

## פתרון הבחינה

# במתמטיקה

קיץ תשפ"ד, 2024, מועד א', שאלון: 35372

תודה מייוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה

א.  $\Delta ABC$  שווה שוקיים והגובה AE לבסיס BC הוא גם תיכון.

(1) נמצא את השיפוע של AE.

$$m_{AE} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{14 - 2}{4 - 0} = \frac{12}{4} = 3$$

תשובה: השיפוע של AE הוא 3.

(2) נמצא את משוואת הבסיס BC.

שיפוע הופכי לנגדי),  $m_{AE} = +3 \rightarrow m_{BC} = -\frac{1}{3}$ .

נמצא את משוואת הבסיס BC, על-פי  $m_{BC} = -\frac{1}{3}$ , ו-  $E(0, 2)$ .

$$y - 2 = -\frac{1}{3}(x - 0)$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

תשובה: משוואת הבסיס BC היא  $y = -\frac{1}{3}x + 2$ .

ב. הקודקוד C נמצא על ציר ה-x, ולכן  $y_C = 0$ .

$$0 = -\frac{1}{3}x + 2$$

$$\frac{1}{3}x = 2 \quad /: (\frac{1}{3})$$

$$x = 6 \rightarrow \boxed{C(6, 0)}$$

תשובה:  $C(6, 0)$ .

ג. הנקודה E(0, 2) היא אמצע הבסיס BC.

$$x_E = \frac{x_B + x_C}{2}$$

$$y_E = \frac{y_B + y_C}{2}$$

$$0 = \frac{x_B + 6}{2} \quad / \cdot 2$$

ולכן  $B(-6, 4)$

$$2 = \frac{y_B + 0}{2} \quad / \cdot 2$$

$$0 = x_B + 6$$

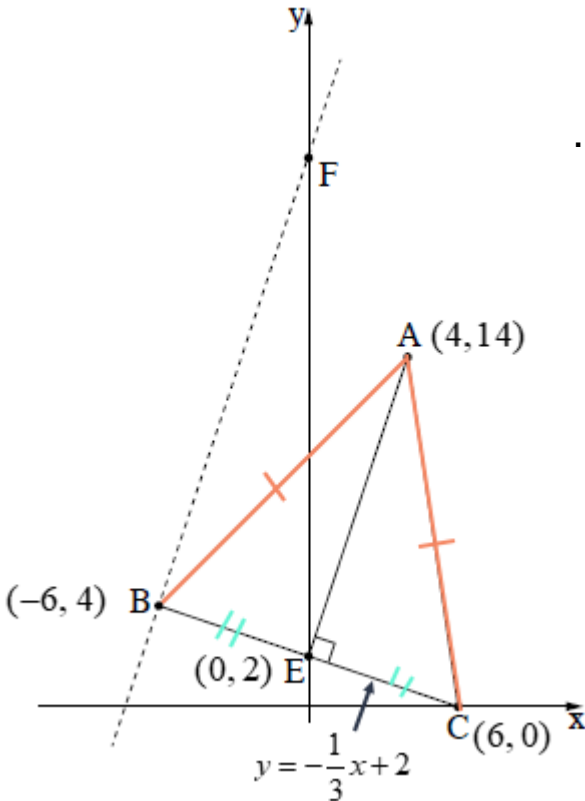
$$4 = y_B$$

$$-6 = x_B$$

ניתן גם למצוא את שיעורי הנקודה B בשיטת הדילוגים, עם הפרשים שווים:  $x = 6, 0, -6$ ,  $y = 0, 2, 4$ .

רק לנמק, שההפרשים שווים בין שיעורי הנקודות כי הנקודה E(0, 2) היא אמצע הבסיס BC.

תשובה:  $B(-6, 4)$ .



- ד. דרך הקודקוד  $B(-6, 4)$  העבירו ישר המקביל לגובה  $AE$ .  
 (לישרים מקבילים שיפועים שווים),  $m_{BF} = m_{AE} = 3$ .  
 נמצא את משוואת הישר  $BF$ , על-פי  $m_{BF} = 3$  ו-  $B(-6, 4)$ .

$$y - 4 = 3(x - (-6))$$

$$y - 4 = 3(x + 6)$$

$$y - 4 = 3x + 18$$

$$\boxed{y = 3x + 22}$$

תשובה: משוואת הישר  $BF$  היא  $y = 3x + 22$ .

ה. הקודקוד  $F$  נמצא על ציר ה- $y$  ולכן  $x_F = 0$ .

מכאן ששיעורי הנקודה  $F$  הם  $(0, 22)$ .

נחשב את היקף המשולש  $FBE$ .

$$FE = y_F - x_E = 22 - 2 = 20$$

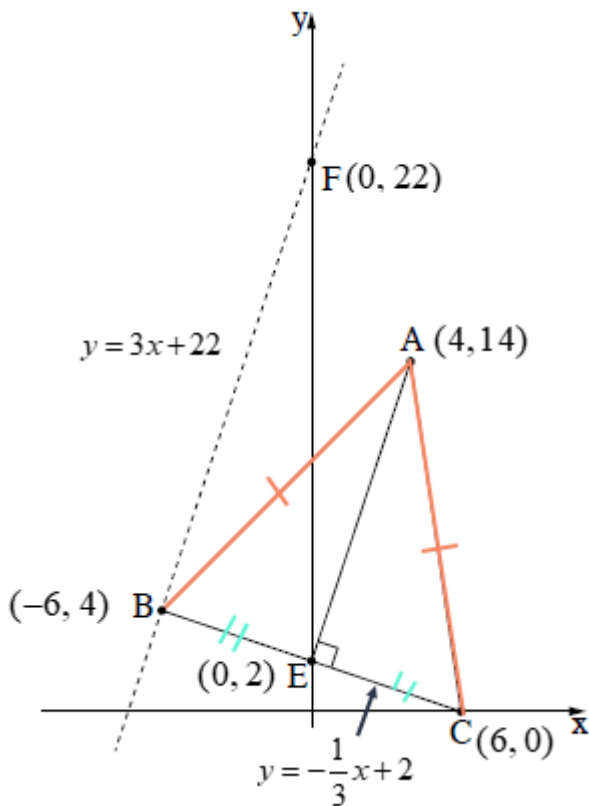
$$BE = \sqrt{(-6 - 0)^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{40}$$

$$FB = \sqrt{(-6 - 0)^2 + (4 - 22)^2} = \sqrt{360}$$

$$P_{\Delta FBE} = 20 + \sqrt{40} + \sqrt{360}$$

$$\boxed{P_{\Delta FBE} = 20 + 8\sqrt{10} \approx 45.3}$$

תשובה: היקף המשולש  $FBE$  הוא  $20 + 8\sqrt{10} \approx 45.3$ .



נכתב ע"י עפר ילין



בגרות פד מאי 24 מועד קיץ א שאלון 35372

**בחנות לאוצרי קוסמטיקה מוכרים מארזי מתנה משני סוגים א' ו- ב'.  
מארז א' מוציא מספר הסבונים ומספר הקרמים על פי סוג המארז.**

א. נסמן ב-  $x$  את מספר המארזים מסוג א',

וב-  $y$  את מספר המארזים מסוג ב'.

נוסיף לטבלה את הנתונים, כולל טור מתאים לפונקציית המטרה.

מספר הסבונים	מספר הקרמים	רווח למארז
12	3	25 שקלים
8	6	20 שקלים
לכל היותר 240 סבונים	לכל היותר 132 קרמים	אילוץ

נרשום את מערכת האילוצים, הנובעת הן מהמגבלות שהוצגו בטבלה, והן מהעובדה שמספרי המארזים אינם שליליים.

$$\begin{cases} 12x + 8y \leq 240 \\ 3x + 6y \leq 132 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \text{תשובה: מערכת האילוצים של הבעיה היא:}$$

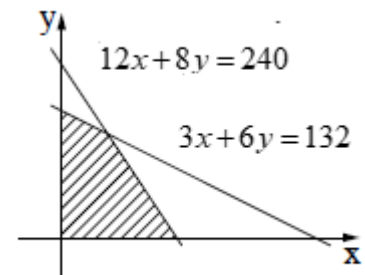
ב. הרווח מכל מארז מסוג א' הוא 25 שקלים והרווח מכל מארז מסוג ב' הוא 20 שקלים.

תשובה: פונקציית המטרה היא  $f(x, y) = 25x + 20y$ .

ג. הנקודה  $(0, 0)$  נמצאת מתחת לשני הישרים ולכן שרטוט 1 הוא הסרטוט המתאים.

$$12 \cdot 0 + 8 \cdot 0 \leq 240 \rightarrow 0 \leq 240 \quad o.k.$$

$$3 \cdot 0 + 6 \cdot 0 \leq 132 \rightarrow 0 \leq 132 \quad o.k.$$



1

נכתב ע"י עפר ילין



תשובה: סרטוט 1 מתאר את התחום האפשרי של הבעיה (השטח המקווקו).  
 ד. נבנה טבלה שתסייע במענה לשאלה – כמה מארזים מכל סוג יש למכור ביום אחד להשגת רווח מקסימלי.

נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של שני הישרים עם ציר ה- $y$ , שבהם מתקיים  $x = 0$ .

$$\begin{aligned} 3x + 6y &\leq 132 & 12 \cdot 0 + 8y &= 240 \\ 3 \cdot 0 + 6y &= 132 & 8y &= 240 \quad /: 8 \\ 6y &= 132 \quad /: 6 & y &= 30 \rightarrow (0, 30) \\ y &= 22 \rightarrow (0, 22) \end{aligned}$$

מכאן שהישר התלול פחות עובר בנקודה  $(0, 22)$ .

נמצא את שיעורי נקודת החיתוך עם ציר ה- $x$

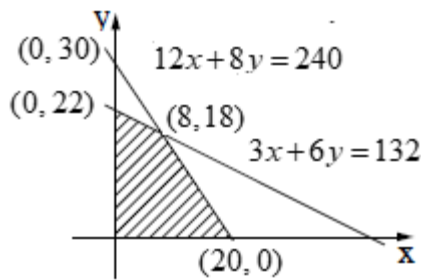
(שבה מתקיים  $y = 0$ ) של הישר  $12x + 8y = 240$ .

$$\begin{aligned} 12x + 8 \cdot 0 &= 240 \\ 12x &= 240 \quad /: 12 \\ x &= 20 \rightarrow (20, 0) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 12x + 8y = 240 \\ 3x + 6y = 132 \quad / \cdot (-4) \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 12x + 8y = 240 \\ -12x - 24y = -528 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -16y &= -288 \quad /: (=16) \\ y &= 18 \\ 3x + 6 \cdot 18 &= 132 \\ 3x + 108 &= 132 \\ 3x &= 24 \\ x &= 8 \rightarrow (8, 18) \end{aligned}$$



1

	$f(x, y) = 25x + 20y$
$(0, 22)$	$f(0, 22) = 25 \cdot 0 + 20 \cdot 22 = 440$
$(8, 18)$	$f(8, 18) = 25 \cdot 8 + 20 \cdot 18 = 560$
$(20, 0)$	$f(20, 0) = 25 \cdot 20 + 20 \cdot 0 = 500$

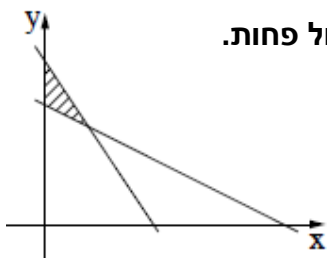
הערך המקסימלי של פונקציית המטרה הוא 560 שקלים.

תשובה: יש למכור 8 מארזים מסוג א' ו-18 מארזים מסוג ב' ביום אחד, כדי שהרווח יהיה מקסימלי.

ד. ביום מסוים התברר שיש מספר גדול של קרמים שהתוקף שלהם עומד לפוג, ויש לארוז 132 כרמים לפחות,

ולכן האילוץ המתאים הוא  $3x + 6y \geq 132$ , ולכן התחום האפשרי הוא מעל לישר התלול פחות.

תשובה: סרטוט 3 מתאר את התחום האפשרי ביום זה.



**המקלף של הביצים בלול מסוים מתפלג נורמלית.**

א. המשקל הממוצע של הביצים הוא 58 גרם  $\bar{x}$ .

המשקל של 31% מן הביצים הוא פחות מ- 53 גרם.

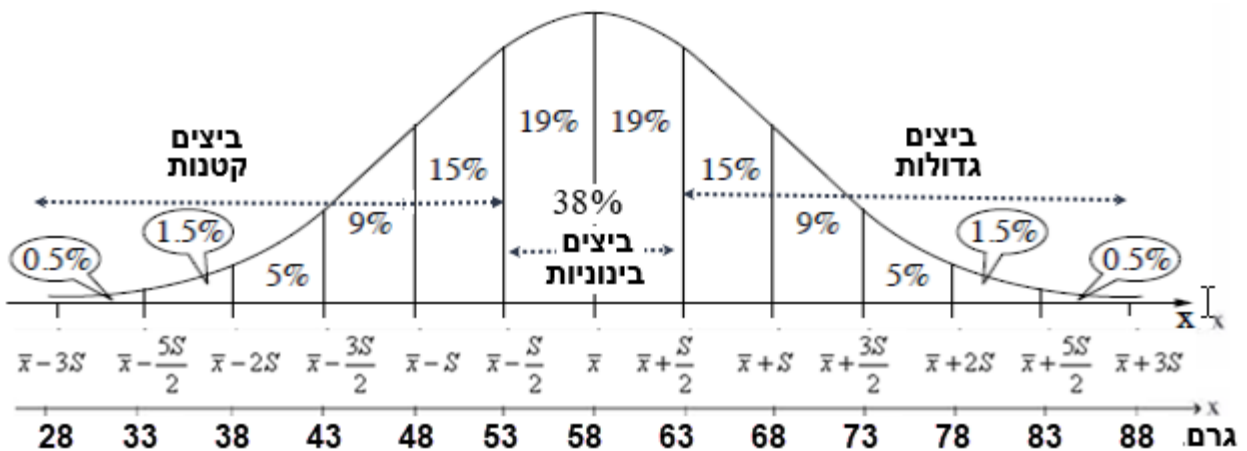
נחשב משמאל לימין את האחוז המצטבר, עד שנקבל  $0.5\% + 1.5\% + 5\% + 9\% + 15\% = 31\%$ .

לכן, משקל של 53 גרם נמצא במרחק של 0.5 סטיות תקן מתחת לממוצע שהוא 58 גרם.

מכאן שחצי סטיית תקן שווה ל:  $58 - 53 = 5$  גרם, וסטיית תקן אחת היא 10 גרם  $5 \cdot 2 = 10$ .

תשובה: סטיית התקן היא 10 גרם.

ב. נשלים את הנתונים על גרף ההתפלגות הנורמלית, כאשר חצי סטיית תקן הוא 5 גרם.



את הביצים בלול אחיינים לפלוס קבוצות: ביצים קטנות, ביצים בינוניות וביצים גדולות.

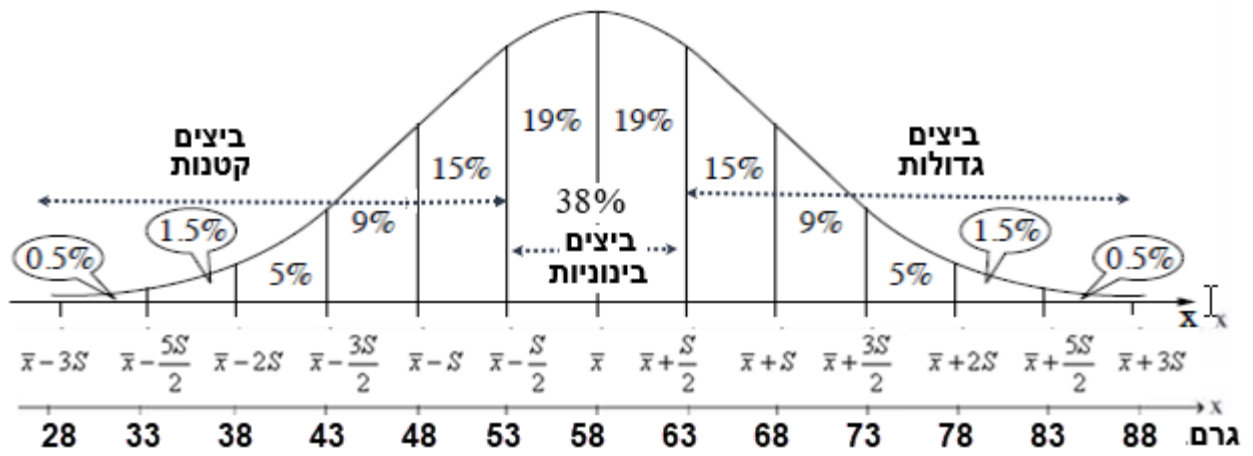
ביצים שמקלפן קטן מ- 53 גרם נחשבות ביצים קטנות.

ביצים שמקלפן בין 53 גרם ובין 63 גרם נחשבות ביצים בינוניות.

כל השאר נחשבות ביצים גדולות.

נחשב את השטח, שבין 53 גרם ל- 63 גרם:  $19\% + 19\% = 38\%$

תשובה: 38% מהביצים בלול הן ביצים בינוניות.



ג. ביום מסוים היו בלול 1,824 ביצים בינוניות.

(1) על פי סעיף ב, 38% מהביצים בלול הן ביצים בינוניות.

אם  $n$  הוא מספר הביצים, אז  $0.38n = 1,824 \rightarrow n = 4,800$

אם 38% הם 1,824 ביצים, אז אחוז אחד הם 48 ביצים =  $1,824 : 38$ .

100% הם 4,800 ביצים =  $48 \cdot 100$ .

תשובה: על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, היו ביום זה 4,800 ביצים סך הכול בלול.

(2) את הביצים הגדולות אורזים בתבניות של 12 ביצים.

אחוז הביצים הגדולות הוא  $50\% - 19\% = 31\%$ , ולכן 1,488 ביצים =  $0.31 \cdot 4,800$ .

אם 100% הם 4,800 ביצים, אז אחוז אחד הם 48 ביצים =  $4,800 : 100$ .

31% הם 1,488 ביצים =  $48 \cdot 31$ .

מספר התבניות הוא  $124 = 1,488 : 12$ .

תשובה: על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, נארזו ביום זה 124 תבניות של ביצים גדולות.

ד. נתון כי ציון התקן של המשקל של אחת הביצים בלול הוא 0.2.

ציון תקן של 0.2 אומר שזו הסטייה של הנתון מהמוצע, סטייה קטנה מחצי סטיית תקן.

ביצים עד חצי סטיית תקן הן במשקל שבין הממוצע ל 63 גרם והן בינוניות.

פתרון חלופי: נשתמש בנוסחה למציאת ציון תקן:  $z = \frac{x - \bar{x}}{s}$ .

$$0.2 = \frac{x - 58}{10} \quad / \cdot 10$$

$$2 = x - 58$$

$$x = 60 \text{ gram}$$

תשובה: ביצה זו נחשבת בינונית.



בגרות פד מאי 24 מועד קיץ א שאלון 35372

$$y = x^2 - 8x + 17 \quad \text{הפונקציה הריבועית}$$

מתארת את כמות המוצרים (במיליונים) שייצרו במפעל מסוים (ציר ה- $y$ )

כפי הזמן (בשנים) במשך תקופה מסוימת (ציר ה- $x$ )

א. נתונה הפרבולה  $y = x^2 - 8x + 17$ .

כמות המוצרים שייצרו במפעל בתחילת התקופה, מסומנת בנקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- $y$ .  
 בנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$  מתקיים  $x=0$ , נקבל  $y=17$ .  
 תשובה: כמות המוצרים שייצרו במפעל בתחילת התקופה היא 17 מיליון מוצרים.

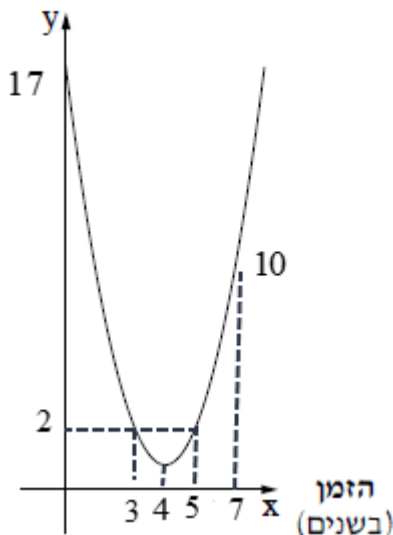
ב. נמצא את כמות המוצרים כעבור 7 שנים. נציב:  $x=7$ :  $y = 7^2 - 8 \cdot 7 + 17 = 10$ .  
 תשובה: כעבור 7 שנים מתחילת התקופה ייצרו במפעל 10 מיליון מוצרים.

ג. שיעור ה- $x$  של קדקוד הפרבולה בעלת המינימום  $y = x^2 - 8x + 17$ , מתקבל על ידי הנוסחה  $x = -\frac{b}{2a}$ .

תשובה: כעבור 4 שנים הכמות היא הקטנה ביותר, כי יש נקודת מינימום לפרבולה.  
 $x = \frac{-(-8)}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$ , משמע לאחר 4 שנים הכמות היא הקטנה ביותר, כי יש נקודת מינימום לפרבולה.

תשובה: כעבור 4 שנים מתחילת התקופה כמות המוצרים שייצרו במפעל הייתה הקטנה ביותר.

כמות המוצרים  
(במיליונים)



ד. 2 מיליון מוצרים משמעו  $y = 2$ .

נציב  $y = 2$  במשוואת הפרבולה.

$$2 = x^2 - 8x + 17$$

$$0 = x^2 - 8x + 15$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2 \cdot 1} = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{8+2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{8-2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

תשובה: כעבור 3 שנים, וגם לאחר 5 שנים ייצרו במפעל 2 מיליון מוצרים.

נכתב ע"י עפר ילין



בגרות פד מאי 24 מועד קיץ א שאלון 35372

רינה מכינה ממתקי שוקולד בצורת פירמידה ישרה SABCD, שגובהה הוא 20 סמ"ק. (ראו סרטוט).  
שקטע ABCD

א. נחשב את הנפח של ממתק שוקולד אחד, שצורתו פירמידה.

נפח פירמידה, ששטח הבסיס שלה הוא  $S$  וגובהה הוא  $h$ , הוא  $V = \frac{S \cdot h}{3}$ .

נפח הפירמידה הוא 20 סמ"ק  $V = \frac{4 \cdot 4 \cdot 3.75}{3}$ .

תשובה: הנפח של ממתק שוקולד אחד הוא 20 סמ"ק.

ב. רינה עוטפת כל ממתק שוקולד ברדיד אלומיניום,

ועל אחת מן הפאות הצדדיות היא מדביקה מדבקה צבעונית המכסה אותה בדיוק.

(1) נמצא את  $SF$  גובה הפאה הצדדית, בעזרת משפט פיתגורס.

$OF = \frac{BC}{2} = \frac{4}{2} = 2$  ס"מ

גובה הפירמידה מאונך לבסיס ולכן  $\Delta SOF$  הוא ישר זווית.

$(FO)^2 + (SO)^2 = (SF)^2$

$2^2 + 3.75^2 = (SF)^2$

$18.0625 = (SF)^2 \quad \sqrt{\quad}$

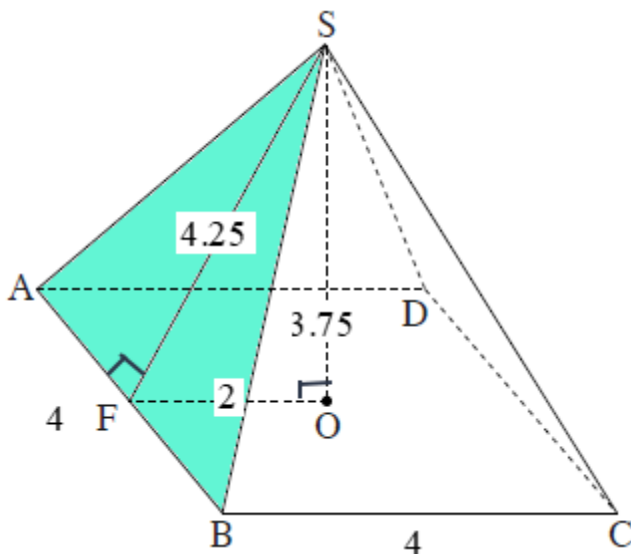
$SF = 4.25$  ס"מ

תשובה: גובה הפאה הצדדית (SF) הוא 4.25 ס"מ.

(2) נמצא את שטח המדבקה.

שטח הפאה הצדדית הוא 8.5 סמ"ר  $S_{\Delta SFO} = \frac{4 \cdot 4.25}{2}$ .

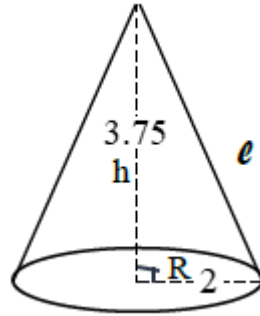
תשובה: שטח המדבקה הוא 8.5 סמ"ר.



נכתב ע"י עפר ילין



ג. **לרצף החץ החליטה רינה להכין ממתקי שוקולד בצורת חרוט.**



ג. הרדיוס של הבסיס שווה לחצי צלע של בסיס הפירמידה, כלומר  $R = 4 : 2 = 2$  ס"מ. הגובה שווה לגובה הפירמידה, כלומר  $h = 3.75$  ס"מ.

נפח חרוט, ששטח הבסיס שלה הוא  $S$  וגובהו הוא  $h$ , הוא  $V = \frac{S \cdot h}{3}$ .

שטח הבסיס שצורתו עיגול הוא:  $S = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$  סמ"ר.

נפח החרוט הוא  $V = \frac{4\pi \cdot 3.75}{3} = 5\pi \approx 15.71$  סמ"ק.

תשובה: הנפח של ממתק שוקולד בצורת חרוט הוא  $5\pi \approx 15.71$  סמ"ק.

**רינה מכינה מארזי מתנה של ממתקי שוקולד.**

ד. בכל מארז רינה מכניסה 2 ממתקי שוקולד בצורת פירמידה, וממתק שוקולד אחד בצורת חרוט. לרינה יש שוקולד מומס בנפח של 170 סמ"ק.

הנפח של שלושת הממתקים שבכל מארז הוא  $2 \cdot 20 + 15.71 = 55.71$  סמ"ק.

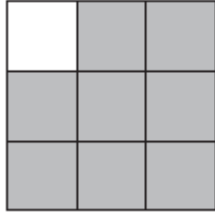
בכמות זו ניתן למלא 3 מארזים  $\approx 3.05 = 170 : 55.71$ .

תשובה: אפשר להכין 3 מארזים לכל היותר מן השוקולד שיש לרינה.

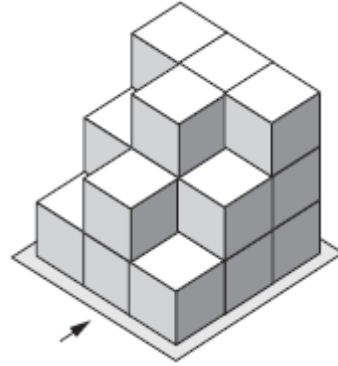


בגרות פד מאי 24 מועד קיץ א שאלון 35372

**לפניכם תרשים המתאר את אחד המבטים של המבנה**



**בסרטוט לפניכם מתואר מבנה מקוביות להיות. החץ בסרטוט מסמן את המבט מלפניכם.**

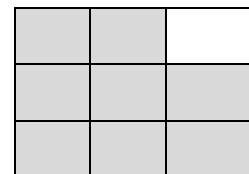


**א. בתרשים של המבט רואים שבטור הימני יש 3 קוביות באמצעי גם 3 קוביות ובשמאלי 2 קוביות. אם נביט על המבנה מימין,**

**נראה שבטור הימני יש 3 קוביות שעומדות זו על גבי זו (אפילו בשלושת השורות), בטור האמצעי 3 קוביות שעומדות זו על גבי זו (בשורה השנייה), ובטור השמאלי 2 קוביות שעומדות זו על גבי זו (בשורה השנייה). (במבט מלפנים רואים 3 קוביות בכל אחד מהטורים). תשובה: התרשים מתאר מבט מימין של המבנה.**

**ב. אם נביט על המבנה משמאל,**

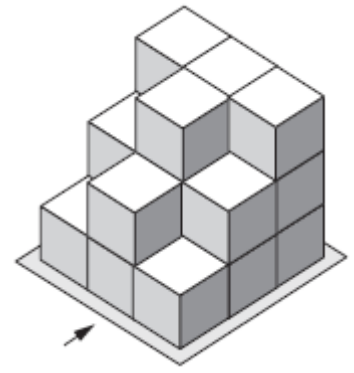
**נראה שבטור הימני יש 2 קוביות שעומדות זו על גבי זו (בשורה השנייה), בטור האמצעי 3 קוביות שעומדות זו על גבי זו (בשורה השנייה), ובטור השמאלי 3 קוביות שעומדות זו על גבי זו (בשלושת השורות).**



**תשובה: התרשים מעל.**

נכתב ע"י עפר ילין





ג. תרשים מספרים, מראה כמה קוביות יש בכל משבצת, כאשר מסתכלים ממבט לפניים. בלוח, שבסרטוט, יש שלוש שורות ושלושה טורים.

3	3	3
2	3	2
1	2	1

תשובה: תרשים המספרים של המבנה, מעל.

*על גבי הקוביות שבמבנה הוסיפו קוביות,*

*עד שנוצר מבנה חדש בצורת קובייה.*

ד. מבנה של קוביות, שבו שלוש שורות ושלושה טורים, הוא קובייה כאשר יש בו גם שלוש קומות מלאות.

במבנה שכזה מספר הקוביות הוא  $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$ .

במבנה הקיים מספר הקוביות הוא  $3 + 3 + 3 + 2 + 3 + 2 + 1 + 2 + 1 = 20$ ,

ולכן הוסיפו 7 קוביות  $27 - 20 = 7$ .

תשובה: הוסיפו 7 קוביות למבנה הנתון.

נכתב ע"י עפר ילין

נמידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.

