



פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשפ"ה, 2025, שאלון 35382, גרסה 07:
מונש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"



אלגברה

1. בחנות בגדים מסוימות המחיר של מעיל גבוה ב- 72 שקלים מן המחיר של חולצה. בחנות הכריזו על מבצע של 15% הנחה על המחיר של חולצה (המחיר של מעיל לא השתנה). המחיר של חולצה אחת במבצע ושל מעיל אחד הוא 175.6 שקלים סך הכול.
 - א. (1) מצאו את המחיר של חולצה לפני ההנחה.
(2) מצאו את המחיר של חולצה במבצע.
 - ב. לקראת טיול של שכבת י"א, קנתה רותם בחנות 60 פריטים: חלקם מעילים והשאר חולצות במבצע. היא שילמה 4,383.6 שקלים סך הכול.
ג. מצאו את מספר החולצות שקנתה רותם.
נדב קנה בחנות 4 מעילים.
כאשר הגיע נדב לקופה כדי לשלם, התברר לו שהוא זכאי להנחה על המחיר של המעילים, כיוון שהוא חבר מועדון.
נדב שילם 448 שקלים סך הכול.
ג. מצאו את אחוז ההנחה שקיבל נדב על מחיר המעילים.

פתרון:

1. (1) נסמן ב- x את מחיר החולצה לפני ההנחה. מחיר המעיל יהיה $x+72$. הכוונה על החולצה היתה 15% כואר המחיר החינם הוא $100\% - 15\% = 85\%$.

כואר מחיר החולצה הוא $0.85x$.

המחיר של החולצה יחד עם המחיר של מעיל אחד יהיה $x+72$, כואר: $0.85x + x + 72 = 175.6$

$$0.85x + x + 72 = 175.6$$

נכנס יחד השוואה: $1.85x = 103.6$

$$x = 56$$

תשובה: מחיר חולצה לפני ההנחה 56 ש"ח

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה



(2) המחיר של חולצה בהבדג:

$$0.85x = 0.85 \cdot 56 = 47.6$$

תשובה: המחיר של חולצה בהבדג
הוא 47.6 שקלים

ק. נסמן י-א כמחיר החולצות שבוטא הנתון
ב-י. כמחיר המגפנים תהיה $60-y$.

$$\text{המחיר של מעגל הוא: } 2x + 56 = x + 72 \\ = 128$$

המחיר הכולל יהיה: $47.6y + 128(60-y)$

$$47.6y + 128(60-y) = 4,383.6$$

נכתיב את המשוואה:

$$47.6y + 7680 - 128y = 4,383.6$$

$$-80.4y = -3296.4 \quad /: (-80.4)$$

$$y = 41$$

תשובה: כמות קנתה 41 חולצות



d. המחיר המלא של 4 מקלונים הוא:

$$4 \cdot 128 = 512$$

נצק שלם 448 שקלים.
ההנחה שקיבל בסוף היא:

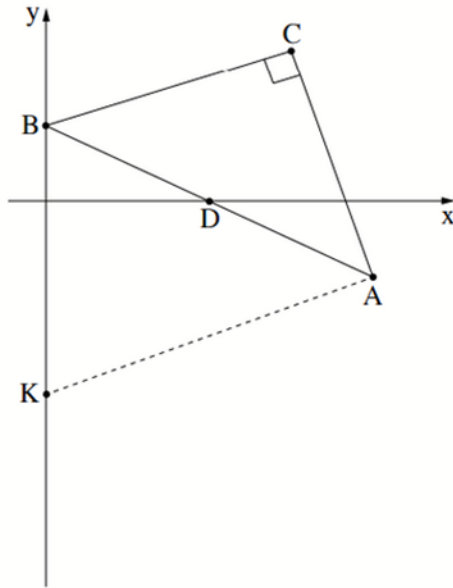
$$512 - 448 = 64$$

נחשב ואם לאחס ההנחה:

$$\frac{64}{512} \cdot 100 = 12.5$$

תשובה: אחוז ההנחה שנצק זיכר

הוא 12.5%



2. במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$), הקודקוד B נמצא על ציר ה- y ,

והצלע AB חותכת את ציר ה- x בנקודה D .

נתון כי משוואת הצלע AB היא $y = -\frac{1}{2}x + 6$.

א. מצאו את שיעורי הנקודות B ו- D .

הנקודה D היא אמצע הצלע AB .

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד A .

נתון כי משוואת הצלע BC היא $y = \frac{1}{3}x + 6$.

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע AC .

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד C .

נתון כי $K(0, -15)$.

ד. (1) חשבו את שטח המשולש ABC .

(2) חשבו את שטח המרובע $BCAK$.

פתרון:

1. נקודה B היא נקודת החיתוך עם ציר y
ה- AB נ-י $x=0$:

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 0 + 6 = 6$$

הנקודה היא $B(0, 6)$

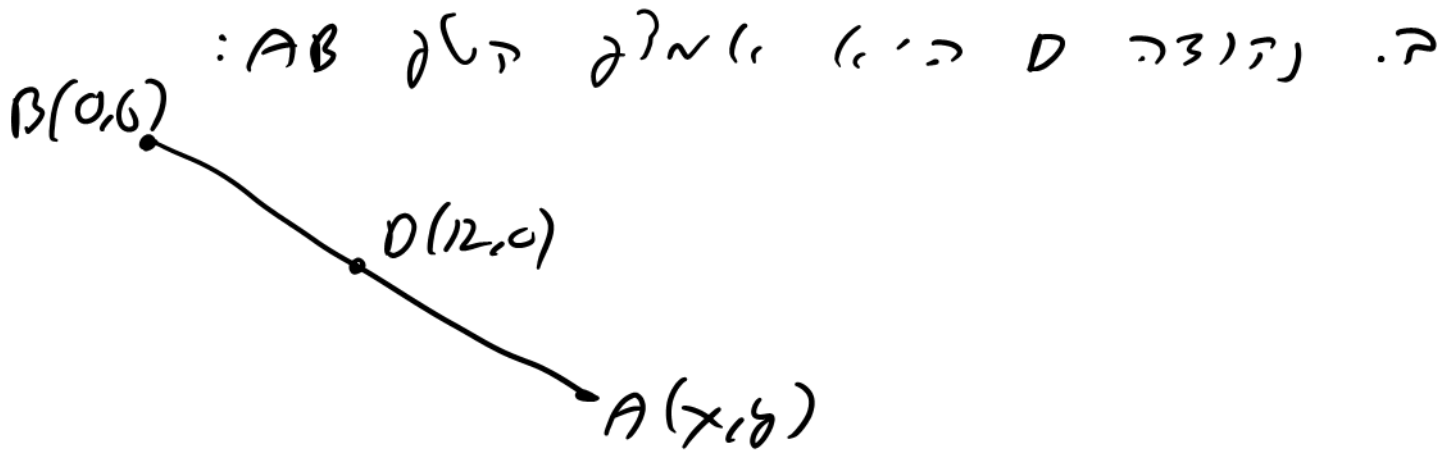
הנקודה D היא נקודת החיתוך עם ציר x

ש- AB נ-י $y=0$: $0 = -\frac{1}{2}x + 6$

$$\frac{1}{2}x = 6$$

$$x = 12$$

הנקודה היא $D(12, 0)$



נ.י. קנוסטר נמצא קטע:

$$\begin{cases} x_D = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_D = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 12 = \frac{x + 0}{2} \\ 0 = \frac{6 + y}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = -6 \end{cases}$$

A(24, -6) הנחיה היא

ד. משוואת הנחיה BC היא $y = \frac{1}{3}x + 6$

(1) הישר AC נטוי נגד הישר BC
(2) הישר AC נטוי נגד הישר BC
נמצא את המשוואה של AC

$$m_{BC} \cdot m_{AC} = -1$$

$$\frac{1}{3} \cdot m_{AC} = -1 \rightarrow m_{AC} = -3$$

כעת נשתמש בשיטת נקודה וקו (2) A
ונמצא את המשוואה: AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-6) = -3(x - 24)$$

$$y + 6 = -3x + 72$$

$$y = -3x + 66$$

(2) דצדוק C נמצא בחימוק של הישרים
AC ו-BC. נפתור את המשוואה
המשולשת של שני הישרים:

$$\begin{cases} y = -3x + 66 \\ y = \frac{1}{3}x + 6 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{3}x + 6 = -3x + 66$$

$$3\frac{1}{3}x = 60 \quad /: 3\frac{1}{3}$$

$$x = 18$$

$$y = -3 \cdot 18 + 66 = 12 \quad \text{נקודה B: AC}$$

$$C(18, 12) \quad \text{הנקודה היא}$$

3. (1) שטח משולש ABC יתקן ע"י צי

הנוסחה זש"ח : $S_{ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2}$

נחשב את אורך הקטעים הנדרש
בנוסחה זש"ח:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d_{AC} = \sqrt{(24 - 18)^2 + (-6 - 12)^2} = \sqrt{6^2 + (-18)^2} = \sqrt{360}$$

$$d_{BC} = \sqrt{(0 - 18)^2 + (6 - 12)^2} = \sqrt{(-18)^2 + (-6)^2} = \sqrt{360}$$

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{360} \cdot \sqrt{360}}{2} = 180$$

שטח משולש ABC הוא 180

(2) נגדע יחידה של שטח משולש ABC:

$$S_{ABK} = \frac{BK \cdot h}{2} = \frac{BK \cdot x_A}{2} = \frac{(y_B - y_K) \cdot x_A}{2}$$

$$S_{ABK} = \frac{(6 - (-15)) \cdot 24}{2} = \frac{21 \cdot 24}{2} = 252$$

שנית, נחבר את שטחי המשולשים:



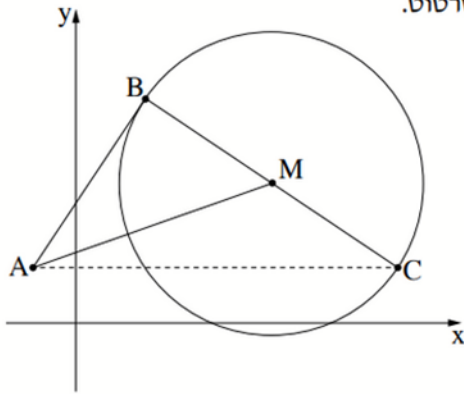
$$S_{BCAK} = S_{ABC} + S_{ABK} = 180 + 252 = 432$$

432 (הוא) B C A K ג ט ה נ כ ו ק ז



3. נתון מעגל שמרכזו M ומשוואתו $(x - 14)^2 + (y - 10)^2 = 117$.

הנקודות B ו-C נמצאות על המעגל כך ש-BC הוא קוטר במעגל, כמתואר בסרטוט.



נתון: שיעור ה-x של הנקודה C הוא 23.

א. מה הם שיעורי הנקודה M?

ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה C

(שיעור ה-y של הנקודה C קטן מ-10).

(2) מצאו את שיעורי הנקודה B.

הישר AB משיק למעגל בנקודה B.

ג. (1) מצאו את שיפוע הישר BM.

(2) מצאו את משוואת הישר AB.

נתון כי הישר AC מקביל לציר ה-x.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ה. מצאו את היקף המשולש AMC.

פתרון:

א. משוואת המעגל היא $(x - 14)^2 + (y - 10)^2 = 117$
לכן (הצורה הכללית של המעגל היא):

$M(14, 10)$

ב. (1) נקודה C נמצאת על המעגל ושיעור ה-x שלה הוא 23. נציב $x=23$ במשוואת המעגל:

$(23 - 14)^2 + (y - 10)^2 = 117$

$9^2 + y^2 - 20y + 100 = 117$

$y^2 - 20y + 64 = 0$

נפתור משוואה ריבועית:

$y_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64}}{2 \cdot 1} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 256}}{2}$

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה



$$y_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{44}}{2} = \frac{20 \pm 12}{2}$$

$$y_1 = \frac{20 - 12}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y_2 = \frac{20 + 12}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

נתון ש הטל ~ 10 ולכן $y_c = 4$

$$\boxed{C(23, 4)}$$

(2) כ ב ה ו ו א כ מ ה

ל ~ 3 הטל ב. נשלח

קנוסה - א ~ 7 הטל!

$$\begin{cases} x_m = \frac{x_b + x_c}{2} \\ y_m = \frac{y_b + y_c}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 14 = \frac{x_b + 23}{2} \\ 10 = \frac{y_b + 4}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 28 = x_b + 23 \\ 20 = y_b + 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_b = 5 \\ y_b = 16 \end{cases} \rightarrow \boxed{B(5, 16)}$$

ד. (1) ה ג פ ו א ב מ :

$$\boxed{m_{BM} = \frac{16 - 10}{5 - 14} = \frac{6}{-9} = -\frac{2}{3}}$$

(2)

נשמע בתנאי ניצב ונמלא אר
סיבוג השייך AB:

$$m_{AB} \cdot m_{BC} = -1 \rightarrow m_{AB} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -1$$

$$m_{AB} = \frac{-1}{-\frac{2}{3}} = 1.5$$

שיבוג השייך AB הוא 1.5

(2) נשמע בשיבוג יבנדויבה ב זנמלא אר
משוואת AB:

$$y - 16 = 1.5(x - 5)$$

$$y - 16 = 1.5x - 7.5$$

$$\boxed{y = 1.5x + 8.5}$$

3. הישר AC נקודת א' ו-ב.
כאשר שיבוג של נקודת A
שלוה לשיבוג של נהדוברה <
כאשר $y_A = 4$



3. בקבוצת המשוואות של AB ונתון x :

$$y = 7.5x + 8.5$$

↓

$$4 = 7.5x + 8.5$$

$$-4.5 = 1.5x / : 1.5$$

$$x = -3$$

↓

$$A(-3, 4)$$

הנה מסב את אורך ה-3 עם שטח
: AMC

$$d_{mc} = \sqrt{117} = \text{כציוס ה-4}$$

$$d_{Ac} = \sqrt{(23 - (-3))^2 + (4 - 4)^2} = \sqrt{676} = 26$$

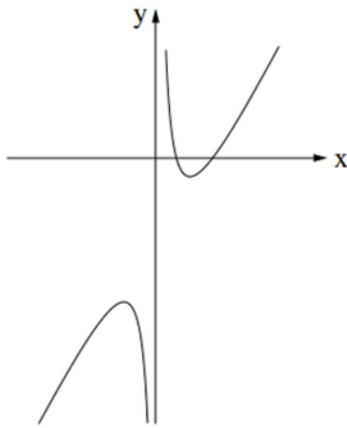
$$d_{Am} = \sqrt{(14 - (-3))^2 + (10 - 4)^2} = \sqrt{289 + 36} = \sqrt{325}$$

נה קי את אורך ה-3 עם יונה 8 ל-
ההיקף של המשולש!

$$P_{AMC} = \sqrt{117} + 26 + \sqrt{325} = 54.844$$



חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי



4. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{48}{x} + 3x - 30$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן על פי הגרף.
- ג. מצאו את תחומי העלייה של הפונקצייה $f(x)$.
- ד. לפניכם שתי טענות I-II. קבעו בעבור כל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.
 - I. גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 2$.
 - II. בנקודה שבה $x = 3$ הפונקצייה $f(x)$ חיובית.

פתרון:

$$\boxed{x \neq 0}$$

א. $x \neq 0$ שונה לא פס!

ב. נמצא את הפונקציה:

$$f'(x) = \frac{-48}{x^2} + 3$$

נשווה לאפס ונפתור!

$$\frac{-48}{x^2} + 3 = 0$$

$$\frac{-48}{x^2} = -3 \quad | \cdot x$$

$$-48 = -3x^2 \quad | : (-3)$$

$$x^2 = \frac{-48}{-3} = 16/\sqrt{\quad}$$

$$x = 4 \quad , \quad x = -4$$

נמצא נקודות קיצון של הפונקציה:

$$f(4) = \frac{48}{4} + 3 \cdot 4 - 30 = 12 + 12 - 30 = -6$$

$$f(-4) = \frac{48}{-4} + 3 \cdot (-4) - 30 = -12 - 12 - 30 = -54$$

הנקודות הן $(-4, -54)$, $(4, -6)$

אם הנתון: $(4, -6)$ מינימום, $(-4, -54)$ מקסימום

ד. נציב בטבלת ערכי של הפונקציה

x	-5	-4	-1	0	1	4	5
$f'(x)$	+	0	-	/	-	0	+
$f(x)$	↗	•	↘	/	↘	•	↗

$$f'(5) = -\frac{48}{5^2} + 3 = 1.08 \rightarrow \text{חיובי}$$

$$f'(1) = -\frac{48}{1^2} + 3 = -45 \rightarrow \text{שלילי}$$

$$f'(-1) = -\frac{48}{(-1)^2} + 3 = -45 \rightarrow \text{שלילי}$$

$$f'(-5) = -\frac{48}{(-5)^2} + 3 = 1.08 \rightarrow \text{חיובי}$$

אם כיוון הפונקציה עולה (כאשר):

$$x < -4 \quad \vee \quad 4 < x$$

3. נבדוק כל טענה.

I נבדק בפונקציה $x=2$:

$$f(2) = \frac{48}{2} + 3 \cdot 2 - 30 = 24 + 6 - 30 = 0$$

היבטנו $f(2) = 0$ כאומר ש $x=2$ הוא

חימוך עם ציר x והטענה **נכונה**

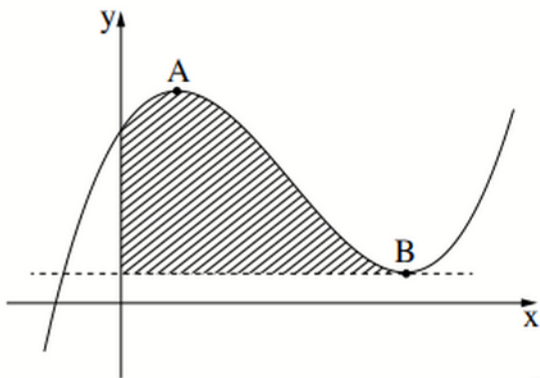
II נבדק $x=3$ בפונקציה:

$$f(3) = \frac{48}{3} + 3 \cdot 3 - 30 = 16 + 9 - 30 = -5$$

הפונקציה שלילית, $x=3$ הוא

לא נכונה

אסיכוק! I - נכונה
II - לא נכונה



5. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 27$.

הנקודות A ו-B הן נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, כמתואר בסרטוט.

א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$

בנקודת המינימום שלה.

ג. חשבו את השטח המקווקו בסרטוט:

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה-y.

4. נקודת A ו-B הן נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 27$.

$$f'(x) = 3x^2 - 18x + 15 = 0 \quad | :3$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm 4}{2} \quad \begin{cases} \frac{6+4}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ \frac{6-4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

$$\frac{6-4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

נמצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

$$f(1) = 1^3 - 9 \cdot 1^2 + 15 \cdot 1 + 27 = 34$$

$$A(1, 34)$$

$$f(5) = 5^3 - 9 \cdot 5^2 + 15 \cdot 5 + 27 = 2$$

$$B(5, 2)$$

$$y = 2$$

ה. המשיק בנקודת המינימום שיכולו אפס ומסוגל





ג. הסלח המוגדלן הוא בין $f(x)$ הישר $y=2$
 $x=0$ - $x=5$.

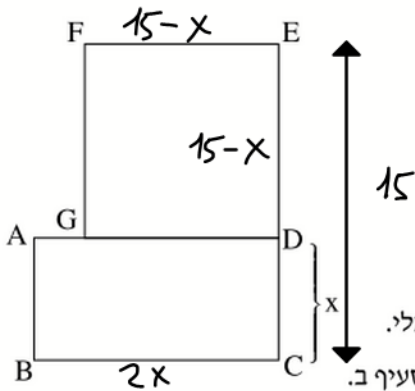
$$S = \int_0^5 (x^3 - 9x^2 + 15x + 27 - 2) dx =$$

$$= \int_0^5 (x^3 - 9x^2 + 15x + 25) dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{9x^3}{3} + 15 \frac{x^2}{2} + 25x \right] \Big|_0^5$$

$$= \left(\frac{5^4}{4} - 9 \cdot \frac{5^3}{3} + 15 \cdot \frac{5^2}{2} + 25 \cdot 5 \right) - \left(\frac{0^4}{4} - \frac{9 \cdot 0^3}{3} + 15 \cdot \frac{0^2}{2} + 25 \cdot 0 \right)$$

$$= 93.75 - 0$$

$$S = 93.75$$



6. במלבן ABCD אורך הצלע BC גדול פי 2 מאורך הצלע DC.
 על המלבן בנו ריבוע DEFG כך שהקודקוד G נמצא על הצלע AD (ראו סרטוט).
 נתון: $CE = 15$.
 נסמן ב- x את אורך הצלע DC.
 א. (1) הביעו באמצעות x את אורך הצלע BC ואת אורך הצלע DE.
 (2) הביעו באמצעות x את שטח הריבוע DEFG.
 ב. מצאו את הערך של x שבעבורו סכום השטחים של הריבוע ושל המלבן הוא מינימלי.
 ג. מצאו את סכום השטחים של הריבוע ושל המלבן בעבור הערך של x שמצאתם בסעיף ב.

א(1) נתון $BC = 2 \cdot DC$ ולכן $BC = 2x$
 $CE = 15$ ולכן $DE = 15 - x$

א(2) הביקור בן הצלעות של הריבוע הוא $(15-x)^2$

$$S_{DEFG} = (15-x)^2$$

ב. סכום השטחים הוא

$$y = (15-x)^2 + 2x \cdot x$$

$$= (15-x)(15-x) + 2x^2$$

$$= 225 - 15x - 15x + x^2 + 2x^2$$

$$y = 3x^2 - 30x + 225$$

$$y' = 6x - 30 = 0$$

$$6x = 30$$

$$x = 5$$

x	4	5	6
y'	-	0	+
y	↓	min	↑



צ. דקוק $x = 5$
צורך המלגות הם 5 ו-10 ואלו 50
קבוצת הביקור 10 ואלו 100
סכום השלמים הוא 150