מדריך למורה

אשכול התמצאות במישור ובמרחב

כיתה י"א

מספר שאלון 371

מבנה הספר

המתודה של ספר זה מיועדת להצמיח את התלמיד ללמידה עצמאית, תוך ליווי צמוד של כל שלבי הלמידה שלו.

התלמיד יפגוש ספר הבנוי משלושה אשכולות:
(1) אשכול חברה ומדע
(2) אשכול פיננסי כלכלי
(3) אשכול התמצאות במישור ובמרחב

כל אשכול מחולק ליחידות, וכל יחידה מחולקת לתת-פרקים.
תת-הפרק נפתח במשימות שמבצע התלמיד ומטרתן להקנות לו מושגים מרכזיים, תוך שיתופו בתהליך ההקניה.
אנו ממליצים לבצע את משימת הפתיחה וחלק מהדוגמאות במליאת הכיתה תוך דיון משותף עם התלמידים, ורק לאחר מכן הם יעברו לעבודה עצמית או לעבודה בזוגות או קבוצות.
לאחר משימת הפתיחה והדוגמאות התלמיד יפתור תרגילים ברמת קושי העולה בהדרגה, וכך יבנה את הידע ויעמיק בנושא.

כדי לאפשר את הלימוד העצמאי הבלטנו את שלב הפתיחה – הכולל הגדרות דרכי עבודה וסיכומים – וצבענו אותו באפור.
הקפדנו על הדרגה מתונה של רמת הקושי, וככל שמתקדמים רמת הקושי עולה, והמשימות הופכות למורכבות יותר.
התרגילים הקשים מסומנים בכוכבית ★ .

בכל פרק המלצנו על תרגילים שכדאי לפתור בכיתה, תרגילים לשיעורי בית והתרגילים הנותרים ניתן לתת כעבודות או כהכנה לבחינות.
כמו כן ציינו את מספר השעות שיש להקדיש לכל פרק.

בדרך ההוראה מומלץ לשמר את האינטואיציה של התלמיד, ולאחר מכן להקנות לו בנוסף דרכי עבודה ודרכי חשיבה לוגיות ושיטתיות, בבחינת "להכניס קצת הגיון לאינטואיציה".
נהיה קשובים לדרך החשיבה של התלמיד, נעודד ונעורר חשיבה עצמאית.

נוסיף ונציין, שפרקי הספר מביאים את הידע שנרכש בעבר, ועל בסיסו נבנה הידע החדש.
הידע הנרכש נשמר לאורך כל הלמידה, ומאפשר הטמעה עמוקה של הנושאים.

אנו מקווים שהמסע המתמטי ינעם לכם, ומאחלים לכם דרך צלחה.

אשכול התמצאות במישור ובמרחב – כיתה יא

האשכול מתמקד בשימושים גיאומטריים וטריגונומטריים בהם עתידים התלמידים להיתקל בחייהם כמו יחס, קנה מידה, דמיון משולשים, טריגונומטריה, חישובי שטחים והיקפים. באשכול זה נלמדים התכנים המתמטיים בהקשר לתופעות מתחומי החברה והמדעים.

פרקי האשכול:

יחידה ראשונה – יחס ופרופורציה בהקשר אורייני – כולל קנה מידה.
יחידה שנייה – דמיון משולשים בהקשר אורייני.
יחידה שלישית – שימוש בטריגונומטריה בהקשר אורייני.

חלוקת השעות
היקף היחידה כפי שהתפרסם על ידי משרד החינוך הוא 40 שעות. חלוקת השעות המומלצת היא:
יחידה ראשונה – 14 שעות
יחידה שנייה – 10 שעות
יחידה שלישית – 16 שעות
נדגיש שמומלץ לשמור על מספר השעות המוקדש לכל נושא. יש מקום גם לחלוקה מעט שונה, אולם במהלך ההוראה יש לשמור על מסגרת השעות שהוגדרה.
(יש בתי ספר המקבלים מספר שעות שבועיות גבוה יותר ויחלקו זמנם בהתאם).

כמות התרגילים המומלצת במדריך אינה מותאמת למגוון רמות התלמידים, וכל מורה יבחר לעצמו את התרגילים המתאימים מתוך הרשימה המומלצת.

התרגילים המופיעים בספר נועדו לתרגול בכיתה, לשיעורי בית, לתרגילי חזרה ולמבחנים.

יחידה ראשונה

יחס, פרופורציה וקנה מידה (14 שעות)

יחידה זו מחולקת לשלושה נושאים: יחס, פרופורציה וקנה מידה. נושאים אלו מהווים פרק הכנה לנושא דמיון משולשים המופיע ביחידה השנייה.
ידע מוקדם – יידרש שימוש במיומנויות שנרכשו בכיתה י –

- פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושנייה
- המרת יחידות

יחידה שנייה (10 שעות)

היחידה עוסקת בהגדרת דמיון משולשים, משפט הדמיון זווית זווית ותכונות של משולשים דומים כולל היקפים ושטחים.

ידע מוקדם: יידרש שימוש במיומנויות שנרכשו בכיתה י –

- יחס ופרופורציה
- סכום זוויות במשולש 180°
- משפט פיתגורס
- זוויות: זוויות צמודות, זוויות קודקודיות, זוויות הנוצרות בין ישרים מקבילים (מתאימות, מתחלפות, חד צדדיות).
- תכונות משולשים מיוחדים: משולש שווה שוקיים, משולש שווה צלעות, משולש ישר זווית.
- תכונות מרובעים: מקבילית, מלבן, מעוין, דלתון, טרפז
- המרת יחידות
- פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושנייה.

יחידה שלישית (16 שעות)

היחידה עוסקת בהכרת הפונקציות הטריגונומטריות במשולש ישר זווית: סינוס, קוסינוס וטנגנס והשימוש בהן כולל צורות גיאומטריות המתפרקות למשולשים ישרי זווית. כמו כן נעסוק בהכרת המושגים זווית גובה וזווית עומק.

ידע מוקדם: יידרש שימוש במיומנויות שנרכשו בכיתה י –

- דמיון משולשים
- סכום זוויות במשולש 180°
- משפט פיתגורס
- תכונות משולשים מיוחדים: משולש שווה שוקיים, משולש שווה צלעות, משולש ישר זווית.
- תכונות מרובעים: מקבילית, מלבן, מעויין, דלתון, טרפז
- המרת יחידות
- פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושנייה.

בעמודים הבאים נפרט את המתודה לכל אחת מהיחידות שפרטנו.
כמו כן, נמליץ על תרגילים שנועדו לתרגול בכיתה, ולשיעורי בית.
אנו ממליצים לכל מורה לשמור בראש ובראשונה על מסגרת הזמן שנועד לכל יחידה, גם אם בזמן זה לא עלה בידכם לסיים את כל המשימות שתכננתם.

חלק מהמשימות ניתן יהיה להשלים בשיעורי החזרה בסוף השנה. חשוב בכל יחידה **להתמקד בהטמעת הרעיון הבסיסי והמרכזי** במסגרת הזמן העומד לרשותכם.

חלוקת הנושאים והמלצות לתרגול

נושא	תרגילים לכיתה	תרגילים לבית
יחידה ראשונה		
יחס		
מבוא (1.5 שעות)	**עמוד 6 – 2, 4, 6, 7, 8, 10 13, 14 , 15**	**עמוד 5 – 1, 3, 5, 9, 11, 12**
יחס בין חלק לשלם	**עמוד 12 – 16, 19, 21**	**עמוד 12 – 17, 18, 20**
הצגת היחס בדרכים שונות	**עמוד 15 – 22, 26, 27 או 28**	**עמוד 14 – 21, 24, 25**
חלוקה לפי יחס נתון	**עמוד 21 – 30, 32, 33, 36, 38 או 39, 40**	**עמוד 21 – 29, 31, 34, 35, 37**
פרופורציה		
מהי פרופורציה	**: עמוד 33 – 1 א,ו, 4, 5, 7, 9 דוגמה למעבר בין יחידות שטח 12 או 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 24**	**עמוד 33 – 1 חלקי, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 14, 19, 21, 23**
השוואות בין תהליכים מעריכיים וליניאריים	**עמוד 44 – 26 לפי הצורך תרגילים פשוטים כפי שהוצגו (ראו בפרוט) 28, 30, 33, דוגמה בעמוד 43 , 36**	**עמוד 44 – 26 לפי הצורך, 27, 29, 31 , 32**
קנה מידה		
מהו קנה מידה	**עמוד 52 – 1, 4, 5, 7, 8 עמוד 65 – 25, 28**	**עמוד 52 – 2, 3, 6 עמוד 65 – 26, 27**

קנה מידה בשילוב שטחים	**עמוד 57 – 13, 15**	**עמוד 56 – 10, 11, 14 - אתגר**
קנה מידה במפה	**עמוד 61 – 17 , 21, 23**	**עמוד 61 – 16, 18, 19**
יחידה שנייה - דמיון משולשים		
מבוא	**עמוד 70 – 5-1 חלקי (לפי הצורך) 7, 8**	**עמוד 70 – 5-1 חלקי, 6, 9**
דמיון משולשים – מושגי יסוד	**עמוד 79 – 1, 3, 6, 9, 10**	**עמוד 79 – 2, 4, 5, 7, 8**
משפט דמיון – זווית זווית	**עמוד 85 – 12 א, 13, 17, 19, 20, 21**	**עמוד 85 – 11, 12ב, 14, 15, 16, 18, 22**
דמיון משולשים – מציאת חלקים חסרים	**עמוד 93 – 25, 27, 30, 33** **עמוד 97 – 34, 36, 39, 40, 42**	**עמוד 92 – 23, 24 , 26, 29, 32** **עמוד 97 – 35, 37, 41**
דמיון משולשים עם פרופורציות מורכבות	**עמוד 105 – 44, 48, 49, 50**	**עמוד 104 – 43, 45, 46, 47**
יחס היקפים ויחס שטחים	**עמוד 112 – 1 , 5, 8, 11, 16** **עמוד 122 – 18 חלקי, 20**	**עמוד 112 – 2, 3, 4, 7, 13, 17** **עמוד 122 – 18 חלקי, 19, 21**
יחידה שלישית - טריגונומטריה		
מבוא לטריגונומטריה	**עמוד 129 – 6-1 חלקי (לפי הצורך)**	**עמוד 128 – 6-1 חלקי**
הפונקציות הטריגונומטריות – טנגנס, סינוס וקוסינוס	**עמוד 132 – 1 חלקי, 2 , 3 חלקי, 4 חלקי, 6 חלקי,7, 9 חלקי, 11, 13 חלקי, 15** **עמוד 140 – 17 חלקי, 18 , 19 חלקי, 21 חלקי, 24 חלקי, 25, 27 , 28 חלקי, 30** **עמוד 147 – 32, 33 חלקי, 35, 36 חלקי, 40 חלקי, 42**	**עמוד 132 – 1 חלקי , 3 חלקי, 4 חלקי, 5 , 6 חלקי, 8 , 9 חלקי, 10, 12, 13 חלקי, 14** **עמוד 143 – 19 חלקי, 21 חלקי, 22, 24 חלקי, 28 חלקי, 29** **עמוד 149 – 33 חלקי, 36 חלקי, 37 , 36 חלקי, 38 חלקי, 39, 40 חלקי, 41**
בחירת הפונקציה המתאימה	**עמוד 154 – 1 חלקי , 2 חלקי, 4** **עמוד 157– 6, 8, 10, 16, 19, 22**	**עמוד 154 – 1 חלקי, 2 חלקי, 3** **עמוד 157– 5, 7, 17, 18, 21, 24**
מעברים בין משולשים	**עמוד 168 – 28, 29, 33, 34**	**עמוד 167 – 26, 29, 31, 32**

סוגי זוויות – זווית גובה וזווית עומק	**עמוד 174 – 3, 4, 6, 8, 9, 12, 15**	**עמוד 173 – 1, 2, 5, 7, 10, 14**
שטח משולש	**עמוד 180– 1 (לפי הצורך), 4**	**עמוד 180– 1 חלקי, 2, 3**
משולש שווה שוקיים	**עמוד 184 – 6, 9, 10 , 11**	**עמוד 184 – 5, 7, 8**
מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית	**עמוד 197 – 2, 5, 8 , 11, 13, 16, 17, 23, 28, 29**	**עמוד 196 – 1, 4, 6, 7, 9, 12, 15, 20, 22, 25 , 27**
מצולעים משוכללים	**עמוד 210 – 1, 3** **עמוד 213 – 5, 11, 12**	**עמוד 210 – 2** **עמוד 212 – 4, 6, 7**

יחידה ראשונה

יחס, פרופורציה, קנה מידה

ליחידה זו מומלץ להקדיש 14 שעות.
היחידה מחולקת לשלושה נושאים: יחס, פרופורציה וקנה מידה.

יחס

לחלק זה מומלץ להקדיש 5 שעות.

מטרות: התלמיד יבין מהו היחס בין שני גדלים או יותר, וייחשף לייצוג של יחס באופן מילולי ולייצוגו באופן סימבולי ולמעבר ביניהם.
תיאור תהליך הלמידה – נתחיל בהבנת המושג יחס וצורת כתיבתו כולל הצורה המצומצמת שלו. משם נעבור ליחס בין חלק לשלם ובהמשך נציג את היחס בדרכים שונות. נסיים חלק זו בחלוקה לפי יחס נתון.

★
ידע מוקדם –
- פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושנייה
- המרת יחידות
- היקפים ושטחים של משולשים, מרובעים ומעגל

הפרק מחולק לחמישה חלקים–

א. מבוא (1.5)
ב. יחס בין חלק לשלם (0.5 שעות)
ג. הצגת היחס בדרכים שונות (0.5 שעות)
ד. חלוקה לפי יחס נתון (1.5 שעות)
ה. חלוקה לפי יחס נתון – משוואה ריבועית (1 שעה)

פירוט היחידות

א. מבוא (1.5 שעות)

נציג את הגדרת המושג יחס, משמעותו ודרך כתיבתו.

הדגשות בעזרת דוגמה:

1. יחס בכתיב מתמטי נרשם משמאל לימין לעומת העברית הנכתבת מימין לשמאל.
2. יחס מצומצם הוא תבנית היחס הבסיסית שאותה לא ניתן לצמצם.
   נסביר שפעולת הצמצום היא חילוק המונה והמכנה באותו מספר. תלמידים רבים מתקשים בפעולה זו, ולכן נפנה אותם לפעולת הצמצום במחשבון (פעולת הצמצום אינה משנה את היחס).
3. לפני כתיבת היחס יש לדאוג שיחידות המידה יהיו זהות.
4. ליחס אין יחידות מידה.

דגשים אלו ניתן לתרגל בעזרת משימת הפתיחה בעמוד 1 ובדוגמאות 1-2 בעמודים 3-4.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 6 – 2, 4, 6, 7, 8, 10, 13, 14, 15★

שיעורי בית: עמוד 5 – 1, 3, 5, 9, 11, 12

תרגיל 7, 8 – תרגילים חשובים להבנת משמעות היחס

תרגיל 10 – תרגיל חשוב שעיקרו חזרה על המרת יחידות.

מומלץ להכין לתלמידים כרטיסיה של המרות כדוגמת ההמרות המופיעות בעמוד 3.

תרגיל 13 – לראשונה מופיע יחס בין 3 גדלים. אפשר לדחות לשיעור הבא.

תרגיל 14 – תרגיל חשוב. מאפשר חזרה על חישובי שטחים וכן מדגיש הצורך לקרוא בצורה מדוקדקת איזה יחס יש לחשב. בסעיף א היחס הוא בין האורכים, ובסעיף ג היחס הוא בין שטחים.

תרגיל 15 – בתרגיל יש חזרה על מציאת היקף מעגל כולל סימן ה- π שיש להניח שאינו זכור להם. תרגיל זה מומלץ בשלב זה בכיתות טובות.

יש לקחת בחשבון שביחידה זו אין נגיעה משמעותית במעגל, ולכן אם רוצים לחזור על מעגל תוך כדי לימוד יחידה זו אזי צריך לנצל את המקומות שבהם הוא מופיע. (מעגל הוא חלק מהחומר בשאלון זה).

ב. יחס בין חלק לשלם (0.5 שעות)

נציג את דוגמה 2 בעמוד 11.

בסעיף ראשון נחזור על משמעות היחס, וכדאי מידי פעם גם אם לא שואלים לדבר על משמעות היחס.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 12 – 16, 19, 21

שיעורי בית: עמוד 12 – 17, 18, 20

תרגיל 19 –

תרגיל חשוב כי שימוש ביחס בין חלק לשלם ללא ידיעת הכמויות.

תרגיל 21 –

סעיף ג – כדאי למצוא את שטח הדשא על ידי חיסור שטח המשולש משטח הריבוע, אולם כדאי להזכיר חישוב שטח טרפז באופן ישיר על יד הנוסחה.

$$\frac{(150+400)\cdot 400}{2}=110,000$$

ג. הצגת היחס בדרכים שונות (0.5 שעות)

נציג את דוגמה 1 בעמוד 14 בו נראה ניסוחים שונים ליחס.

דוגמה 2 בעמוד 14 מבקשת שתי דוגמאות לאורך אפשרי של צלעות מלבן: דוגמה זו מאפשרת להמחיש את פעולת הרחבת השבר, ובעיקר ממחישה את השגיאה הנפוצה בה משתמשים במספרי היחס כאילו הם נתוני הצורה. למשל: אם במלבן היחס בין הצלעות הוא $3:2$ הנטייה אצל רבים לומר שהאורך של המלבן הוא 3 ס"מ והרוחב הוא 2 ס"מ (במקרה זה זו אפשרות אבל אינה האפשרות היחידה).

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 15 – 22, 26, 27 או 28

שיעורי בית: עמוד 14 – 21, 24, 25

תרגיל 22 –

סעיף א – שימוש ביחס בין חלק לשלם ללא ידיעת הכמויות.

סעיף ג – לפי סעיף א היחס בין שטח מגרשי הספורט לבין שטח החצר הוא $\frac{5}{13}$, ואכן היחס לאחר צמצום הוא $\frac{550}{1,430}=\frac{5}{13}$.

תרגיל 27 –- בשלב ראשון כדאי להתייחס למושג פיקסל (יופיע בהמשך גם בקשר של חיישן במצלמה - עמוד 27). נציין שכאשר מעלים תמונה לפייסבוק, כדי שהתמונה תהיה חדה וברורה יותר מספר הפיקסלים צריך להיות גדול יותר. הפיקסלים מסודרים בצורת טבלה צפופה של שורות ועמודות, ובכל סוג של תמונה שמעלים לפייסבוק היחס בין האורך והרוחב של הפיקסלים הוא שונה.

סעיף א (3) - את היחס שקיבלנו בסעיף א (1) נעביר לשבר עשרוני , ואז התלמידים יוכלו לדעת היכן היחס הוא הגדול ביותר.

תרגיל 28 –

סעיף ג - סעיף הנועד לתלמידים טובים. להגדיל יחס פרושו שתוצאת החילוק של השבר תהיה גדולה יותר. כדי שזה יקרה יש להגדיל את המונה, שבמקרה שלנו הוא רדיוס המעגל הגדול.

כדאי להביא דוגמה כמו: $\frac{10}{2}=5$. אם נגדיל את המונה למשל ל- 20 נקבל: $\frac{20}{2}=10$

ד. חלוקה לפי יחס נתון (1.5 שעות)

דוגמה: בכיתה 32 תלמידים. היחס בין מספר הבנות למספר הבנים הוא $3:5$.
כמה בנים וכמה בנות יש בכיתה?
מוצגות בספר שתי גישות (עמוד19):

<u>גישה א:</u>
ללא נעלם. נחלק את תלמידי הכיתה ל- 8 חלקים שווים $(3+5)$.
נקבל $\frac{32}{8}=4$. כל חלק הוא 4 תלמידים. הבנות מהוות 3 חלקים, ולכן מספר הבנות הוא $4 \bullet 3=12$. הבנים מהווים 5 חלקים , ולכן מספר הבנים הוא $4 \bullet 5=20$.

<u>גישה ב:</u>
באמצעות נעלם. נסמן את מספר הבנות ב- $3x$ ואת מספר הבנים ב- $5x$.
נבנה משוואה כדי למצוא את x.

$$3x+5x=32$$
$$x=4$$

מספר הבנות – $3x=3 \bullet 4=12$
מספר הבנים – $5x=5 \bullet 4=20$

הגישה הראשונה קלה יותר להסבר ומובנת יותר לתלמיד. מנסיוני התלמידים מעדיפים את הגישה השנייה, ולכן מציעה להדגים בתחילה את הגישה הראשונה, שמסבירה את ההגיון בצורה טובה יותר, ולאחר שהבינו את הרעיון נציג את הגישה השנייה ונמשיך לעבוד איתה. נדגיש שגישה א אינה טובה למקרה בו נתון שטח (ראו סעיף ה), ולכן בסופו של דבר כדאי לאמץ את גישה ב.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 21 – 30, 32, 33, 36, 38 או 39, 40
שיעורי בית: עמוד 21 – 29, 31, 34, 35, 37

תרגיל 33 – נסמן את רוחב המלבן ב- $7x$ ואת אורכו ב- $15x$.
היקף המלבן הוא 396 ס״מ, ולכן המשוואה היא: $2 \cdot 15x + 2 \cdot 7x = 396$
$30x + 14x = 396$
$x = 9$

רוחב המלבן $7x = 7 \cdot 9 = 63$
אורך המלבן $15x = 15 \cdot 9 = 135$
נשים לב לשגיאה שיכולה להופיע אצל תלמידים: המשוואה תהיה $15x + 7x = 396$,
כלומר התלמידים ימשיכו את התבניות שהופיעו בתרגילים קודמים.

תרגיל 38 –
תרגיל המשלב מספר אלמנטים: חלוקת נתון לפי יחס, חישוב שטח של משולש ושל טרפז ויחס שטחים.

תרגיל 39 –
א. שטח הריבוע העליון $9x$
שטח הריבוע התחתון $25x$
סכום השטחים הוא 136 ולכן המשוואה היא: $9x + 25x = 136$
$x = 4$

שטח הריבוע העליון הוא: $9x = 9 \cdot 4 =$ 36 מ״ר
שטח הריבוע התחתון הוא: $25x = 25 \cdot 4 =$ 100 מ״ר

ב. אורך צלע הריבוע העליון הוא $x^2 = 36$
$x =$ 6 מטר
אורך צלע הריבוע התחתון הוא $x^2 = 100$
$x =$ 10 מטר

ג. נשים לב לצלע המשותפת לשני הריבועים. החלק המתאר את ההיקף הוא הפרש צלעות שני הריבועים כלומר, $10 - 6 =$ 4 מטר.
היקף המתקן הוא: $3 \cdot 10 + 4 + 3 \cdot 6 =$ 52 מטר

תרגיל 40 –

א. $x+3x=2,400$

$x=600$

אורך השביל הקצר הוא 600 מטר

אורך השביל הארוך הוא $3x=3\cdot 600=1,800$

ב. כאן נזכיר את הנוסחה לחישוב שטח מעוין בעזרת האלכסונים: מחצית מכפלת האלכסונים.

$S=\frac{600\cdot 1800}{2}=$ 540,000 מ"ר.

ג. (1) נמצא את צלע המעוין בעזרת משפט פיתגורס:

$\sqrt{300^2+900^2}=$ 948.7 מטר

היקף המעוין הוא $948.7\cdot 4=3,794.8$

אורך המסלול שעוברת בכל אימון הוא $93,794.8\cdot 2=$ 7,589.6 מטר. ואם נהפוך לק"מ נקבל 7.59 ק"מ.

(2) ההליכה נמשכת 1.5 שעות והדרך לפי סעיף א 7.59 ק"מ.

נזכיר את הנוסחה (כדאי להפנות לדף הנוסחאות) דרך = מהירות • זמן.

ומכאן נבודד את המהירות:

$\frac{\text{דרך}}{\text{זמן}}=$ מהירות.

נציב ונקבל: $\frac{7.59}{1.5}=5.1$ קמ"ש.

כפי שניתן לראות התרגיל מורכב ומשלב מספר אלמנטים החשובים מאד לשאלון זה: חלוקה לפי יחס נתון, חישוב שטח מעוין בעזרת אלכסונים, משפט פיתגורס, המרת יחידות ונוסחת המהירות המופיעה לראשונה ביחידה זו.

ה. חלוקה לפי יחס נתון – משוואה ריבועית (1 שעה)

בכיתות חלשות ניתן לדלג על פרק זה בשלב זה של הלמידה.

לפני תחילת פרק זה נעשה חזרה על משוואה ריבועית בעיקר משוואת ריבועית חסרת b.

נציג את הדוגמה המופיעה בעמוד 25.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 25 – 42, 44

שיעורי בית: עמוד 25 – 41, 43

תרגיל 44 – תרגיל אינטגרטיבי המציג את היחס בין צלעות המלבן כאשר נתון ההיקף וכאשר נתון השטח.

הערה:

שאלות שונות בעמוד 27 יכולות לשמש לחזרה לפני מבחן, או שיעור מסכ

פרופורציה

לחלק זה מומלץ להקדיש 6 שעות.

מטרות: התלמיד יזהה פרופורציות מתוך מצבים בחיי היום יום וישתמש בה למציאת נתונים חסרים.

תיאור תהליך הלמידה – נתחיל בהבנת המושג פרופורציה ונלמד למצוא את החלק החסר בפרופורציה. הפרופורציות שיוצגו בתחילת הפרק תהיינה פשוטות (הנעלם יופיע רק במרכיב אחד של הפרופורציה). בהמשך נעסוק בפרופורציות מורכבות (הנעלם מופיע בשני מרכיבים של הפרופורציה).

ידע מוקדם –

- פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושנייה
- המרת יחידות
- יחס
- היקפים ושטחים של משולשים, מרובעים ומעגל

הפרק מחולק לשני חלקים –

א. מהי פרופורציה (3.5)

ב. פרופורציות מורכבות (2 שעות)

פירוט היחידות

א. מהי פרופורציה (4 שעות)

נדגים שאלה להבנת המושג שוויון בין יחסים (עמוד 32)

לפניכם היחס בין שעות השינה לבין שעות העבודה אצל 4 אנשים.

חיים	עפר	יאיר	יוסי
3:5	2:4	6:10	8:12

בין אלו אנשים יש יחס שווה?

נצמצם את היחס אצל כל אחד מהאנשים, ואז נוכל לראות אצל מי מהאנשים היחסים שווים.

היחס אצל חיים הוא יחס מצומצם והוא $\frac{3}{5}$

היחס אצל עפר הוא $\frac{2}{4}$ ואחרי צמצום הוא $\frac{1}{2}$

היחס אצל יאיר הוא $\frac{6}{10}$ ואחרי צמצום הוא $\frac{3}{5}$

היחס אצל יוסי הוא $\frac{8}{12}$ ואחרי צמצום הוא $\frac{2}{3}$

עתה נוכל לומר **שקיימת פרופורציה** בין שעות השינה לבין שעות העבודה אצל חיים ויאיר.
נדגיש שאת היחס השווה נוכל לזהות לאחר הבאת היחס לצורתו המצומצמת.
לאחר שהבינו מהי פרופורציה נעבור לחלק של שימוש בפרופורציה למציאת חלק חסר.
בשלב זה נעסוק במקרים בהם הנעלם הוא במונה או במכנה (לא בשניהם).
נציג את הדוגמה בעמוד 32.

דוגמה (עמוד 32)

בשטיח מלבני היחס בין אורכו של השטיח לרוחבו הוא $5:4$.
רוחב השטיח הוא 216 ס״מ.
מה אורכו של השטיח?

216 ס״מ

פתרון:

ניתן לפתור את הדוגמה בשתי דרכים:

<u>דרך א</u>

נמצא תחילה פי כמה גדול אורך השטיח מרוחבו.
נקבל: $\frac{5}{4} = 1.25$.

על פי הנתון רוחב השטיח הוא 216 ס״מ, ולכן אורכו יהיה $216 \cdot 1.25 = 270$ ס״מ.

<u>דרך ב</u>

נסמן ב-x את אורך השטיח. כדי למצוא את x נבנה משוואה בעזרת הפרופורציה.
היחס בין אורך השטיח לרוחבו הוא $\frac{x}{216}$.
על פי הנתון היחס בין אורך השטיח לרוחבו הוא $5:4$, ולכן המשוואה היא:

$$\frac{x}{216} = \frac{5}{4}$$

נכפול בהצלבה ונקבל: $\frac{x}{216} \quad \frac{5}{4}$

$$4 \cdot x = 5 \cdot 216$$

$$4x = 1{,}080 \qquad /:4$$

$$x = 270$$

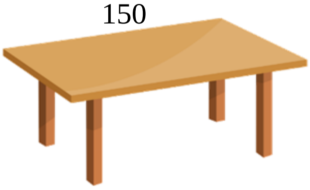
תשובה: אורך השטיח הוא 270 ס״מ.

דרך א משתמשת בהבנת משמעות היחס ולכן היא יפה להצגה. כמו כן היא אינה משתמשת בנעלם, כך שמאפשרת להימנע מפתרון משוואות. אולם דרך זו אינה מתאימה למקרים יותר מורכבים, ולכן מומלץ להתחיל בדרך ב ואחרי הפנמה של דרך זו ניתן גם להציג את דרך א.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 33 – 1 א,ו, 4, 5, 7, 9

נעבור לדוגמה בה יש לעבור בין יחידות שטח (עמוד 35)

דוגמה



באולם תצוגה של רהיטים מוצג שולחן שהיחס בין אורכו לרוחבו הוא $5:3$. אורכו של השולחן הוא 150 ס״מ.

א. מהו רוחב השולחן?

ב. שאול ויותם שביקרו באולם התצוגה ביקשו לדעת את שטחו של השולחן **ביחידות של מ״ר.**

א. נסמן את רוחב השולחן ב- x.

על פי הנתון היחס בין אורך השולחן לרוחבו הוא $5:3$, ולכן המשוואה היא:

$$\frac{150}{x}=\frac{5}{3}$$

נכפול בהצלבה ונקבל: $5\cdot x=3\cdot 150$

$5x=450 \quad /:5$

$x=90$

תשובה: רוחב השולחן הוא 90 ס״מ.

ב. בסעיף ב עלינו למצוא את שטח השולחן במ״ר.

<u>אפשרות א:</u>

נמצא את השטח בסמ״ר ואז נמיר את היחידות מסמ״ר למ״ר.

שטח השולחן בסמ״ר הוא $90\cdot 150=13{,}500$. כדי להמיר למ״ר נחלק ב- 100^2, כלומר ב- 10,000 ונקבל 1.35 מ״ר.

<u>אפשרות ב:</u>

לפני חישוב השטח נמיר את יחידות האורך מס״מ למטר ואז נחשב את השטח.

האורך בס״מ הוא 150, ובמטרים נקבל 1.5 מטר.

הרוחב בס״מ הוא 90 ובמטרים נקבל 0.9 מטר.

השטח הוא $1.5\cdot 0.9=1.35$.

המלצתנו היא לבחור באפשרות השנייה. המרות ביחידות האורך מהווה קושי להרבה תלמידים, ולכן המרה מסוג נוסף היא הכבדה.

אמנם האפשרות השנייה לא תמיד אפשרית, אבל ברוב המקרים בשלב זה היא אפשרית.

המשך - 12 או 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 24

שיעורי בית: עמוד 33 – 1 חלקי, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 14, 19, 21, 23

הערה: במידת הצורך לפני תחילת התרגול לפתור משוואות עם פרופורציה.

תרגיל 5–

<u>דרך א</u>

התרגיל הוא הזדמנות לחזור על מושגי המעגל .

א. נסמן ב- x את קוטר בסיס הבובה ונרשום את הפרופורציה :

$$\frac{68}{x}=\frac{2.2}{1}$$

$$68 \bullet 1 = 2.2 \bullet x$$

$$68 = 2.2\ x \quad /:2.2$$

$$x=\frac{68}{2.2}$$

$x = 30.9$ מ"מ

ב. נסמן ב- y את גובה הבובה ונרשום את הפרופורציה :

$$\frac{y}{6}=\frac{2.2}{1}$$

$$y \bullet 1 = 2.2 \bullet 6$$

$y =$ 13.2 מ"מ

<u>דרך ב</u>

דרך זו היא לצורך העמקת ההבנה של יחס ואינה דרך שנוח להשתמש בה בכל המצבים.
אם היחס בין גובה הבובה לקוטר הבסיס שלה הוא 2.2:1 פרושו שגובה הבובה גדול פי 2.2 מקוטר הבסיס, או להפך קוטר הבסיס קטן פי 2.2 מגובה הבסיס.
אם כך בסעיף א נקבל $68:2.2=30.9$ מ"מ ובסעיף ב נקבל $6 \bullet 2.2 = 13.2$ מ"מ.

<u>הערות והמלצות</u>

1. ניתן לבודד את הנעלם בשלב אחד ולא על ידי הכפלה בהצלבה. זה אכן נוח במשוואות פשוטות, אולם במשוואות בהן הנעלם יופיע גם במונה וגם במכנה זה אינו אפשרי, ולכן עדיף ללמד דרך אחת מאשר להפריד בין המקרים.
2. אפשר לשמור על סדר קבוע בהכפלה של ההצלבה, למשל הזוג הראשון שיוכפל יהיה שמאלי עליון עם ימני תחתון. מצד שני אפשרית גם גישה אחרת : הזוג הראשון הוא הזוג עם הנעלם. היתרון הוא שהנעלם נמצא בצד השמאלי, שזה הצד המועדף אצל התלמידים.

   למשל : בתרגיל 5 א בהדגמה מקבלים את הנעלם בצד הימנים של המשוואה, ואז יכול להיות בלבול במציאת הנעלם.
3. להדגיש לשמור על הסדר של הפרופורציה. למשל בדוגמה שלנו החלטנו שגובה הבובה במונה והקוטר במכנה. באותה מידה ניתן להחליט הפוך.
4. את הנעלם אפשר לסמן בכל אות. באותה שאלה לא נכון לשים x עבור הנעלם המופיע בסעיף א ואותה אות עבור נעלם אחר המופיע בסעיף ב.

תרגיל 13 –

א. היחס בין הרדיוסים הוא $3:5$, ולכן המשוואה היא: $\frac{27}{x}=\frac{3}{5}$

$x=45$ מ"מ

ב. מכיוון שעלינו למצוא את השטח בסמ"ר מומלץ להמיר את הרדיוס לס"מ לפני שמחשבים את השטח (ולא לחשב את השטח בממ"ר ואז לעבור לסמ"ר).

רדיוס המדליה הקטנה בס"מ הוא $\frac{27}{10}=2.7$, ולכן שטח המדליה הוא $3.14\bullet 2.7^2=22.89$ סמ"ר.

רדיוס המדליה הגדולה בס"מ הוא $\frac{45}{10}=4.5$, ולכן שטח המדליה הוא $3.14\bullet 4.5^2=63.59$ סמ"ר.

ג. אפשר לרכז את הנתונים בטבלה:

	מחיר לסמ"ר	מספר הסמ"ר	מחיר סה"כ
מדליה קטנה	20	$22.89\bullet 200=4,578$	$20\bullet 4,578=91,560$
מדליה גדולה	20	$63.59\bullet 50=3,179.5$	$20\bullet 3,179.5=63,590$

עלות ההזמנה היא: $91,560+63,590=155,150$ שקלים.

תרגיל 16 –

הקושי בשאלה זו הוא להבין את מרכיבי הפרופורציה, ולכן חשוב להקדים ולהסביר את המשמעות של צפיפות האוכלוסין . למשל אם במונקו היחס הוא $18,068:1$ פרושו שעל כל קמ"ר בממוצע יש 18,068 תושבים.

אם כך היחס $18,068:1$ פרושו שהמספר השמאלי מיצג מספר תושבים והצד הימני מייצג שטח, וכך נבנה את הפרופורציה.

א. $\frac{x}{2}=\frac{10,068}{1}$ – במונים רשמנו את מספר התושבים ובמכנים את מספר הק"מ.

ב. למשל בישראל: $\frac{8,226,843}{x}=\frac{373}{1}$

תרגיל 17 –

גם פה יש לעמוד תחילה על מרכיבי הפרופורציה.

א. בסעיף זה היחס הוא בין אורך המסילה לכמות החצץ.

היחס הנתון שעבור 1 מטר דרוש 120 ק״ג חצץ.

אורך המסילה הנדרשת היא 60 ק״מ. מכיוון שהנתון של אורך המסילה הוא במטרים נקבל 60,000 מטר.

היחס הוא $\frac{1}{60,000}=\frac{x}{120}$

באגף שמאל מתואר היחס בין אורכי המסילות ובאגף ימין היחס בין משקלי החצץ.

ב. (1) בסעיף זה היחס הוא בין אורך המסילה מספר הקורות.

היחס הנתון שעבור 1 מטר דרוש 2 קורות.

לפרויקט סופקו 5,000 קורות עץ.

היחס הוא $\frac{1}{x}=\frac{2}{5,000}$

אפשר גם להוסיף הסבר ללא הכנת פרופורציה.

אם לכל מטר דרושים 2 קורות עץ, אז מספר המטרים קטן פי 2 ממספר קורות העץ, ולכן נקבל $5,000:2=2,500$

תרגיל 19 –

א. שתי האפשרויות נובעות מהעובדה שאורך אחת מהצלעות היא 50 ס״מ ולא ידוע אם היא מייצגת את הצלע הארוכה של המלבן או את הצלע הקצרה. אם כך באפשרות הראשונה נניח למשך ש-50 היא הצלע הארוכה ואז היחס הוא $\frac{2}{5}=\frac{x}{50}$

כאשר נניח ש-50 היא הצלע הקצרה היחס הוא $\frac{2}{5}=\frac{50}{x}$.

תרגיל 20 –

א. היחס בין שפת הבריכה הקצרה (AB) לשפת הבריכה הארוכה (BC) הוא $3:5$,

ולכן המשוואה היא $\frac{x}{15}=\frac{3}{5}$

$x=9$ ס״מ

ב. שטח הבריכה נחלק לשני שטחים: ריבוע +מלבן

שטח המלבן: $15\cdot 9=135$ מ״ר

שטח הריבוע: $3.5\cdot 3.5=12.25$ מ״ר

שטח הבריכה: $135+12.25=147.25$ מ״ר

ג. חזרה על חלוקה לפי יחס נתון שנלמד בפרק היחס.

שתי אפשרויות לפתרון:

1. נחלק את האורך הכללי ל- 3 חלקים ונקבל $5=\frac{15}{3}$.

החלק הקצר יהיה 5 מטר והחלק הארוך יהיה $10=2\bullet5$ מטר.

2. נעזר בסימון x:

נסמן ב- x את החלק הקצר וב- $2x$ את החלק הארוך.

המשוואה היא: $x+2x=15$

$x=5$

נציב את x ונקבל: החלק הקצר יהיה 5 מטר והחלק הארוך יהיה 10 מטר $=2\bullet5$.

שטח המים הרדודים הוא שוב סכום שטח מלבן + ריבוע.

נקבל: 57.25 מ״ר $=5\bullet9+12.25$.

ד. שטח המים העמוקים הוא שטח מלבן שממדיו 9 מטר ו- 10 מטר הוא 90 מ״ר.

שטח המים הרדודים שקיבלנו בסעיף קודם הוא 57.25 מ״ר.

שטח המים העמוקים גדול פי $\frac{90}{57.25}=1.572$ משטח המים הרדודים.

השאלה משלבת מספר מרכיבים ולכן מייצגת היטב את רוח התוכנית: פרופורציה, חישובי שטחים, חלוקה לפי יחס.

תרגיל 24 –

תרגיל המהווה חזרה על מציאת היקף ושטח מעגל.

א. יחס הרדיוסים של שני המסלולים הוא $3:4$, ולכן המשוואה היא

$$\frac{90}{x}=\frac{3}{4}$$

$x=$ 120 מטר

ב. נחשב את היקפי שני המסלולים ונבדוק את היחס ביניהם.

היקף המעגל הפנימי שרדיוסו 90 מטר הוא $180\pi=2\bullet90\bullet\pi$.

היקף המעגל החיצוני שרדיוסו 120 מטר הוא $240\pi=2\bullet120\bullet\pi$.

היחס בין ההיקפים הוא: $\frac{180\pi}{240\pi}=\frac{3}{4}$.

יחס ההיקפים הוא כיחס הרדיוסים.

אפשר להוסיף הסבר הגיוני: המונה והמכנה של הרדיוסים גדלו פי 2π, ולכן היחס לא השתנה.

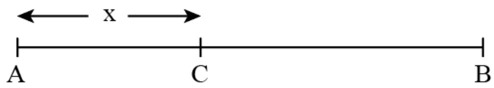
ג. הסעיף נועד לחזרה על חישוב שטח מעגל שרדיוסו 90 ס״מ.

השטח הוא: 25,434 מ״ר $=\pi\bullet90^2$.

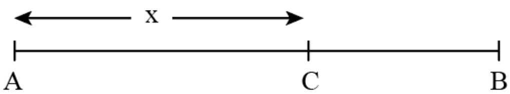
ב. פרופורציות מורכבות (2 שעות)

חלק זה עוסק במקרים בהם בפרופורציה המתקבלת מופיע נעלם גם במונה וגם במכנה. בשלב ראשון מומלץ לפתור משוואות של מספר פרופורציות. בשלב שני להביא מספר דוגמאות פשוטות של הבעה מהסוגים הבאים:

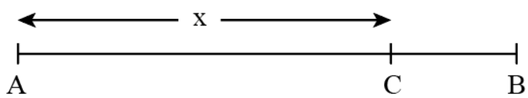
1. נתון הישר AB . נסמן ב- x את אורך הקטע AC . הקטע BC גדול ב-4 מהקטע AC . הביעו באמצעות x את הקטע BC .



2. נתון הישר AB . נסמן ב- x את אורך הקטע AC . הקטע BC קטן ב-6 מהקטע AC . הביעו באמצעות x את הקטע BC .



3. נתון ישר AB שאורכו 10 ס״מ. נסמן ב- x את האורך של AC . הביעו באמצעות x את BC .



ובשלב האחרון נעבור לתרגילים מורכבים יותר.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 44 – 26 לפי הצורך
תרגילים פשוטים כפי שהוצגו למעלה.
תרגילים מורכבים: 28, 30, 33, דוגמה בעמוד 43 , 36
שיעורי בית: עמוד 44 – 26 לפי הצורך, 27, 29, 31 , 32

תרגיל 30 -

א. לא, אין מספיק נתונים.

ב. $BC = 26 - x$

ג. (1) שטח אולם א – $20x$

שטח אולם ב – $10 \bullet (26 - x)$

היחס בין שטחו של אולם א לשטחו של אולם ב הוא $12:7$, ולכן המשוואה היא:

$$\frac{20x}{10(26-x)} = \frac{12}{7}$$

$$20x \bullet 7 = 12 \bullet 10(26 - x)$$

$$140x = 120(26 - x)$$

$$140x = 3{,}120 - 120x$$

$$260x = 3{,}120$$

$$x = 12$$

(2) ממדי אולם ב הם: 14 מטר $BC = 26 - x = 26 - 12 =$, ו- 10 מטר

ד. שטח אולם א הוא שטח מלבן שממדיו 20 מטר ו- 12 מטר.
השטח הוא $20 \cdot 12 = 240$ מ״ר
שטח אולם ב הוא שטח מלבן שממדיו 14 מטר ו- 10 מטר.
השטח הוא $10 \cdot 14 = 140$ מ״ר
הפרש השטחים הוא: $240 - 140 = 100$ מ״ר

תרגיל 36 ★ –
תרגיל זה מחולק לסעיפי משנה המקלים על התרגיל והקושי שנותר הוא בעיקר טכני.
א. שטח החלקה של בן א הוא שטח משולש ישר זווית: $\frac{40x}{2} = 20x$
חשוב מאד לצמצם בגלל הצורך לבנות יחס בהמשך.

ב. $BE = 40 - x$

ג. שטח החלקה של בן ב הוא שטח טרפז:
$$\frac{(40 + 40 - x) \cdot 40}{2} = \frac{(80 - x) \cdot 40}{2} = (80 - x)\ 20 = 1{,}600 - 20x$$
חשוב לעבוד על צמצום השבר בגלל הצורך לבנות יחס בהמשך.

ד. (1) היחס בין שטח המשולש לבין שטח הטרפז הוא $9:31$, ולכן המשוואה היא:
$$\frac{20x}{1{,}600 - 20x} = \frac{9}{31}$$
$$20x \cdot 31 = 9 \cdot (1{,}600 - 20x)$$
$$620x = 14{,}400 - 180x$$
$$800x = 14{,}400 \quad / :800$$
$$x = 18$$
(2) צלעות המשולש: 40 מטר, 18 מטר ובעזרת משפט פיתגורס נקבל את היתר 43.86 מטר.

ה. שטח הטרפז: בסעיף ג מצאנו ששטח הטרפז הוא: $1{,}600 - 20x$.
נציב $x = 18$ ונקבל: $1{,}600 - 20x = 1{,}600 - 20 \cdot 18 = 1{,}240$ מ״ר.

קנה מידה

לחלק זה מומלץ להקדיש 3 שעות.

מטרות: התלמיד ישתמש בקנה מידה לצורך חישובים של גדלים במציאות על פי גודלם בסרטוט, במפה בתמונה ולהיפך.

תיאור תהליך הלמידה – נתחיל בהסברת המושג קנה מידה – המציאות מול הדגם המוצג. בהמשך נשלב את קנה המידה עם חישוב שטחים, ונסיים עם יישום קנה המידה בקריאת מפות.

ידע מוקדם –

- יחס
- פרופורציה
- המרת יחידות
- היקפים ושטחים של משולשים, מרובעים ומעגל.

הפרק מחולק לשלושה חלקים –

א. מהו קנה מידה (1 שעה)

ב. קנה מידה בשילוב שטחים (1 שעה)

ג. קנה מידה במפה (1 שעה)

פירוט היחידות

א. מהו קנה מידה (1 שעה)

קנה מידה הוא היחס בין אורך קטע בתרשים (בתמונה, בדגם, במפה, בסרטוט) לבין אורך קטע זה במציאות (האורך האמיתי/המקורי) .

נדגיש שלמציאת קנה מידה משתמשים באותה **יחידת מידה** הן בתרשים והן במציאות.

נזכור:

1 מטר = 100 ס"מ = 1,000 מ"מ

נהוג לכתוב קנה מידה שבו אחד המספרים ביחס הוא 1. גם כאשר היחס הוא למשל $2:15$ נצמצם את היחס ונרשום $1:7.5$.

נעבור על הדוגמה בעמוד 50 וניתן להראות גם את השימוש בטבלה שיכול לעזור לתלמידים למקד את הנתונים.

	אורך המטוס	מוטת הכנפיים
דגם (ס"מ)	18	
מציאות (ס"מ)		10.8

72 •

72 :

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 52 – 1, 4, 5, 7, 8

תרשים מוגדל: עמוד 65 – 25, 28

שיעורי בית: עמוד 52 – 2, 3, 6

עמוד 65 – 26, 27

תרגיל 4 –

א. קנה המידה הוא $1:1,600$. גובה מגדל בתמונה הוא 6 ס"מ ועלינו לחשב את גובה המגדל במציאות במטרים.

העובדה שיש להתייחס גם לקנה מידה וגם ליחידות המידה עלולה לבלבל את התלמידים ולכן מומלץ להקפיד על הסדר הבא:

שלב א נתייחס לקנה המידה. נעבור לגובה במציאות עם היחידות הנתונות בשאלה.

גובה המגדל במציאות הוא 9,600 ס"מ $= 6 \cdot 1,600$.

שלב ב נעבור ליחידות המבוקשות: נעבור מס"מ למטר על ידי חלוקה ב-100. נקבל 96 מטרים.

ב. פעולה הפוכה – מעבר מהמציאות לתמונה.

שלב א:

נתייחס לקנה המידה. קוטר השעון במציאות הוא 7 מטרים, ולכן הקוטר בתמונה במטרים הוא 0.0044 מטרים $= 7:1,600$.

שלב ב:

נעבור ליחידות המבוקשות – כלומר נעבור לס"מ על ידי כפל ב-100 ונקבל 0.44 ס"מ.

הערה: חלק מהתלמידים מתקשים להחליט אם לכפול או לחלק. כדאי להוסיף הגיון להסבר: המציאות גדולה מהתמונה, כלומר יש להגדיל את התוצאה ולכן כופלים.

כמו כן במעבר למשל ממטר לס"מ נכפול ולא נחלק כי הס"מ הוא יחידה קטנה יותר, ולכן מספר הס"מ גדול ממספר המטרים, ולכן יש להכפיל.

ב. קנה מידה בשילוב שטחים (1 שעה)

נתחיל בדוגמה בעמוד 55.

נתונים ממדי השטיח בצילום ויש למצוא את השטח במציאות.

שגיאה צפויה היא שהתלמידים יחשבו את השטח בצילום, ולאחר מכן יחשבו את השטח במציאות על ידי הכפלה בקנה מידה (כאשר בדרך זו היה צורך לכפול את השטח שהתקבל בריבוע של קנה המידה).

כדי למנוע שגיאה זו נרגיל את התלמידים שבשלב ראשון נגדיל את הממדים לממדים מציאותיים לפי קנה המידה , ורק בשלב השני נחשב את השטח.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 57 – 13, 15

שיעורי בית: עמוד 56 – 10, 11, 14 - אתגר

תרגיל 15 – התרגיל משלב עבודה עם נעלמים, קנה מידה ואחוזים.

א. (1) שטח המתאים להצבת הריהוט הוא שטח מלבן שרוחבו 5 ס"מ ואורכו – x.

על פי הנתון השטח שווה ל-50 סמ"ר, ולכן המשוואה היא: $5x = 50$

$x =$ 10 ס"מ

(2) השטח במציאות: בסעיף זה צפויה שגיאה כי השטח נתון, כך שיש להניח כי התלמיד יכפיל את השטח בקנה המידה שהוא 1:16.

ההנחיה שלנו היא לכפול כל אחד מממדי השטח בקנה המידה ולקבל את הממדים במציאות. נקבל: 80 ס"מ $= 5 \cdot 16$, וכן 160 ס"מ $= 10 \cdot 16$.

עתה נחשב את השטח במציאות ונקבל: 12,800 סמ"ר $= 80 \cdot 160$.

ב. השטח המתאים להצבת הריהוט הוא למעשה שטח המיטה, ולכן שטח המיטה על פי סעיף א (2) הוא 12,800 סמ"ר. שטח המזרון מהווה 96% משטח המיטה, לכן עלינו למצוא כמה הם 96% מתוך 50.

נקבל: 12,288 סמ"ר $= 12{,}800 \cdot \frac{96}{100}$.

ג. גובה הכוננית בסרטוט הוא 2 ס"מ. הגובה במציאות הוא 32 ס"מ $= 2 \cdot 16$.

גובה הכוננית הוא 32 ס"מ וגובה הקלסר הוא 35 ס"מ, ולכן הכוננית לא תתאים לאחסון הקלסר.

ד. גובה התקרה הוא 2.6 מטר.

המרווח בין הריהוט לתקרה במטר הוא 0.5.

גובה הריהוט הוא 2.1 מטר $= 2.6 - 0.5$.

נסכם:

כדי למצוא שטח לפי קנה מידה נתון מומלץ לפעול לפי השלבים הבאים:

- נמיר את **כל אחד מהמדדים** המופיעים בתרשים למציאות על פי קנה המידה הנתון.
- במידת הצורך <u>לפני חישוב השטח</u> נמיר את הממדים שקיבלנו ליחידות השטח המבוקשות.
- לא מומלץ לחשב את השטח ורק לאחר מכן לעבור ליחידות המידה המבוקשות.

ג. קנה מידה במפה (1 שעה)

בחלק זה ניישם את הלימוד על קנה מידה גם לקריאת מפות ובחלק מן התרגילים נשלב את המרכיבים של דרך מהירות וזמן.

נציג את הדוגמה בעמוד 59: דוגמה המשלבת קנה מידה עם מציאת זמן.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 61 – 17 , 21, 23
שיעורי בית: עמוד 61 – 16, 18, 19

תרגיל 17 –
סעיף ג – דן בשאלה הבאה: אם מרחק המוצג על ידי מפה שקנה המידה שלה גדול יותר יגדל או יקטן בהשוואה למפה שקנה המידה שלה קטן יותר.
<u>התשובה:</u> המרחק יקטן כי כל גודל במפה מייצג אורך גדול יותר.
בגלל הקושי להבין כדאי להשתמש בדוגמה.
נניח שהמרחק במציאות בין בית החולים הצרפתי לים הוא $24,000$ ס״מ.
כאשר קנה המידה הוא $1:8,000$ המרחק במפה יהיה 3 ס״מ $=24,000:8,000$.
כאשר קנה המידה הוא $1:6,000$ המרחק במפה יהיה 4 ס״מ $=24,000:6,000$.
קבלנו שככל שקנה המידה גדול יותר הרי המרחק קטן יותר.

תרגיל 21 –
תרגיל המשלב לשאלת קנה המידה גם מציאת מהירות ומציאת הזמן.
תזכורת חשובה לשימוש בנוסחה - **דרך** = **מהירות • זמן** המופיעה בדף הנוסחאות.
כדאי להדגיש שבסעיף ג (2) יש להציג את המרחק בק״מ כי בסעיף (3) המהירות הנתונה היא בקמ״ש.

יחידה שנייה

דמיון משולשים (10 שעות)

לחלק זה מומלץ להקדיש 10 שעות.

מטרות: התלמיד יבין באופן אינטואיטיבי את המשמעות של דמיון של שני משולשים ויכיר את התכונות של משולשים דומים.

תיאור תהליך הלמידה – נתחיל בחזרה על סוגי זוויות, ומשם נעבור להבין מהו דמיון משולשים. בהמשך נכיר את אופן הקביעה ששני משולשים דומים בעזרת משפט הדמיון זווית זווית. לאחר מכן נעסוק במציאת צלעות וזוויות חסרות במשולשים הדומים. נסיים במציאת יחס ההיקפים ויחס השטחים במשולשים דומים.

ידע מוקדם –

- יחס ופרופורציה
- סכום זוויות במשולש 180°
- משפט פיתגורס
- זוויות: זוויות צמודות, זוויות קודקודיות, זוויות הנוצרות בין ישרים מקבילים (מתאימות, מתחלפות, חד צדדיות).
- תכונות משולשים מיוחדים: משולש שווה שוקיים, משולש שווה צלעות, משולש ישר זווית.
- תכונות מרובעים: מקבילית, מלבן, מעוין, דלתון, טרפז
- המרת יחידות
- פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושנייה.

הפרק מחולק לחמישה חלקים–

א. סוגי זוויות – חזרה (1 שעה)

ב. דמיון משולשים – מושגי יסוד (1.5 שעות)

ג. משפט דמיון זווית זווית (1.5 שעות)

ד. דמיון משולשים – מציאת חלקים חסרים (2.5 שעות)

ה. דמיון משולשים עם פרופורציות מורכבות (1.5 שעה)

ו. יחס היקפים ויחס שטחים (2 שעות)

פירוט היחידות

א. מבוא (1 שעה)

חזרה על סוגי זוויות: זווית שטוחה, זוויות צמודות, זוויות קודקודיות, זוויות בין ישרים מקבילים (מתאימות, מתחלפות, חד צדדיות).

סכום זוויות במשולש הוא 180° - לתרגל סכום זוויות במשולש חד זווית, במשולש ישר זווית ובמשולש שווה שוקיים (ראו דוגמאות בעמוד 69).

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 70 – 1-5 חלקי (לפי הצורך) 7, 8

שיעורי בית: עמוד 70 – 1-5 חלקי, 6, 9

ב. דמיון משולשים – מושגי יסוד (1.5 שעות)

בחלק זה נסביר מהם משולשים דומים, מי הצלעות הפרופורציוניות והמשמעות של צורת הכתיבה.

- שני משולשים דומים הם שני משולשים בהם הזוויות של המשולש האחד שוות בהתאמה לזוויות של המשולש השני, והיחס בין הצלעות המתאימות הוא קבוע.
- היחס הקבוע בין שתי צלעות מתאימות נקרא **"יחס הדמיון"**.
- הסימון למשולשים דומים הוא $\sim$, למשל: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.
- נוהגים לכתוב את שמות המשולשים הדומים בהתאמה, כך שסדר האותיות הרשום בכל משולש הוא גם הסדר של הזוויות השוות $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

נעבור על דוגמה 1 בעמוד 77 ודוגמה 3 בעמוד 78.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 79 – 1, 3, 6, 9, 10

שיעורי בית: עמוד 79 – 2, 4, 5, 7, 8

תרגיל 1 –

מטרת התרגיל היא להדגיש שהצלעות הפרופורציניות הן אלה הנמצאות מול הזוויות השוות, ולכן יחס הדמיון הוא $\frac{1}{3}=\frac{6}{18}$.

תרגיל 9 –

א. קל בתחילה לפסול את תשובות (2) ו-(4) כי בשניהם זווית A שווה לזווית D ולא לזווית C כפי שנתון. פתרונות (1) ו-(3) מקיימות את שני התנאים.

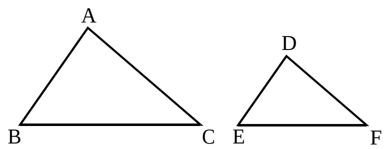
ב. נשלים את הפרופורציה לפי התאמת קודקודים שקבלנו בפתרון סעיף א ונקבל:
$\frac{EB}{ED}=\frac{AB}{CD}=\frac{AE}{CE}$.

ג. על פי סעיף ב הצלע הפרופורציונית לצלע BE היא DE . בשלב זה אפשר לפתור ללא סימון ב- x של הצלע החסרה, אלא להשתמש במשמעות של יחס הדמיון : כל צלע במשולש הגדול (התחתון) גדולה פי 1.6 מהצלע המתאימה לה במשולש הקטן (העליון). אם כך הצלע DE גדולה פי 1.6 מהצלע BE שהיא 5 ס"מ. נקבל : $5 \cdot 1.6 = 8$ ס"מ.

ג. משפט דמיון – זווית זווית (1.5 שעות)

בחלק זה נציג את משפט הדמיון זווית זווית (שאר משפטי הדמיון אינם בתוכנית הלימודים).

משפט דמיון ז.ז – אם שתי זוויות במשולש אחד שוות בהתאמה לשתי זוויות במשולש שני, אזי המשולשים דומים.



במילים אחרות,
אם מתקיים : $\sphericalangle A = \sphericalangle D$, $\sphericalangle B = \sphericalangle E$,
אזי $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

נציג את דוגמה 1 בעמוד 83.
במבט ראשון נראה שהמשולשים אינם דומים גם מבחינת צורתם וגם מבחינת הזוויות הנתונות.
חישוב הזווית השלישית יציג את שתי הזוויות השוות.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 85 – 12 א, 13, 17, 19, 20, 21
שיעורי בית: עמוד 85 – 11, 12ב, 14, 15, 16, 18, 22

הערה: פרק זה מתמקד בהוכחת הדמיון והצגת הפרופורציה בעקבותיו. בפרק כמעט ולא מופיעים חישובי צלעות חסרות, ואם יש לחשב צלע מומלץ להשתמש ביחס הדמיון ולא להציב x בפרופורציה.

למשל בתרגיל 19 יחס הדמיון הוא $\frac{16}{10} = \frac{8}{5} = 1.6$, כלומר כל צלע במשולש ABC גדולה פי 1.6 מהצלע המתאימה לה במשולש EBD , ולכן $ED = \frac{AC}{1.6} = \frac{12}{1.6} = 7.5$.

בפרק הבא נתמקד במציאת החלקים החסרים בפרופורציה.

רשימת התרגילים שנבחרה כוללת את סוגי הזוויות העיקריים :
תרגיל 12 – משולשים שווי שוקים (צפוי קושי במצית הזוויות)
תרגיל 13 – במשולש שווה צלעות כל זווית היא בת 60°
תרגיל 17 – זוויות צמודות
תרגיל 19 – זווית משותפת
תרגיל 20 – זוויות מתאימות
תרגיל 21 – זוויות קודקודיות וזוויות מתחלפות.

ד. דמיון משולשים – מציאת חלקים חסרים (2.5 שעות)

בחלק זה נקבל נתונים חלקיים עבור שני משולשים דומים בהקשר אורייני, ונלמד לחשב את הנתונים החסרים – צלעות וזוויות.
את התרגילים בנושא נחלק לשתי קבוצות:
בקבוצה הראשונה של התרגילים 23-33 נתון שהמשולשים דומים ועלינו להוציא את הפרופורציות ולחשב את החלקים החסרים.
בקבוצת התרגילים שלאחריהם יש להוכיח שהמשולשים דומים ולאחריהם להוציא את הפרופורציות ולחשב את החלקים החסרים.

נציג את דוגמה 1 בעמוד 90.
נציע דרך נוחה לפעולה:
לאחר שהמשולשים הדומים ייכתבו עם התאמת קודקודים -
א. נוציא את שלושת הפרופורציות
ב. נציב את הנתונים
ג. נבחר את זוג הפרופורציות שבו יש נעלם אחד ונפתור את המשוואה המתקבלת.

<u>קבוצה ראשונה</u>
תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 93 – 25, 27, 30, 33
שיעורי בית: עמוד 92 – 23, 24 , 26, 29, 32

<u>קבוצה שנייה</u>
נציג את דוגמה 2 בעמוד 91.
תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 97 – 34, 36, 39, 40, 42
שיעורי בית: עמוד 97 – 35, 37, 41

תרגיל 27 –
בשלב ראשון נסביר שבשעה מסוימת הזווית בין קרן השמש לצל האדם זהה לזווית בין קרן השמש לצל העץ. מצד שני נראה לתלמידים שגם אם לא הבינו את ענין הזווית ניתן לפתור את השאלה.
א. נתון שהמשולשים ABC ו-DEF הם משולשים דומים, ולכן נוציא פרופורציות (גם אם לא נישאל – כי זה מה שאפשר להסיק מדמיון).

$$\frac{DF}{AC}=\frac{FE}{CB}=\frac{DE}{AB}$$

ב. נציב את הנתונים הידועים בפרופורציות שקיבלנו בסעיף א.

נשים לב שיחידות המידה יהיו אחידות. אפשר לקרוא את המשך השאלה ולהבין לאיזה יחידות כדאי לעבור. בסעיף ג שואלים את הגובה במטרים, ולכן נעבוד במטרים.

$$\frac{DF}{AC}=\frac{0.6}{2.7}=\frac{DE}{AB}$$

הפרופורציה האמצעית מאפשרת לקבל את יחס הדמיון, ואחרי צמצום נקבל: $\frac{0.6}{2.7}=\frac{2}{9}$.

ג. קיבלנו נתון נוסף $DE=180$ ס״מ שהם 1.8 מטר.

נציב שוב בפרופורציות את הנתון הנוסף וזוג הפרופורציות שנעבוד בו הוא:

$$\frac{0.6}{2.7}=\frac{1.8}{AB}$$

נפתור את המשוואה: יש תלמידים שיתקשו לפתור את המשוואה כפי שמוצגת וכדאי עבורם לסמן ב- x את AB, וכך להתחבר לפרק הפרופורציות ביחידה הראשונה.

$$\frac{0.6}{2.7}=\frac{1.8}{x}$$

$$0.6x=1.8\bullet 2.7$$

$$0.6x=4.86 \quad /:0.6$$

$x=8.1$ מטר

תרגיל 33 –

א. המשולש ABC דומה למשולש DEC.

נרשום את הפרופורציות לפי התאמת קודקודים ונקבל:

$$\frac{DE}{AB}=\frac{EC}{BC}=\frac{DC}{AC}$$

נציב את הנתונים בפרופורציה:

$$\frac{DE}{2}=\frac{10.5}{BC}=\frac{DC}{AC}$$

כאן נראה שאין שני נתונים שיכולים להצביע על יחס הדמיון.

במקרה זה נחזור לשאלה ונחפש נתון נוסף.

הערה: נשים לב לדרך העבודה: קודם רושמים את הפרופורציה וכאשר חסר נתון אז מחפשים דרכים להסיק על נתון נוסף. לתלמידים חלשים זו דרך קלה יותר ומעודדת אותם להתחיל את התרגיל.

הנתון הנוסף הוא $BC=14-10.5=3.5$ מטר.

נציב ונקבל: $\frac{10.5}{3.5}=3$ מטר.

ב. כדי למצוא את DE שנמצא בפרופורציה נציב בפרופורציה את כל הנתונים שהתקבלו :

$$\frac{DE}{2}=\frac{10.5}{3.5}$$

זוג הפרופורציות שהתקבל הוא שתי הפרופורציות השמאליות.

אחרי כפל בהצלבה נקבל : $DE=6$ מטר.

אפשר גם להיעזר ביחס הדמיון : צלע המשולש הימני גדולה פי 3 מצלע המשולש השמאלי המתאים. AB ו- ED הן צלעות פרופורציוניות, ולכן הצלע DE גדולה פי 3 מהצלע AB.

$AB=2$ ולכן $DE=2\cdot 3=6$.

תרגיל 39 –

תרגיל זה הוא הכנה לתרגיל 40 והוא עוסק במקרה של יותר מאפשרות אחת לזוויות קודקודיות.

על אף שניתן להוכיח דמיון ללא שימוש בזוויות הקודקודיות כדאי להסב את תשומת ליבם של התלמידים ל- 3 אפשרויות של זוויות קודקודיות.

תרגיל 40 –

א. נוכיח דמיון לפי זווית זווית : $\sphericalangle G=\sphericalangle E=90^\circ$, $\sphericalangle DPG=\sphericalangle FPE$ זוויות קודקודיות שוות זו לזו (אפשר גם מתחלפות).

ב. מכיוון שהמשולשים הם שווי שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון, ולכן $EF=\frac{10}{2}=5$ ס"מ , וכן $DG=\frac{40}{2}=20$ מטר.

ג. נרשום את הפרופורציות של המשולשים הדומים :

$$\frac{EF}{GD}=\frac{EP}{GP}=\frac{FP}{DP}$$

נציב את הנתונים : $EF=5$, $DG=20$, $EP=AB=6$

$$\frac{5}{20}=\frac{6}{GP}$$

$GP=24$ מטר

תרגיל 42 –

ה. את שטח הזכוכית ניתן למצוא במספר דרכים :

1. שטח משולש ABC פחות שטחי שני משולשי העץ.
2. שטחי שני טרפזים כאשר נחשב את שטח הטרפז לפי הנוסחה למציאת שטח טרפז.
3. מציאת שטח טרפז אחד בעזרת חיסור שטחי שני משולשים : שטח משולש ADC פחות שטח משולש העץ. את התוצאה נכפול ב- 2.
4. חלקות שטח הזכוכית לשטח מלבן +שטח משולש.

ה. דמיון משולשים עם פרופורציות מורכבות (1.5 שעה)

בחלק זה כאשר רושמים את הפרופורציות מגיעים למצב שהצבת הנתונים בפרופורציות נותנת פרופורציה עם שני נעלמים, והמטרה היא לרשום את הפרופורציה בנעלם אחד.
נתחיל בדוגמה בעמוד 103.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 105 – 44, 48, 49, 50

שיעורי בית: עמוד 104 – 43, 45, 46, 47

תרגיל 49 –

תרגיל המשלב הוכחת דמיון, פתרון פרופורציה מורכבת, משפט פיתגורס, מציאת שטח והיקף, חישוב עלות.

א. דמיון לפי ז.ז – $\sphericalangle C = \sphericalangle AED$, $\sphericalangle D = \sphericalangle F = 90^\circ$.

ב. (1) נרשום פרופורציה : $\frac{AD}{EF} = \frac{DE}{FC} = \frac{AE}{EC}$

$AE = 400 - x$, $EC = x$

(2) נציב את הנתונים :

$\frac{240}{80} = \frac{400 - x}{x}$

אפשר לצמצם אבל יש להניח שהרבה יכפלו בהצלבה ללא צמצום.

$x =$ 100 מטר

ג. (1) נמצא את DE במשולש ישר הזווית ADE באמצעות משפט פיתגורס.

$AD = 240$, $AE = 400 - x - 100 = 300$

$DE^2 + 240^2 = 300^2$

$DE =$ 180 מטר

(2) שטח בה יגדל כותנה הוא שטח מלבן שממדיו $DE =$ 180 מטר, $EF =$ 80 מטר

השטח הוא 14,400 מ״ר $= 180 \cdot 80$.

ד. תחילה עלינו למצוא את היקף משולש ABC .

$AC = 400$, $AB = 240 + 80 = 320$, בעזרת משפט פיתגורס נקבל $BC = 240$.

ההיקף הוא $400 + 320 + 240 = 960$.

המחיר למטר הוא 36 שקלים ולכן העלות היא 34,560 שקלים $= 36 \cdot 960$ שקלים.

ו. יחס היקפים ויחס שטחים (2 שעות)

כאשר ידוע שמשולשים הם דומים יש קשר בין יחס הדמיון לבין יחס ההיקפים ויחס השטחים של המשולשים הדומים.

- **היקפים** של משולשים דומים מתייחסים זה לזה **כמו יחס הצלעות המתאימות.**
- **שטחים** של משולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו **ריבוע היחס של הצלעות המתאימות.**

משימת פתיחה

נתחיל במשימת הפתיחה המופיעה בעמוד 109.

מוצגים שני משולשים דומים עם אורך צלעותיהם והתלמיד בודק את יחס הצלעות, יחס ההיקפים ויחס השטחים.

יחס הצלעות ויחס ההיקפים הוא $1:4$ ויחס השטחים הוא $1:16$.

משם נעבור לדוגמה 1 בעמוד 110 – דוגמה ליישום של יחס ההיקפים.

דוגמה 2 בעמוד 111 – דוגמה ליישום של יחס השטחים.

את יחס ההיקפים ואת יחס השטחים במשולשים דומים עדיף ללמד במקביל, ולא להקדיש שיעור אחד להיקפים ושיעור אחד לשטחים. דווקא ההבדל ביניהם מאפשר הפנמה טובה יותר של התכונות.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 112 – 1 , 5, 8, 11, 16

שיעורי בית: עמוד 112 – 2, 3, 4, 7, 13, 17

תרגיל 8 –

א. ממדי הנדנדה קטנים פי 4 מהממדים של עמודי המתקן ולכן רוחב מושב הנדנדה הוא $1=\frac{4}{4}$ מטר. (אפשר לפתור גם על ידי פרופורציה).

ב. בעזרת משפט פיתגורס נקבל: $AD^2+2^2=5^2$

$AD=$ מטר 4.58

ג. 1 מטר $=4.58-3.58$ מטר

ד. (1) היקף המתקן הוא: 14 מטר $=5+5+4$.

(2) היחס בין היקף הנדנדה להיקף המתקן הוא כמו יחס הדמיון בין הצלעות המתאימות. אם כך היקף הנדנדה קטן פי 4 מהיקף המתקן.

בסעיף קודם מצאנו כי היקף המתקן הוא 14, ולכן היקף הנדנדה הוא $3.5=\frac{14}{4}$ מטר.

אפשר גם באמצעות פרופורציה: $\frac{x}{14}=\frac{1}{4}$ (x – היקף הנדנדה)

$x=3.5$

תרגיל 11 –

ב. המשולשים דומים ולכן מתקיים: $\frac{EC}{AC}=\frac{DC}{BC}=\frac{ED}{AB}$

נציב: 400 מטר $=ED$

$AB=$ מטר $1{,}000$

$$\frac{ED}{AB}=\frac{400}{1{,}000}=\frac{2}{5}$$

ג. $120{,}000$ מ"ר $=\frac{400\cdot 600}{2}=S$

ד. יחס הדמיון בין המשולשים הוא $\frac{2}{5}$, ולכן יחס השטחים הוא $\frac{4}{25}=\left(\frac{2}{5}\right)^2$.

ה. יחס השטחים לפי סעיף קודם הוא $\frac{4}{25}$. שטח המשולש EDC על פי סעיף ג הוא $120{,}000$ מ"ר. נסמן ב-x את שטח אזור התעשייה ונקבל: $\frac{4}{25}=\frac{120{,}000}{x}$

$x=$ מ"ר $750{,}000$

תרגיל 16 –

א. משולש ABC דומה למשולש AFG ולמשולש ADE (זווית ישרה וזווית משותפת).

ב. (1) נרשום את הפרופורציות של המשולשים ADE ו- ABC.

$$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$$

הנתונים הידועים בכל אחד מהמשולשים הם 30 מטר $=AE$.

$AC=AE+EG+GC=30+45+45=$ 120 מטר

אם כך היחס $\frac{AE}{AC}=\frac{30}{120}=\frac{1}{4}$.

(2) נרשום את הפרופורציות של המשולשים AFG ו- ABC

$$\frac{AF}{AB}=\frac{FG}{BC}=\frac{AG}{AC}$$

הנתונים הידועים בכל אחד מהמשולשים הם 75 מטר $=AG$

$AC=AE+EG+GC=30+45+45=$ 120 מטר

אם כך היחס $\frac{AG}{AC}=\frac{75}{120}=\frac{5}{8}$.

ג. (1) 180 מ"ר $=\frac{12\bullet 30}{2}$

(2) <u>דרך א'</u>

נמצא את שטח משולש ABC באמצעות יחס השטחים בדמיון משולשים.

יחס הדמיון בין משולש ADE לבין משולשְ ABC הוא $\frac{1}{4}$ על פי תת-סעיף ב(1).

אם כך יחס השטחים בין משולשים אלו הוא $\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$.

אם כך שטח משולש ABC גדול פי 16 משטח משולש ADE.

בסעיף ג(1) מצאנו ששטח משולש ADE הוא 180 מ"ר, ולכן שטח משולש ABC הוא 2,880 מ"ר $=180\bullet 16$.

אפשר היה גם להציב בפרופורציה: $\frac{180}{x}=\frac{1}{16}$ (כאשר x הוא שטח משולש ABC).

<u>דרך ב'</u>

נמצא את השטח בעזרת הנוסחה לחישוב שטח משולש.

נמצא את BC באמצעות יחס הדמיון בין משולש ADE לבין משולש ABC.

נרשום את הפרופורציות: $\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$

נציב: $AC=120$, $AE=30$, $DE=12$

$$\frac{12}{BC}=\frac{30}{120}$$

48 מטר $=BC$

שטח משולש ABC הוא: 2,880 מ"ר $=\frac{48\bullet 120}{2}$.

ד. <u>דרך א׳</u>

הדרך המתבקשת היא באמצעות <u>חיסור שטחים</u>, על סמך שני הסעיפים הקודמים:

$S\Delta ABC - S\Delta ADE$

את שטח משולש ABC מצאנו בתת-סעיף ג(2) וקיבלנו $2,880$ מ״ר.

את שטח משולש ADE מצאנו בתת-סעיף ג(1) וקיבלנו 180 מ״ר.

אם כך שטח הטרפז הוא $2,700$ מ״ר $= 2,880 - 180$.

<u>דרך ב׳</u>

ניתן לחשב <u>באופן ישיר</u> בעזרת <u>הנוסחה לחישוב שטח טרפז</u>:

$$S = \frac{(BC + DE) \cdot CE}{2}$$

נציב: $BC = 48$ על פי תת-סעיף ג(2),

$DE = 12$ על פי הנתון,

$CE = 45 + 45 = 90$

נקבל: $2,700$ מ״ר $= S = \frac{(48+12) \cdot 90}{2}$

נסיים את הנושא במציאת יחס הדמיון על פי יחס השטחים.

מומלץ לחזור על פעולת הוצאת שורש ריבועי ולהתמקד במציאת שורש ריבועי משבר (בעזרת מחשבון).

דוגמה בעמוד 120.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 122 – 18 חלקי, 20

שיעורי בית: עמוד 122 – 18 חלקי, 19, 21

תרגיל 20–

א. שטח הבד הנדרש לקופסה הגדולה הוא 64 סמ״ר.

שטח הבד הנדרש לקופסה הקטנה הוא 49 ס״מ.

אם כך היחס בין שטח הבד הנדרש לקופסה הקטנה לשטח הבד הנדרש לקופסה הגדולה הוא $\frac{49}{64}$.

יחס השטחים של משולשים דומים הוא כיחס **ריבועי** הצלעות המתאימות, ולכן כדי לקבל את יחס הדמיון נעשה פעולה הפוכה להעלאה בריבוע והיא **הוצאת שורש ריבועי**.

יחס הדמיון הוא: $\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{7}{8}$.

ב. יחס ההיקפים הוא כיחס הדמיון, ולכן יחס ההיקפים גם הוא $\frac{7}{8}$.

ג. קיבלנו בסעיף א שיחס הדמיון בין צלע המשולש הקטן לבין צלע המשולש הגדול הוא $\frac{7}{8}$.

נסמן ב- x את הצלע הארוכה של הקופסה הקטנה ונקבל את המשוואה: $\frac{x}{16} = \frac{7}{8}$

יחידה שלישית

טריגונומטריה (16 שעות)

לחלק זה מומלץ להקדיש 16 שעות.

מטרות: התלמיד יכיר את הקשר הבסיסי בין הפונקציות הטריגונומטריות לבין דמיון משולשים. כמו כן יכיר את אופן השימוש בפונקציות הטריגונומטריות (סינוס, קוסינוס, טנגנס) לפתרון בעיות גיאומטריות בחיי היום יום.

תיאור תהליך הלמידה – נתחיל בהכרת הפונקציות הטריגונומטריות במשולש ישר זווית בהקשר לדמיון משולשים. נעבור להכרת השימוש בכל אחת מהפונקציות ובהמשך נעסוק בדרך הבחירה בפונקציה המתאימה לפתרון השאלה. נכיר את המושגים זווית ראייה, זווית גובה וזווית עומק. בחלק האחרון נפרק צורות גיאומטריות למשולשים ישרי זווית (מרובעים ומצולעים משוכללים).

ידע מוקדם –

- דמיון משולשים
- סכום זוויות במשולש 180°
- משפט פיתגורס
- תכונות משולשים מיוחדים: משולש שווה שוקיים, משולש שווה צלעות ומשולש ישר זווית.
- תכונות משולשים מיוחדים: משולש שווה שוקיים, משולש שווה צלעות, משולש ישר זווית.
- תכונות מרובעים: מקבילית, מלבן, מעוין, דלתון, טרפז
- המרת יחידות
- פתרון משוואות ממעלה ראשונה.

הפרק מחולק לשמונה חלקים–

א. מבוא לטריגונומטריה (1 שעה)

ב. הפונקציות הטריגונומטריות – טנגנס, סינוס וקוסינוס (3 שעות)

ג. בחירת הפונקציה המתאימה (2.5 שעות)

ד. מעברים בין משולשים (1.5 שעות)

ה. סוגי זוויות – זווית גובה וזווית עומק (2 שעות)

ו. שטח משולש (0.5 שעה)

ז. משולש שווה שוקיים (1.5 שעות)

ח. מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית (4 שעות)

פירוט היחידות

א. מבוא לטריגונומטריה (1 שעה)

בחלק זה נכיר את הפונקציות הטריגונומטריות סינוס, קוסינוס וטנגנס כיחס בין צלעות מתאימות במשולשים דומים.
לאחר חקר וגילוי עצמי של התלמידים נדגיש שהיחס בין כל שתי צלעות הוא קבוע ביחס לזווית נתונה, כלומר עבור כל זווית חדה מתקבל יחס אחר והיחסים הללו תלויים בזווית.
אם כך מתקבלת פונקציה המקשרת בין הזווית לבין יחס הצלעות.
בנוסף, נכיר את השימוש במחשבון.

נתחיל בחזרה על מושגים בסיסיים במשולש ישר זווית – ניצבים, יתר, זווית ישרה, זווית חדה, ניצב מול זווית חדה וניצב ליד הזווית.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 128 – 1-6 חלקי (לפי הצורך)
שיעורי בית: עמוד 128 – 1-6 חלקי

מכאן נעבור למשימת הפתיחה בעמוד 129.
<u>המסקנה</u> : קיימות פונקציות המקשרות בין גודל הזווית לבין יחס הצלעות במשולש ישר זווית. בשיעורים הבאים נפרט ונעמיק בכל אחת מהפונקציות.
הערה : יש תלמידים המתקשים להבין את המושג מול וליד, ולכן מומלץ בכיתה להשתמש בהמשך גם בתחליפים : **מול הזווית** = **רחוק מהזווית, ליד הזווית** = **קרוב לזווית**

ב. הפונקציות הטריגונומטריות – טנגנס, סינוס וקוסינוס (3 שעות)

בחלק זה נכיר את דרך השימוש בכל אחת מהפונקציות הטריגונומטריות.
נתחיל בפונקציית הטנגנס, לאחריה פונקציית הסינוס ונסיים בפונקציית הקוסינוס.

<u>פונקציית הטנגנס</u>
נתחיל במציאת צלעות. בשלב ראשון נפתור משוואות מוכנות ובשלב שני נסביר איך הגענו אליהן על פי הגדרת הטנגנס.
לאחר מכן נעבור למציאת הזווית כאשר נתון הטנגנס שלה.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 132 – 1 חלקי, 2 , 3 חלקי, 4 חלקי, 6 חלקי,7, 9 חלקי, 11, 13 חלקי, 15
שיעורי בית: עמוד 132 – 1 חלקי , 3 חלקי, 4 חלקי, 5 , 6 חלקי, 8 , 9 חלקי, 10, 12, 13 חלקי, 14

נסכם את סוגי המשוואות שניתן לקבל:

דוגמה I

$\tan 20^\circ = \frac{x}{8} \quad / \bullet 8$

$8\tan 20^\circ = x$

$2.912 = x$

דוגמה II

$\tan 40^\circ = \frac{7}{x} \quad / \bullet x$

$x \bullet \tan 40^\circ = 7 \quad / : \tan 40^\circ$

$x = \frac{7}{\tan 40^\circ}$

$x = 8.342$

דוגמה III

$\tan\alpha = \frac{3}{8}$.

כדי לקבל את הזווית נקיש על המקשים הבאים (משמאל לימין):

$\boxed{3}\ \boxed{:}\ \boxed{8}\ \boxed{=}\ \boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{\tan}\ \boxed{=}$ או $\boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{\tan}\ \boxed{3}\ \boxed{:}\ \boxed{8}\ \boxed{=}$

הערה: בדוגמה II יש המעדיפים לוותר על שלב שני ומלמדים פעולת חילוק כאשר הנעלם הוא במכנה.

בצורה דומה נעבור על פונקציות הסינוס והקוסינוס, כאשר **בהדרגה אפשר להוריד בכמות התרגילים בכיתה.**

<u>פונקציית הסינוס</u>

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 140 – 17 חלקי, 18 , 19 חלקי, 21 חלקי, 24 חלקי, 25, 27 , 28 חלקי, 30

שיעורי בית: עמוד 143 – 19 חלקי, 21 חלקי, 22, 24 חלקי, 28 חלקי, 29

<u>פונקציית הקוסינוס</u>

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 147 – 32, 33 חלקי, 35, 36 חלקי, 40 חלקי, 42

שיעורי בית: עמוד 149 – 33 חלקי, 36 חלקי, 37 , 36 חלקי, 38 חלקי, 39, 40 חלקי, 41

ג. בחירת הפונקציה המתאימה (2.5 שעות)

לאחר ההיכרות עם שלושת הפונקציות נעסוק בבחירת הפונקציה המתאימה לפתרון התרגיל.

הפרק מתחלק לשני חלקים :

1. בחירת הפונקציה המתאימה כאשר יש שני נתונים בלבד (לפחות צלע אחת)
2. בחירת הפונקציה הנתונה כאשר יש יותר משני נתונים (לפחות צלע אחת)

1. בחירת הפונקציה המתאימה כאשר יש שני נתונים בלבד (לפחות צלע אחת)

דרך העבודה המומלצת :

(1) נוודא שהמשולש הוא ישר זווית ונבדוק שיש בו שני נתונים (לפחות צלע אחת)
נדגיש שהזווית הישרה אינה נחשבת לנתון.

(2) נסמן <u>בצבע אחד</u> את שני הנתונים ואת מה שצריך למצוא. נכנה אותם "השלישיה".
נדגיש : אין אבחנה בין נתון לבין מה שצריך למצוא – כולם באותו צבע.

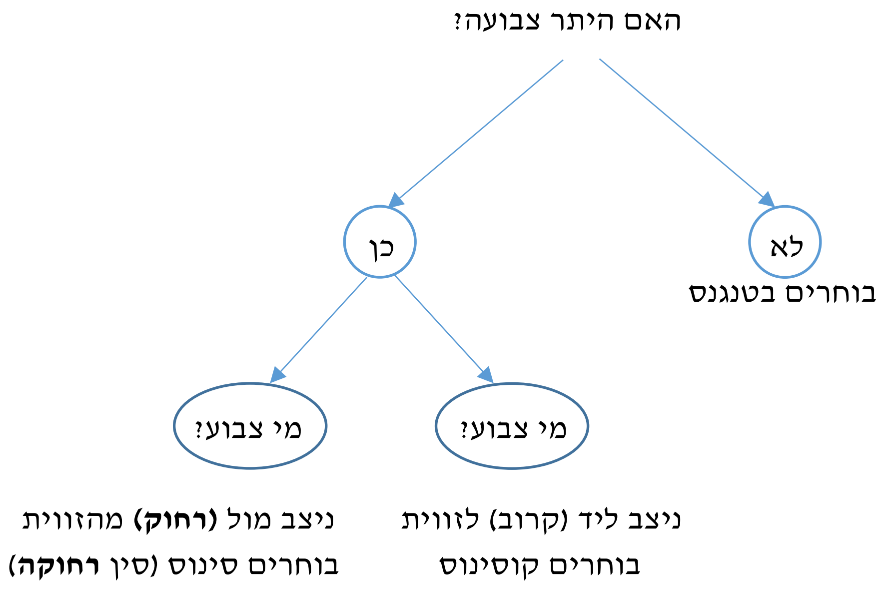
(3) נבדוק את הקשר בין 3 הנתונים שצבענו :

- אם היתר לא צבוע בוחרים בטנגנס
- אם היתר צבוע בודקים את הניצב :

I. אם הוא רחוק מהזווית בוחרים בסינוס (סין הרחוקה)

II. אם הוא קרוב לזווית (נוגע בה) בוחרים בקוסינוס.

אפשר להכין תרשים זרימה כדף עזר קבוע (להכין בניילון) :



לחלק מהתלמידים המילה **מול** לא ברורה ולכן מומלץ להוסיף את המילה **רחוק.** באותו אופן בנוסף למילה **ליד** אפשר להוסיף **קרוב**.

כלומר (ניצב מול) **ניצב רחוק** מהזווית, (ניצב ליד) **וניצב קרוב** לזווית.

נתחיל בדוגמה המופיעה בעמוד 156 ונדגיש גם את השימוש בטריגונומטריה במציאות.
נשים לב שבקבוצה זו יש שני נתונים וצריך למצוא רק נעלם אחד.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 154 – 1 חלקי , 2 חלקי, 4
שיעורי בית: עמוד 154 – 1 חלקי, 2 חלקי, 3

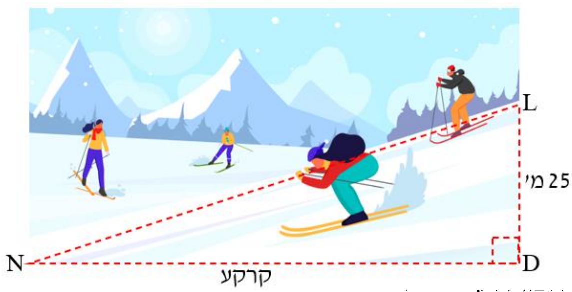
2. בחירת הפונקציה הנתונה כאשר יש יותר משני נתונים (לפחות צלע אחת)

בקבוצה זו יש למצוא שני נעלמים. לאחר מציאת הנעלם הראשון יש עודף נתונים.
מספר הנתונים העודף מקשה על קבלת ההחלטה באיזו פונקציה לבחור.
כדי להקל על התלמיד לבחור את הפונקציה נסמן <u>בצבע אחר</u> שני נתונים שיודעים ואת מה שמבקשים ("השלישיה"). נדגיש שניתן לבחור כל שני נתונים שרוצים אולם עדיף לבחור את הנתון שהופיע בשאלה המקורית.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 157– 6, 8, 10, 16, 19, 22
שיעורי בית: עמוד 157– 5, 7, 17, 18, 21, 24

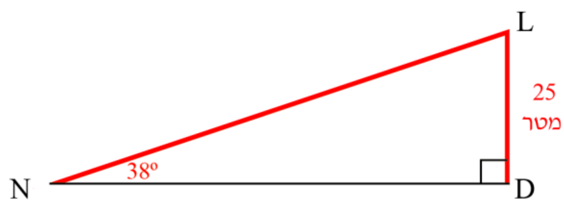
תרגיל 16 –

באתר סקי מתכננים לבנות מסלול לגלישה על השלג למתלמדים (NL). שיפועו של המדרון ביחס לקרקע הוא $\sphericalangle N = 38^\circ$. גובה המסלול הוא 25 מטר $LD =$ (המרחק האנכי בין ראש המסלול לקרקע).



א. חשבו את
ב. חשבו את

א.



עלינו למצוא את אורך המסלול המתוכנן כלומר עלינו למצוא את NL .
נסמן באדום את "השלישיה" - $LD = 25$, $\sphericalangle N = 38^\circ$ ו- $NL = ?$.

היתר צבוע ולכן נבחר בסינוס או בקוסינוס. הניצב נמצא מול (רחוק) הזווית, ולכן נבחר בסינוס.

$$\sin 38^\circ = \frac{25}{LN}$$

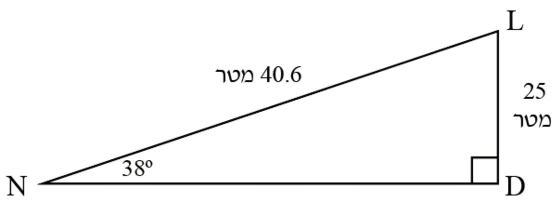
$$LN \bullet \sin 38^\circ = 25$$

$$LN = \frac{25}{\sin 38^\circ}$$

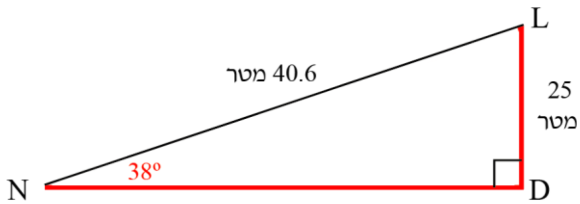
$$LN = \frac{25}{\sin 38^\circ}$$

$LN =$ 40.6 מטר

ב. עלינו לחשב את המרחק ND.



עתה יש לפנינו משולש עם שלושה נתונים.
כדי למצוא את ND עלינו לבחור 2 נתונים מתוך השלושה.
אם נבחר את נתוני המקור אז ה״שלישיה״ תהיה שני הניצבים והזווית N.
במקרה זה נבחר בפונקציית הטנגנס.



$$\tan 38^\circ = \frac{25}{ND}$$

$$ND \bullet \tan 38^\circ = 25$$

$$ND = \frac{25}{\tan 38^\circ}$$

$ND =$ 32 מטר

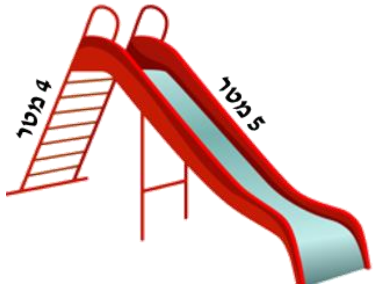
אפשרויות נוספות לבחירה הן פונקציית הקוסינוס, או משפט פיתגורס.
התרגיל מדגיש שבחירת הפונקצייה תלויה ב״שלישיה״ שבחרתי, ויש מקרים שבהם יש יותר מאפשרות אחת.

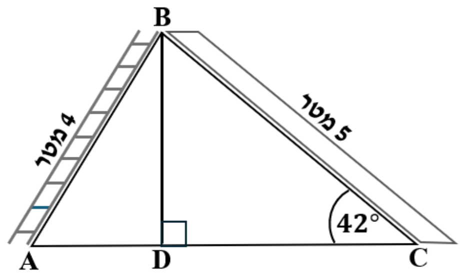
ד. מעברים בין משולשים (1.5 שעות)

בחלק זה נשתמש בפונקציות הטריגונומטריות ביותר ממשולש אחד.

בחלק זה ננחה את התלמידים לעבוד תחילה במשולש שבו יש שני נתונים (לפחות צלע אחת), ונמצא את הצלע או את הזווית שתעזור לנו לעבוד במשולש האחר.

נתחיל בדוגמה בעמוד 165.





שלב א – נזהה משולשים ישרי זווית. בדוגמה שלנו יש 3 משולשים ורק שניים מהם ישרי זווית.

שלב ב – נמצא את המשולש ישר הזווית שבו מופיעים 2 נתונים (לפחות צלע אחת). בדוגמה שלנו המשולש הימני.

שלב ג – נמצא צלע המשותפת לשני המשולשים כדי שגם במשולש השמאלי יהיו 2 נתונים ונוכל למצוא בו כל מה שנתבקש. בדוגמה שלנו ביקשו את BD , ולכן הקלו עלינו, אבל כדאי להדגיש את התועלת שבמציאת הצלע המשותפת.

הערות:

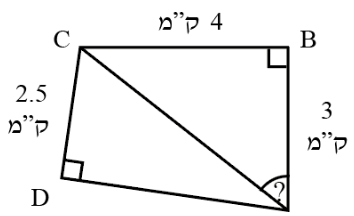
- סביב דוגמה זו אפשר לנהל את הדיון בצורת העבודה בשני משולשים.
- לאחר שבוחרים את המשולש בו עובדים, כדאי לסרטט אותו בנפרד.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 168 – 28, 29, 33, 34

שיעורי בית: עמוד 167 – 26, 29, 31, 32

תרגיל 33 –

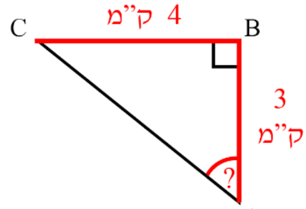
השאלה כוללת חישוב שטחי משולשים.



א. הזווית בין הצינור לבין הצלע AB היא זווית BAC .

נמצא את הזווית במשולש ישר הזווית BAC .

מומלץ להוציא את המשולש ולסמן את ה"שלישיה".



ה"שלישיה" מורכבת משני הניצבים, ולכן נבחר בטנגנס.

$$\tan\sphericalangle A = \frac{4}{3}$$

$$\sphericalangle A = 53.13^\circ$$

ב. את AD נוכל למצוא במשולש ישר הזווית ACD. אלא שבמשולש זה יש רק נתון אחד,
ולכן נמצא תחילה את AC במשולש ACD, שהיא צלע משותפת לשני המשולשים.
ניעזר במשפט פיתגורס:

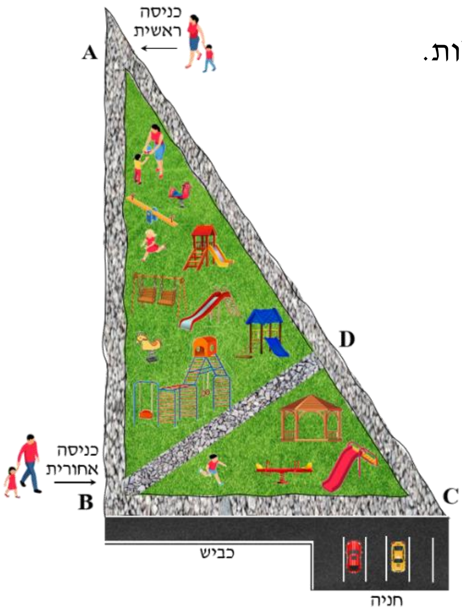
$$AC^2 = 4^2 + 3^2$$

$$AC = \sqrt{25} = 5$$

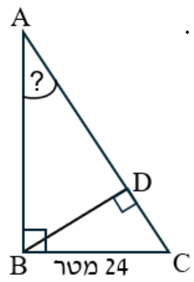
ג. עתה יש שני נתונים במשולש ACD, ונמצא את AD באמצעות משפט פיתגורס.

תרגיל 34 –

תרגיל המשלב חישובי אחוזים, היקף משולש וחישובי עלות.

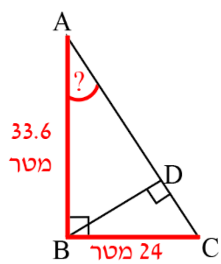


א. עלינו למצוא את אורך הגינה בצד הכניסה האחורית
כלומר עלינו למצוא את AB.
על פי הנתון $BC =$ 24 מטר.
נשים לב שאת AB לא נוכל למצוא
באמצעות פונקציות טריגונומטריות,
ויתכן שזה יגרום לקושי.
AB גדול מ-BC ב- 40%,
ולכן הוא מהווה 140% מ-BC.



140% מ-BC הם: $24 \bullet \frac{140}{100} = 33.6$ מטר.

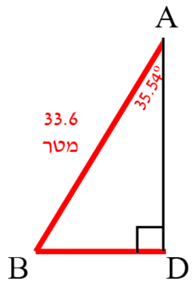
ב. נמצא את זווית $\sphericalangle CAB$ במשולש ישר הזווית ABC שבו ידועים 2 נתונים.
ה"שלישיה" מורכבת משני הניצבים, ולכן נבחר בטנגנס.



$$\tan\sphericalangle A = \frac{24}{33.6}$$

$$\sphericalangle A = 35.54^\circ$$

ג. עלינו למצוא את אורך השביל BD .
באופן עקרוני ניתן היה למצוא אותו במשולש BDC או במשולש ABD , כי הוא מהווה צלע בכל אחד מהם (נדגיש שבמשולש ABC הוא אינו מהווה צלע).
אולם רק במשולש ABD יש שני נתונים ולכן נבחר בו.



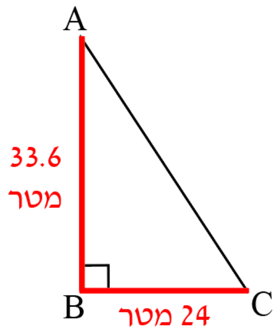
היתר צבוע ולכן נבחר בפונקציית הסינוס או בפונקציית הקוסינוס.
מכיוון שהניצב הרחוק מהזווית הוא הניצב המבוקש נשתמש בפונקציית הסינוס.

$$\sin 35.54^\circ = \frac{BD}{33.6}$$

$$33.6 \cdot \sin 35.54^\circ = BD$$

BD = 19.53 מטר

ד. כדי למצוא את היקף הגינה נמצא את היתר AC במשולש ישר הזווית ABC באמצעות משפט פיתגורס.



$$AC^2 = 24^2 + 33.6^2$$

AC = 41.29 ס"מ

היקף המשולש הוא:

$24 + 33.6 + 41.29 = 98.89$ מטר

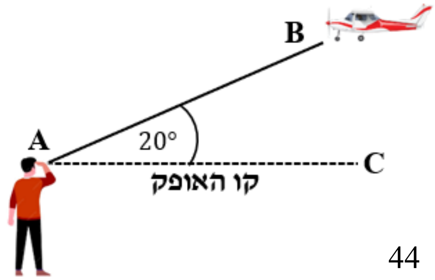
ה. עלות הגידור: $98.89 \cdot 80 = 7911.2$ שקלים

ה. סוגי זוויות – זווית גובה וזווית עומק (2 שעות)

סוגי זוויות

זווית גובה

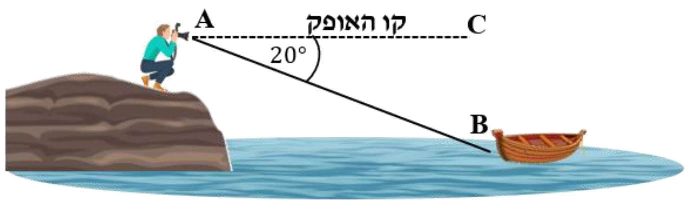
כאשר אדם מסתכל מנקודה A לנקודה B <u>הגבוהה</u> מקו האופק שלו – הזווית שבין הישר AB לבין הישר האופקי AC נקראת זווית גובה (ראו סרטוט).
בדוגמה שלנו אומרים שהאדם רואה את המטוס בזווית גובה של 20° .



זווית עומק

כאשר אדם מסתכל מנקודה A לנקודה B הנמוכה מקו האופק שלו – הזווית שבין הישר AB לבין הישר האופקי AC נקראת זווית גובה (ראו סרטוט).

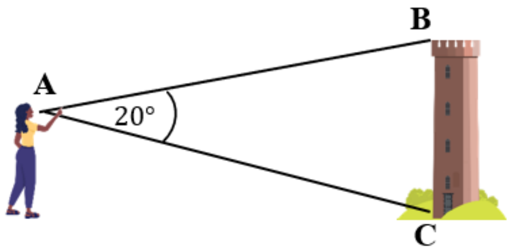
בדוגמה שלנו אומרים שהאדם העומד על סלע רואה את האנייה בזווית עומק של 20°.



זווית ראיה

כאשר אדם מסתכל מנקודה A בבת אחת על שתי נקודות B ו-C (ראו ציור), נוצרת זווית בין הקרניים AB ו-AC. זווית זו נקראת זווית ראייה של הקטע BC.

בדוגמה שלנו אומרים שהאדם רואה את המגדל בזווית ראייה של 20°.



הערות:

1. במקרים רבים מופיעה בשאלה המילה זווית גובה/עומק אולם בהמשך רושמים לאיזו זווית מתכוונים (בדרך מילולית או בסימון בסרטוט). מומלץ להתעלם ממידע זה ולזהות את הזווית על פי ההגדרה, כי ייתכנו שאלות ללא סימון הזווית בסרטוט.
2. מומלץ בשיעורים לשלב לסירוגין זווית גובה וזווית עומק, ולא ללמד כל זווית בנפרד. השילוב מחדד את ההבנה.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 174 – 3, 4, 6, 8, 9, 12, 15

שיעורי בית: עמוד 173 – 1, 2, 5, 7, 10, 14

תרגיל 3 –

תרגיל שנועד לזיהוי זווית גובה.

תרגיל 4 –

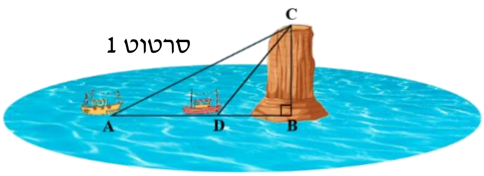
תרגיל שנועד לחזק את זיהוי הזוויות המתחלפות בין ישרים מקבילים.

במקרה זה זווית העומק רשומה גם בסרטוט וגם בטקסט אבל כדאי לחדד ולהסביר מדוע היא זווית עומק.

תרגיל 6 –

תרגיל שנועד לזיהוי זווית עומק.

תרגיל 9 –



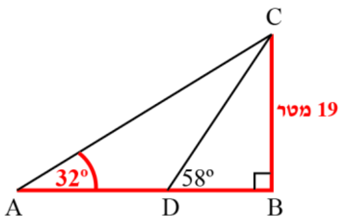
א. נזהה תחילה את זוויות הגובה:

$\sphericalangle CDB = 58^\circ$, $\sphericalangle CAB = 32^\circ$

למציאת AB נעבוד במשולש ישר הזווית ABC.

נסמן את הנתונים.

ה"שלישיה" מורכבת משני הניצבים, ולכן נבחר בטנגנס.



$$\tan 32^\circ = \frac{19}{AB}$$

$$AB \bullet \tan 32^\circ = 19$$

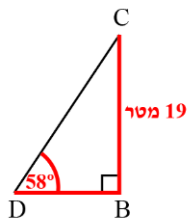
$$AB = \frac{19}{\tan 32^\circ}$$

$AB =$ 30.41 מטר

ב. למציאת BD נעבוד במשולש ישר הזווית BCD.

נסמן את הנתונים.

ה"שלישיה" מורכבת משני הניצבים, ולכן נבחר בטנגנס.



$$\tan 58^\circ = \frac{19}{BD}$$

$$BD \bullet \tan 58^\circ = 19$$

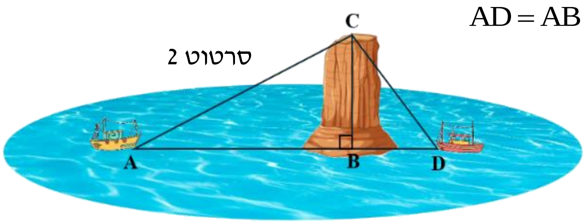
$$BD = \frac{19}{\tan 58^\circ}$$

$BD =$ 11.87 מטר

ג. המרחק בין הסירות הוא האורך AD.

נמצא את AD על ידי חיסור קטעים: $AD = AB - BD = 30.41 - 11.87 =$ 18.54 מטר

ד. במקרה זה נתוני הקטעים BD ו- AB נותרו. אולם המרחק בין הסירות הוא סכום המרחקים. $AD = AB + BD = 30.41 + 11.87 =$ 42.28 מטר



תרגיל 15 –

א. הקושי בשאלה הוא הבנת הסיטואציה

(מומחש היטב בציור).

גובה הגבעה 10 מטר (ראו סרטוט).

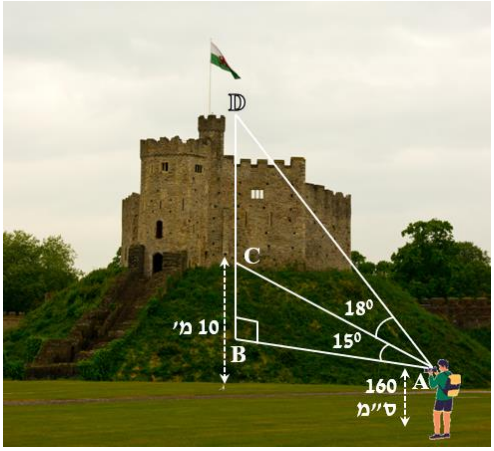
רוני מחזיק את המכשיר בגובה 160 ס"מ מהקרקע,

והמכשיר רואה את קצה הגבעה בזווית גובה של 15°.

אם כך אורך BC הוא 10 מטר פחות גובה המכשיר.

גובה המכשיר מהקרקע הוא 160 ס"מ, כלומר 1.6 מטר.

אם כך: $BC = 10 - 1.6 =$ 8.4 מטר.



ו. שטח משולש (1 שעה)

בפרק זה נציג לתלמידים נוסחה לחישוב שטח משולש ללא הורדת גובה.

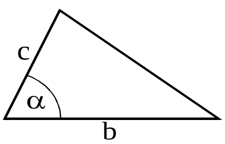
הנוסחה נוחה מאד לשימוש ויכולה להקל על התלמיד. מומלץ להשתדל להשתמש בנוסחה זו ככל היותר בפרקים הבאים כדי להטמיע אותה.

הנוסחה מופיעה בדף הנוסחאות.

נוסחה זו נכונה לכל משולש. על פי נוסחה זו שטח משולש שווה למחצית מכפלת שתי צלעות בסינוס הזווית שביניהן, כלומר:

$S = \frac{1}{2}$ • צלע א' • צלע ב' • (סינוס הזווית שבין 2 הצלעות)

$$\boxed{S = \frac{1}{2} \bullet b \bullet c \bullet \sin\alpha}$$



כאשר b ו- c הן שתי צלעות במשולש

ו- α היא הזווית הכלואה בין הצלעות b ו-c.

נתחיל בדוגמה המופיעה בעמוד 184.

נדגיש: אפשר לבחור כל שתי צלעות אולם הזווית צריכה להיות כלואה בין שתי הצלעות.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 180– 1 (לפי הצורך), 4

שיעורי בית: עמוד 180– 1 חלקי, 2, 3

תרגיל 4 –
ממומלץ בתרגיל זה לחזור להסביר את המושג חוצה זווית ולהזכיר מולו את התיכון והגובה ומה ההבדל ביניהם.

ז. משולש שווה שוקיים (1.5 שעות)

נחזור על תכונות משולש שווה השוקיים, ונדגיש שהורדת הגובה יוצרת שני משולשים ישרי זווית חופפים.
נתחיל בדוגמאות בעמודים 186-187.
דוגמאות 1 ו-2 עוסקות בחישוב זוויות המשולש כאשר ידועה זווית אחת במשולש.
דוגמה 3 עוסקת בחישוב היקף ושטח.
פה המקום להזכיר פעם נוספת את חישוב שטח המשולש ללא הורדת גובה .

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 184 – 6, 9, 10 , 11
שיעורי בית: עמוד 184 – 5, 7, 8

תרגיל 9 –
נשים לב לקושי לזכור שכל זווית במשולש היא בת 60° .
כמו כן נדגיש שכל אחד מהגבהים הוא גם גובה וגם חוצה זווית.
ב. את שטח המשולש נראה בשתי הצורות :

$$S = \frac{31.18 \bullet 27}{2} \quad \text{או} \quad S = \frac{1}{2} \bullet 31.18 \bullet 31.18 \bullet \sin 60^\circ$$

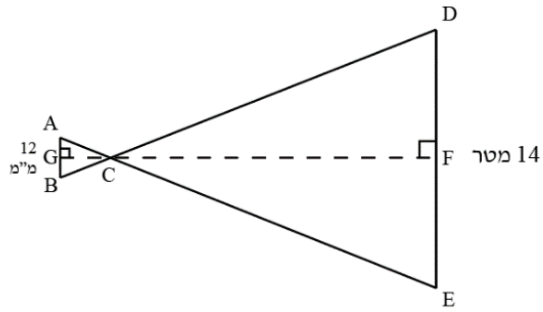
תרגיל 10 –
השאלה משלבת חישובי אחוזים ומומלץ לפני פתרון התרגיל לתת תזכורת לחישובי אחוזים.
א. אורך השוק הוא 80 ס״מ. אורך הבסיס קטן ב- 30% מאורך השוק, ולכן אורך הבסיס מהווה 70% מאורך השוק.
נקבל : $\frac{80 \bullet 70}{100} = 56$ ס״מ.
ג. כדי למצוא את זוויות המשולש נוריד גובה ונקבל משולש ישר זווית. ניתן למצוא את הזווית בעזרת פונקציית הקוסינוס ובאמצעותה לחשב את כל זוויות המשולש.
אפשרות נוספת היא למצוא את מחצית זווית הראש בעזרת פונקציית הסינוס.

תרגיל 11 –
השאלה עוסקת בפעולת הצילום, כאשר המטרה היא שהתמונה תתפוס את מלא גודל החיישן.
גם אם המושגים אינם ברורים הפתרון אפשרי כיוון שכל המושגים מלווים באותיות.
AB – החיישן, C – עדשה, DE – מגדל.

נדגיש ששני המשולשים הם שווי שוקיים, ויחידות המידה שונות בכל אחד מהמשולשים.

א. גובה במשולש שווי שוקיים הוא גם תיכון, ולכן , $AG=\frac{12}{2}=6$ מ"מ , $DF=\frac{14}{2}=7$ מטר.

ב. (1) נמצא את זווית CAB במשולש ישר הזווית AGC , כאשר $AG=6$, $GC=20$.



ה"שלישיה" מורכבת משני הניצבים, ולכן נבחר בטנגנס.

$$\tan\sphericalangle CAB=\frac{20}{6}$$

$$\sphericalangle CAB=73.3^\circ$$

(2) נמצא את CF במשולש ישר הזווית CFE .

במשולש זה יש רק נתון אחד – $FE=7$.

הנתון הנוסף הוא $\sphericalangle CAB=\sphericalangle CEF=73.3^\circ$

ה"שלישיה" מורכבת משני הניצבים, ולכן נבחר בטנגנס.

$$\tan 73.3^\circ=\frac{CF}{7}$$

$CF=$ 23.33 מטר

ג. מצאנו בסעיף קודם כי זווית הבסיס של משולש שווה השוקים CDE היא 73.3° .
נחשב את זווית הראש ונקבל : $180^\circ-73.3^\circ-73.3^\circ=33.4^\circ$.

ח. מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית (4 שעות)

חלק זה עוסק במצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית. נתמקד במציאת צלעות וזוויות במרובעים (מלבן, ריבוע, מקבילית, מעוין, דלתון, טרפז) ובמצולעים משוכללים. דרך העבודה היא פירוק המרובעים למשולשים ישרי זווית על סמך תכונות המרובעים, ובמשולשים שנקבל נפעיל את הפונקציות הטריגונומטריות שלמדנו בפרקים קודמים.

נחלק את הפרק לשני חלקים :

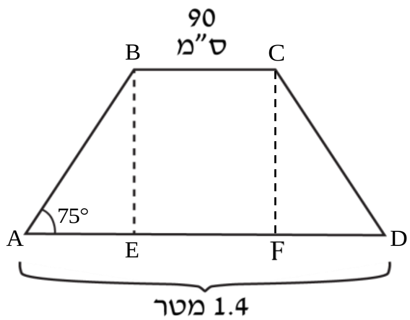
1. שימוש בפונקציות הטריגונומטריות במרובעים
2. מצולעים משוכללים

1. <u>שימוש בפונקציות הטריגונומטריות במרובעים</u>

נקדיש את החלק הראשון לחזרה על תכונות המרובעים ומציאת שטחיהם. כדאי לנסות להכליל את התכונות כדי שיהיה קל לזכור.
למשל: שטחי רוב המרובעים הוא מכפלת הצלע בגובה (להוציא טרפז). הצורות שבהן אפשר לחשב את השטח בעזרת מחצית מכפלת האלכסונים הן הצורות שבהן האלכסונים מאונכים זה לזה (ריבוע, מעוין ודלתון) וכדי.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 197 – 2, 5, 8 , 11, 13, 16, 17, 23, 28, 29
שיעורי בית: עמוד 196 – 1, 4, 6, 7, 9, 12, 15, 20, 22, 25 , 27

תרגיל 13 –



א. עלינו למצוא את אורך הקטע AE .
נוריד אנך נוסף CF .
מתקבל מלבן ושני משולשים ישרי זווית חופפים.
נשים לב שאורך הבסיסים מופיע ביחידות שונות.
הצצה לסעיף ד מראה שכדאי לעבור ליחידות של מטרים ולא סנטימטרים.

$$AE = \frac{AD - BC}{2} = \frac{1.4 - 0.9}{2} = 0.25$$

הערה: בטרפז שווה שוקים הורדת שני הגבהים היא פעולה שכדאי להדגיש.

ב. נמצא את BE במשולש ישר הזווית ABE כאשר $AE = 0.25$ ו- $\sphericalangle A = 75^\circ$
ורוצים למצוא את BE.
ה"שלישיה" מורכבת משני ניצבים, ולכן נבחר בטנגנס.

$$\tan 75^\circ = \frac{BE}{0.25}$$

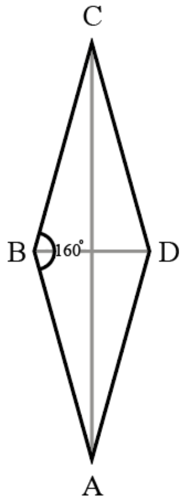
$$0.25 \cdot \tan 75^\circ = BE$$

$BE =$ 0.933 מטר

ג. שטח המשטח העליון הוא שטח טרפז.
נציב ונקבל: $S = \frac{(1.4 + 0.9) \cdot 0.933}{2} =$ 1.07 מ"ר

ד. $1.07 \cdot 300 =$ 321 שקלים

תרגיל 17 –



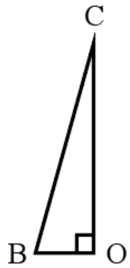
ננסה להמחיש את הקשר בין גודל הזווית הקהה לבין אורך האלכסון הארוך AC . ככל שהזווית גדולה יותר AC ארוך יותר.

א. הגובה המקסימלי של הג'יק הוא כאשר הזווית היא הגדולה ביותר.

הזווית הקהה המקסימלית היא 160° , ולכן עלינו לחשב את אורך האלכסון AC כאשר הזווית הקהה היא 160° .

נסמן ב- O את נקודת מפגש האלכסונים ונמצא את מחצית האלכסון CO במשולש ישר הזווית BOC .

הנתונים הם : $AB=23$, $\sphericalangle CBO=\frac{160}{2}=80^\circ$ ועלינו למצוא את CO .



ה"שלישיה" מורכבת מיתר ומניצב מול הזווית, ולכן נבחר בסינוס.

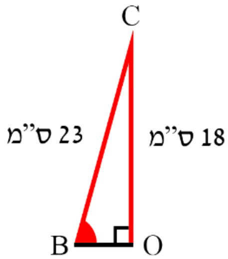
$$\sin 80^\circ = \frac{CO}{23}$$

$$23 \cdot \sin 80^\circ = CO$$

$CO =$ 22.65 ס"מ

גובה הג'יק הוא : $22.65 \cdot 2 =$ 45.3 ס"מ

ב. כדי להרים את הג'יק לגובה של 36 ס"מ האורך של CO צריך להיות $18=\frac{36}{2}$.



ה"שלישיה" מורכבת מיתר ומניצב מול הזווית, ולכן נבחר בסינוס.

$$\sin \sphericalangle B = \frac{18}{23}$$

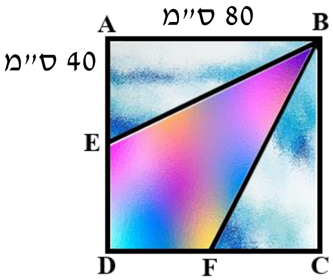
$$\sphericalangle B = 51.5^\circ$$

גודל הזווית הקהה היא $51.5 \cdot 2 = 103^\circ$

תרגיל 23 –

שאלה שבה נתון השטח ועלינו למצוא את אחד ממרכיבי השטח.

תרגיל 28 –



א. נעבוד במשולש ישר הזווית ABE ונמצא את זווית B .

ה״שלישיה״ מורכבת משני הניצבים, ולכן

נבחר בטנגנס.

$$\tan\sphericalangle AEB=\frac{80}{40}$$

$$\sphericalangle AEB=63.43^\circ$$

וכך נמצא את זווית BFC במשולש ישר הזווית BFC .

ב. ניעזר במשפט פיתגורס :

$$BE^2=80^2+40^2$$

$BE=$ 89.44 ס״מ

ג. $80\cdot4+89.44\cdot2=498.88$ ס״מ

ד. שטחי שני המשולשים ישרי הזווית :

מכיוון שהשטח הנדרש הוא במ״ר נמיר את הצלעות למטרים (מומלץ לא לחשב את השטח ואז להמיר מסמ״ר למ״ר)

$\frac{0.8\cdot0.4}{2}\cdot2=$ 0.32 מ״ר

ה. את שטח הזכוכית הצבעונית נמצא על יד חיסור שטחים.

שטח כל החלון במ״ר הוא $0.8\cdot0.8=0.64$ מ״ר

שטח הזכוכית הכחולה לפי סעיף ד היא 0.32 מ״ר

שטח הזכוכית החיצונית הוא $0.64-0.32=$ 0.32 מ״ר

ו. שילוב אחוזים

מחיר הזכוכית הלבנה מהווה 70% ממחיר הזכוכית הצבעונית, ולכן המחיר הוא :

$$2,000\cdot\frac{70}{100}=1,400$$

עלות הזכוכית : $2,000\cdot0.32+1,400\cdot0.32=$ 1,088 שקלים

תרגיל 29 –

ג. בכל קומה אורך המדרגות הנעות (על פי סעיף ב) הוא 15 מטר, ולכן אורך המסלול שעבר הוא 75 מטר $= 15 \cdot 5$.

מהירות העלייה במדרגות היא 0.3 מטר לשנייה, ולכן זמן העלייה במדרגות הנעות 250 שניות $= \frac{75}{0.3}$.

אורך המסלול האופקי בקומה אחת הוא 12.8 מטר, ולכן אורך המסלול ב- 5 קומות הוא 64 מטר $= 12.8 \cdot 5$.

מהירות ההליכה במסלול האופקי היא 0.5 מטר לשנייה, ולכן זמן ההליכה הוא $128 = \frac{64}{0.5}$ שניות.

הזמן שבו נמשכת העלייה הוא 378 שניות $= 250+128$.

2. <u>מצולעים משוכללים</u>

נושא המצולעים המשוכללים נלמד בכיתה י ביחידת הריצופים.

בחלק הראשון של השיעור נחזור על הגדרת המצולעים המשוכללים, נזכיר את הנוסחה למציאת גודל זווית פנימית במצולע משוכלל ולבסוף נחשב את שטחו על ידי חלוקתו למשולשים זהים.

הערה : במקרים רבים נוח למצוא שטח של כל משולש באמצעות הנוסחה :

$\mathbf{S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha}$ כפי שנוכל להראות בדוגמה בעמוד 209.

נתחיל בדוגמה בעמוד 208 בו מתמקדים בחישוב גודל זווית פנימית במצולע.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 210 – 1, 3

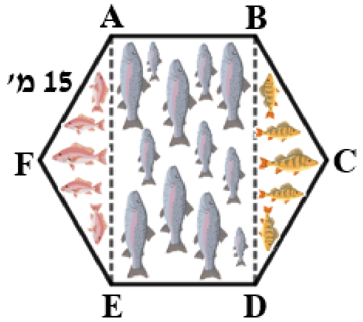
שיעורי בית: עמוד 210 – 2

משם נעבור לדוגמה בעמוד 211 המתמקדת בחלוקת המצולע המשוכלל למשולשים שווי שוקיים זהים.

תרגילים מומלצים בכיתה: עמוד 213 – 5, 11, 12

שיעורי בית: עמוד 212 – 4, 6, 7

תרגיל 11 –



א. זווית הראש היא הזווית הפנימית של המשושה.

ניעזר בנוסחה ונקבל :

$$\mathbf{\frac{180^\circ \cdot (n-2)}{n}} = \frac{180^\circ \cdot (6-2)}{6} = 120^\circ$$

ב. כדי למצוא את שטח המשולש AFE ניעזר בנוחה לחישוב שטח משולש ללא גובה (אפשר גם בנוסחה הרגילה אבל היא דורשת הרבה יותר חישובים).

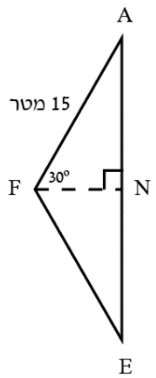
$$\mathbf{S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha}$$

$\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 15 \cdot \sin 120^\circ = 97.43$ מ״ר

ג. נוריד גובה לבסיס במשולש שווה השוקים AFE ונסמנו ב- FN.

נמצא את AN במשולש ישר הזווית AFN, כאשר $\sphericalangle AFN = \frac{120}{2} = 60^\circ$, $AF = 15$.

ה״שלישיה״ מורכבת מיתר ויש למצוא את הניצב שמול הזווית, ולכן נבחר בפונקציית הסינוס.



$$\sin 60^\circ = \frac{AN}{15}$$

$$15 \cdot \sin 60^\circ = AN$$

$$AN = 12.99$$

אורך הבסיס הוא 25.98 מטר $= 12.99 \cdot 2 = AE$.

לאחר עיגול לשלם נקבל 26 מטר.

ד. היקף הבריכה המלבנית הוא: 82 מטר $= 26 \cdot 2 + 15 \cdot 2$.

ה. סכום שטחי שתי הבריכות הוא המשולשות (על פי סעיף ב) הוא 194.86 מ״ר $= 97.43 \cdot 2$.

שטח הבריכה המלבנית הוא 389.7 מ״ר $= 15 \cdot 25.98$

היחס בין סכום שטחי שתי הבריכות המשולשות לשטח הבריכה המלבנית הוא:

$\frac{194.86}{389.7} = \frac{1}{2}$.

היחס הוא $1:2$.