



פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשפ"ה, 2025, שאלון, 35481 גרסה 07:
מונש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"



1. המרחק בין היישוב A ליישוב B הוא 28 ק"מ.
ביום ראשון רכבה נועה על אופניים מיישוב A ליישוב B במהירות קבועה, ויורם הלך מיישוב B ליישוב A במהירות קבועה.
שניהם יצאו באותה השעה ונפגשו לאחר שעה ו-10 דקות.
נתון כי ביום זה הגיע יורם לאמצע הדרך 4 שעות לאחר שהגיעה נועה לאמצע הדרך.
א. מצאו את מהירות הרכיבה של נועה ואת מהירות ההליכה של יורם.

גם ביום שני רכבה נועה מיישוב A לכיוון יישוב B באותה המהירות שבה רכבה ביום ראשון, ויורם הלך מיישוב B לכיוון יישוב A באותה המהירות שבה הלך ביום ראשון.
ביום זה יצאה נועה לרכיבה בשעה 8:00, ויורם יצא להליכה 32 דקות לאחר מכן.
ב. מצאו באיזו שעה נפגשו יורם ונועה ביום שני.

פתרון שאולה 1

נשרטט את התצורה:

עם לאמצע הדרך נפגשו אותם
מהם התקצם $\frac{28}{2} = 14$ ק"מ

נחשב כמה הם 10 דקות
כוח' של שעות:

$$\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

ולכן שני ושני דקות מהווים $\frac{1}{6}$ שעות (או $\frac{7}{6}$ שעות) עם לפגישתם.

נסמן: $x =$ מהירות הרכיבה של נועה
 $y =$ מהירות ההליכה של יורם

נבטא את הדרך שכל אחד עשה צעד לצדדים

בעזרת הקשר $\boxed{\text{זמן}} \cdot \boxed{\text{מהירות}} = \boxed{\text{דרך}}$

המשק בתרין שאולה ו סעיף א'

הצדק שביצעה נוצה עז פכאילה: $\frac{z}{6}x$

הצדק שביצז יורק עז פכאילה: $\frac{z}{6}y$

ריתן עסזר זמ בטלהו:

צדק	מהירות	זמן	
$\frac{z}{6}x$	x	$\frac{z}{6}$	נוצה
$\frac{z}{6}y$	y	$\frac{z}{6}$	יורק

כיוון שהעכו עז פכאילה

נוכס עכ נוז משואה בה סכום הצרכים לעברו שווה

למרחק בין תקיזות הומוצא:

$$\frac{z}{6}x + \frac{z}{6}y = 28 \quad /: (\frac{z}{6})$$

$$x + y = 24$$

ננסה משואה נוספת בעזרת הנתיב לכין יורק הזע

עאמצ הצדק 4 שזז אחרי נוצה. נבטא אוג הזמן עלקח

עכס אחז ערהי ע פאמצ ע הצדק ובינק לעבור מרחק 14 ק"מ

במהירותו.

$$\text{זמן} = \frac{\text{צדק}}{\text{מהירות}}$$

$$\text{זמן נוצה} = \frac{14}{x}$$

$$\text{זמן יורק} = \frac{14}{y}$$

צדק	מהירות	זמן	
14	x	$\frac{14}{x}$	נוצה
14	y	$\frac{14}{y}$	יורק

המשק פתרון גאומטרי ו סעיף א:

$$\frac{14}{x} + y = \frac{14}{y}$$

משוואת זמנים:

נבדוק נגזרת מאת המשוואה ונציב בשנייה:

$$x + y = 24$$

$$y = 24 - x$$

$$\frac{14}{x} + \frac{y}{1} = \frac{14}{(24-x)}$$

כפל במ"מ
· x · (24 - x)

$$14(24-x) + yx(24-x) = 14x$$

$$336 - 14x + 96x - 4x^2 = 14x$$

$$0 = 4x^2 - 68x + 336$$

נציב בנוסחת הישרים

$$x_{1,2} = \frac{68 \pm \sqrt{(-68)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 336}}{2 \cdot 4} = \begin{cases} x_1 = 21 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

כיון ש x מטא מהירות כיון מסוים נבחר בפתרון הח'וב'

$$x = 21$$

נמצא גם מהירותו של יורק:

$$y = 24 - 21 = 3$$

מהירותה של נוצה הייתה 21 קמ"ש
מהירותו של יורק הייתה 3 קמ"ש

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה



המשק גאלה ו

ה. יורק וצא להליכה 32 בק' אחרי נוסה. נחשב

הפרט כמניס זה בשעות: $\frac{32}{60} = \frac{8}{15}$

נקלא את זמן הרכיבה של נוסה עז לפטיטה כנזעמס: t

ועכן זמן ההליכה של יורק יהיה: $(t - \frac{8}{15})$

נקלא את המיחיק שכל אתו עבר בעזרת כלל המהירות שמצאנו בסעיף א' בזמן:

צוק	מהירות	זמן	
$21t$	21	t	נוסה
$3(t - \frac{8}{15})$	3	$(t - \frac{8}{15})$	יורק

מיחיק נוסה: t

מיחיק יורק:

$$3(t - \frac{8}{15}) = 3t - \frac{8}{5} = 3t - 1.6$$

סק הרכיב שצברו שווה למרחק בין נקודות המוצא:

$$21t + 3t - 1.6 = 28$$

$$24t = 29.6$$

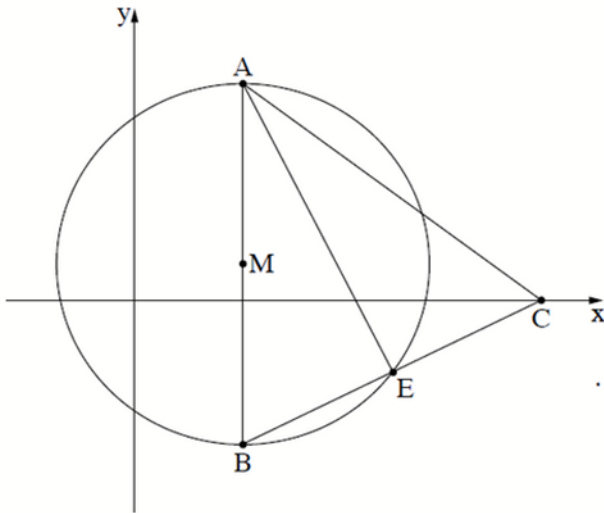
$$t = \frac{37}{30} = 1\frac{7}{30}$$

$$\frac{7}{30} \cdot 60 = 14 \text{ דקות}$$

נחיר אכ $\frac{7}{30}$ שעות לבקורות:

כריק הזמן שחלם משגת היציאה של נוסה ועז לפטיטה הוא שעה אחת ו 14 דקות ולכן אכ יצאה כ 8:08 היס נכטאו

כשעה **9:14**



2. משולש ABE חסום במעגל שמרכזו M.

AB הוא קוטר במעגל (ראו סרטוט).

נתון: $B(3, -4)$, $M(3, 1)$.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד A.

המשך הצלע BE חותך את החלק החיובי של ציר ה-x בנקודה C.

נתון: $AB = AC$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C.

ג. מצאו את משוואת הישר AE.

ד. דרך הנקודה M העבירו ישר המקביל לציר ה-x וחותך את הצלע AE בנקודה D.

ז. חשבו את שטח המרובע MDEB.

פתרון:

א. נגדע את מרכז המעגל M (הממוצע):

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 = \frac{3 + x_A}{2} \\ 1 = \frac{-4 + y_A}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_A = 3 \\ y_A = 6 \end{cases}$$

$$\boxed{A(3, 6)}$$

ב. נתון $AB = AC$

נחצה את ציר ה-x בציר x, נסמן $(x, 0)$

נציב בנוסחה לאיור קטע:

$$d_{AD} = d_{AC}$$

$$\sqrt{(3-3)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{(3-x)^2 + (6-0)^2}$$

$$10 = \sqrt{(3-x)^2 + 36} \quad | \cdot 10$$

$$100 = (3-x)^2 + 36$$

$$(3-x)^2 = 64 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$3-x = 8$$

$$3-x = -8$$

$$x = -5$$

$$x = 11$$

הפתרון המתאים הוא $x=11$ ולכן

$$\boxed{C(11, 0)}$$

ד. AB הוא הזווית, לכן $\angle A \leq \angle B = 90^\circ$

כי הוא זווית היקפית הנשענת על הזווית

$$AE \perp BC \quad \text{באופן}$$

נמצא גם שישנו BC (שמשמש

כדשיר בין ישרים מאונכים):

$$\angle 1 = \angle 2$$

$$m_{BC} = \frac{-4-0}{3-11} = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$$

שיפוע AE: $m_{AE} \cdot \frac{1}{2} = -1 \rightarrow m_{AE} = -2$

משוואה AE:

$$y - 6 = -2(x - 3)$$

$$y = -2x + 12$$

3. נחשב את שטח המשולש ABC

נתון: חיסור של שטח משולש AMD
משטח משולש ABC.

כאשר נמצא את הקו הדרוש D-1 E

משוואה הישר BC:

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 11) \rightarrow y = \frac{1}{2}x - 5.5$$

חיתוך הישרים BC ו-AE:

$$\begin{cases} y = -2x + 12 \\ y = \frac{1}{2}x - 5.5 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}x - 5.5 = -2x + 12$$



$$2.5x = 17.5 \rightarrow x = 7 \rightarrow y = -2$$

$$E(7, -2)$$

5, נקודת משיכה של הנקודה מ

כאשר $y_0 = 1$, ניקוד בעזרת $A \in$:

$$1 = -2x + 12 \rightarrow x = 5.5$$

$$D(5.5, 1)$$

כעת נחשב את שטח המשולש ABC .

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot (x_C - x_{AB})}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{10 \cdot (7 - 3)}{2} = 20$$

נחשב את שטח המשולש AMD :

$$S_{AMD} = \frac{AM \cdot MD}{2} = \frac{5 \cdot (x_D - x_M)}{2}$$

$$S_{AMD} = \frac{5 \cdot 2.5}{2} = 6.25$$

נחסך שטח AMD מ- ABC :

$$S_{MDEB} = 20 - 6.25 = \boxed{13.75}$$





3. בשכבת י"א בבית ספר מסוים לומדים בנים ובנות. לחלקם יש רישיון נהיגה ולשאר אין.
 25% מתלמידי השכבה הם בנים שאין להם רישיון נהיגה.
 ל- $\frac{1}{3}$ מן הבנים בשכבה יש רישיון נהיגה.
 א. מצאו את אחוז הבנים בשכבה.
 ההסתברות לבחור באקראי מן השכבה בן שיש לו רישיון נהיגה שווה להסתברות לבחור באקראי מן השכבה בת שיש לה רישיון נהיגה.
 ב. ידוע שנבחר באקראי תלמיד (בן או בת) מן השכבה שאין לו רישיון נהיגה. מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא בן?
 בשכבה זו יש 69 בנים.
 ג. מצאו כמה תלמידים יש בשכבה סך הכול.
 לשכבה הצטרפו 26 תלמידים חדשים (בנים ובנות).
 בוחרים באקראי שני תלמידים מן השכבה בזה אחר זה (הוצאה ללא החזרה).
 ההסתברות ששני התלמידים שנבחרו הם בנים היא $\frac{2}{15}$.
 ד. מצאו כמה בנים הצטרפו לשכבה.

כתרין שארף 3

א. נתון כי $\frac{1}{3}$ מהבנים בשכבה יש רישיון נהיגה ואנא נסיק כי $\frac{2}{3}$ מהבנים בשכבה אין רישיון נהיגה. נסמן ב X את אחוז הבנים בשכבה. נייצר משוואת אחוזים בעזרת הנתון שנתן לנו:
 כלל רישיון מהווים 25% מהשכבה כולה:

$$\frac{2}{3} \cdot X = 0.25$$

$$X = 0.375 = \frac{3}{8}$$

	יש רישיון	אין רישיון	
בנים	0.125	0.25	0.375
בנות			0.625
			1

כלומר הבנים מהווים 37.5%

מהשכבה, ואילו הבנות מהוות

$$100\% - 37.5\% = 62.5\%$$

אחוז התלמידים שהם בנים ואם בעלי רישיון:

$$0.375 - 0.25 = 0.125 = \frac{1}{8}$$

המשק שאילה 3

ג. נתון כי ההסתברות לבחור מהשכבה בן זקם רשיון שווה להסתברות לבחור לבת זקם רשיון. ניצור בתוצאות החישובים מסעיף א:

$$P(\text{בן זקם רשיון}) = P(\text{בת זקם רשיון}) = 0.125$$

נחשב את אחוז התלמידים שהזקם בנות ולא רשיון:
 $0.625 - 0.125 = 0.5$
 ולכן אחוז מסעיף הרשיון:

$P(\text{רשיון}) = 0.25 + 0.5 = 0.75$
 ואחוז בעלי הרשיון:

$P(\text{ירשיון}) = 1 - 0.75 = 0.25$

	אין רשיון	יש רשיון	
בנים	0.25	0.125	0.375
בנות	0.5	0.125	0.625
	0.75	0.25	1

בזירת הנוסחה להסתברות מותנית נחשב את ההסתברות לבחור בן בהנתן שבחרנו תלמיד/תלמיצה שלא רשיון:

$$P(\text{בן} / \text{לא רשיון}) = \frac{P(\text{בן ולא רשיון})}{P(\text{לא רשיון})} = \frac{0.25}{0.75} = \frac{1}{3}$$



המשק שאם 3

ד. נתון כי כמות הקניס בשכבה היא 69 קניס.

בסעיף א' מצאנו כי הקניס מהווים 37.5% מהשכבה. נסמן ב y את כמות התלמידים בשכבה כולה וננסה משוואת אחוזים:

$$0.375 \cdot y = 69$$

$$y = 184$$

כמות ישנם 184 תלמידים בשכבה סך הכל

3. לשכבה הוצרכו 26 תלמידים ועכשיו יש סך הכל: $184 + 26 = 210$

210 תלמידים ותלמידות. נסמן את כמות הקניס המצטרפים

במצעק: B. כמות הקניס בשכבה: $69 + x$

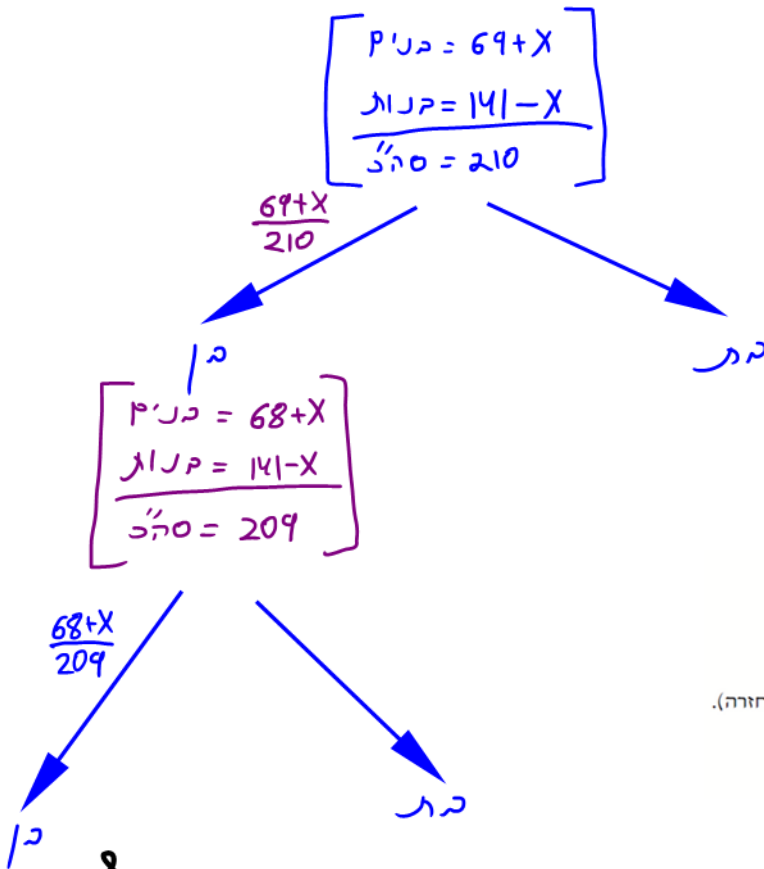
נקבלו בעזרת x את כמות הקניס בשכבה שהכ:

$$210 - (69 + x) = 141 - x$$

נספר את הנתונים בעצם ונתקן בתחילתו
בו נבחרים 2 קניס כהם:



המשק שאליה 3 סעיפים 3



- בשכבה זו יש 69 בנינים.
- ג. מצאו כמה תלמידים יש בשכבה סך הכול.
- לשכבה הצטרפו 26 תלמידים חדשים (בנים ובנות).
- בוחרים באקראי שני תלמידים מן השכבה בזה אחר זה (הוצאה ללא החזרה).
- הסתברות ששני התלמידים שנבחרו הם בנים היא $\frac{2}{15}$.
- ד. מצאו כמה בנינים הצטרפו לשכבה.

נקטא את ההסתברות לבחור בן פעמיים ו-13

כפל במ"מ

$$\frac{69+X}{210} \cdot \frac{68+X}{209} = \frac{2}{15}$$

$15 \cdot 210 \cdot 209$

ונשווה לנתון:

$$(69+X)(68+X) = 2 \cdot 14 \cdot 209 \quad / \div 15$$

$$4692 + 69X + 68X + X^2 = 5852$$

$$X^2 + 137X - 1160 = 0$$

נוסחת שורשים:

$$X_{1,2} = \frac{-137 \pm \sqrt{137^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1160)}}{2 \cdot 1} =$$

$$X_1 = 8$$

$$X_2 = -145$$

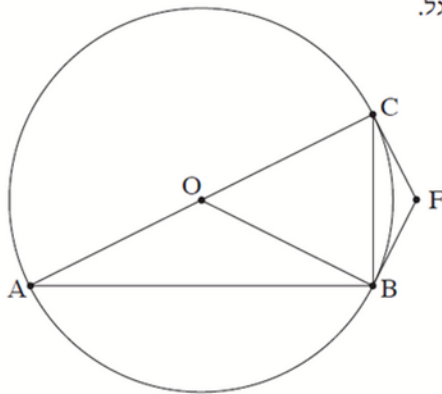
X מקבל כמות של 0 בנינים

נבחר בפתרון החיובי כיוון שאם מקבל מס' בנינים שהצטרפו לשכבה.

כלומר פשכבה

הצטרפו 8 בנינים

הזדמנות לעתודה יש פעם חיים. אל תתפשרו עליה



4. נתון מעגל שמרכזו O. המשולש ABC חסום במעגל כך ש-AC הוא קוטר במעגל.

מן הנקודות C ו-B העבירו משיקים למעגל הנפגשים בנקודה F (ראו סרטוט).

א. הוכיחו כי המרובע OCFB הוא דלתון.

ב. הוכיחו כי $\angle CAB = \angle COF$.

ג. הוכיחו כי $\triangle AOB \sim \triangle CFB$.

נתון כי שטח המשולש AOB גדול פי 4 משטח המשולש CFB.

הנקודה E היא נקודת החיתוך של אלכסוני הדלתון OCFB.

ד. הוכיחו כי $CB = OE$.

פתרון:

המספר	טענה	נימוק
1	AC קוטר במעגל שמרכזו O	נתון
2	CF, BF משיקים למעגל	נתון
3	$BO = CO$	כזיוסים במעגל שווים זה לזה לפי 1
4	$BF = CF$	אם מנקודה מחוץ למעגל יוצאים שני משיקים למעגל, הם שווים באורכם לפי 2
5	מכיוון ש-BCF הם אלכסוני הדלתון OCFB	העברת בלחן. לפי 3, 4
6	נגזיר את $\angle C$ (בסוף הכרחי)	בניית עזר
7	נסמן $\angle CAB = \alpha$	סימון
8	$\angle BOC = 2\alpha$	זווית מרכזית במעגל שווה לזווית פיתולית במעגל הנסמך על אותה קשת
9	$\angle COF = \angle BOF = \alpha$	אלכסון הוא כזאת חוצה את הזווית של הדלתון. לפי 5, 6, 8

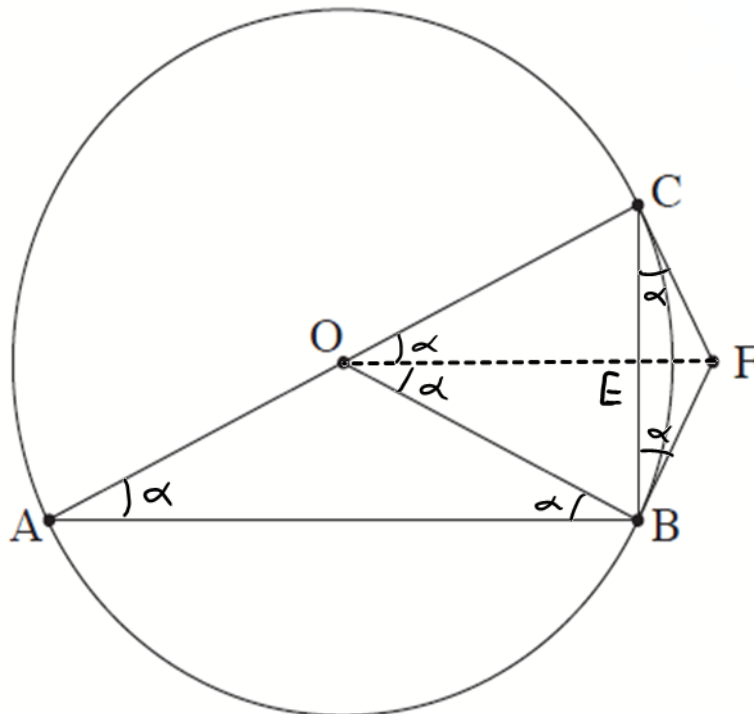


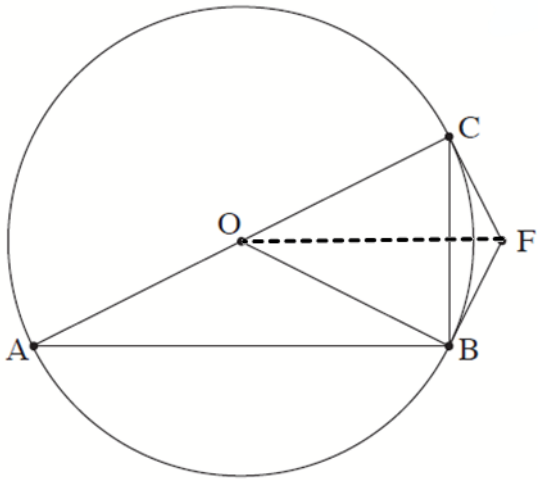


לפי 7, 9	$\angle CAB = \angle COF = \alpha$ נ.ש.פ. ב.	(10)
הביוסיק במעגל עליו זהלצה לפי 1	$OA = OB$	(11)
מהלך נצפה שגורר בשאלה הנוחה 11 ו-15 שאלות. לפי 7, 11	$\angle OAB = \angle OBA = \alpha$	(12)
סלית בין השיה לאיתר לפי 2, 7	$\angle FCB = \angle FBC = \angle FAC = \alpha$	(13)
לפי 12, 13	$\angle OAB = \angle FCB$ $\angle OBA = \angle FBC$	(14)
משפט דלתון s.s. לפי 14	$\triangle AOB \sim \triangle CFB$ נ.ש.פ. ב.	(15)
נתי 11	$S_{AOB} = 4 \cdot S_{CFB}$	(16)
נתי 11	E היא נקודת חיתוך האזכרון הצלולן	(17)
יחס הצלעה המתאימה. לפי 15	$\frac{AB}{BC} = \frac{CF}{AO} = \frac{BF}{BO}$	(18)
יחס השטחים בשאלה נלווה יחס הצלעה המתאימה בקירוב לפי 15, 18	$\frac{S_{AOB}}{S_{CFB}} = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2$	(19)
הישוק. לפי 16, 19	$\left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = 4 \rightarrow \frac{AB}{BC} = 2 \rightarrow AB = 2BC$	(20)
האזכרון האם בצלולן חולה ג האזכרון המשני. לפי 5	$BE = CE$	(21)
לפי 21	$BC \sim CE$	(22)



<p>לפי 1</p> <p>הזכור הוא יאמצעק. לפי 22, 23</p> <p>הוא יאמצעק שווה למחצית הצלע השלישית. לפי 24</p> <p>כזו המעקבה. לפי 25, 26</p>	<p>0 יאמצעק AC</p> <p>OE הוא גלגל יאמצעק במסלול ABC</p> <p>$AB = 2OE$</p> <p>$CB = OE$</p> <p>נ.ש.ל. 3</p>	<p>(23)</p> <p>(24)</p> <p>(25)</p> <p>(26)</p>
---	--	---







5. נתון משולש חד זווית ABC. הנקודה D נמצאת בתוך המשולש ABC.

כך ש- $\angle BDC = 120^\circ$ (ראו סרטוט).

נתון: $DB = 3$, $DC = 4$.

א. מצאו את אורך הצלע BC.

נתון: רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC גדול פי 1.3.

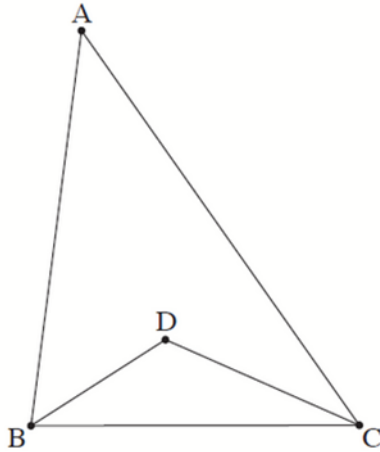
מרדיוס המעגל החוסם את המשולש DBC.

ב. מצאו את גודל הזווית BAC.

נתון: $AB = 7.5$.

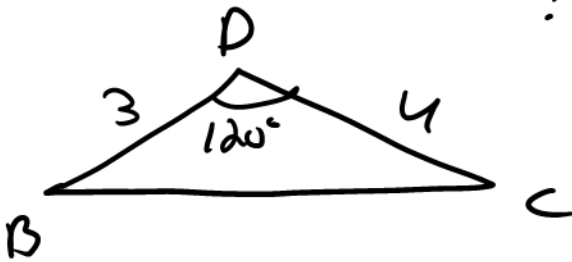
ג. מצאו את אורך הצלע AC.

ד. חשבו את שטח המרובע BACD.



פתרון:

א. נתון קוטר BCD:



לשם זה; וסינוסים:

$$BC^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ$$

$$BC^2 = 37$$

$$BC = \sqrt{37}$$

ב. דוגמה נמצאה כי ציוס המעגל החוסם הוא —
מעגל BCD:



משפט הסינוסים:

$$\frac{BC}{\sin 50^\circ} = 2 \cdot r$$

$$r = \frac{\sqrt{37}}{2 \sin 50^\circ} \rightarrow r = \frac{\sqrt{111}}{3} = 3.512$$

נצטרך למצוא את הריבועים: ABC הריבועים הם $2r$ והריבועים
יותר המשולש הזה לצולף. $R = 1.3 \cdot 3.512 = 4.5656$
שקיבלנו, כולו כ: $R = 1.3 \cdot 3.512 = 4.5656$
נשתמש שנית במשפט הסינוסים:

$$\frac{BC}{\sin \angle BAC} = 2R \rightarrow \frac{\sqrt{37}}{\sin \angle BAC} = 2 \cdot 4.5656$$

$$\sin \angle BAC = \frac{\sqrt{37}}{2 \cdot 4.5656}$$

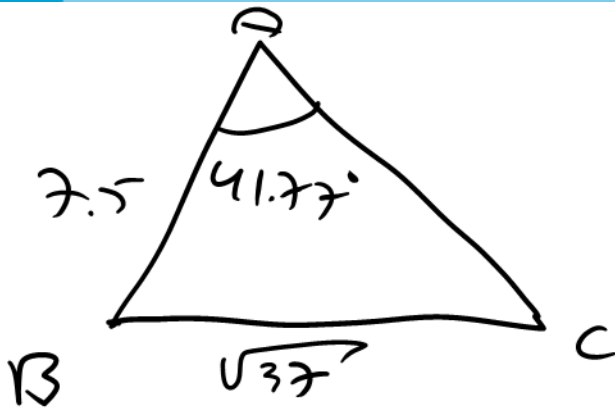
$$\angle BAC = 41.77^\circ \quad \text{או} \quad \angle BAC = 138.23^\circ$$

נתון כי המשולש חסוי, לכן

$$\angle BAC = 41.77^\circ$$

ד. נתון $AB = 7.5$

נצטרך למצוא את ABC :



שלב הסינוסים:

$$\frac{7.5}{\sin \angle ACB} = 2.45656$$

$$\sin \angle ACB = \frac{7.5}{2.45656}$$

$$\angle ACB = 55.22^\circ$$

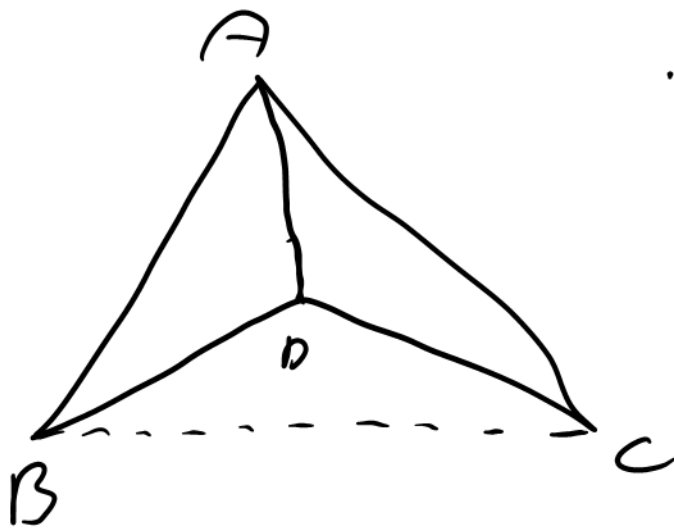


$$\angle ABC = 180^\circ - 55.22^\circ - 41.77^\circ$$

$$\angle ABC = 83.01^\circ$$

משלב הסינוסים קיבלנו:

$$\frac{AC}{\sin 83.01} = 2.45656 \rightarrow \boxed{AC = 9.06}$$



3. מרובע BACD:

זווית ב-90 מעלות

משולש ABC

זווית ב-90 מעלות

BCD, וזווית

של 90.





$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin \angle B}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{7.5 \cdot \sqrt{37} \cdot \sin 83.01}{2} = 22.64$$

$$S_{BCD} = \frac{BD \cdot DC \cdot \sin \angle CDB}{2}$$

$$S_{BCD} = \frac{3 \cdot 4 \cdot \sin 120^\circ}{2} = 5.196$$

נחסר שטחים:

$$S_{BACD} = S_{ABC} - S_{BCD} = 22.64 - 5.196$$

$$S_{BACD} = 17.444$$



6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 + x + a}{x}$. $a \neq 0$ הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ עובר בנקודה $(5, 9.2)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 16$, וענו על סעיפים ג-ה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקצייה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נגזרת הפונקצייה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - 11$.

ה. (1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

כתב יד: כתיבון משולח 6

א. (1) תחום הגדרה: $x \neq 0$

(2) אסימטוטה מאונכת לציר x בשיעור x המאפס את המכנה ולכן
את המונה ביטל $x=0$

ב. נתון: $f(5) = 9.2$

$$f(x) = \frac{x^2 + x + a}{x}$$

נמנה משוואה בקצרת הנתון ונבדוק את a :

$$\frac{5^2 + 5 + a}{5} = 9.2$$

כפל במ"מ
· 5

$$30 + a = 46$$

-30

$$a = 16$$



המשק בתרין סאלר 6

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 16}{x}$$

ד.

$$f'(x) = \frac{(2x+1) \cdot x - 1 \cdot (x^2 + x + 16)}{x^2} = \frac{2x^2 + x - x^2 - x - 16}{x^2} = \frac{x^2 - 16}{x^2}$$

נצטר:

$$f'(x) = \frac{x^2 - 16}{x^2}$$

נשווה נגזרת לאפס ונתקדם שיצוריי x בנק' הקיצון:

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{x^2 - 16}{x^2} = 0$$

ככל
כמה
תהי.
 $x^2 \neq 0$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$(x-4)(x+4) = 0$$

$$\swarrow$$

$$x=4$$

$$\searrow$$

$$x=-4$$

נציג בכוון' עקבל שיצוריי היצ בנק' הקיצון:

$$f(-4) = \frac{(-4)^2 - 4 + 16}{-4} = -7$$

$$(-4, -7)$$

$$f(4) = \frac{4^2 + 4 + 16}{4} = 9$$

$$(4, 9)$$

נסוים את נק' הקיצון בעזרת הצבת ערכי בינויים בנגזרת

ובציקת תחומי עלייה/ירידה. נרכז את התוצאות בטבלר

למצמוז הכא:



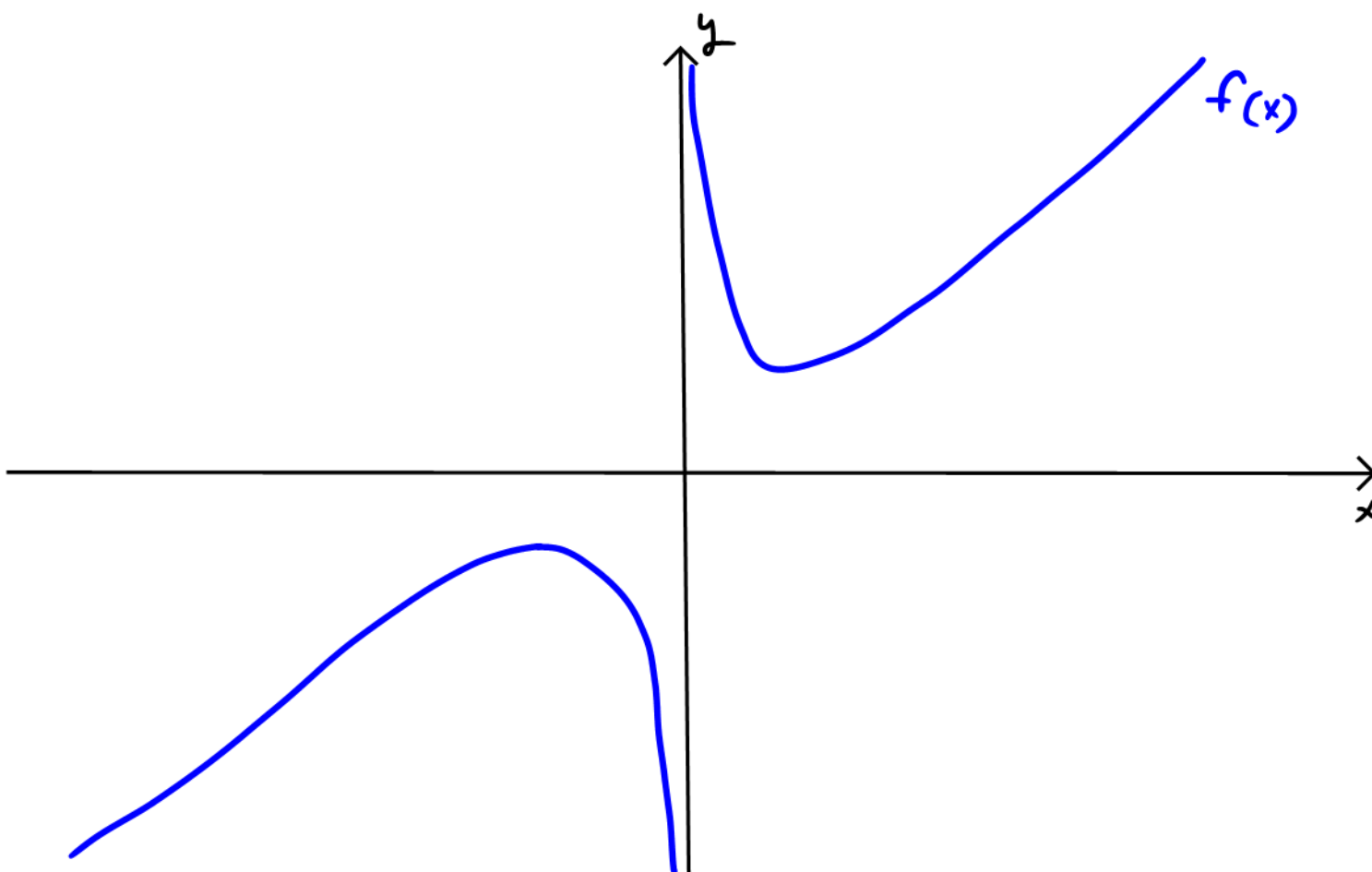
המשק שאליה

x	-5	-4	-1	0	1	4	5
$f'(x)$	+	0	-	/	-	0	+
$f(x)$	↗	max	↘	/	↘	min	↗

$(-4, -7)$
נקודת מקסימום

$(4, 9)$
נקודת מינימום

מכאן נסיק:





$f(x)$ היא פונקצייה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

נגזרת הפונקצייה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - 11$.

ה. (1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

(2) מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

המשק שאלה 6.

ה. (1) נחשב את שיצורי נקודת המינימום
כגורף של $g'(x)$:

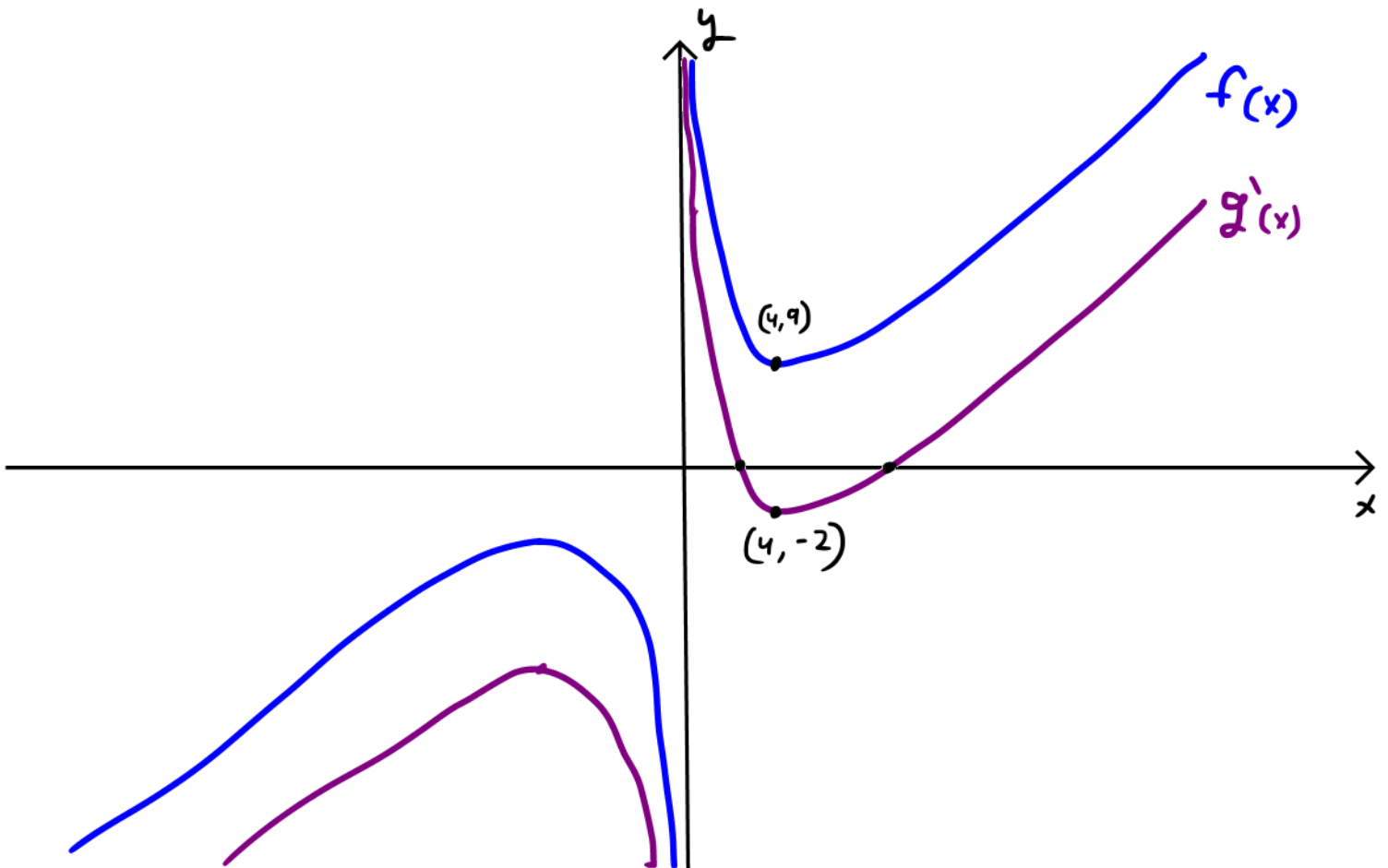
$$g'(x) = f(x) - 11$$

$$f(4) = 9$$

$$g'(4) = f(4) - 11 = 9 - 11 = -2$$

$$(4, -2)$$

נשרטט את גרף הנגזרת $g'(x)$ כזי עסויז את נקודות
הקיצון של $g(x)$ כהין מתקיים $g'(x) = 0$



המשק שאלה 6:

ה.

$$g'(x) = f(x) - 11$$

$$g'(x) = \frac{x^2 + x + 16}{x} - 11$$

$$g'(x) = 0$$

$$\frac{x^2 + x + 16}{x} - 11 = 0 \quad / +11$$

$$\frac{x^2 + x + 16}{x} = 11 \quad / \cdot x \neq 0$$

$$x^2 + x + 16 = 11x \quad / -11x$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

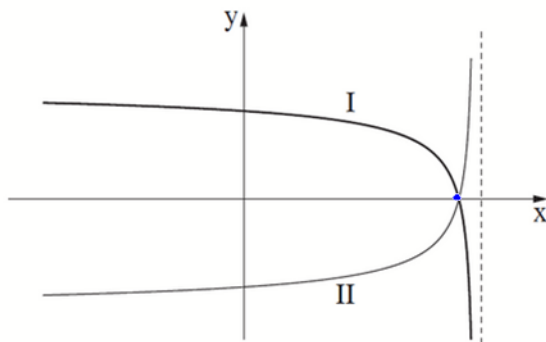
נציב בנוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1}$$

$x_1 = 8$
 $x_2 = 2$

ניעצר באזור של $g'(x)$ ולבין נסיק כי בנק' $x=2$ יש
 עכונקציה $g(x)$ נק' קיצון מסוג **מקסימום**, כיוון שמשמאלה $g'(x)$ חיובית
 ומימינה $g'(x)$ שלילית.

בנקודה $x=8$ יש נק' **מינימום**, כיוון שמשמאלה הנגזרת $g'(x)$ שלילית
 ומימינה הנגזרת $g'(x)$ חיובית.



7. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \leq 3$,

ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x < 3$.

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת בלבד, מסוג מקסימום.

בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II, אחד מהם

מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

ונמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = 5x + 2\sqrt{15-5x}$.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. חתוך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד, בחלקו השלילי.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ז. נתונה הפונקצייה $g(x) = -4 \cdot f'(x)$.

ח. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

פתרון שאם כן

א. לפי הנתון, אלפונקציה נקודת מקסימום בלבד, נבחר כגרף בו הנגזרת חיונית משמאל לנקודה בה הנגזרת מתאפסת (נקודת החיתוך עם ציר ה- x) ואילו מימין לה היא הנגזרת שלילית. הגרף המתאים הוא גרף I

$$f(x) = 5x + 2\sqrt{15-5x}$$

$$f(3) = 5 \cdot 3 + 2 \cdot \sqrt{15-5 \cdot 3} = 15 \quad (3, 15)$$

$$f'(x) = 5 + 2 \cdot \frac{-5}{2\sqrt{15-5x}} = 5 - \frac{5}{\sqrt{15-5x}}$$

ב. נקודת הקיצון בקצה הימני

$$x = 3$$

נגזרת ונסווה פאסם שלילית
ה' הקיצון הפנימי:

$$f'(x) = 5 - \frac{5}{\sqrt{15-5x}}$$





המשק כתיבן שאולה ק

$$f'(x) = 0$$

ב.

$$5 - \frac{5}{\sqrt{15-5x}} = 0 \quad / + \frac{5}{\sqrt{15-5x}}$$

$$5 = \frac{5}{\sqrt{15-5x}} \quad / \cdot \sqrt{15-5x} \quad 3 \neq x$$

$$5\sqrt{15-5x} = 5$$

$$\sqrt{15-5x} = 1$$

$$15-5x = 1$$

$$14 = 5x$$

$$x = 2.8$$

$$f(x) = 5x + 2\sqrt{15-5x}$$

$$f(2.8) = 5 \cdot 2.8 + 2\sqrt{15-5 \cdot 2.8} = 16$$

נצב כפונקציה:

$$(2.8, 16)$$

נסוים את נק' הקיצין בעזרת תחומי החיוביות והשליליות באיור הנצרת.
ובציקת תחומי שלילה/יריבה. נהכב את התוצאות בטבלה:

x		2.8		3	
f'(x)	+	0	-		
f(x)	↗	max	↘	min	

נקיבת המקסימום (2.8, 16)

נקיבת המינימום (3, 15)

המשק פתרון שאולה 2

ד. נציב $f(x) = 0$ ונקוצב את שיצור ה x כמ' החיתוך עם

ציר ה x :

$$f(x) = 0$$

$$5x + 2\sqrt{15-5x} = 0 \quad / -5x$$

$$2\sqrt{15-5x} = -5x \quad / \div 2$$

$$\sqrt{15-5x} = -2.5x \quad / ()^2$$

$$15-5x = 6.25x^2$$

$$0 = 6.25x^2 + 5x - 15$$

נציב בנוסחת ה גורמים:

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6.25 \cdot (-15)}}{2 \cdot 6.25}$$

$x_1 = 1.2$
 $x_2 = -2$

הגוצאה שנבחר היא $x = -2$ וכן נקוצב החיתוך היא

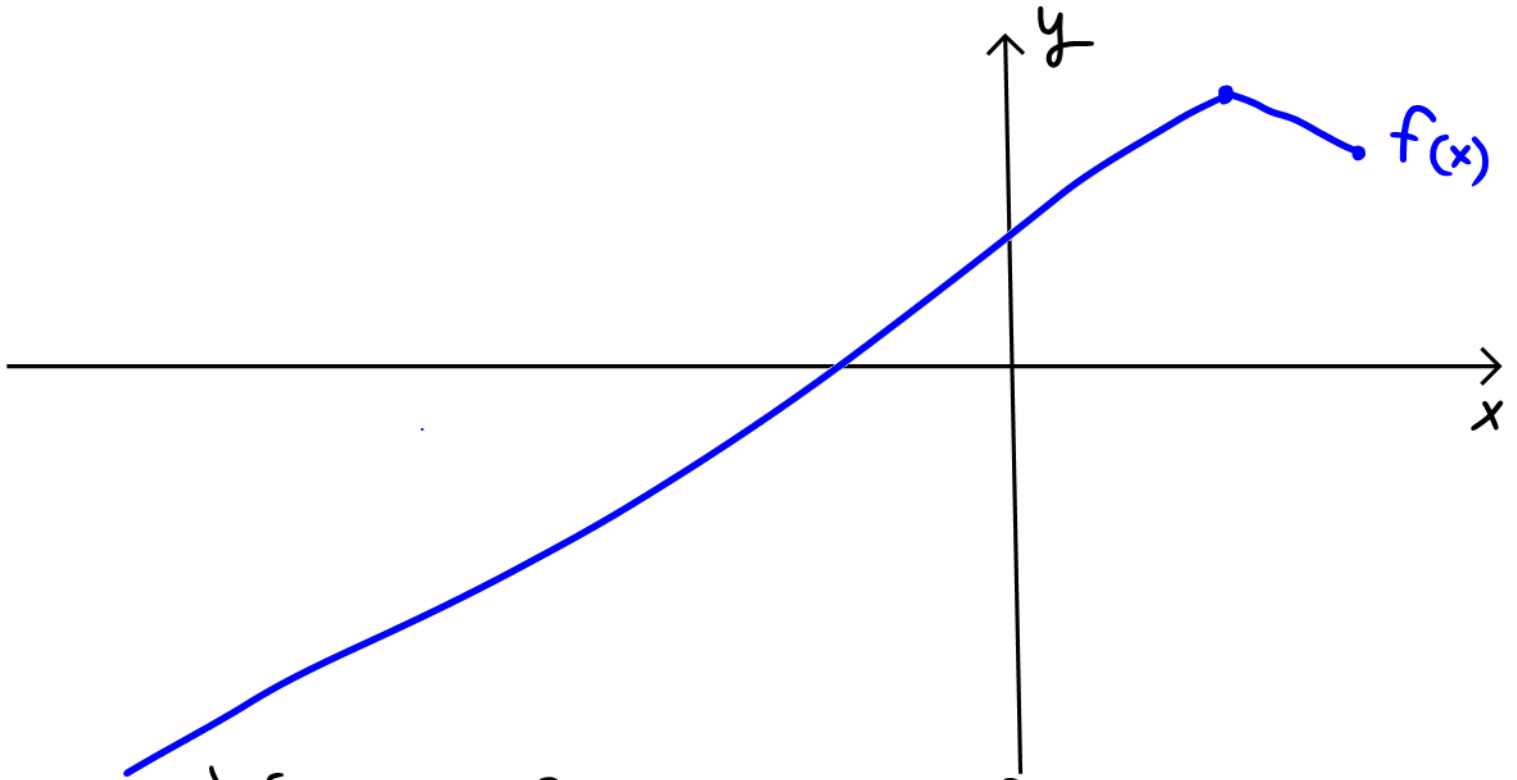
$$(-2, 0)$$

כיון שנתין שנקוצב החיתוך היחידה היא כחלקו הגלילי של הציר וכיון שהצבת $x = 1.2$ במשוואה המקורית מוכיח לפסוק שקר:

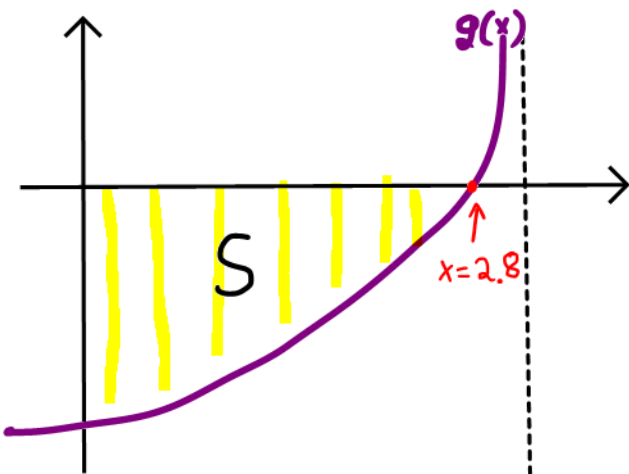
$$5 \cdot 1.2 + 2\sqrt{15 - 5 \cdot 1.2} \neq 0$$



3. המסק שאלה 7



ה.. נשים פק כי הפונקציה $g(x)$ מהווה שיקוף ומתיחה של $f'(x)$ הנתונה באור שבתחילת השאלה.



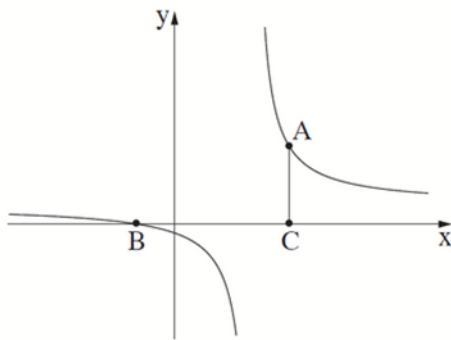
ננסה את השטח המתואר בעזרת אינטגרל מסויים:

$$S = \int_0^{2.8} (0 - (-4 \cdot f'(x))) dx = [4 \cdot f(x)]_0^{2.8} =$$

$$= (4 \cdot f(2.8)) - (4 \cdot f(0)) =$$

$$(4 \cdot 16) - 4 \cdot (5 \cdot 0 + 2\sqrt{15} - 0) = 64 - 8\sqrt{15}$$

השטח המואבק הוא **33,016**



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{x+3}{x-6}$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון.
הנקודה C נמצאת על ציר ה- x כך שהקטע AC מקביל לציר ה- y .
הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABC הוא מינימלי.
(2) מצאו את השטח המינימלי של המשולש ABC.

בתריון שאעלה 8

א. (1) תחום היצירה: $x \neq 6$

(2) אסימט' אנכית בישר $x=6$

אסימט' אופקית בישר $y=1$

ב. נציב $f(x) = 0$ ונבדוק שיצור x הנק' החיתוך:

$$\frac{x+3}{x-6} = 0 \quad / \cdot (x-6) \neq 0$$

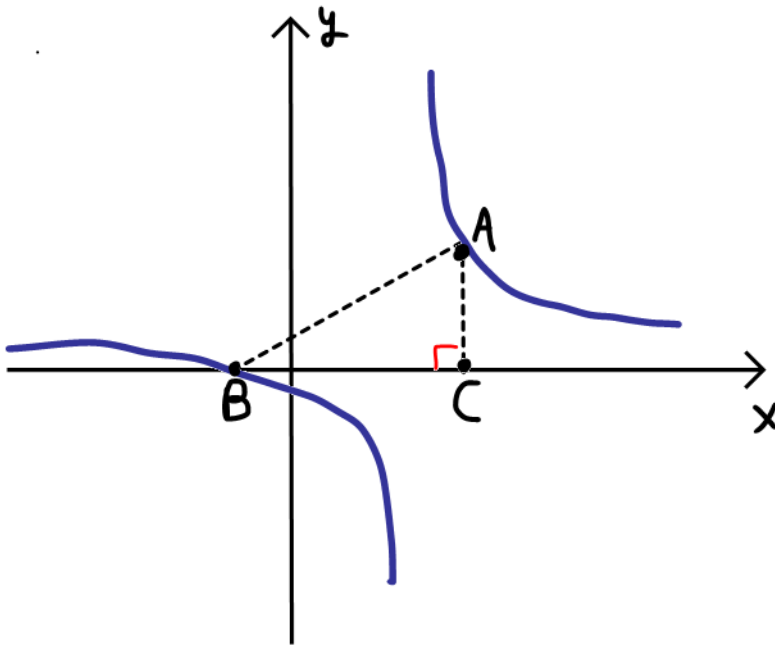
$$x+3 = 0$$

$$x = -3$$

$$B(-3, 0)$$

שיעורי הנק' B:





המשק פתרון שאולה 8
ד. נתון שהישר AC מקביל
לציר y ועלן שיצור
ה- x של נק' A!
שהי"פ: $x_A = x_C$

נסמן שיצור x זה כ- t:

$$x_A = x_C = t$$

נקטא את שיצור ה- y של נק' A בעזרת הצבה בפינוק:

$$y_A = f(x) = \frac{t+3}{t-6}$$

נשיח דמך כי שיצור ה- y בנק' A מהווה זווה לבסיס BC
מהשולש ABC.

$$B(-3, 0)$$

$$C(t, 0)$$

$$A\left(t, \frac{t+3}{t-6}\right)$$

$$BC = x_C - x_B = t - (-3) = t + 3$$

בסיס המשולש BC:

$$AC = y_A - y_C = \frac{t+3}{t-6} - 0 = \frac{t+3}{t-6}$$

זווה המשולש AC:



היחס של שטח פ' סעיף 1 (1)

$$S_{\triangle BC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AC$$

נבלא אור שטח היחידות:

נבלא אור שטח היחידות כפונקציה של t:

$$S_{(t)} = \frac{1}{2} \cdot (t+3) \cdot \frac{t+3}{t-6} = \frac{(t+3)^2}{2(t-6)} = \frac{t^2+6t+9}{2t-12}$$

מציאות נק' הקיצון נמצא:

$$S'_{(t)} = \frac{(2t+6)(2t-12) - 2(t^2+6t+9)}{(2t-12)^2} = \frac{4t^2-24t+12t-72-2t^2-12t-18}{(2t-12)^2}$$

$$S'_{(t)} = \frac{2t^2-24t-90}{(2t-12)^2}$$

נשווה למצא נאפס ונמצא שינוי t כנל הקיצון:

$$S'_{(t)} = 0$$

$$\frac{2t^2-24t-90}{(2t-12)^2} = 0$$

ככל כמ"ה
ת.ה. $(2t-12)^2 \neq 0$

$$2t^2-24t-90 = 0$$

נציב בנוסחת השורשים:

$$t_{1,2} = \frac{24 \pm \sqrt{(24)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-90)}}{2 \cdot 2}$$

$t_1 = 15$
 $t_2 = -3$

המשק שאם f סדוף g (1)

נתון שנקודה A נמצאת ברכיב הראשון ולכן
נבחר בפתרון התחילתי שיצוי הא כנק' A: $X_A = 15$
נציב ב $f(x)$ נמצאת שיצור y :

$$f(15) = \frac{15+3}{15-6} = 2$$

נסו את סוף הקיבון בעזרת
הצבות הנגזרת מימין ומשמאל נק' הקיבון.
נרצה תוצאות בלבד:

$$S'(t) = \frac{2t^2 - 24t - 90}{(2t - 12)^2}$$

t		6	14	15	16
S'		///	-	0	+
S		///	↘	min	↗

כמות שיצרו הנק' A עקורק שטח המשולש ABC

$$A(15, 2)$$

הוא מינימלי הק

$$S(t) = \frac{t^2 + 6t + 9}{2t - 12}$$

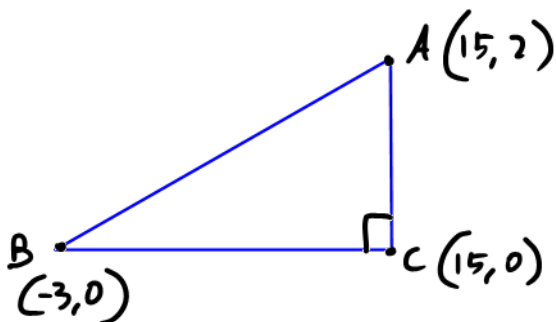
$$BC = 15 - (-3) = 18$$

$$AC = 2 - 0 = 2$$

ד. (2) גים המשט:

אכה המשולש:

השטח המינימלי:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AC$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 2 = 18$$