalangle APM = 90^\circ$).

הסבר: הוכחנו כי \overline{AP} מאונך ל- \overline{MP} , ולכן $\sphericalangle APM = 90^\circ$.

$$AP = \left| \underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w} \right| = \sqrt{\underline{v}^2 + 2 \cdot \underline{v} \cdot \frac{1}{3}\underline{w} + \left(\frac{1}{3}\underline{w}\right)^2}$$

$$AP = \sqrt{64 + \frac{2}{3} \cdot 0 + \frac{1}{9} \cdot 576}$$

$$\boxed{AP = 8\sqrt{2}}$$

$$MP = \left| -\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{6}\underline{w} \right| = \sqrt{\left(-\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{6}\underline{w}\right) \cdot \left(-\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{6}\underline{w}\right)}$$

$$MP = \sqrt{\underline{u}^2 + \frac{1}{4}\underline{v}^2 + \frac{1}{36}\underline{w}^2} = \sqrt{576 + \frac{1}{4} \cdot 64 + \frac{1}{36} \cdot 576}$$

$$\boxed{MP = 4\sqrt{38}}$$

$$S_{\triangle APM} = \frac{AP \cdot MP}{2} = \frac{8\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{38}}{2}$$

$$\boxed{S_{\triangle APM} = 32\sqrt{19} \approx 139.5}$$

תשובה: שטח המשולש $\triangle APM$ הוא $32\sqrt{19} \approx 139.5$.

ג. נתון: הקודקוד $D(0, 0, 0)$ בראשית הצירים.

(1) הקודקוד A מונח על החלק החיובי של ציר ה- x , כאשר $AD = |y| = 8$, ולכן $A(8, 0, 0)$.

הקודקוד C מונח על החלק החיובי של ציר ה- y , כאשר $DC = |u| = 24$, ולכן $C(0, 24, 0)$.

$ABCD$ הוא מלבן, ששלושה מקודקודיו מצאנו וצלעותיו הנגדיות שוות ומקבילות, ולכן $B(8, 24, 0)$.

הקודקוד C' נמצא בבסיס העליון של התיבה,

כאשר $CC' = DD' = 24$ ו- $CC' \perp CC'$ מקביל לציר ה- y , ולכן $C'(0, 24, 24)$.

תשובה: $C(0, 24, 0)$, $B(8, 24, 0)$, $C'(0, 24, 24)$.

(2) נמצא את שיעורי הנקודה M .

ועל פי נוסחת אמצע קטע BC' :

$$M\left(\frac{8+0}{2}, \frac{24+24}{2}, \frac{0+24}{2}\right)$$

$$\boxed{M(4, 24, 12)}$$

תשובה: $M(4, 24, 12)$.

ד. נחשב את גודל הזווית PMB (ראו בשרטוט משמאל).

מצאנו כי: $M(4, 24, 12)$, $B(8, 24, 0)$.

$$\cos \angle PMB = \frac{\vec{MP} \cdot \vec{MB}}{|\vec{MP}| \cdot |\vec{MB}|} \quad \text{תכנון:}$$

נמצא את שיעורי הנקודה P .

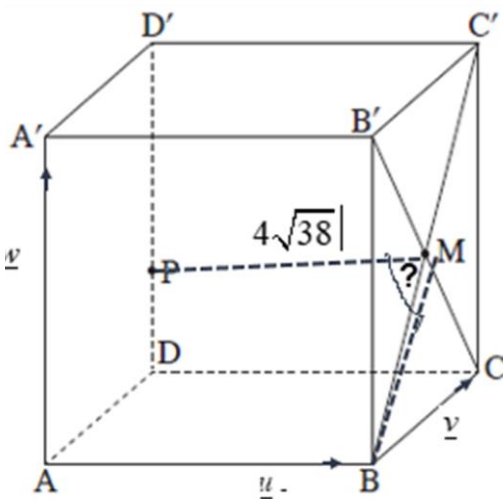
$$\vec{DP} = \frac{1}{3} \vec{DD'}$$

$$\underline{P} - \underline{D} = \frac{1}{3} (\underline{D'} - \underline{D})$$

$$\underline{P} = (0, 0, 0) + (0, 0, 8)$$

$$\boxed{P(0, 0, 8)}$$

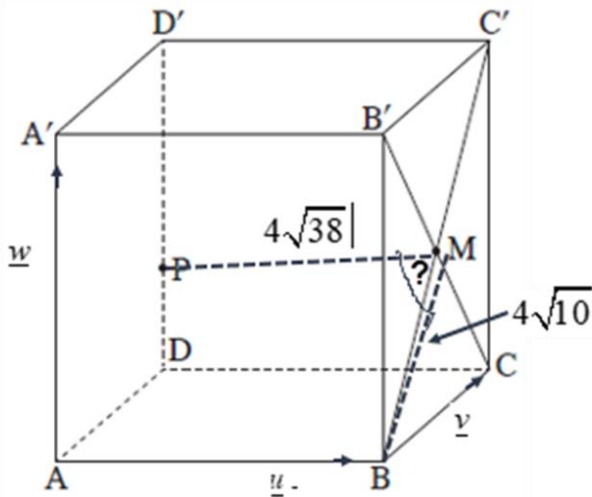
אפשר היה גם לענות ישירות $P(0, 0, 8)$,



כי הנקודה ממוקמת על החלק החיובי של ציר ה- z בשליש המרחק בין הראשית לקודקוד $D'(0, 0, 24)$.

נחזור לתכנון: $\cos \angle PMB = \frac{\overline{MP} \cdot \overline{MB}}{|\overline{MP}| \cdot |\overline{MB}|}$

מצאנו כי: $P(0, 0, 8)$, $B(8, 24, 0)$, $M(4, 24, 12)$ וגם כי $MP = 4\sqrt{38}$.



$$\overline{MB} = \underline{B} - \underline{M} = \underline{x} = (4, 0, -12)$$

$$|\overline{MB}| = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-12)^2}$$

$$|\overline{MB}| = 4\sqrt{10}$$

$$\overline{MP} = \underline{P} - \underline{M} = \underline{x} = (-4, -24, -4)$$

$$\overline{MP} \cdot \overline{MB} = (-4, -24, -4) \cdot (4, 0, -12)$$

$$\overline{MP} \cdot \overline{MB} = -4 \cdot 4 + (-24) \cdot 0 + (-4) \cdot (-12)$$

$$\overline{MP} \cdot \overline{MB} = 32$$

$$\cos \angle PMB = \frac{\overline{MP} \cdot \overline{MB}}{|\overline{MP}| \cdot |\overline{MB}|}$$

$$\cos \angle PMB = \frac{32}{4\sqrt{38} \cdot 4\sqrt{10}}$$

$$\angle PMB = 84.11^\circ$$

תשובה: גודל הזווית PMB הוא 84.11° .

א. ביום הקנייה נפח גלגל הים היה 3,700 סמ"ק ונפח מזרן הים היה 7,400 סמ"ק. עקב עיבוד אוויר, נפח הגלגל ונפח המזרן קטנו באחוז קבוע בכל יום, ולכן זוהי דעיכה מעריכית. כעבור 7 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל שווה לנפח המזרן. כיוון שנפח המזרן היה כפול מזה של הגלגל בים הקנייה המשותף, הרי שהדעיכה שלו מהירה יותר. נקבע עבור על אחת מהטענות אם היא נכונה או לא נכונה.

I. כעבור 6 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן. נפח הגלגל ביום הקנייה היה קטן יותר, וכך היה עד 7 ימים מיום הקנייה. תשובה: הטענה אינה נכונה.

II. כעבור 8 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן. נפח הגלגל כעבור 7 ימים מיום הקנייה היה שווה לנפח המזרן, ומכיוון שהדעיכה של המזרן מהירה יותר הרי שמכאן והלאה נפח הגלגל גדול יותר. תשובה: הטענה נכונה.

ב. נתון כי נפח הגלגל קטן ב- 4% כל יום. נמצא את האחוז שבו קטן נפח המזרן בכל יום. נסמן q_m מקדם הדעיכה של המזרן, כאשר $q_g = \frac{100-4}{100} = 0.96$ מקדם הדעיכה של הגלגל. כעבור 7 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל שווה לנפח המזרן.

$$3,700 \cdot 0.96^7 = 7,400 \cdot q_m^7 \quad / : 7,400$$

$$0.3757 = q_m^7$$

$$\sqrt[7]{0.3757} = q_m$$

$$q_m = 0.8695$$

נמצא את אחוז הדעיכה היומי.

$$0.8695 = \frac{100 - P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$86.95 = 100 - P$$

$$P = 13.05$$

תשובה: נפח המזרן קטן בכל יום ב- 13.05% .

ג. כעבור t ימים מיום הקנייה היה נפח המזרן $\frac{1}{3}$ מנפח הגלגל.

נמצא את הערך של t .

או, החל מהנפח הזהה לאחר 7 ימים

$$\frac{1}{3} \cdot A_7 \cdot 0.96^{t-7} = A_7 \cdot 0.8695^{t-7} \quad /: A_7 \cdot 0.96^{t-7}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{0.8695^{t-7}}{0.96^{t-7}}$$

$$\frac{1}{3} = \left(\frac{0.8695}{0.96}\right)^{t-7}$$

$$\frac{1}{3} = 0.9057^{t-7}$$

$$t-7 = \frac{\ln \frac{1}{3}}{\ln 0.9057}$$

$$t-7 \approx 11.1$$

$$\boxed{t \approx 18.1}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3,700 \cdot 0.96^t = 7,400 \cdot 0.8695^t \quad /: 7,400 \cdot 0.96^t$$

$$\frac{1}{6} = \frac{0.8695^t}{0.96^t}$$

$$\frac{1}{6} = \left(\frac{0.8695}{0.96}\right)^t$$

$$\frac{1}{6} = 0.9057^t$$

$$\ln \frac{1}{6} = \ln 0.9057^t$$

$$\ln \frac{1}{6} = t \cdot \ln 0.9057$$

$$t = \frac{\ln \frac{1}{6}}{\ln 0.9057}$$

$$\boxed{t \approx 18.1}$$

תשובה: $t \approx 18.1$.

ד. לאחר כמה שבועות החליט אמיר לנפח את המזרן.

במהלך הניפוח גדל נפח המזרן בכל דקה ב- 22%, ולכן זוהי גדילה מעריכית.

בסיום הניפוח היה נפח המזרן גדול פי 7.5 מהנפח שלו בתחילת הניפוח.

נמצא את מספר הדקות שנמשך ניפוח המזרן.

$$q_n = \frac{100+22}{100} = 1.22 \text{ כאשר } q_n \text{ מקדם הגדילה של המזרן, נסמן } M_0$$

נסמן M_0 את הנפח ההתחלתי של המזרן בתחילת הניפוח.

$$7.5M_0 = M_0 \cdot 1.22^t \quad /: M_0 > 0$$

$$7.5 = 1.22^t$$

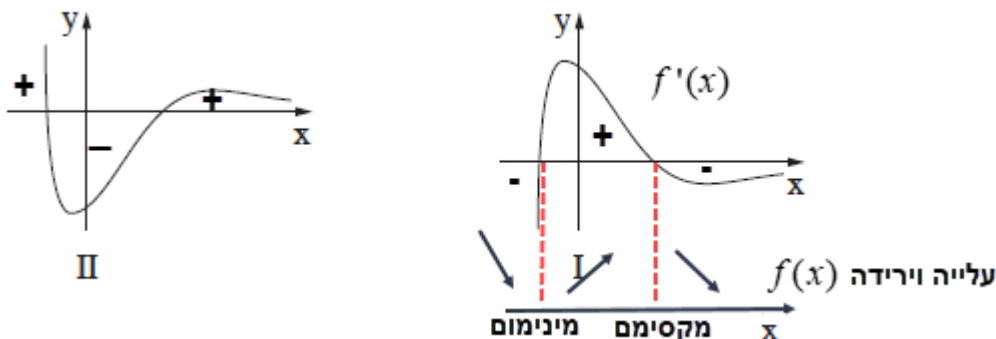
$$\ln 7.5 = \ln 1.22^t$$

$$\ln 7.5 = t \cdot \ln 1.22$$

$$t = \frac{\ln 7.5}{\ln 1.22}$$

$$\boxed{t \approx 10.133}$$

תשובה: ניפוח המזרן נמשך 10.133 דקות.



א. הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .
נזהה את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, בעזרת שיקולים המאפשרים גם לצייר את גרף הנגזרת.

- לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מקסימום אחת בלבד, בעלת שיעור x חיובי.
כאשר לשני הגרפים יש שתי נקודות אפס אחת שבהן $f'(x) = 0$,
ושבהן הם מחליפים תחומי חיוביות ושליליות (ראו בסרטוט).
- נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$ היא מסוג מקסימום,
כאשר $f(x)$ עוברת מעלייה לירידה, ולכן גרף I הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
שכן הנגזרת עוברת מחיוביות לשליליות, עבור שיעור x חיובי.
- נקודת האפס השנייה של גרף I, בחלק השלילי של ציר ה- x
מראה על נקודת קיצון נוספת, מסוג מינימום, של $f(x)$.
תשובה: גרף I מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{(-2x+1)}$.

(1) בנקודות החיתוך עם ציר ה- x מתקיים $f(x) = 0$.

$$x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

תשובה: $(-\sqrt{2}, 0)$, $(\sqrt{2}, 0)$.

(2) נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ונרשום את סוגן על פי סעיף א.

$$f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{(-2x+1)}$$

$$f'(x) = 2x \cdot e^{(-2x+1)} + (x^2 - 2) \cdot e^{(-2x+1)} \cdot (-2)$$

$$f'(x) = 2e^{(-2x+1)} [x - (x^2 - 2)]$$

$$f'(x) = 2e^{(-2x+1)} (x - x^2 + 2)$$

$$f'(x) = 2e^{(-2x+1)} (-x^2 + x + 2)$$

$$-x^2 + x + 2 = 0 \rightarrow x = 2, x = -1$$

$$x = 2 \rightarrow f(2) = (2^2 - 2) \cdot e^{(-2 \cdot 2 + 1)} = 2e^{(-3)} = \frac{2}{e^3} \rightarrow \left(2, \frac{2}{e^3}\right), \max$$

$$x = -1 \rightarrow f(-1) = ((-1)^2 - 2) \cdot e^{(-2 \cdot (-1) + 1)} = -e^{(3)} = -e^3 \rightarrow (-1, -e^3), \min$$

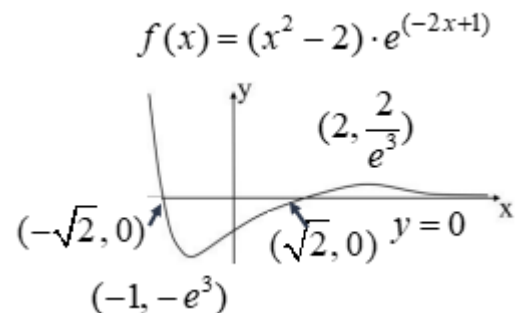
תשובה: $(2, \frac{2}{e^3})$ מקסימום, $(-1, -e^3)$ מינימום.

ג. נסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

שתי הצבות מומלצות לפני הסרטוט.

$$f(10) = 5.49 \cdot 10^{-7} \rightarrow 0 \text{ או } y = 0 \text{ אסימפטוטה אופקית לימין.}$$

$$f(-10) = 1.29 \cdot 10^{11} \rightarrow +\infty \text{ ואין אסימפטוטה אופקית לשמאל.}$$



תשובה הסרטוט מעל.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = 7 \cdot e^{(-2x+1)}$, המוגדרת לכל x .

(1) $e^{(-2x+1)}$, כמו כל חזקה עם בסיס חיובי, חיובית לכל x .

ולכן גם לאחר כפל במספר חיובי (7), המכפלה חיובית לכל x .

תשובה: הסברנו מדוע הפונקציה $g(x)$ חיובית לכל x .

(2) נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

$$\begin{cases} y = (x^2 - 2) \cdot e^{(-2x+1)} \\ y = 7 \cdot e^{(-2x+1)} \end{cases}$$

$$(x^2 - 2) \cdot e^{(-2x+1)} = 7 \cdot e^{(-2x+1)} \quad /: e^{(-2x+1)} > 0$$

$$x^2 - 2 = 7$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \rightarrow y = 7 \cdot e^{(-2 \cdot 3 + 1)} = 7 \cdot e^{(-5)} = \frac{7}{e^5} \rightarrow \left(3, \frac{7}{e^5}\right)$$

$$x = -3 \rightarrow y = 7 \cdot e^{(-2 \cdot (-3) + 1)} = 7 \cdot e^{(7)} \rightarrow (-3, 7e^7)$$

תשובה: $(-3, 7e^7)$, $(3, \frac{7}{e^5})$.

ה. דרך כל אחת מן הנקודות שמצאנו בסעיף ד העבירו ישר המאונך לציר ה- x .

מכאן שמשוואות האנכים הן $x = 3$ ו- $x = -3$,

כאשר כל השטח המבוקש הוא מעל ציר ה- x , כי הראינו בתת-סעיף ד(1) ש- $g(x)$ חיובית לכל x .

נחשב את השטח המבוקש.

$$S = \int_{-3}^3 (7 \cdot e^{(-2x+1)} - 0) dx$$

$$S = \frac{7 \cdot e^{(-2x+1)}}{-2} \Big|_{-3}^3$$

$$\left. \begin{aligned} x = 3: -3.5e^{-5} &= -\frac{3.5}{e^5} \\ x = -3: -3.5e^7 & \end{aligned} \right\}$$

$$S = -\frac{3}{e^5} - (-3.5e^7)$$

$$S = 3.5e^7 - \frac{3.5}{e^5} \approx 3,838.2$$

תשובה: השטח המוגבל, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי צירה- x ועל ידי האנכים,

הוא $3.5e^7 - \frac{3.5}{e^5} \approx 3,838.2$.

א. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{6x}{(\ln x)^2}$.

(1) בתחום ההגדרה, הביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית גדול מאפס, לכן $x > 0$.

בתחום ההגדרה, המכנה שונה מאפס, לכן $x \neq 1 \rightarrow \ln x \neq 0 \rightarrow (\ln x)^2 \neq 0$.

תשובה: $x > 0, x \neq 1$.

(2) $x=1$ מאפס את המכנה של הפונקציה ולא את המונה, ולכן הישר $x=1$ אסימפטוטה אנכית.

$f(0.001) = \frac{6 \cdot 0.001}{(\ln(0.001))^2} = 1.26 \cdot 10^{-4} \rightarrow 0$ ולכן הגרף של שואף לנקודה הריקה $(0, 0)$.

תשובה: $x=1$ אסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

(3) בנקודת חיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y=0$:

$6x=0 \rightarrow x=0$ (הפתרון נפסל כי אינו בתחום ההגדרה).

גרף הפונקציה $f(x)$ אינו חותך את ציר ה- y , כי $x=0$ אינו בתחום ההגדרה של הפונקציה.

תשובה: גרף הפונקציה $f(x)$ אינו חותך את הצירים.

ב.(1) נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה, ונקבע את סוגה.

$$f(x) = \frac{6x}{(\ln x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{6 \cdot (\ln x)^2 - 6x \cdot 2 \ln x \cdot \frac{1}{x}}{[(\ln x)^2]^2}$$

$$f'(x) = \frac{6 \cdot (\ln x)^2 - \ln x \cdot \frac{12x}{x}}{(\ln x)^4}$$

$$f'(x) = \frac{6 \cdot \ln x \cdot (\ln x - 2)}{(\ln x)^4}$$

$\ln x = 0 \rightarrow x=1 \leftarrow x > 0, x \neq 1$

$\ln x = 2 \rightarrow x = e^2 \rightarrow y = \frac{6e^2}{(\ln e^2)^2} = \frac{6e^2}{(2)^2} \rightarrow (e^2, 1.5e^2)$

$f'(7) < 0, f'(8) > 0 \rightarrow (e^2, 1.5e^2), \min$

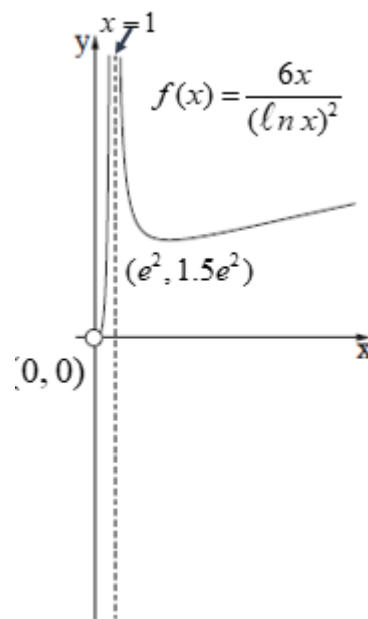
$f'(0.5) > 0 \nearrow$

תשובה: $(e^2, 1.5e^2)$ מינימום.

(2) תשובה: עלייה $x > e^2$ או $0 < x < 1$ (ירידה $1 < x < e^2$).

ד. הגרף המתאים הוא גרף IV על פי האסימפטוטה האנכית $x=1$, הנקודה הריקה $(0, 0)$,

תחומי העלייה והירידה, ונקודת המינימום $(e^2, 1.5e^2)$.



IV

תשובה: גרף IV הוא גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. $g(x)$ היא פונקציה המוגדרת כמו $f(x)$, בתחום $x > 0, x \neq 1$.

(1) נגזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר.

זוהי הזזה אנכית c יחידות של הפונקציה $f(x)$.

שיעור ה- y בנקודת המינימום של $f(x)$ הוא $1.5e^2 \approx 11.08$.

לכן, עבור $c = 5$, נקודת המינימום $(e^2, 6.08)$ תהיה מעל ציר ה- x ,

כך שהנגזרת חיובית ו- $g(x)$ תעלה.

אולם, בתחום $0 < x < 1$ הגרף של $g'(x)$ יחתוך את ציר ה- x ,

יעבור משליליות לחיוביות, כאשר $g(x)$ עוברת מירידה לעלייה, ונקבל נקודת מינימום.

העשרה: בעמוד הבא, גרף ממחיש (לא נדרש בבגרות)

תשובה: עבור $c = 5$ תהיה לפונקציה $g(x)$ נקודת קיצון אחת, מסוג מינימום.

(2) בהמשך להסבר, אם נוריד את $f(x)$

כך שהנגזרת $g'(x) = f(x) - c$ תחתוך את ציר ה- x עוד פעמיים בתחום $x > 1$,

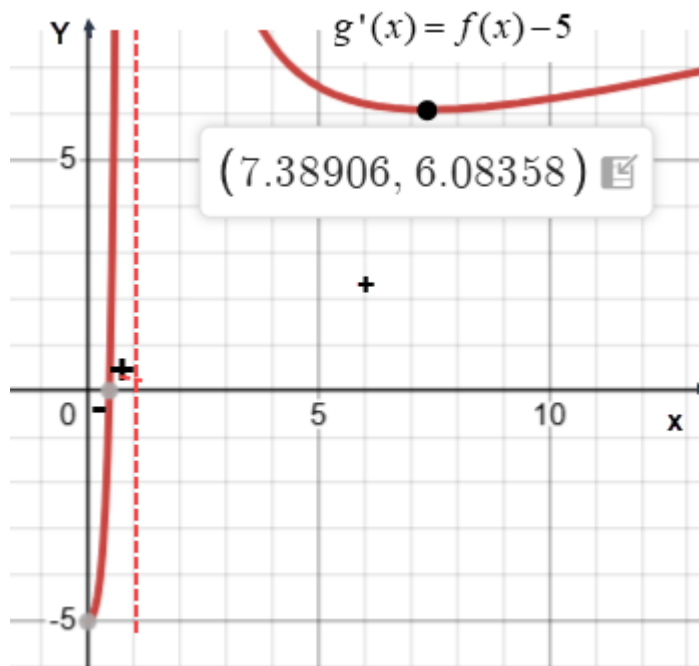
נקבל עוד שתי נקודות קיצון (מקסימום ומינימום, משמאל לימין),

בנוסף לנקודת המינימום בתחום $0 < x < 1$.

העשרה: בעמוד הבא, גרף ממחיש (לא נדרש בבגרות)

תשובה: לדוגמה, עבור $c = 15$ תהיה לפונקציה $g(x)$ שלוש נקודות קיצון (או כל $c > 1.5e^2 \approx 11.08$).

ז(1)



ז(2)

