



פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשפ"ה, 2025, שאלון, 35582, גרסה 07:
מונש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"



1. נתונות הנקודות $A(-9a, 0)$ ו- $B(41a, 0)$. a הוא פרמטר חיובי.

הנקודה P מקיימת $\sphericalangle APB = 90^\circ$.

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על מעגל, ומצאו את משוואתו. הביעו את תשובתכם באמצעות a .

נתון כי השטח הגדול ביותר של המשולש APB הוא 156.25.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = \frac{1}{2}$ וענו על סעיפים ג-ד.

אמצע הקטע AB הוא מוקד של פרבולה שמשוואתה קנונית.

הפרבולה והמעגל שמצאתם נחתכים ברביע הראשון בנקודה C .

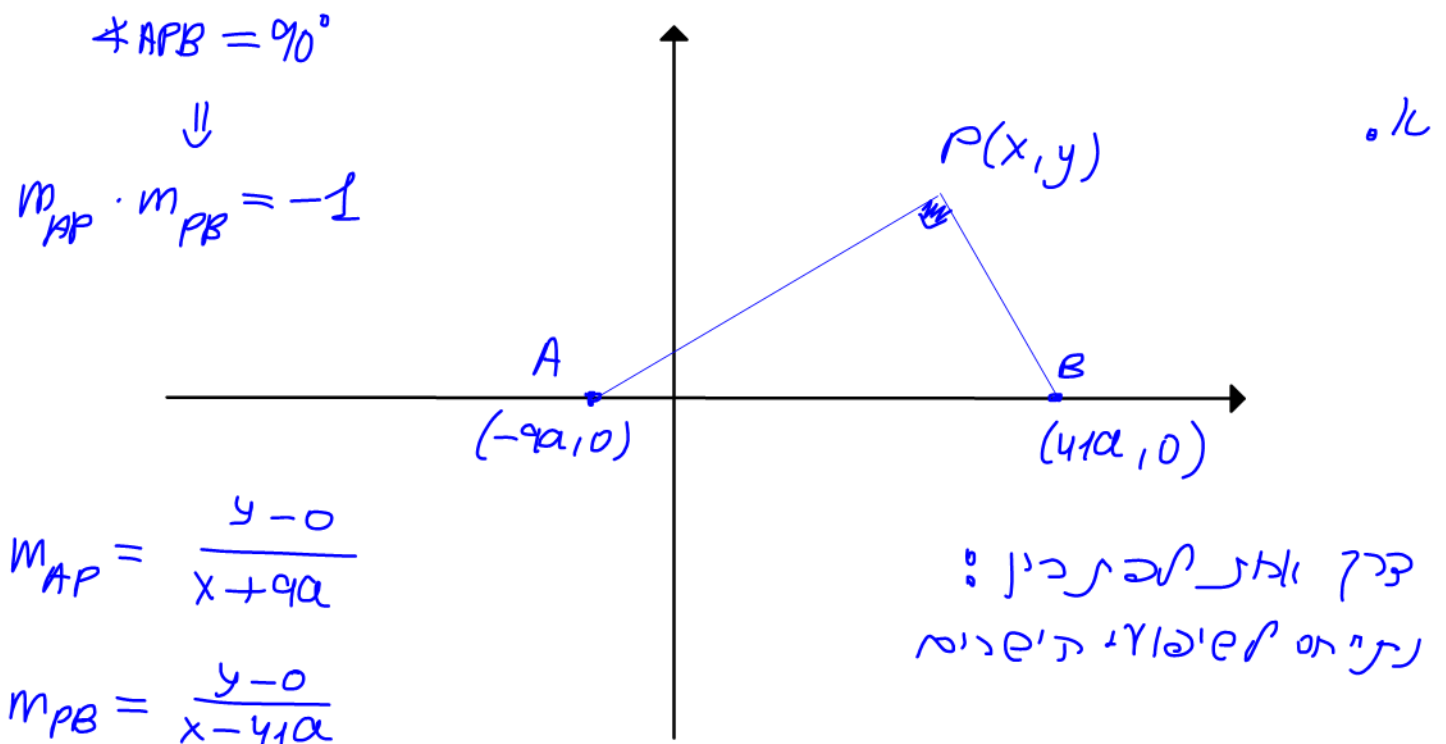
ג. מצאו את שיעורי הנקודה C .

הישר l משיק לפרבולה בנקודה C .

מעבירים משיק למעגל שמצאתם.

נתון כי משיק זה מקביל לישר l .

ד. מצאו את המרחק בין הישר l ובין המשיק למעגל (מצאו את שתי האפשרויות).





$$\frac{y}{x+9a} \cdot \frac{y}{x-41a} = -1$$

$$y^2 = -(x+9a)(x-41a)$$

$$y^2 = -(x^2 - 32ax - 369a^2)$$

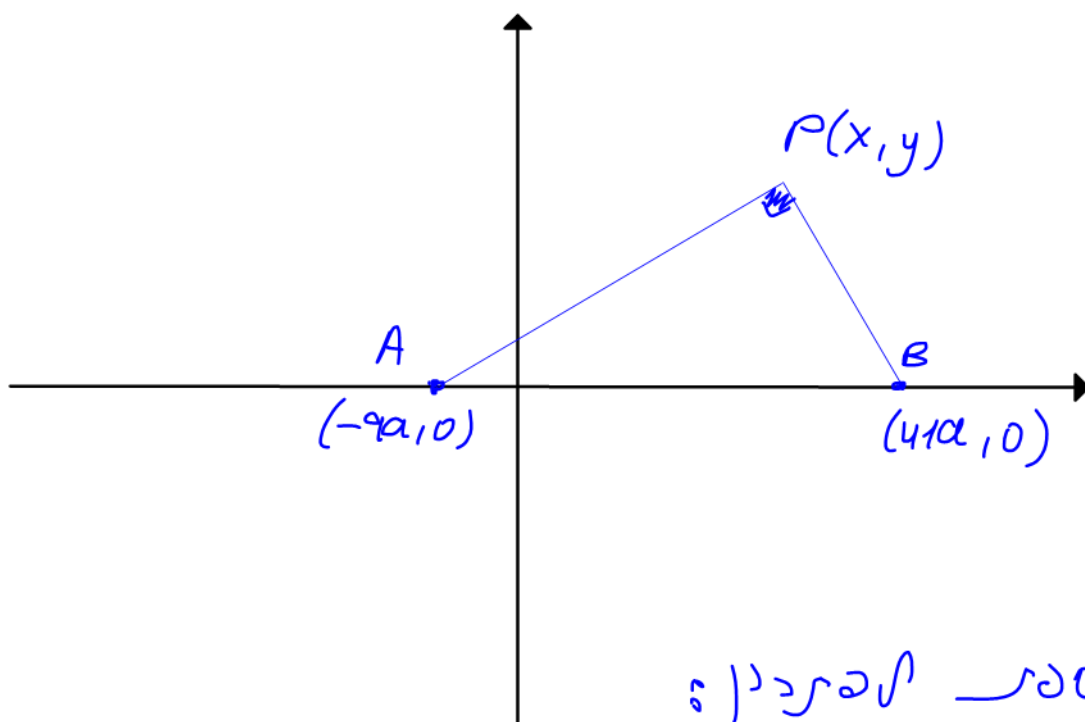
$$x^2 - 32ax - 369a^2 + y^2 = 0$$

$$x^2 - 32ax + y^2 = 369a^2 \quad \left| + \left(\frac{-32a}{2} \right)^2 = 256a^2 \right.$$

$$x^2 - 32ax + 256a^2 + y^2 = 625a^2$$

$$(x-16a)^2 + y^2 = 625a^2$$

מרכז המעגל
(16a, 0)
רדיוס 25a



צוויר בשדה שמשולש צד קוואל ה'א צולל ה'ינביות
אם AB קואל של מעלה אל הנקודה P נעטמ
צל ה'מעלה. אולטע AB ה'וא מ'כז ה'מעלה

$$X_{\text{מ'כז AB}} = \frac{-9a + 41a}{2} = 16a$$

$$\frac{AB}{2} = \frac{50a}{2} = 25a \quad \text{מ'כז ה'מעלה } (16a, 0) \text{ ו'כ' } 10'$$

$$(x - 16a)^2 + y^2 = 625a^2 \quad \text{ול'ן משוואל ה'מעלה}$$





נתון כי השטח הגדול ביותר של המשולש APB הוא 156.25.

ב. מצאו את הערך של a.

$$S_{APB} = \frac{AB \cdot y_p}{2}$$

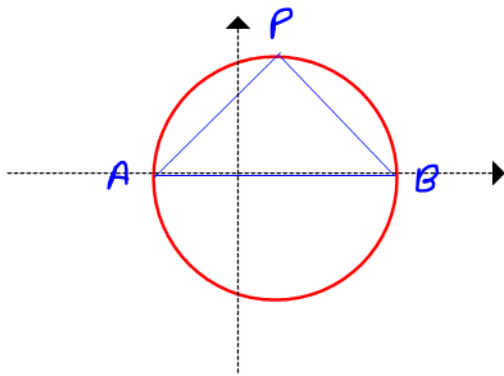
שטח המשולש APB הוא

$$AB = 50a$$

השטח הוא מקסימלי כאשר y_p מקסימלי

וצה כאשר הנקודה P מן מרכז המעגל ו- $y_p = R$
הנקודה

ולכן $y_p = 25a$ כאשר השטח מקסימלי.



$$\frac{50a \cdot 25a}{2} = 156.25$$

$$625a^2 = 156.25$$

$$a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

הציבו $a = \frac{1}{2}$ וענו על סעיפים ג-ד.

אמצע הקטע AB הוא מוקד של פרבולה שמשוואתה קנונית.

הפרבולה והמעגל שמצאתם נחתכים ברביע הראשון בנקודה C.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה C.

אמצע AB
 $(16a, 0) = (8, 0)$

נקודת הפיתול
 $F(8, 0)$

נקודת הפיתול
 $(\frac{p}{2}, 0)$
 $\Rightarrow \frac{p}{2} = 8$

$[p = 16]$
משוואת הפרבולה
 $y^2 = 2px$

$[y^2 = 32x]$



$$C \begin{cases} y^2 = 32x \\ (x-8)^2 + y^2 = 156.25 \end{cases}$$

כ ען מייטק אן הפניקום
נהמולט קרבוו היאסין:

$$x^2 - 16x + 64 + 32x = 156.25$$

$$x^2 + 16x - 92.25 = 0$$

$$x = -20.5$$

$$x_1 = 4.5$$

בסוף, א קרבוו I

$$y^2 = 144 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow C(4.5, 12)$$

$$y = 12$$

I קרבוו I

משוואת המשיק הפניקום

$$yy_c = p(x + x_c)$$

הישר ל משיק לפרבולה בנקודה C.
מעבירים משיק למעגל שמצאתם.
נתון כי משיק זה מקביל לישר l.

ד. מצאו את המרחק בין הישר l ובין המשיק למעגל (מצאו את שתי האפשרויות).

משוואת המשיק בנק' C:

$$y \cdot 12 = 16(x + 4.5) \quad | :4$$

$$3y = 4x + 18$$

$$[-4x + 3y - 18 = 0]$$

$$LN \text{ מרחק} = LF + FN = LF + R$$

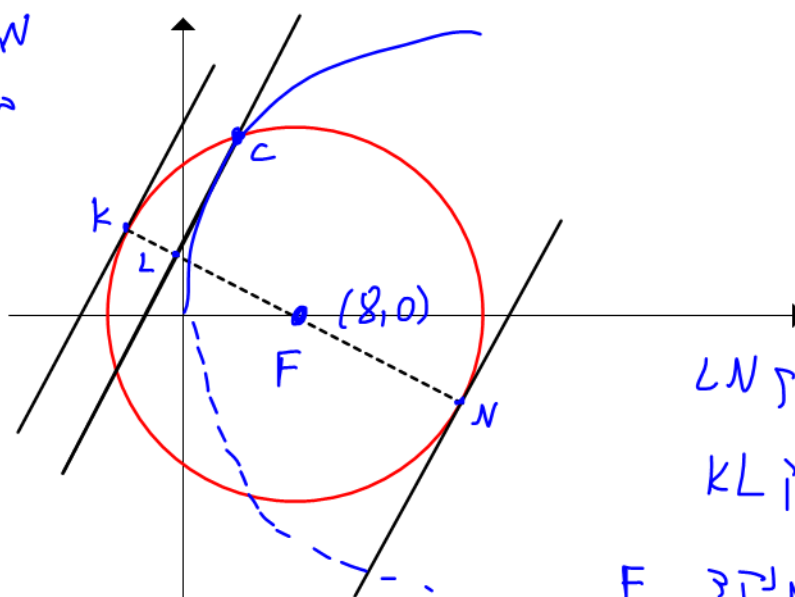
$$KL \text{ מרחק} = KF - LF = R - LF$$

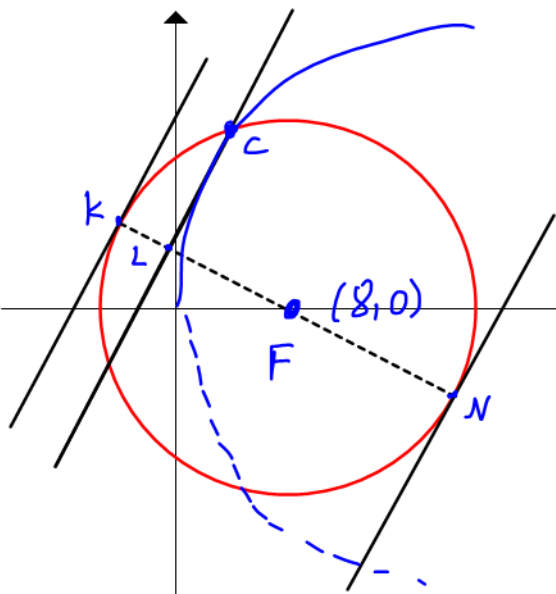
$$LF \text{ מרחק מהנקודה F}$$

סימני נקודות

K, L, N

קרבוו





מכאן ל נקודת צ'ן

$$l: 4x - 3y + 18 = 0$$

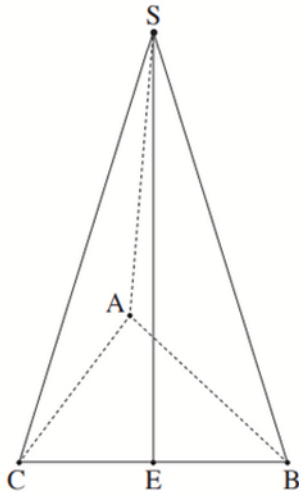
$$F(8,0)$$

$$LF = \frac{|4 \cdot 8 - 3 \cdot 0 + 18|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{50}{5} = 10$$

$$LF = 10 \quad R = FN = KF = 12.5$$

$$LN = 22.5 \quad KL = 2.5$$

קווי נוקיט הם 22.5 - 2.5



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת SABC. הנקודה E היא אמצע המקצוע BC.

נסמן: $\vec{EC} = \underline{v}$, $\vec{AE} = \underline{u}$

נתון: $|\underline{u} + \underline{v}| = |\underline{u} - \underline{v}|$

א. הוכיחו כי \vec{AE} מאונך ל- \vec{BC} .

נתון: הקטע SE הוא גובה בפירמידה והאורך שלו הוא 20.

$B(6, 8, 0)$, $A(0, 0, 0)$

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x,

ושיעור ה-z של הקודקוד S הוא חיובי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים S ו-C.

הנקודה F נמצאת על המקצוע SC כך ש- $\vec{SF} = \frac{1}{4}\vec{SC}$.

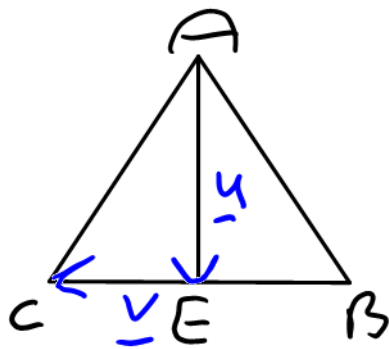
דרך הנקודה F מעבירים ישר המקביל לישר AC, וחותך את המישור ABS בנקודה M.

ג. (1) מצאו הצגה פרמטרית של הישר FM.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ד. מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה MABC מנפח הפירמידה FAEC. נמקו את תשובתכם.

פתרון:



א. נתון במשולש ABC:

נתון E זווית צלע BC זכור

$\vec{BE} = \vec{EC} = \underline{v}$

$\vec{BC} = 2\underline{v}$ זכור:

נתון:

זכיב קוונסה לאורך והאנכי:

$$\sqrt{(\underline{v} + \underline{u}) \cdot (\underline{v} + \underline{u})} = \sqrt{(\underline{v} - \underline{u}) \cdot (\underline{v} - \underline{u})}$$

$$\underline{v} \cdot \underline{v} + 2\underline{v} \cdot \underline{u} + \underline{u} \cdot \underline{u} = \underline{v} \cdot \underline{v} - 2\underline{v} \cdot \underline{u} + \underline{u} \cdot \underline{u}$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה

$$u \cdot u \cdot v = 0$$



$$u \cdot v = 0$$



$$u \perp v$$



$$\overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{BC}$$

רצ"ר צ"מ:

ק. נתון: $C(x, 0, 0)$, $B(6, 8, 0)$, $A(0, 0, 0)$

במשולש ABC מתקיים:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} = u - v$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} = u + v$$

כלומר המשולש שווה שוקי.

אורך צ"ע AB :

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (6, 8, 0)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6^2 + 8^2 + 0^2} = 10$$

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (x, 0, 0)$$

$$|\overrightarrow{AC}| = 10 \rightarrow \sqrt{x^2 + 0^2 + 0^2} = 10 \rightarrow x^2 = 100$$





$$x \leq 10, \quad x = -10$$

נתון: x תיזקו.

$$S(10, 0, 20)$$

נתון כי SE היא זקנה גפית הוזה

ואורכו 20. מכיוון שהנקודה

A, B, C משוייך $\{x\}$

ההטו \overline{SE} מאונן (משורר הזה זמן

הקבול אביר z . זמן אנהוזה S

שינוי $x-1-y$ כמו שנהוזה z , נשינו

z שונה 20.

נמצא z ודוזה z אפי יואל (ההטו):

$$x_C = \frac{x_B + x_C}{2} = 8$$

$$y_C = \frac{-y_B + y_C}{2} = 4$$

$$S(8, 4, 20)$$

$$\vec{SF} = \frac{1}{4} \vec{SC} \quad \text{ד. נתון:}$$

(1) נמצא F - נהיה F :

$$\vec{SC} = C - S = (10, 0, 0) - (8, 4, 20)$$

$$\vec{SC} = (2, -4, -20)$$

$$\vec{SF} = \frac{1}{4} (2, -4, -20) = (0.5, -1, -5)$$

$$\vec{SF} = F - S = (x, y, z) - (8, 4, 20)$$

$$\vec{SF} = (x-8, y-4, z-20)$$

$$\begin{cases} x-8 = 0.5 \\ y-4 = -1 \\ z-20 = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 8.5 \\ y = 3 \\ z = 15 \end{cases} \rightarrow F(8.5, 3, 15)$$

וקטור הכיוון של הישר FM הוא \vec{AC} :

$$\vec{AC} = C - A = (10, 0, 0)$$

ההצגה הפרמטרית של FM היא:

$$\underline{X} = (8.5, 3, 15) + t(10, 0, 0)$$

נרשם יא - וקטור הכיוון:

$$\underline{X} = (8.5, 3, 15) + t(1, 0, 0)$$



(2) נמצא את המשוואה של מישור ABS

נתחיל בהצגת הפרמטרים:

$$\underline{x} = 10 \cdot \overset{A}{(0,0,0)} + Q \cdot \overset{B-A}{(6,8,0)} + R \cdot \overset{S-A}{(8,4,20)}$$

נצמצם את וקטורי הכיוון:

$$\underline{x} = (0,0,0) + Q(3,4,0) + R(2,1,5)$$

נעקוב אחר המשוואה:

$$\begin{cases} (a,b,c) \cdot (3,4,0) = 0 \\ (a,b,c) \cdot (2,1,5) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 4b = 0 \\ 2a + b + 5c = 0 \quad / \cdot 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + 4b = 0 \\ 8a + 4b + 20c = 0 \end{cases} \quad \Bigg/ - \quad \rightarrow \quad 5a + 20c = 0$$

$$\Downarrow \\ a = -4c$$

נקח $c = 1$ ונקודת $a = -4$, $b = 3$

המישור עובר בקואורדינטות $(-4, 3, 0)$ וצירי המישור

$$-4x + 3y + z = 0$$

נמצא את נקודת החיתוך עם הישר FM:

נקודת כף-היד $(8.5, 3, 15)$ FM:

$$-4(8.5 + t) + 3 \cdot 3 + 15 = 0 \quad \Downarrow$$

$$-34 - 4t + 9 + 15 = 0 \rightarrow 4t = -10 \rightarrow t = -2.5$$

נציג בקווצה הכללית ונהיה $M(6, 3, 15)$

3. המשולשים ABC ו- AEC מונחים על הישור [x], זכין האודה קפינהינה השו שיעור ע א, קווצה מ ו- F.

$$V_{MABC} = \frac{S_{ABC} \cdot Z_M}{3} \quad \text{כדומה:}$$

$$V_{FAEC} = \frac{S_{AEC} \cdot Z_F}{3}$$

$$Z_M = Z_F = 15 \quad \text{כנת:}$$

מכיוון שקווצה E היא אמתק BC ו- AE היא תיכון, מתדיימ!
 $S_{AEC} = \frac{1}{2} S_{ABC}$

זכין נפה פיקהיזה MABC לצד פי 2
נפה פיקהיזה FAEC

האודה יו סג. פ א פכ אפתיק עם
קאופ, אינומטי קצת מפכ מוס...



3. נתון המספר המרוכב $w = r(\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$, $r > 0$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

א. הביעו באמצעות r ו- θ הצגה קוטבית של המספר $\frac{1}{w}$.

הנקודה A במישור גאוס מייצגת את המספר w , והנקודה B מייצגת את המספר $\frac{1}{w}$. הנקודה O היא ראשית הצירים.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $\frac{\sqrt{2}}{4}$ והזווית AOB היא זווית חדה.
ב. מצאו את הערך של θ .

נתונות שתי משוואות: I. $z^8 = w^8$

II. $z^8 = (w \cdot \bar{w})^4$

z הוא מספר מרוכב.

נתון מצולע קמור שקודקודיו הם כל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה I וכל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה II.

ג. (1) מצאו כמה קודקודים יש למצולע.

(2) האם כל קודקודי המצולע נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים? נמקו את תשובתכם.

נתון כי שטח המצולע הוא 49.

ד. מצאו את הערך של r .

$$1 = 1 \operatorname{cis} 0^\circ$$

$$w = r \operatorname{cis} \theta \quad . \text{כ}$$

$$\frac{1}{w} = \frac{1 \operatorname{cis} 0^\circ}{r \operatorname{cis} \theta} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(0^\circ - \theta) \Rightarrow \boxed{\frac{1}{w} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(-\theta)}$$



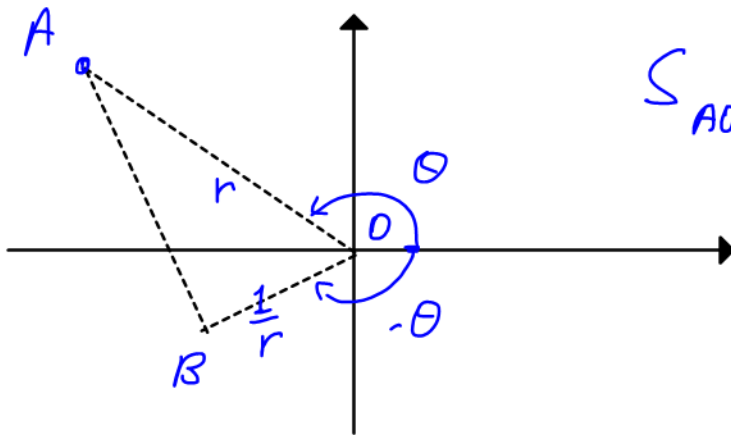
הנקודה A במישור גאוס מייצגת את המספר w , והנקודה B מייצגת את המספר $\frac{1}{w}$.
הנקודה O היא ראשית הצירים.

$$A = w = r \operatorname{cis} \theta$$

$$B = \frac{1}{w} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(-\theta)$$

$$90^\circ < \theta < 180^\circ$$

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $\frac{\sqrt{2}}{4}$ והזווית AOB היא זווית חדה.
ב. מצאו את הערך של θ .



$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot r \cdot \frac{1}{r} \cdot \sin \angle AOB$$

$$\frac{1}{2} \sin \angle AOB = \frac{\sqrt{2}}{4} \quad | \cdot 2$$

$$\sin \angle AOB = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\angle AOB = 135^\circ$$

$$\angle AOB = 45^\circ$$

$$\angle AOB + 2\theta = 360^\circ$$

$$2\theta = 360^\circ - 45^\circ$$

$$\theta = 157.5^\circ$$

נתונות שתי משוואות: I. $z^8 = w^8$

II. $z^8 = (w \cdot \bar{w})^4$

z הוא מספר מרוכב.

נתון מצולע קמור שקודקודיו הם כל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה I וכל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה II.

ג. (1) מצאו כמה קודקודים יש למצולע.

(2) האם כל קודקודי המצולע נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים? נמקו את תשובתכם.

ג(1) פתרון: I. $z^8 = w^8$ עם 8 פתיאלות

(אם $w = r \operatorname{cis} 157.5^\circ$ הוא פתיאלת ה-1, אז $z = r \operatorname{cis} 45^\circ$ הוא פתיאלת ה-2, וכן הלאה)

עבור II: $z^8 = |w|^8 = r^8$

עם פתרון II עם 8 פתיאלות

(אם $w = r \operatorname{cis} 0^\circ$ הוא פתיאלת ה-1, אז $z = r \operatorname{cis} 45^\circ$ הוא פתיאלת ה-2, וכן הלאה)

לסיכום: **16 קודקודים**

$z_k^I = r \operatorname{cis} (157.5^\circ + 45^\circ k)$

פתיאלת מסלול I הם

$z_k^{II} = r \operatorname{cis} (0^\circ + 45^\circ k)$

ופתיאלת מסלול II הם

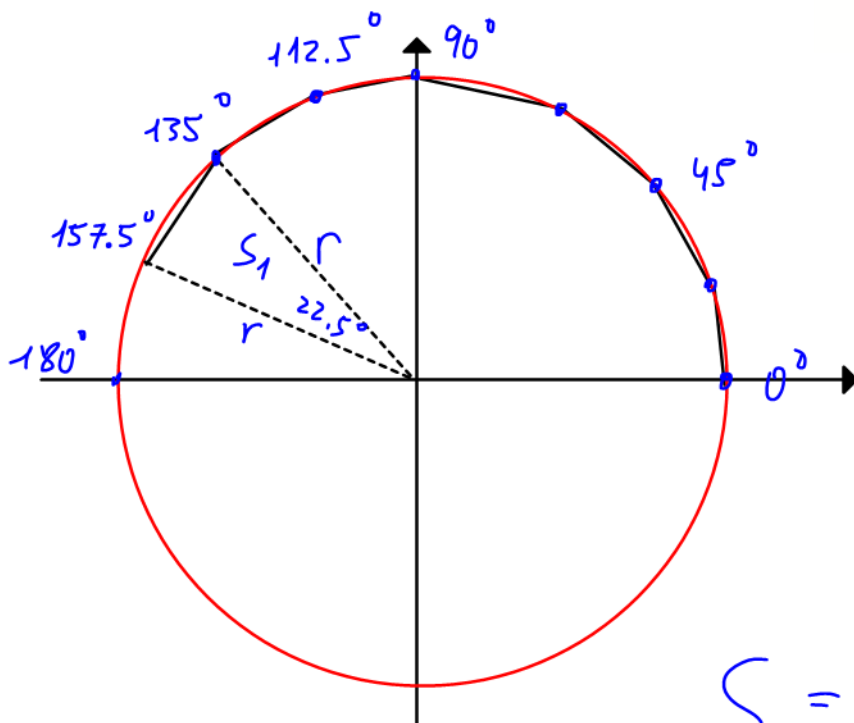
עבור שתי הקבוצות $|z_k| = r$

ולכן: כל הקודקודים אכן כן נמצאים על מעגל אחד קרני



נתון כי שטח המצולע הוא 49.

ד. מצאו את הערך של r .



$$\sum_{\text{המצולע}} = 16 \cdot S_1$$

$$\text{על כן } S_1 = \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin 22.5^\circ =$$

$$S = 8r^2 \sin 22.5 = 49$$

$$r = 4.00067..$$

$$\boxed{r=4} \quad \text{אנחנו רוצים -}$$

נתונה הפונקצייה $f(x) = e^x - \frac{1}{1-e^x}$. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.

- א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) האם לגרף הפונקצייה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $g(x) = -x + \ln(e^x - 1)$.
 ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) הראו כי $g'(x) = f(x) - e^x$ לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

- ד. בנקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה- x .
 מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי האנך ועל ידי הישר $x = \ln(b)$.
 ה. $b > 2$ הוא פרמטר. הביעו את תשובתכם באמצעות b .
 נתון כי השטח שמצאתם בסעיף ד שווה ל- $\ln(1.8) + b - 2$.
 ה. מצאו את הערך של b .

$$f(x) = e^x - \frac{1}{1-e^x}$$

א (1)

$$f(0^+) = e^{0^+} - \frac{1}{1-e^{0^+}} \approx 1 - \frac{1}{1-1^+} = 1 - \frac{1}{0^-} = 1 - -\infty = \infty$$

$x=0$ אסימטנטי

$$f(\infty) = e^\infty - \frac{1}{1-e^\infty} = \infty - \frac{1}{1-\infty} = \infty - \frac{1}{-\infty} = \infty + 0^+ = \infty$$

אין אסימטנטי ימני

$$f(-\infty) = e^{-\infty} - \frac{1}{1-e^{-\infty}} = 0^+ - \frac{1}{1-0^+} \approx -1$$

$y=-1$ אסימטנטי שמאלי

א (2) האם לגרף הפונקצייה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.

$$0 = e^x - \frac{1}{1-e^x} \rightarrow e^x = \frac{1}{1-e^x} \rightarrow e^x(1-e^x) = 1 \rightarrow -e^{2x} + e^x - 1 = 0$$

אין חילונים עם הזכרים!
אין נגזרים.



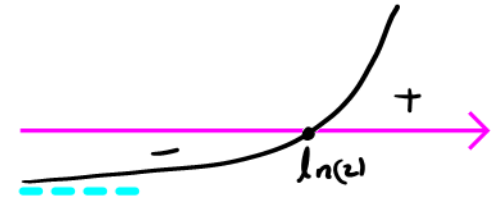
3) א מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

$$f(x) = e^x - \frac{1}{1-e^x}$$

$$f'(x) = e^x - \frac{0(1-e^x) - (-e^x)}{(1-e^x)^2} = e^x - \frac{e^x}{(1-e^x)^2} = \frac{e^x(1-e^x)^2 - e^x}{(1-e^x)^2} = \frac{e^x(1-e^{2x}-1)}{(1-e^x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(1-2e^x+e^{2x}-1)}{(1-e^x)^2} = \frac{e^x(e^{2x}-2e^x)}{(1-e^x)^2} = \frac{e^{2x}(e^x-2)}{(1-e^x)^2} = 0 \rightarrow e^x-2=0 \rightarrow x=\ln 2$$

e^x-2 שקוץ אר סמן הנסיי, נראה כך:



נראה סמנים בטבלה מתוך התבוננות

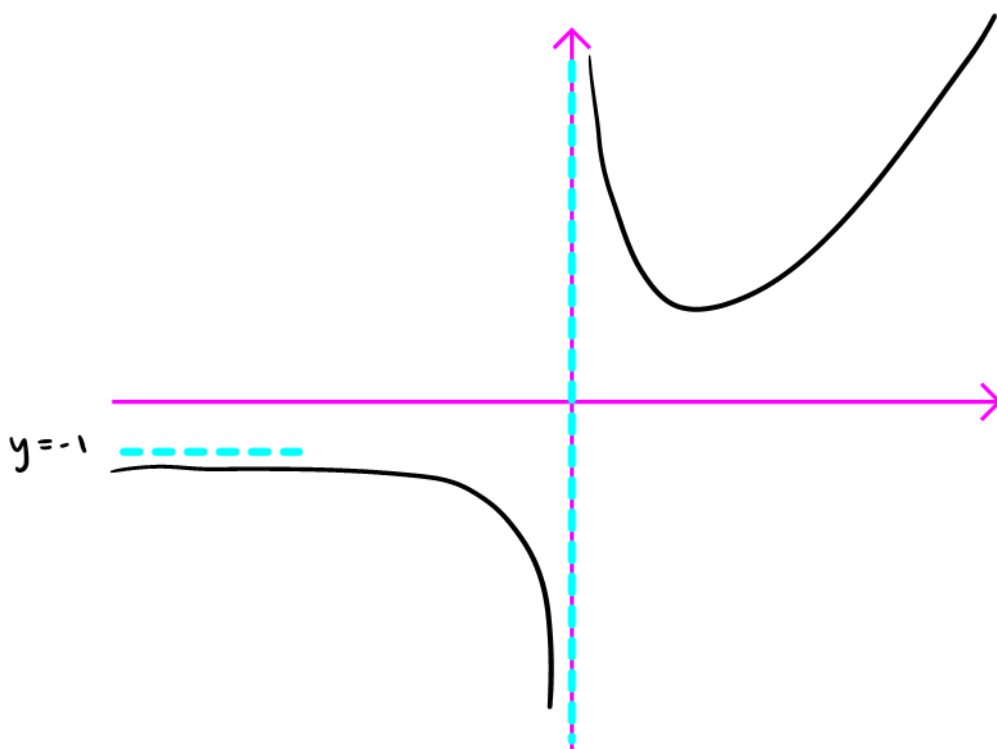
x	$x < 0$	$x < \ln(2)$	x
$f'(x)$	-	-	0
$f(x)$	↘	↘	↗

$$f(\ln(2)) = e^{\ln 2} - \frac{1}{1-e^{\ln(2)}} = 2 - \frac{1}{1-2} = 3$$

מין $(\ln(2), 3)$



ג. סרטטו סקיזה של גרף הפונקצייה $f(x)$.



נתונה הפונקצייה $g(x) = -x + \ln(e^x - 1)$.

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

$$e^x - 1 > 0 \rightarrow e^x > 1 \rightarrow e^x > e^0 \rightarrow \boxed{x > 0} \quad \text{ג.ה}$$

(2) הראו כי $g'(x) = f(x) - e^x$ לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

$$g'(x) = -1 + \frac{e^x}{e^x - 1} = \frac{-1(e^x - 1) + e^x}{e^x - 1} = \frac{-e^x + 1 + e^x}{e^x - 1} = \frac{1}{e^x - 1} = -\frac{1}{1 - e^x}$$

$$g'(x) = \underbrace{e^x - \frac{1}{1 - e^x}}_{f(x)} - e^x = f(x) - e^x$$



בנקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה- x .

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי האנך ועל ידי הישר $x = \ln(b)$.

ה. $b > 2$ הוא פרמטר. הביעו את תשובתכם באמצעות b .

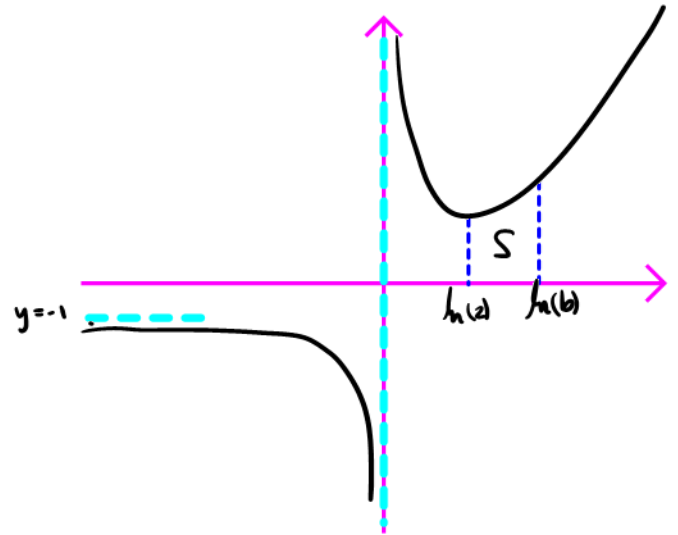
$$\int_{\ln(2)}^{\ln(b)} (f(x) - 0) dx = \int_{\ln(2)}^{\ln(b)} (g(x) + e^x) dx = g(x) + e^x \Big|_{\ln(2)}^{\ln(b)}$$

$$= (g(\ln(b)) + e^{\ln(b)}) - (g(\ln(2)) + e^{\ln(2)})$$

$$= (-\ln(b) + \ln(e^{\ln(b)} - 1) + b) - (-\ln(2) + \ln(e^{\ln(2)} - 1) + 2)$$

$$= -\ln(b) + \ln(b-1) + b + \ln(2) - \ln(2-1) - 2$$

$$= \boxed{\ln(b-1) - \ln(b) + b + \ln(2) - 2}$$



נתון כי השטח שמצאתם בסעיף ד שווה ל- $b - 2 + \ln(1.8)$.

ה. מצאו את הערך של b .

$$\ln(b-1) - \ln(b) + b + \ln(2) - 2 = b - 2 + \ln(1.8)$$

$$\ln\left(\frac{2(b-1)}{b}\right) = \ln(1.8)$$

$$\frac{2(b-1)}{b} = 1.8$$

$$2b - 2 = 1.8b$$

$$0.2b = 2$$

$$\boxed{10 = b}$$





5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{a + \ln x}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$. a הוא פרמטר.

א. בתת-סעיפים (1)–(3) הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{x}$, המוגדרת בתחום $x \neq 0$.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ וגרף הפונקצייה $g(x)$ נחתכים בנקודה שבה $x = e^2$.

ג. מצאו את הערך של a .

5.1000

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a + \ln x}{x} = \frac{\infty}{\infty} = 0$$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \ln(x)}{x} = \frac{-\infty}{0} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \ln(x)}{x} = \frac{-\infty}{0} = -\infty$

$$\begin{aligned} y &\rightarrow 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

(2) $\frac{a + \ln(x)}{x} = 0 \rightarrow \ln(x) = -a \rightarrow x = e^{-a}$

$(\frac{1}{e^a}, 0)$

(3) $f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - (a + \ln(x))}{x^2} \rightarrow f'(x) = \frac{1 - a - \ln(x)}{x^2}$

$$\frac{1 - a - \ln(x)}{x^2} = 0 \rightarrow 1 - a - \ln(x) = 0 \rightarrow \ln(x) = 1 - a \rightarrow x = e^{1-a}$$

x	0	$0 < x < e^{1-a}$	$e^{1-a} < x$
$f'(x)$	/	+	-
$f(x)$	/	↗	↘

$$f'(e^{2-a}) = 1 - a - \ln(e^{2-a}) = 1 - a - 2 + a = -1 < 0$$

$$f'(e^{-a}) = 1 - a - \ln(e^{-a}) = 1 - a - (-a) = 1 > 0$$

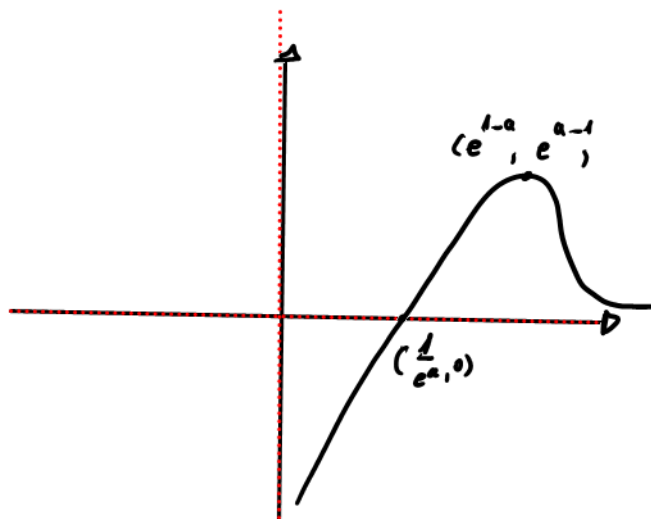
וכפן אוקי
קנאליה עמי
מיני (כי)
קמנה קנזיה
עם אקזט 100



$$f(e^{1-a}) = \frac{a + h e^{1-a}}{e^{1-a}} = \frac{1}{e^{1-a}} = e^{a-1}$$

$$\max(e^{1-a}, e^{a-1})$$

S₂.



S₃. $f(e^2) = g(e^2)$

$$\frac{a + h e^2}{e^2} = \frac{1}{e^2} \rightarrow a + 2 = 1 \rightarrow \boxed{a = -1}$$

הציבו את הערך של a שמצאתם וענו על סעיפים ד-ה.

נתונה הפונקצייה $h(x)$, המוגדרת בתחום $x > 0$. גרף הפונקצייה $h(x)$ עובר בנקודה $(e^3, -1.5)$.

נגזרת הפונקצייה $h(x)$ מקיימת $h'(x) = f(x) - g(x)$.

ד. מצאו את הפונקצייה $h(x)$.

ה. קבעו איזה גרף מבין הגרפים IV-I מייצג את הפונקצייה $|h(x)|$. נמקו את קביעתכם.

$$S_3. h(x) = \int h'(x) dx \rightarrow \int (f(x) - g(x)) dx \rightarrow \int \left(\frac{h(x)-1}{x} - \frac{1}{x} \right) dx$$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה 



53. $h(x) = \int \frac{h(x)-2}{x} dx \rightarrow \int (h(x)-2) \cdot \frac{1}{x} dx$ כט הנוסח

$$\int [F(x)]^n F'(x) dx = \frac{F(x)^{n+1}}{n+1} + c$$

$$h(x) = \frac{(h(x)-2)^2}{2} + c$$

$$h(e^3) = -1.5$$

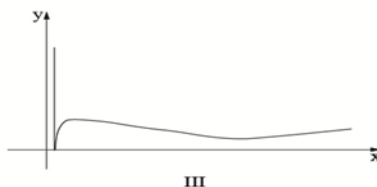
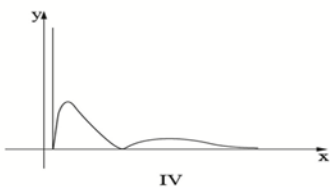
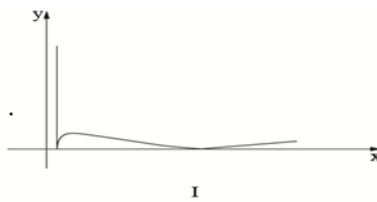
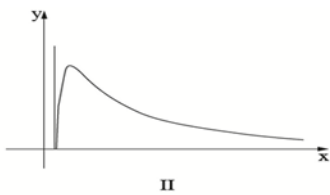
$$-1.5 = \frac{(he^3-2)^2}{2} + c \rightarrow -1.5 = \frac{1}{2} + c \rightarrow c = -2$$

$$h(x) = \frac{(h(x)-2)^2}{2} - 2$$

$$h(x) = \frac{h^2(x) - 4h(x) + 4 - 4}{2}$$

$$h(x) = \frac{h^2(x) - 4h(x)}{2}$$

57.



כאשר x שואף ל- ∞ אז $h(x)$ שואף ל- 0 ונסק זה $h(x)$,
משך למספר, ניתן לומר שזה
III! I
משנה צינור מספר העגלים זה צינור x

$$\left| \frac{h^2(x) - 4h(x)}{2} \right| = 0$$

$$h(x)(h(x) - 4) = 0$$

$x=0$ $x=4$

I R2