

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

תוכנית חדשה

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, גאומטרייה במרחב וגדילה ודעיכה
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

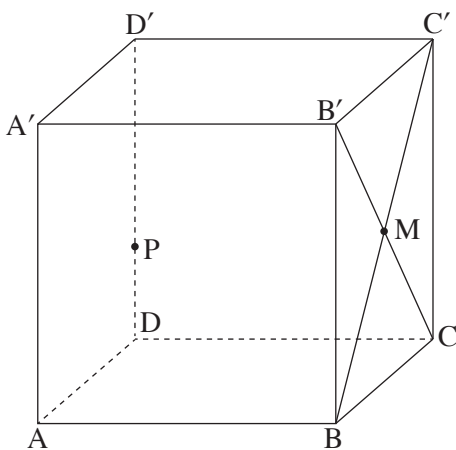
בהצלחה!

השאלות

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטרייה במרחב וגדילה ודעיכה

1. נתונה סדרה הנדסית A שהמנה שלה היא q, ובה 10 איברים.
 האיבר השישי בסדרה הוא פי 81 מן האיבר השני בסדרה.
 א. מצאו את שני הערכים של q.
 נתון כי סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A הוא 1,296, וכי כל איבריה הם חיוביים.
 ב. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.
 נתונה סדרה חשבונית B. סכום הסדרה A גדול פי 11 מסכום הסדרה B.
 ג. מצאו את סכום הסדרה B.
 בסדרה B יש 32 איברים.
 נתון כי האיבר השני בסדרה B גדול פי 16 מן ההפרש שלה.
 ד. מצאו את הפרש הסדרה B.



2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A' B' C' D'$.
 הנקודה M היא מפגש האלכסונים בפאה $BCC' B'$.
 נקודה P נמצאת על המקצוע DD' ומקיימת $\vec{DP} = \frac{1}{3} \vec{DD'}$.
 נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{BC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.
 א. הביעו את הווקטורים \vec{AP} ו- \vec{MP} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .
 נתון: $|\underline{v}| = 8$, $|\underline{w}| = |\underline{u}| = 24$.
 ב. (1) הוכיחו כי הווקטור \vec{AP} מאונך לווקטור \vec{MP} .
 (2) חשבו את שטח המשולש APM.

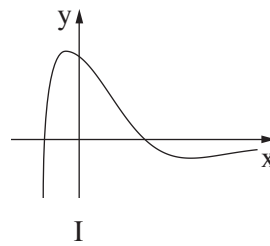
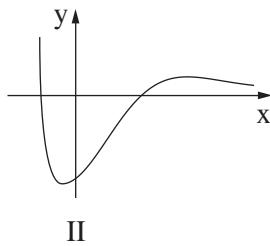
נתון: $D(0, 0, 0)$.

- הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x,
 הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y והקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z.
- ג. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים C, B, C' .
 - (2) מצאו את שיעורי הנקודה M.
 - ד. מצאו את גודל הזווית PMB.

3. אמיר קנה גלגל ים ומזרן ים.
- ביום הקנייה נפח הגלגל היה 3,700 סמ"ק ונפח המזרן היה 7,400 סמ"ק.
- עקב איבוד אוויר, נפח הגלגל ונפח המזרן קטנו באחוז קבוע בכל יום (כל אחד מהם באחוז אחר).
- כעבור 7 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל שווה לנפח המזרן.
- א. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות II-I אם היא נכונה או לא נכונה.
- I. כעבור 6 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן.
- II. כעבור 8 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן.
- נתון כי נפח הגלגל קטן ב- 4% בכל יום.
- ב. מצאו את האחוז שבו נפח המזרן קטן בכל יום.
- כעבור t ימים מיום הקנייה היה נפח המזרן $\frac{1}{3}$ מנפח הגלגל.
- ג. מצאו את הערך של t .
- לאחר כמה שבועות החליט אמיר לנפח את המזרן.
- במהלך הניפוח גדל נפח המזרן בכל דקה ב- 22%.
- בסיום הניפוח היה נפח המזרן גדול פי 7.5 מן הנפח שלו בתחילת הניפוח.
- ד. מצאו את מספר הדקות שנמשך ניפוח המזרן.

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

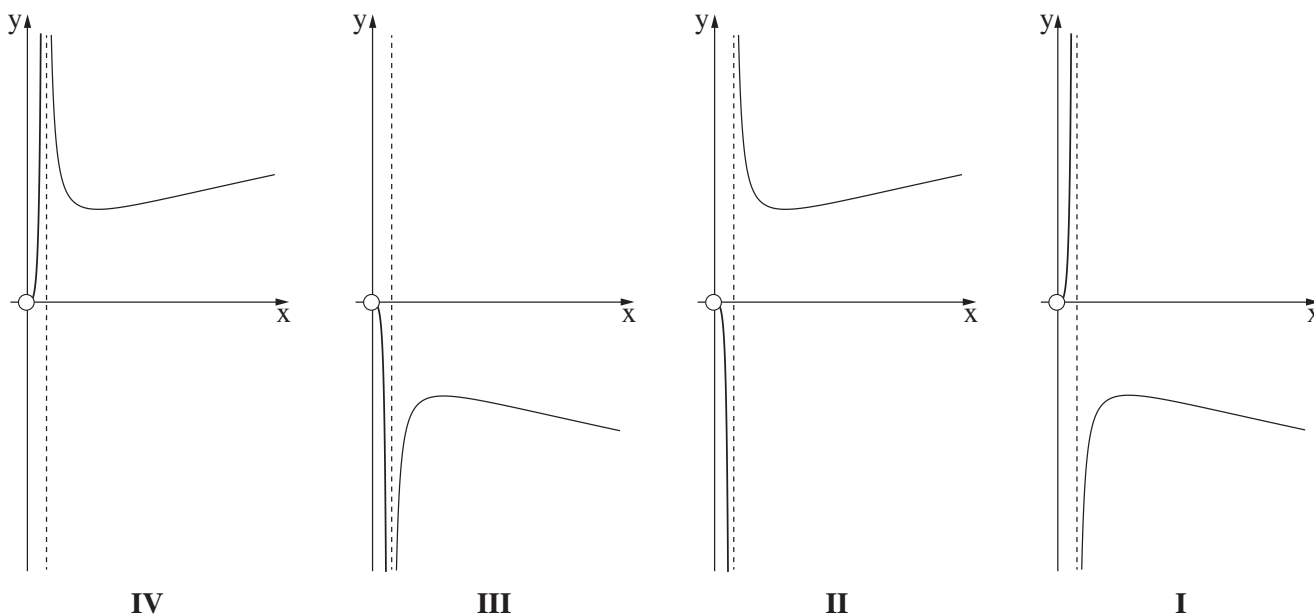
4. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .
 לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת מקסימום אחת בלבד ושיעור ה־ x שלה חיובי.
 לפניכם שני גרפים, I ו־II, אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



- א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעתכם.
 נתון: $f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{(-2x + 1)}$.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $g(x) = 7 \cdot e^{(-2x + 1)}$ המוגדרת לכל x .
- ד. (1) הסבירו מדוע הפונקצייה $g(x)$ חיובית לכל x .
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.
 דרך כל אחת מן הנקודות שמצאתם בסעיף ד העבירו אנך לציר ה־ x .
- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי האנכים.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{6x}{(\ln x)^2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) האם לגרף הפונקצייה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) מצאו את תחומי העלייה של הפונקצייה $f(x)$.
- ג. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$.
 היא פונקצייה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 נגזרת הפונקצייה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר.
- ד. (1) מצאו בעבור $c = 5$ כמה נקודות קיצון יש לפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).
 נמקו את תשובתכם.
 (2) רשמו ערך כלשהו של c שבעבורו יש לפונקצייה $g(x)$ שלוש נקודות קיצון. נמקו את תשובתכם.



בהצלחה!