הוצאת ספרים יואל גבע

עבודת קיץ לתלמידים

העולים לכיתה יא' –

5 יחידות

קובץ זה כולל שאלות המסכמות את החומר שנלמד במתמטיקה בכיתה י.

כדי לעזור לתלמידים והתלמידות להכין את עצמם באופן מיטבי ללימודי המתמטיקה
בהמשך תיכון, הדגשנו את הכלים החשובים לרמת 5 יחידות בכיתה י',
על פי תכנית הלימודים החדשה.

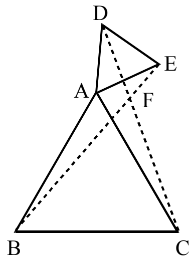
הנושאים שנכללים בקובץ:
גאומטריה, טריגונומטריה, חשבון דיפרנציאלי של פולינומים (כולל בעיות קיצון),
פונקציות רציונליות, פונקציות עם שורשים ריבועיים.

ברצוננו להודות מקרב לב לעפר ילין על היוזמה, הייעוץ הפדגוגי לשאלות,
על בדיקת השאלות, על ההערות וההארות המצוינות
ועל תמיכה בלתי מסויגת.

יואל גבע אריק דז'לדטי

גאומטריה

בעיות עם משולשים ומרובעים (כולל פרופורציה ודמיון)



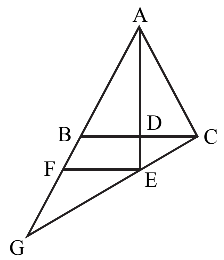
1. המשולשים ABC ו- ADE הם משולשים שווי-צלעות. הקטעים BE ו- CD נחתכים בנקודה F.

א. הוכח: $BE = CD$.

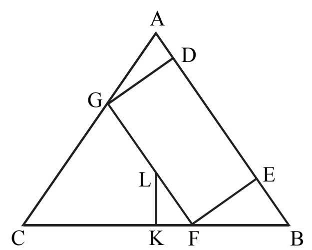
ב. הוכח: $\measuredangle ACD = \measuredangle ABE$.

ג. חשב את הזווית BFC.

תשובה: ג. 60°.



2. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של משולש שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$.
G היא נקודה על המשך הצלע AB.
הקטע FE מקביל ל- BC.
נתון: $\frac{AG}{AC} = \frac{GF}{BF}$. הוכח: $AE \perp BC$.

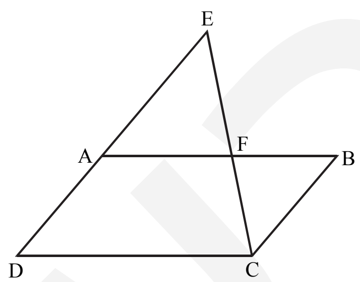


3. במשולש שווה-שוקיים ABC $(AC = AB)$ חסום מלבן $GFED$ (ראה ציור).
נקודה L, הנמצאת על צלע המלבן GF,
היא מפגש התיכונים במשולש ABC.
דרך הנקודה L העבירו אנך לצלע BC,
החותך את BC בנקודה K.

א. הוכח: $\Delta KAB \sim \Delta KLF \sim EFB$.

ב. נתון: $BC =$ 18 ס״מ, $AB =$ 15 ס״מ.
חשב את אורכי הקטעים KF ו- EF.

תשובה: ב. 3 ס״מ, 4.8 ס״מ.

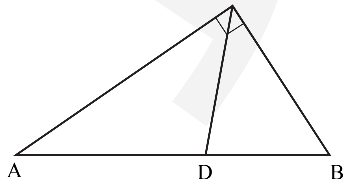


4. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית (ראה ציור).

א. הוכח: $\frac{AD}{AE} = \frac{BF}{FA}$.

ב. (1) הוכח: $\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta AEF}} = \frac{AD}{AE}$

(2) היעזר בסעיף א׳ ובתת סעיף ב׳ (1),
והוכח: $S_{\Delta ADF} = S_{\Delta BEF}$.



5. במשולש ישר-זווית ACB $(\measuredangle ACB = 90^\circ)$
CD חוצה-זווית ACB (ראה ציור).

א. (1) הוכח: $DB \cdot AC = BC \cdot AB - BC \cdot DB$.

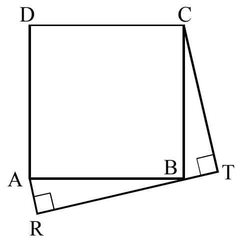
(2) נתון: $BC =$ 21 מ״מ, $AC =$ 28 מ״מ.
חשב את האורך של הקטע DB.

ב. מקדקוד C מורידים אנך ליתר AB.
האנך חותך את היתר בנקודה N. הוכח כי $\frac{BC}{AB} = \frac{CN}{AC}$.

ג. חשב את האורך של הקטע DN.

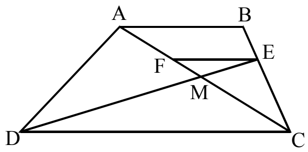
תשובה: א. (2) 15 מ״מ. ג. 2.4 מ״מ.

6. נתון ריבוע $ABCD$.
דרך הקדקוד B העבירו ישר TR.
AR ו- CT מאונכים לישר זה (ראה ציור).
א. הוכח כי $AR+CT=TR$.
ב. הבע את שטח המרובע $ACTR$ באמצעות TR.



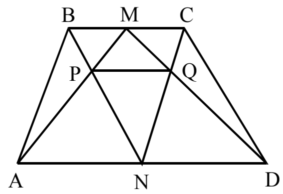
תשובה: ב. $\frac{1}{2}(TR)^2$.

7. בטרפז $ABCD$ $(AB \parallel DC)$ מתקיים $DC=2AB$.
הנקודה E נמצאת על השוק BC כך ש- $BC=3BE$.
הנקודה F נמצאת על האלכסון AC
כך ש- $FE \parallel DC$. האלכסון AC והקטע DE
נחתכים בנקודה M.
א. חשב את היחסים: (1) $\frac{FE}{AB}$. (2) $\frac{FE}{DC}$.
ב. הוכח: $MC=3FM$.
ג. חשב את היחס $\frac{AM}{MC}$.



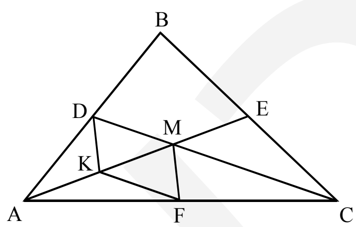
תשובה: א. (1) $\frac{2}{3}$. (2) $\frac{1}{3}$. ג. $\frac{AM}{MC}=1$.

8. בטרפז $ABCD$ $(BC \parallel AD)$ הנקודות M ו- N
הם אמצעי הבסיסים, הקטעים CN ו- DM
נחתכים בנקודה Q, הקטעים AM ו- BN
נחתכים בנקודה P (ראה ציור).
א. הוכח: $PQ \parallel AD$.
ב. נתון גם: $BC=a$, $AD=2a$.
הבע באמצעות a את אורך הקטע PQ.

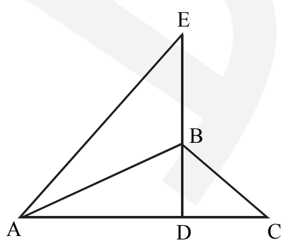


תשובה: ב. $\frac{2}{3}a$.

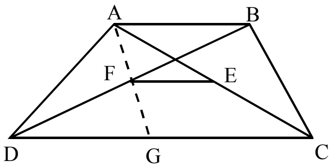
9. התיכונים AE ו- CD במשולש ABC נפגשים
בנקודה M. נקודה K היא אמצע הקטע AM.
F היא נקודה על הצלע AC
כך ש- $KF \parallel DC$ (ראה ציור).
הוכח: המרובע $KDMF$
הוא מקבילית.



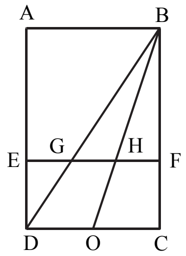
10. במשולש ABC, הגובה לצלע AC הוא BD.
נקודה E נמצאת על המשך הגובה BD,
כך ש- AB חוצה את הזווית EAC (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle BCA = 2 \cdot \sphericalangle BAC$.
א. הוכח: $BC \cdot ED = BD \cdot EA$.
ב. היעזר בנתונים ובסעיף א',
והוכח: $BC \cdot ED = AD \cdot BE$.



11. בטרפז ABCD $(AB \parallel DC)$ הנקודות E ו- F הן אמצעי האלכסונים AC ו- BD, בהתאמה.
המשך הקטע AF חותך את DC בנקודה G.
א. הוכח: $FE \parallel DC$.
ב. הוכח: $S_{ADG} = S_{ABD}$.

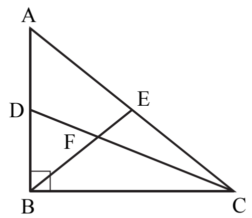


12. הנקודה O היא אמצע הצלע DC של מלבן ABCD.
EF מקביל ל- DC וחותך את BD ואת BO בנקודות G ו- H (ראה ציור).
א. הוכח: $GH = HF$.
ב. נתון גם: $EG = GH$. מצא את היחס $\frac{FC}{BF}$.



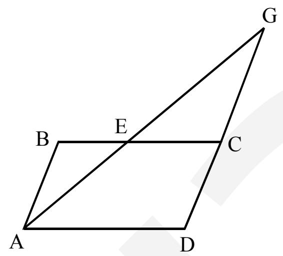
תשובה: ב. $\frac{1}{2}$.

13. משולש ABC הוא משולש ישר-זווית ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$). BE הוא תיכון לצלע AC,
ו- CD הוא תיכון לצלע AB.
התיכונים BE ו- CD נחתכים בנקודה F.
א. חשב את היחס בין היקף המשולש BFC להיקף המשולש EFD.
ב. נתון גם כי הנקודה M היא אמצע הקטע FC, והנקודה N היא אמצע הקטע FB.
הוכח כי המרובע DEMN הוא מקבילית.



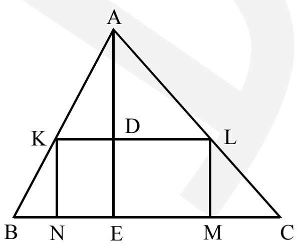
תשובה: א. 2.

14. במקבילית ABCD נקודה E נמצאת על הצלע BC, כך ש- $\frac{a}{b} = \frac{BE}{CE}$. המשך הקטע AE חותך את המשך הצלע DC
בנקודה G. נתון כי שטח המשולש CEG הוא S. הבע באמצעות a, b ו- S:
א. את שטח המשולש ABE.
ב. חשב את שטח המשולש ADG.
ג. את שטח המקבילית ABCD.



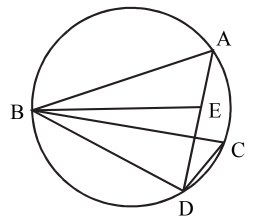
תשובה: א. $\frac{a^2S}{b^2}$. ב. $\frac{(a+b)^2S}{b^2}$. ג. $\frac{2a(a+b)S}{b^2}$.

15. במשולש ABC חסום מלבן KLMN.
הגובה AE לצלע BC חותך את צלע המלבן KL בנקודה D.
נתון: $BC = 6$ ס"מ, $KL = 2KN$, $AE = h$.
הבע באמצעות h:
א. את אורך הקטע AD.
ב. את יחס השטחים: $\frac{S_{AKD}}{S_{KBN}}$.

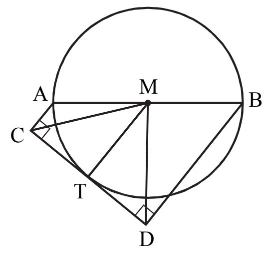


תשובה: א. $\frac{h^2}{h+3}$. ב. $\frac{h^2}{9}$.

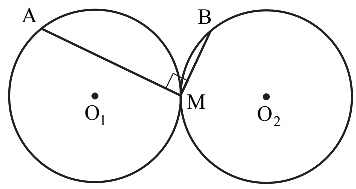
שאלות עם מעגל (כולל פרופורציה ודמיון)



16. A , B , C ו- D הן נקודות על מעגל,
כמתואר בציור. E היא נקודה על AD ,
כך ש- $AE = DC$. נתון: $AB = BC$.
א. הוכח: $\Delta ABE \cong \Delta CBD$.
ב. המשך הקטע BE חותך את המעגל
בנקודה M . הוכח: $AM = DC$.

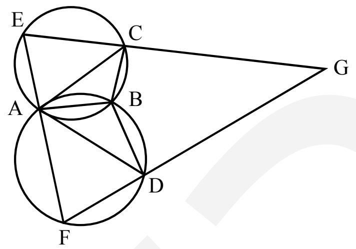


17. AB הוא קוטר במעגל שמרכזו M .
הישר CD משיק למעגל בנקודה T .
נתון: $AC \perp CD$, $BD \perp CD$.
א. הוכח: $TM = \frac{AC+BD}{2}$.
ב. הוכח: $MC = MD$.

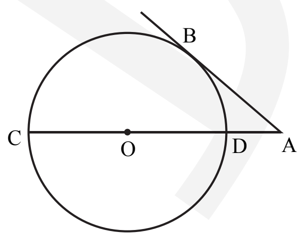


18. שני מעגלים, שיש להם אותו רדיוס R , משיקים זה לזה בנקודה M .
מעבירים מיתר MB במעגל שמרכזו O_2 ,
ומיתר MA במעגל שמרכזו O_1
כך ש- $\sphericalangle AMB = 90^\circ$ (ראה ציור).
א. (1) נמק מדוע $\sphericalangle O_1MO_2 = 180^\circ$.
(2) הוכח כי $AO_1 \parallel BO_2$.
ב. במשולש AMB העבירו תיכון לצלע AB .
הבע באמצעות R את אורך התיכון. נמק.

תשובה: ב. R .



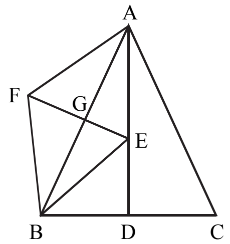
19. שני מעגלים לא שווים חותכים את זה בנקודות A ו- B .
המשיק לאחד המעגלים בנקודה A
חותך את המעגל האחר בנקודה C .
המשיק למעגל האחר בנקודה A
חותך את המעגל האחר בנקודה D .
א. הוכח: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ABD$.
ב. ישר העובר דרך הנקודה A חותך את אחד
המעגלים בנקודה F ואת המעגל האחר – בנקודה E .
הישרים EC ו- FD נפגשים בנקודה G .
הוכח: המשולש EFG הוא שווה-שוקיים.



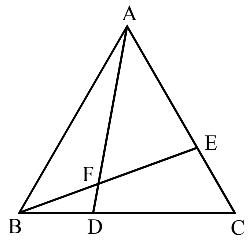
20. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R .
מנקודה A יוצא ישר המשיק למעגל בנקודה B ,
ויוצא ישר החותך את המעגל בנקודות D ו- C .
CD הוא קוטר במעגל. נתון: $AB = \frac{4}{3}R$.
א. הבע את AD באמצעות R . נמק.
ב. מנקודה A יוצא ישר נוסף המשיק
למעגל בנקודה F . הוכח כי $BF \perp AO$.

תשובה: א. $\frac{2R}{3}$.

21. AD הוא גובה לבסיס BC במשולש שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$. E היא נקודה על AD כך שהמרובע $AEBF$ הוא דלתון $(AF = BF \ , \ AE = BE)$.
א. הוכח: הנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.
ב. הוכח: הנקודה G היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABD.

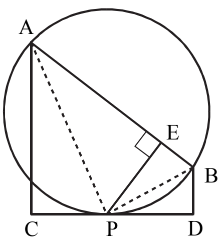


22. המשולש ABC הוא שווה-צלעות. הנקודות D ו- E נמצאות על הצלעות BC ו- AC כך ש- $DC = AE$.
א. הוכח: $\Delta ACD \cong \Delta BAE$.
ב. חשב את הזווית DFE.
ג. הוכח שהמרובע $CDFE$ בר-חסימה במעגל.
ד. הוכח: $\sphericalangle DFC = \sphericalangle DEC$.

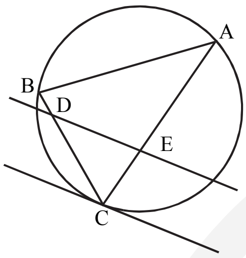


תשובה: ב. 120°.

23. CD משיק למעגל בנקודה P, ו- AB הוא מיתר במעגל זה. BD ו- AC הם אנכים למשיק. PE הוא אנך מנקודת ההשקה P למיתר AB.
א. הוכח: $\Delta ACP \sim \Delta PEB$.
ב. הוכח: $\Delta BDP \sim \Delta PEA$.
ג. הוכח: $AC \cdot BD = PE^2$.

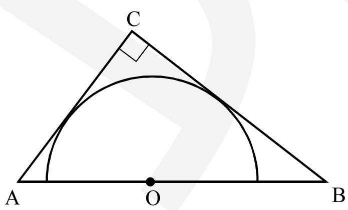


24. המשולש ABC חסום במעגל. E היא נקודה על צלע AC. דרך הנקודה E העבירו מקביל לישר המשיק למעגל בנקודה C.
א. הוכח: $\Delta DEC \sim \Delta ABC$.
ב. נתון: $BD = 2$ ס"מ, $DC = 6$ ס"מ, $AE = 2EC$,
שטח המשולש ABC הוא S.
הבע באמצעות S את שטח המשולש DEC.



תשובה: $\frac{1}{4}S$.

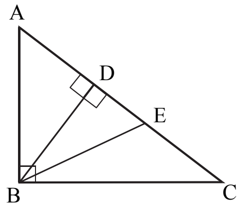
25. במשולש ישר זווית ACB $(\sphericalangle ACB = 90^\circ)$ חסום חצי מעגל שמרכזו O. קוטר המעגל מונח על היתר של המשולש.
א. הוכח כי הקטע CO, המחבר את מרכז המעגל עם נקודת המוצא C של שני משיקים למעגל (CA ו- CB), חוצה את הזווית שבין שני המשיקים.
ב. נתון: $AO = 6$ ס"מ, $BO = 8$ ס"מ.
(1) היעזר בסעיף א' וחשב את היחס $\frac{AC}{BC}$.
(2) חשב את אורכי הניצבים AC ו- BC.



תשובה: ב. (1) $\frac{3}{4}$. (2) 8.4 ס"מ, 11.2 ס"מ.

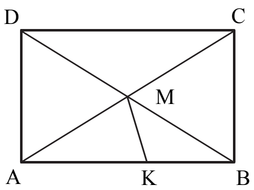
טריגונומטריה במישור (5 יחידות)

הערה:
השאלות כוללות שימוש בפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס במשולש ישר-זווית, ושימוש במשפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים, כולל סימון נעלמים, הבעה על ידי פרמטרים ושטח משולש.



1. במשולש ישר-זווית ABC נתון: $AB = 6$ ס"מ, $\sphericalangle ABC = 90^\circ$, $\sphericalangle BAC = \alpha$. BD הוא גובה ליתר. BE הוא חוצה-זווית של $\sphericalangle DBC$.
הבע את אורך הקטע EC באמצעות α.

תשובה: $6\sin\alpha(\tan\alpha - \tan\frac{\alpha}{2})$.



2. במלבן ABCD נתון: $AB = 8.4$ ס"מ, $AC = 10$ ס"מ, $AM = AK$.
א. חשב את גודל הזווית BAC.
ב. חשב את אורך הקטע MK.

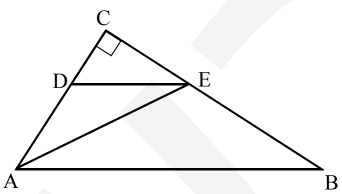
תשובה: א. 32.86°. ב. 2.828 ס"מ.

3. נתון משולש ששטחו 35 סמ"ר. אורכי שתיים מצלעותיו הם 10 ס"מ ו- 8 ס"מ.
חשב את אורך הצלע השלישית של המשולש.
רשום את שתי האפשרויות.

תשובה: 9.303 ס"מ או 15.54 ס"מ.

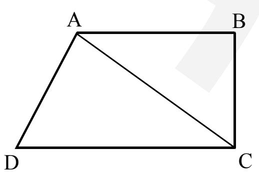
4. היקפו של משולש ABC הוא 40 ס"מ. הצלע BC גדולה ב- 6 ס"מ מהצלע AB.
נתון: $\sphericalangle ABC = 60^\circ$. חשב את אורכי צלעותיו של המשולש.

תשובה: 16 ס"מ, 10 ס"מ, 14 ס"מ.



5. במשולש ישר-זווית ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$) העבירו מקביל ליתר, החותך את הניצבים בנקודות D ו- E.
נתון: $DE = m$, $\sphericalangle ABE = \alpha$, $\sphericalangle DAE = \alpha$.
הבע באמצעות m ו- α
את אורכי הקטעים AB ו- BE.

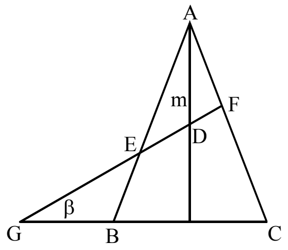
תשובה: $\frac{m\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$, $\frac{m\cos\alpha\sin 2\alpha}{\sin^2\alpha}$.



6. ABCD הוא טרפז ישר-זווית ($AB \parallel CD$, $BC \perp DC$).
נתון: $\sphericalangle ACD = \alpha$, $AC = CD$.
א. הבע באמצעות α את היחס בין שטח המשולש ACD לשטח המשולש ABC.
ב. חשב את היחס הנ"ל כאשר $\alpha = 60^\circ$.

תשובה: א. $\frac{1}{\cos\alpha}$. ב. 2.

.7 במשולש שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$ זווית הראש היא 2α. דרך הנקודה D, הנמצאת על הגובה לבסיס במרחק m מהקדקוד A העבירו ישר היוצר זווית β עם הישר BC. ישר זה חותך את שוקי המשולש בנקודות E ו- F. הבע את שטח המשולש AEF באמצעות m, α ו- β.



תשובה: $\dfrac{m^2 \sin 2\alpha \cos^2\beta}{2\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}$.

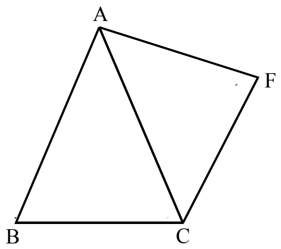
.8 במשולש שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$ בנו על השוק AC משולש שווה-שוקיים AFC כך ש- $AF = CF = BC = a$.

נסמן: $\sphericalangle ABC = \alpha$, $\sphericalangle AFC = \beta$.

א. (1) הבע את האורך של השוק AC באמצעות a ו- α.

(2) הוכח כי $\cos\beta = 1 - \dfrac{1}{8\cos^2\alpha}$.

ב. נתון כי משולש AFC הוא ישר-זווית. מצא את הזוויות במשולש ABC.



תשובה: א. (1) $\dfrac{a\sin\alpha}{\sin 2\alpha} = \dfrac{a}{2\cos\alpha}$. ב. 69.295°, 69.295°, 41.41°.

.9 המשולש ABC הוא שווה-שוקיים $(AB = AC)$. AD הוא גובה לבסיס BC ו- CE הוא גובה לשוק AB. שני הגבהים נחתכים בנקודה O.

נתון: $\sphericalangle ABC = \alpha$ $(\alpha > 45^\circ)$.

א. הבע את היחס $\dfrac{AO}{DO}$ באמצעות α.

ב. הצב $\alpha = 60^\circ$ ביחס של סעיף א', והסבר את התוצאה המתקבלת.

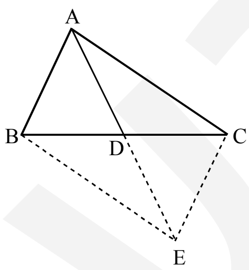
ג. הצב $\alpha = 45^\circ$ ביחס של סעיף א', והסבר את התוצאה המתקבלת.

תשובה: א. $\tan^2\alpha - 1$. ב. $\dfrac{AO}{DO} = 2$, נקודה D היא נקודת מפגש התיכונים. ג. $\dfrac{AO}{DO} = 0$, כלומר $AO = 0$. O ו- A מתלכדות.

.10 AD הוא התיכון לצלע BC במשולש ABC.

נתון: $AC = 12$ ס"מ, $\sphericalangle BAD = 42^\circ$, $\sphericalangle DAC = 36^\circ$. חשב את אורך התיכון AD.

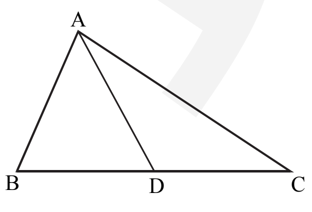
הדרכה: הארך את התיכון AD כאורכו כך שתיווצר מקבילית $ABEC$.



תשובה: 8.771 ס"מ.

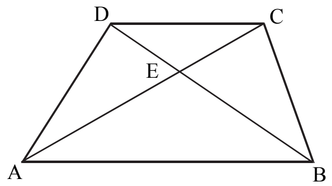
.11 AD הוא התיכון לצלע BC במשולש ABC.

נתון: $AC = 7$ ס"מ, $BC = 8$ ס"מ, $AB = AD$. חשב את הזווית C ואת אורך הצלע AB.



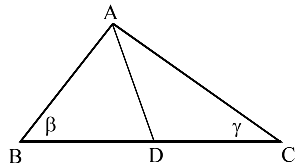
תשובה: 31°, 4.123 ס"מ.

.12 בטרפז ABCD $(AB \parallel DC)$ E היא נקודת החיתוך של האלכסונים.
נתון: $DC = BC$, $BE = k$, $\sphericalangle AEB = \alpha$,
$\sphericalangle CBD = \beta$ (ראה ציור).
הבע באמצעות k , α ו- β
את אורך בסיסי הטרפז DC ו- AB

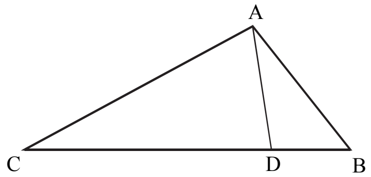


תשובה: $\frac{k\sin\alpha}{\sin(\alpha-\beta)}$, $\frac{k\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$.

.13 AD הוא חוצה-הזווית של $\sphericalangle BAC$ במשולש ABC .
נתון: $\sphericalangle B = \beta$, $\sphericalangle C = \gamma$.
א. הוכח: $\frac{BD}{DC} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$.
ב. הוכח: $\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$.
ג. הוכח: אם $S_{ABD} = S_{ADC}$, אז $AD \perp BC$.

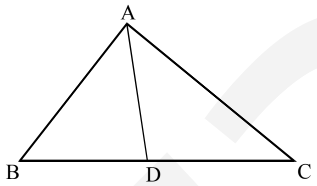


.14 D היא נקודה על הצלע CB במשולש ABC .
נתון: $\sphericalangle CAD = \alpha$, $\sphericalangle DAB = 20^\circ$,
$AC = 7$ ס"מ , $AB = 5$ ס"מ .
א. הבע באמצעות α את היחס
שבין שטח המשולש ADC
לשטח המשולש ADB .
ב. מצא את α כאשר שטחי המשולשים שווים.
ג. בעבור איזה ערך של α יחס השטחים הנ"ל הוא הגדול ביותר?



תשובה: א. $\frac{7\sin\alpha}{5\sin 20^\circ}$. ב. 14.14° . ג. 90° .

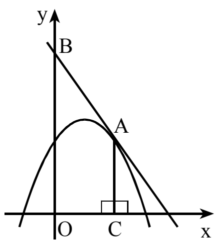
.15 AD הוא חוצה-זווית A במשולש ABC
(ראה ציור). נתון: $\sphericalangle BAC = 50^\circ$,
$BD = 4$ ס"מ , $DC = 5$ ס"מ .
א. מצא את היחס בין הצלע AC לצלע AB .
ב. מצא את אורך הצלע AB .



תשובה: א. $5:4$. ב. 9.207 ס"מ.

חשבון דיפרנציאלי – פולינומים (5 יחידות)

.1 לגרף הפונקציה $y=-x^2+2x+3$ מעבירים משיק בנקודה $A(2;3)$. המשיק חותך את ציר ה- y בנקודה B. מנקודה A מורידים אנך AC לציר ה- x. חשב את שטח הטרפז $ABOC$ (O - ראשית הצירים).



.2 הישר $y=2x+4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)=x^2+8x+c$.
מצא את ערכו של c.

.3 הנקודות A ו- B נמצאות על גרף הפונקציה $y=x^3-7x+1$,
כך ששיעור ה- x בנקודה A גדול ב- 4 משיעור ה- x בנקודה B.
ידוע כי המשיקים לפונקציה בנקודות A ו- B מקבילים זה לזה.
מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

.4 נתונה הפונקציה $f(x)=-\frac{x^2}{4}+x$.
א. מצאו: (1) תחום ההגדרה. (2) נקודות קיצון.
(3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך על הצירים. .
ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x)=f(x)+1$.
שרטטו סקיצה של הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.
ד. קבעו נכון או לא נכון:
(1) הזזה אנכית אינה משנה את תחומי העלייה והירידה.
(2) הזזה אנכית אינה משנה את תחומי החיוביות והשליליות.
ה. הפונקציה $h(x)$ מקיימת $h(x)=f(x)+c$.
לפונקציה $h(x)$ יש מקסימום בנקודה שבה שיעור ה- y הוא -1. מצאו את הערך של c.
ו. מצאו את הערך של k, אם נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)=k\cdot f(x)$ היא $(2;4)$ מקסימום.

.5 נתונה הפונקציה $f(x)=x^4-18x^2+32$.
א. הוכיחו שהפונקציה היא **פונקציה זוגית.**
ב. מצאו: (1) נקודות קיצון. (2) תחומי עלייה וירידה. (3) נקודות חיתוך על הצירים.
ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ד. מהם תחומי החיוביות של הפונקציה $f(x)$?
ה. היעזרו בסעיפים קודמים, ופתרו את אי השוויון $x^4-18x^2+32<0$.
ו. פתרו את אי השוויון $\frac{1}{2}x^4>9x^2-16$.
ז. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x)=f(x)+k$. מצאו לאיזה ערך של k:
(1) גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לציר ה- x.
(2) גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לישר שמשוואתו $y=7$.

.6 לפונקציה $f(x)=-\frac{x^3}{3}-x^2+mx+10$ יש נקודת קיצון ב- $x=1$.
א. מצא את m.
ב. מצא את נקודות המקסימום והמינימום של הפונקציה, ושרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ג. מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x)-13=0$.

7. נתונה הפונקציה $y=-x^3+3ax$, $a>0$.

א. מצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודות חיתוך עם הצירים (במידת הצורך, הבע תשובותיך באמצעות a).

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. לאילו ערכים של k חותך הישר $y=k$ את גרף הפונקציה (הבע באמצעות a):

(1) בנקודה אחת. (2) בשתי נקודות. (3) בשלוש נקודות.

8. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^4}{4}-2x^2$.

א. מצאו: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון.
(3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x-1)$.

(1) בכמה יחידות ולאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה $f(x)$, כדי לקבל את גרף הפונקציה $g(x)$?

(2) מצאו (ללא חישובים) את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

(3) שרטטו (ללא חישובים נוספים) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. הפונקציה $h(x)$ מקיימת $h(x)=\frac{(x+3)^4}{4}-2(x+3)^2$.

(1) בכמה יחידות ולאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה $f(x)$, כדי לקבל את גרף הפונקציה $h(x)$?

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$.

ה. מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בשתי נקודות שונות.

9. נתונה הפונקציה $f(x)=-\frac{1}{2}x^3+6x$.

א. מצאו: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון.
(3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. הראו שהפונקציה היא פונקציה **אי זוגית**.

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x)=2\cdot f(x)$.

(1) כתבו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

(2) שרטטו סקיצה של הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של הפונקציה $g(x)$ **באותה מערכת צירים**.

ה. הפונקציה $h(x)$ מקיימת $h(x)=\frac{1}{2}\cdot f(x)$.

(1) כתבו את נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$.

(2) שרטטו סקיצה של הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של הפונקציה $h(x)$ **באותה מערכת צירים**.

ו. הפונקציה $k(x)$ מקיימת $k(x)=\frac{1}{2}\cdot f(x)+3$.
הוסיפו למערכת הצירים שבסעיף ה(2) סקיצה של הפונקציה $k(x)$.

10. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{6}x^3-x^2$.

א. מצאו: (1) נקודות חיתוך עם הצירים. (2) נקודות מינימום מקסימום.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $|f(x)|$.

ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x)=f(x)-4$.

ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x)=|f(x)|-4$.

ו. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$ המקיימת $h(x)=|f(x)-4|$.

11. נתונה הפונקציה $f(x)=2x^3-6x$.
א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוג הקיצון.
ב. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)=f(x-3)+2$.
ג. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $m(x)=4\cdot f(x)-5$.
ד. מצאו את הפרמטר a , אם נקודת המינימום של הפונקציה $p(x)=f(x+a)+5$ היא $(3;1)$.

12. נתונה הפונקציה $f(x)=10\frac{2}{3}x^3-2a^2x+a^2$, $a>0$.
א. הבע באמצעות a את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
ב. (1) הבע באמצעות a את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
(2) באיזה רביע נמצאת נקודת המקסימום של הפונקציה? נמק.
ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה, כאשר למשוואה $f(x)=0$ יש :
(1) פתרון אחד. (2) שני פתרונות. (3) שלושה פתרונות.
ד. היעזר בסעיפים הקודמים ומצא עבור אילו ערכי a למשוואה $f(x)=0$
יש : (1) שני פתרונות. (2) פתרון אחד. (3) שלושה פתרונות.

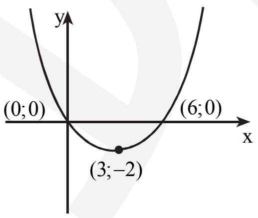
13. לגרף הפונקציה $y=(3x-2)^5$ מעבירים שני משיקים ששיפועיהם 15 .
מצא את משוואות המשיקים.

14. מצא עבור הפונקציה $y=(x^2-6x)^3$:
א. נקודות מינימום ומקסימום. ב. תחומי עלייה וירידה.
ג. נקודות חיתוך עם הצירים. ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

15. לגרף הפונקציה $y=(x-2)^3(6-x)^4$ מעבירים משיק בנקודה $x=4$.
א. חשב את שיפוע המשיק. ב. מצא את משוואת המשיק.

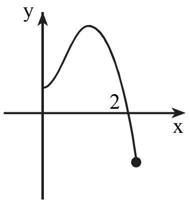
16. נתונה הפונקציה $f(x)=(x-1)(2x-8)^2$.
א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
ב. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה.
ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
ו. עבור אילו ערכים של k , הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה **לפחות** בשתי נקודות?
ז. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)=-2\cdot f(x)$, ומהו סוג הקיצון?
ח. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)=f(x-2)$?

17. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.
הגרף חותך את ציר ה- x בנקודות $(6;0)$ ו- $(0;0)$.
לפונקציה נקודת קיצון אחת והיא $(3;-2)$ מינימום.
הפונקציה $g(x)$ מקיימת : $g(x)=[f(x)]^3$.

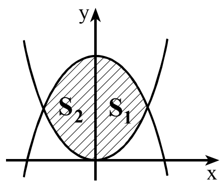


א. מצאו את שיעורי הנקודות שבהן $g'(x)=0$,
וקבעו עבור כל אחת מהן האם היא מינימום
או מקסימום או שאינה נקודת קיצון.
ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
ד. הפונקציה $h(x)$ מקיימת : $h(x)=[f(x)]^4$. מצאו את שיעורי הנקודות שבהן $h'(x)=0$,
וקבעו עבור כל אחת מהן האם היא מינימום או מקסימום או שאינה נקודת קיצון.
ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

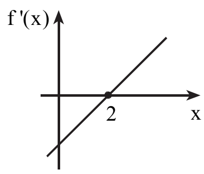
18. נתונה פונקציה $f(x)$ שתחום ההגדרה שלה הוא $-3 \le x \le 3$.
לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0 \le x \le 3$.
א. יואב טוען כי על פי הגרף הנתון, לא ייתכן שהפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי- זוגית. האם יואב צודק? נמקו.
ב. הניחו כי נתון ש- $f(x)$ היא פונקציה זוגית בתחום $-3 \le x \le 3$.
(1) העתיקו את השרטוט למחברתכם, והשלימו את הגרף של $f(x)$ לכל התחום $-3 \le x \le 3$.
(2) הסבירו מדוע השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה וציר ה- x ברביע הראשון, שווה לשטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה וציר ה- x ברביע השני.



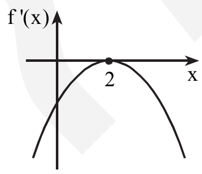
19. לפניכם גרפים של הפונקציות $f(x) = x^2$, $g(x) = 18 - x^2$.
א. הוכיחו ששתי הפונקציות הן פונקציות זוגיות.
ב. האם השטח (S_1), המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ברביע הראשון, שווה לשטח (S_2), המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ברביע השני? נמקו.



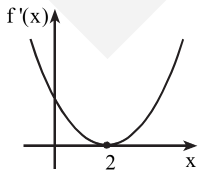
20. לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת קיצון אחת והיא נקודת מקסימום ב- $x = 2$.
א. מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x < 2$?
ב. איזה מן הגרפים הבאים (1, 2, 3, 4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$? נמק את בחירתך.



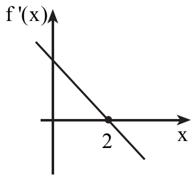
גרף 4



גרף 3

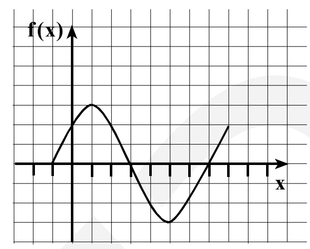


גרף 2

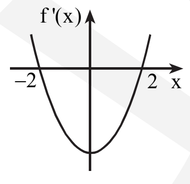


גרף 1

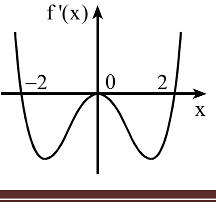
21. לפניך גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-1 \le x \le 8$. נתון: $f'(-1) = 4$.
א. שרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-1 \le x \le 8$.
ב. נתון: $f'(0) = f(0)$.
מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $x = 0$.



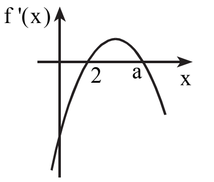
22. בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.
א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
ג. נתון גם: $f(0) = 0$. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



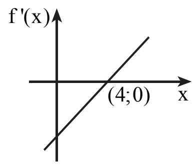
23. בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.
א. מצא את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.
ב. נתון: $f(0) = 0$.
שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



24. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{7x^2}{2}+bx+1$.
בשרטוט מתואר חלק מגרף הנגזרת $f'(x)$.
היעזרו בנתונים שעל השרטוט :
א. מצאו את הפרמטרים b ו- a .
ב. נסמן : $g(x)=f(x)+k$. האם הגרף של $g'(x)$ זהה לגרף של $f'(x)$? נמקו.



25. נתונה פונקציה $f(x)$. לפניכם הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
$f'(x)$ היא פונקציה קווית, ויש פתרון אחד בלבד למשוואה $f(x)=2$.
א. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
ב. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$,
המקיימת $g(x)=1-f(x+1)$, וקבעו את סוג הקיצון.
ג. מהם תחומי השליליות של הפונקציה $h(x)$ המקיימת $h(x)=f'(x-2)$?

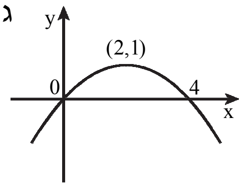


26. א. נתונה הפונקציה $f(x)=-x^3-3x^2-8x-24$.
(1) הוכח שהפונקציה $f(x)$ יורדת לכל ערך של x .
(2) חשב את $f(-3)$.
(3) על-פי הסעיפים **(1)** ו-**(2)**, מצא עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ שלילית, ועבור אילו ערכי x היא חיובית.
ב. נתונה הפונקציה $g(x)=-\frac{x^4}{4}-x^3-4x^2-24x-7$.
(1) מצא בעזרת סעיף א׳ את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע אם היא מינימום או מקסימום.
(2) הסבר מדוע אין לפונקציה $g(x)$ נקודות קיצון נוספות.
ג. מצא עבור אילו ערכים של k למשוואה $g(x)=k$:
(1) יש פתרון יחיד. **(2)** יש שני פתרונות . **(3)** אין אף פתרון.

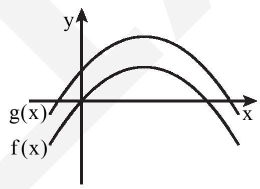
תשובות:
1. 10 . **2.** 13 . **3.** $A(2;-5)$, $B(-2;7)$.

4. א. **(1)** כל x . **(2)** $(2;1)$ מקסימום. **(3)** עלייה : $x<2$, ירידה : $x>2$. **(4)** $(0;0)$, $(4;0)$.

ב.

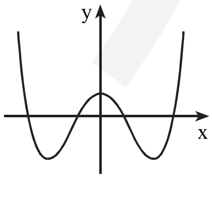


ג.



ד. **(1)** נכון. **(2)** לא נכון. ה. $c=-2$. ו. $k=4$.

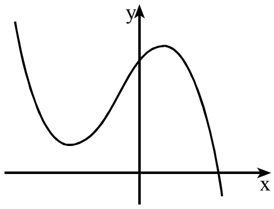
5. ב. **(1)** $(3;-49)$ מינימום, $(0;32)$ מקסימום, $(-3;-49)$ מינימום. ג.
(2) עלייה : $x>3$ או $-3<x<0$, ירידה : $0<x<3$ או $x<-3$.
(3) $(0;32)$, $(4;0)$, $(-4;0)$, $(\sqrt{2};0)$, $(-\sqrt{2};0)$.
ד. $x>4$ או $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$ או $x<-4$.
ה. $\sqrt{2}<x<4$ או $-4<x<-\sqrt{2}$.
ו. $x>4$ או $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$ או $x<-4$.
ז. **(1)** $k=49$ או $k=-32$. **(2)** $k=56$ או $k=-25$.



6. א. 3.

ב. $(1;11\frac{2}{3})$ מקסימום, $(-3;1)$ מינימום.

ג. פתרון אחד.



7. א. תחום הגדרה: כל x. נקודות קיצון: $(\sqrt{a};2a\sqrt{a})$ מקסימום,

$(-\sqrt{a};-2a\sqrt{a})$ מינימום.

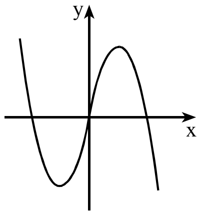
תחומי עלייה: $-\sqrt{a}<x<\sqrt{a}$,

תחומי ירידה: $x>\sqrt{a}$ או $x<-\sqrt{a}$.

נקודות חיתוך: $(0;0)$, $(\sqrt{3a};0)$, $(-\sqrt{3a};0)$.

ג. **(1)** $k>2a\sqrt{a}$ או $k<-2a\sqrt{a}$. **(2)** $k=2a\sqrt{a}$

או $k=-2a\sqrt{a}$. **(3)** $-2a\sqrt{a}<k<2a\sqrt{a}$.

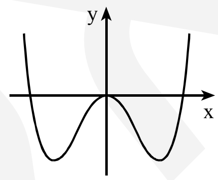


8. א. **(1)** כל x. **(2)** $(0;0)$ מקסימום, $(2;-4)$ מינימום, $(-2;-4)$ מינימום.

(3) עלייה: $x>2$ או $-2<x<0$, ירידה: $x<-2$ או $0<x<2$.

(4) $(0;0)$, $(\sqrt{8};0)$, $(-\sqrt{8};0)$.

ב.



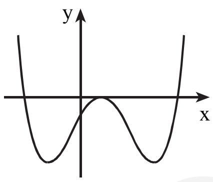
ג. **(1)** יחידה אחת ימינה.

(2) $(1;0)$ מקסימום,

$(3;-4)$ מינימום,

$(-1;-4)$ מינימום.

(3)



ד. **(1)** 3 יחידות שמאלה.

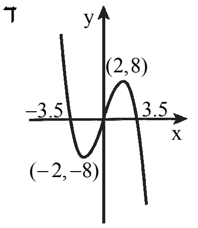
(2) $(-3;0)$ מקסימום, $(-1;-4)$ מינימום, $(-5;-4)$ מינימום.

ה. $y=-4$.

9. א. **(1)** כל x. **(2)** $(2;8)$ מקסימום, $(-2;-8)$ מינימום.

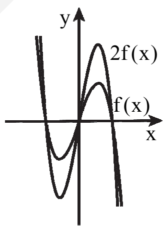
(3) עלייה: $-2<x<2$, ירידה: $x>2$ או $x<-2$. **(4)** $(0;0)$, $(3.464;0)$, $(-3.464.0)$.

ב.

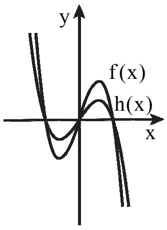


ד. **(1)** $(2;16)$ מקסימום, $(-2;-16)$ מינימום.

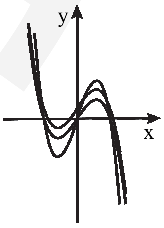
(2)



ה. **(1)** $(2;4)$ מקסימום, $(-2;-4)$ מינימום. **(2)**

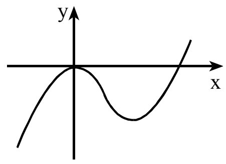


ו.

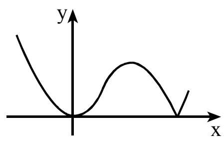


10. א. **(1)** $(0;0)$, $(6;0)$. **(2)** $(0;0)$ מקסימום, $(4;-5\frac{1}{3})$ מינימום.

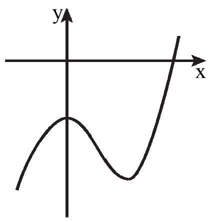
ב.



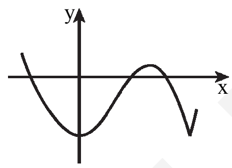
ג.



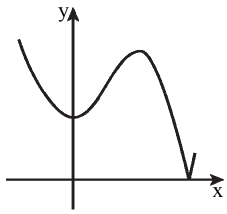
ד.



ה.



ו.



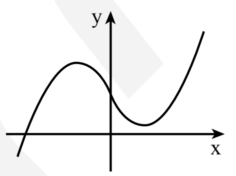
11. א. $(1;-4)$ מינימום, $(-1;4)$ מקסימום. ב. $(4;-2)$ מינימום, $(2;6)$ מקסימום.

ג. $(1;-21)$ מינימום, $(-1;11)$ מקסימום. ד. $a=-2$.

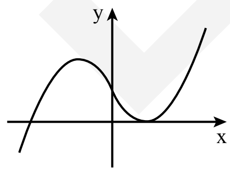
12. א. $(0;a^2)$. ב. **(1)** $\left(0.25a;a^2-\frac{a^3}{3}\right)$ מינימום, $\left(-0.25a;a^2+\frac{a^3}{3}\right)$ מקסימום.

(2) ברביע השני.

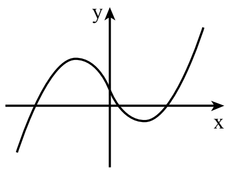
ג. **(1)**



(2)



(3)



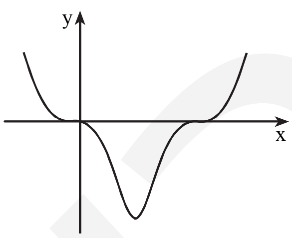
ד. **(1)** $0<a<1.5$. **(2)** $a=1.5$. **(3)** $a>1.5$.

13. $y=15x-14$, $y=15x-6$.

14. א. $(3;-729)$ מינימום.

ב. עלייה: $x>3$,
ירידה: $x<3$.

ג. א. $(0;0)$, $(6;0)$.



15. א. -64 . ב. $y=-64x+384$.

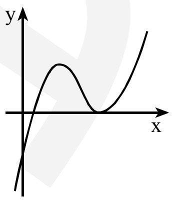
16. א. כל x .

ב. $(0;-64)$, $(1;0)$, $(4;0)$.

ג. $(2;16)$ מקסימום, $(4;0)$ מינימום.

ד. עלייה: $x>4$ או $x<2$, ירידה: $2<x<4$.

ה.

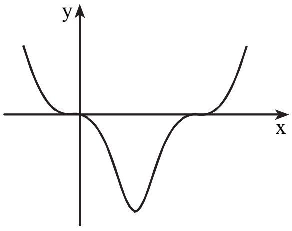


ו. $0\le k\le 16$.

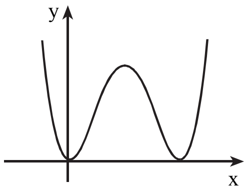
ז. $(2;-32)$ מינימום, $(4;0)$ מקסימום.

ח. עלייה: $x>6$ או $x<4$
ירידה: $4<x<6$.

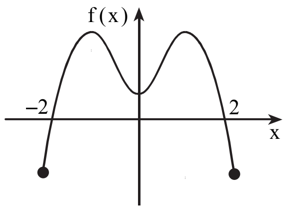
17. א. $(0;0)$ אינה קיצון, $(6;0)$ אינה קיצון, $(3;-8)$ מינימום.
ב. עלייה: $x>3$, ירידה: $x<3$.

ג.


ד. $(0;0)$ מינימום, $(3;16)$ מקסימום, $(6;0)$ מינימום.

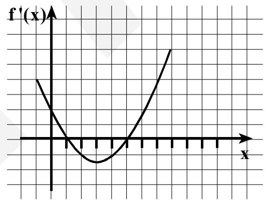
ה.


18. א. כן, יואב צודק. פונקציה אי זוגית, המוגדרת עבור $x=0$, עוברת תמיד דרך ראשית הצירים, והגרף הנתון של $f(x)$ מוגדר עבור $x=0$, אך לא עובר בראשית.

ב. **(1)**


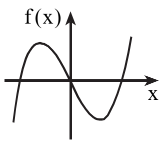
19. ב. כן.

20. א. חיובי. ב. גרף 1.

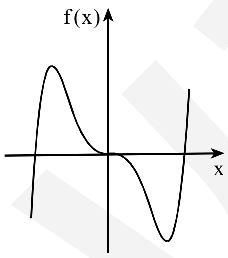
21. א.


ב. $y=2x+2$.

22. א. עלייה: $x>2$ או $x<-2$, ירידה: $-2<x<2$.
ב. $x=-2$ מקסימום, $x=2$ מינימום.

ג.


23. א. עלייה: $x>2$ או $x<-2$. ירידה: $-2<x<2$.

ב.


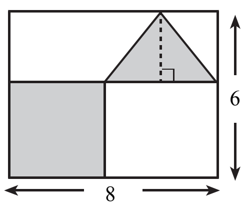
24. א. $b=10$, $a=5$. ב. כן.

25. א. $(4;2)$ מינימום. ב. $(3;-1)$ מקסימום. ג. $x<6$.

26. א. **(2)** $f(-3)=0$. **(3)** חיובית: $x<-3$, שלילית: $x>-3$.
ב. **(1)** $(-3;35.75)$ מקסימום.
ג. **(1)** $k=35.75$. **(2)** $k<35.75$. **(3)** $k>35.75$.

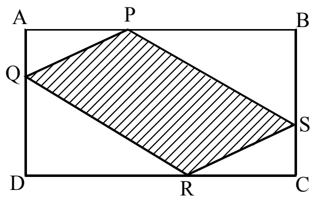
בעיות קיצון (פולינומים)

1. בתוך מלבן שאורכו 8 ס"מ ורוחבו 6 ס"מ
חסומים ריבוע ומשולש אפורים.
מה צריך להיות אורך צלע הריבוע
כדי שהשטח האפור יהיה מינימלי?



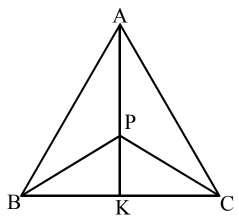
תשובה: $2\frac{1}{3}$ ס"מ.

2. נתון מלבן ABCD שממדיו: $AB = 32$ ס"מ
ו- $AD = 24$ ס"מ. על צלעות המלבן מקצים
קטעים: $AP = CR = 2x$, $CS = AQ = x$.
מצא את שטחה המקסימלי
של המקבילית PQRS .



תשובה: 400 סמ"ר.

3. במשולש שווה-שוקיים ABC אורך הבסיס BC
הוא 4 ס"מ והגובה לבסיס הוא 2 ס"מ.
הגובה חותך את הבסיס בנקודה K .
נקודה P נמצאת על הגובה לבסיס בין A ל- K .
מה צריך להיות אורכו של הקטע PK , כדי
שהסכום $(PA)^2 + (PB)^2 + (PC)^2$ של ריבועי מרחקי
הנקודה P מקדקודי המשולש יהיה מינימלי?

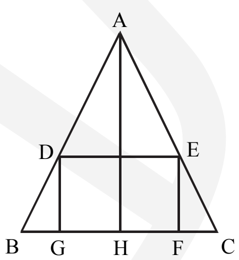


תשובה: $\frac{2}{3}$ ס"מ.

4. חותכים חוט שאורכו 90 ס"מ לשני חלקים. מחלק אחד מכינים משולש שווה-צלעות ומהחלק השני מכינים ריבוע. מצא מה צריך להיות אורך צלע המשולש, כדי שסכום השטחים של הריבוע והמשולש יהיה מינימלי.

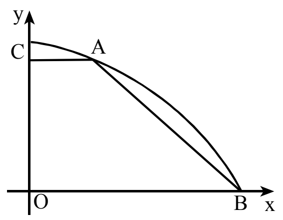
תשובה: 16.95 ס"מ.

5. במשולש שווה-שוקיים שבסיסו 10 ס"מ
ושוקו 13 ס"מ חסום מלבן שאחת מצלעותיו
נמצאת על בסיס המשולש ושניים מקדקודיו
נמצאים על השוקיים.
מה צריך להיות אורך הצלע DE של המלבן,
כדי ששטחו של המלבן יהיה מקסימלי?
הדרכה: יש להיעזר בדמיון משולשים.



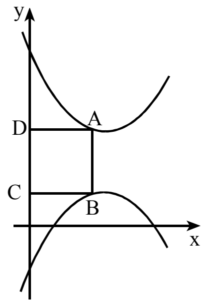
תשובה: 5 ס"מ.

.6 נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $y=-x^2+81$
ברביע הראשון. הקטע AC מקביל לציר ה- x .
מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A ,
כדי ששטח הטרפז ישר-הזווית ABOC
יהיה מקסימלי.



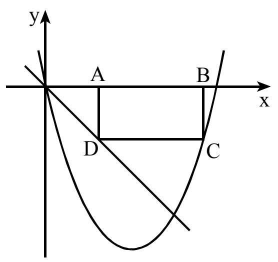
תשובה: $(3;72)$.

.7 נקודה A נמצאת על הפונקציה $y=x^2-3x+9$
ברביע הראשון. נקודה B נמצאת על הפונקציה
$y=-x^2+3x-2$ ברביע הראשון.
הקטע AB מקביל לציר ה- y .
הנקודות C ו- D נמצאות על ציר ה- y
כך ש- ABCD מלבן.
מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A
כדי שהיקף המלבן יהיה מינימלי.



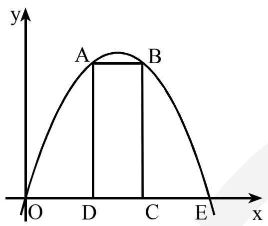
תשובה: $(1.25;6.8125)$.

.8 בין גרף הפונקציה $y=x^2-6x$, הישר $y=-x$
וציר ה- x חסום ברביע הרביעי מלבן ABCD
שצלעו AB מתלכדת עם ציר ה- x (ראה ציור).
מה צריכים להיות שיעורי הנקודה B ,
כפי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?



תשובה: $(5.545;0)$.

.9 הנקודות A ו- B נמצאות על גרף הפרבולה
$y=-2x^2+8x$. מנקודות A ו- B מורידים
אנכים לציר ה- x , כך שנוצר מלבן ABCD .
מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A ,
כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי.
הדרכה: יש להיעזר בסימטריה משני צדי קדקוד הפרבולה.



תשובה: $(1.5;7.5)$.

.10 א. לאילו ערכים של x המשיקים לגרף הפונקציה $y=-x^3+9x^2-24x$
יוצרים זווית חדה עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .
ב. מצא את הזווית החדה הגדולה ביותר שהמשיק לגרף הפונקציה יוצר עם הכיוון החיובי
של ציר ה- x .

תשובה: א. $2<x<4$. ב. 71.57° .

פונקציות רציונליות

1. הישר $x=-1$ הוא אסימפטוטה לפונקציה $y=\frac{ax+16}{x^2-3x-b}$. בנקודה $x=2$ לפונקציה יש נקודת קיצון.
א. מצא את a ואת b .
ב. מצא: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, אסימפטוטות מקבילות לצירים, נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה.
ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ד. דרך כל אחת משתי נקודות הקיצון של הפונקציה מעבירים משיק וישר המאונך למשיק. ארבעת הישרים הנ"ל יוצרים מרובע. חשב את שטח המרובע.

2. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y=\frac{ax^2+bx+1}{x^2-6x+8}$ בנקודה $(5;5\frac{1}{3})$ הוא $-\frac{40}{9}$.
א. מצא את a ואת b .
ב. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.
(4) נקודות חיתוך עם הצירים. (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.
ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ד. (1) מצא את תחומי החיוביות של הפונקציה.
(2) מצא לאילו ערכי x שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה הם חיוביים.

3. הישר $y=2$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה $f(x)=a+\frac{4x-15}{(x-4)^2}$.
א. מצא את הערך של a .
ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ו. הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x)=2f(x)+c$.
נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ היא $(3.5;3)$. מצא את ערך הפרמטר c .

4. נתונה פונקציה $f(x)=\frac{2}{ax^2-x}$.
אחת האסימפטוטות של הפונקציה היא ישר המקביל לציר ה- y (ולא מתלכד איתו).
ישר זה חותך את הישר $y=x+3$ בנקודה ששיעור ה- y שלה הוא 4 .
א. מצא את הערך של הפרמטר a .
ב. מצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודות חיתוך עם הצירים, אסימפטוטות מקבילות לצירים.
ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ד. מצא לאלו ערכים של t יש למשוואה $f(x)=t$:
(1) שני פתרונות. (2) אף פתרון. (3) פתרון אחד.

5. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{32x}{(x^2+3)^2}$.
א. הוכח שהפונקציה מוגדרת לכל ערך של x .
ב. מצא את הנקודות על גרף הפונקציה שבהן $f'(x)=0$, וקבע אם הן מסוג מינימום או מקסימום.
ג. הוכח שפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

6. נתונות משוואות של שלוש פונקציות:

$f(x)=\frac{(x-3)^2}{(x-3)(x+3)}$, $g(x)=\frac{x^2}{(x-3)(x+3)}$, $h(x)=\frac{x(x-3)}{(x-3)^2(x+3)}$

קבעו לאיזו פונקציה יש את התכונה הבאה:
יש לה <u>שני</u> ערכי x שבהם היא לא מוגדרת, ואסימפטוטה אנכית <u>אחת</u>.
נמקו את בחירתכם, והסבירו מדוע הפונקציות האחרות אינן מתאימות.

חקור את הפונקציות הבאות ומצא: א. תחום הגדרה, ב. נקודות קיצון,
ג. תחומי עלייה וירידה, ד. נקודות חיתוך עם הצירים,
ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים, ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

7. $y=\frac{x^2-4x-5}{x^2-1}$

8. $y=\frac{x^2-7x+10}{3x^2-15x}$

9. נתונה הפונקציה $y=\frac{x}{x^2+2x+b^2}$ $(b>1)$.
א. הבע באמצעות b את נקודות הקיצון של הפונקציה.
ב. מצא את b אם ערך הפונקציה בנקודת המקסימום שלה הוא $\frac{1}{8}$.

10. נתונה הפונקציה $y=\frac{(x-a)^2}{x^2+5}$ $(a>0)$.
א. הבע באמצעות a: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים.
(3) אסימפטוטות מקבילות לצירים. (4) נקודות קיצון. (5) תחומי עלייה וירידה.
ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

11. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2}{3-x}$.
א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.
(4) נקודות חיתוך עם הצירים. (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.
ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ג. מצא עבור פונקציית הנגזרת $f'(x)$:
(1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם ציר ה- x.
(3) תחומי חיוביות ושליליות. (4) אסימפטוטות מקבילות לצירים.
(5) שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$. הנח שלגרף הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.

12. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2+8x}{x^2+8}$.
א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה,
(4) נקודות חיתוך עם הצירים, (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.
ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ג. הפונקציה $f(x)$ היא **נגזרת** של פונקציה אחרת $g(x)$,
כלומר $g'(x)=f(x)$. בהנחה שתחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$
זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$:
(1) מצא את שיעורי ה- x של הנקודות שבהן לפונקציה $g(x)$
יש נקודות קיצון וקבע את סוג הקיצון.
(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
(3) הסבר מדוע לפונקציה $g(x)$ אין אסימפטוטה אופקית.

13. הנקודה $(4;-9)$ היא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)=\frac{ax+b}{x^2-9x+18}$.

א. מצא את a ואת b .

ב. מצא: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, אסימפטוטות מקבילות לצירים, נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה.

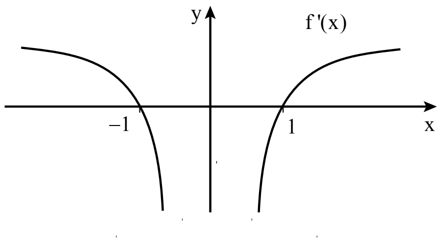
ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x)=f(x)+11$. שרטט בתחום $3<x<6$ את הגרף של $f(x)$ ואת הגרף של $g(x)$ באותה מערכת הצירים.

ה. הפונקציה $h(x)$ מקיימת: $h(x)=\frac{1}{f(x)}$.

מצא את תחומי החיוביות של הפונקציה $h(x)$.

14. בציור שלפניכם מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



האסימפטוטה <u>היחידה</u> של הפונקציה $f(x)$ היא $x=0$.

נתון כי יש פתרון אחד בלבד למשוואה $f(x)=4$

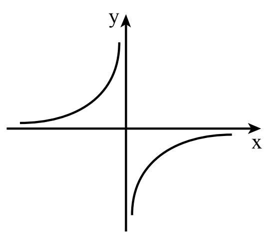
ופתרון אחד בלבד למשוואה $f(x)=-4$.

רק על פי נתוני השאלה:

א. שרטטו סקיצה של הפונקציה $f(x)$.

ב. כמה פתרונות יש למשוואה $|f(x)|=6$?

15. בציור שמשמאל מתואר גרף של פונקציה אי-זוגית $f(x)$.

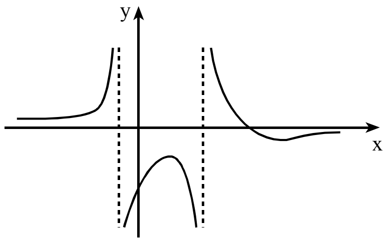


א. הסבירו מדוע פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה זוגית.

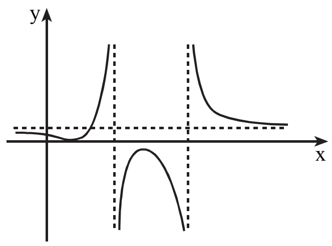
ב. העבירו ישר ℓ_1 המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה $(2;-1)$, והעבירו ישר אחר ℓ_2 , המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחרת, T .
שני המשיקים מקבילים זה לזה. (T היא הנקודה היחידה על גרף הפונקציה $f(x)$ שבה המשיק מקביל ל- ℓ_1).
מצאו את השיעורים של הנקודה T .

ג. מגדירים פונקציות נוספות: $g(x)=|f(x)+k|$, $h(x)=|f(x)|+k$, $k>0$.
קבעו עבור הטענות הבאות האם הן נכונות:
(1) אם $f(x)<0$, אז $h(x)>g(x)$. **(2)** אם $f(x)\geq 0$, אז $h(x)=g(x)$.

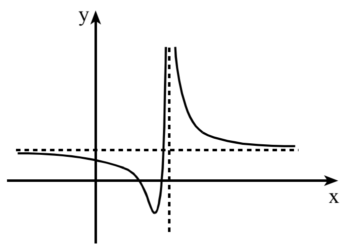
תשובות:



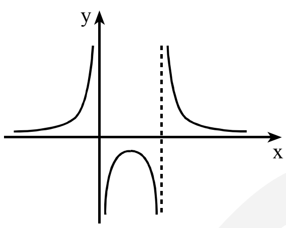
1. א. $a=-2$, $b=4$. ב. תחום הגדרה: $x\neq 4$, $x\neq -1$.
נקודות חיתוך: $(0;-4)$, $(8;0)$.
אסימפטוטות: $x=-1$, $x=4$, $y=0$.
נקודות קיצון: $(2;-2)$ מקסימום,
$(14;-0.08)$ מינימום.
עלייה: $x>14$ או $-1<x<2$ או $x<-1$.
ירידה: $4<x<14$ או $2<x<4$. ד. 23.04 .



2. א. $a=1$, $b=-2$.
ב. **(1)** $x\neq 2$, $x\neq 4$.
(2) $(1;0)$ מינימום, $(2.5;-3)$ מקסימום.
(3) עלייה: $2<x<2.5$ או $1<x<2$.
ירידה: $x>4$ או $2.5<x<4$ או $x<1$.
(4) $(0;\frac{1}{8})$, $(1;0)$. **(5)** $x=2$, $x=4$, $y=1$.
ד. **(1)** $x>4$ או $1<x<2$ או $x<1$.
(2) $2<x<2.5$ או $1<x<2$.



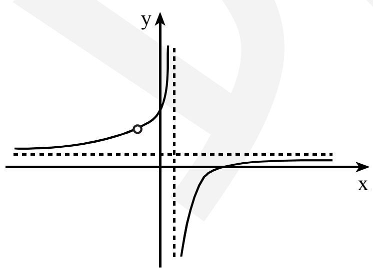
3. א. 2 . ב. $x\neq 4$.
ג. $(3.5;-2)$ מינימום.
ד. $(0;1\frac{1}{16})$, $(3.71;0)$, $(2.29;0)$.
ו. 7 .



4. א. 1 . ב. תחום הגדרה: $x\neq 0$, $x\neq 1$.
נקודות קיצון: $(\frac{1}{2};-8)$ מקסימום.
עלייה: $0<x<\frac{1}{2}$ או $x<0$; ירידה: $x>1$
או $\frac{1}{2}<x<1$. נקודות חיתוך: אין.
אסימפטוטות: $x=0$, $x=1$, $y=0$.
ד. **(1)** $t>0$ או $t<-8$. **(2)** $-8<t\leq 0$. **(3)** $t=-8$.

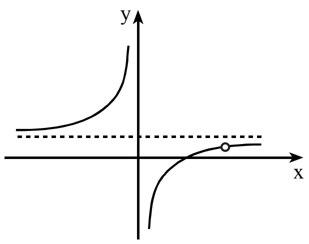
5. ב. $(1;2)$ מקסימום, $(-1;-2)$ מינימום.

6. $f(x)$. **2.** **(1)** לא נכונה. **(2)** לא נכונה. **(3)** לא נכונה.



7. א. $x\neq 1$, $x\neq -1$. ב. אין.
ג. עלייה: $x>1$ או $-1<x<1$ או $x<-1$;
ירידה: אין.
ד. $(5;0)$, $(0;5)$.
ה. $x=1$, $y=1$.

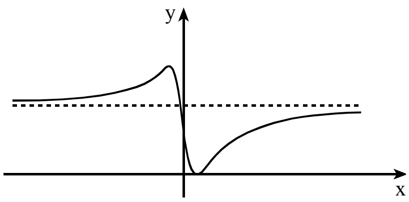
8. א. $x \neq 0$, $x \neq 5$.
ב. אין.
ג. עלייה: $x < 0$ או $0 < x < 5$ או $x > 5$;
ירידה: אין.
ד. $(2;0)$.
ה. $x = 0$, $y = \frac{1}{3}$.



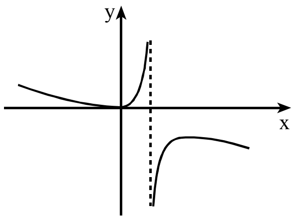
9. א. $(b;\frac{1}{2b+2})$ מקסימום, $(-b;\frac{-1}{2b-2})$ מינימום. ב. 3 .

10. א. (1) כל x .
(2) $(0;\frac{a^2}{5})$, $(a;0)$.
(3) $(a;0)$ מינימום,
$\left(-\frac{5}{a};\frac{a^2+5}{5}\right)$ מקסימום.
(4) עלייה: $x > a$ או $x < -\frac{5}{a}$;
ירידה: $-\frac{5}{a} < x < a$.
(5) $y = 1$.

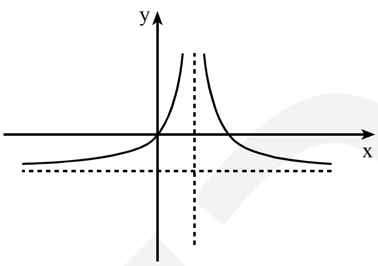
ב.



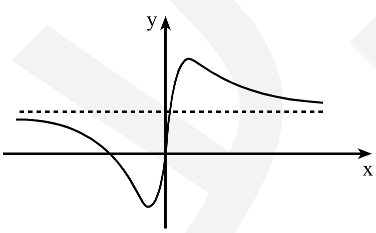
11. א. (1) $x \neq 3$.
(2) $(0;0)$ מינימום, $(6;-12)$ מקסימום.
(3) עלייה: $3 < x < 6$ או $0 < x < 3$;
ירידה: $x > 6$ או $x < 0$.
(4) $(0;0)$. (5) $x = 3$.



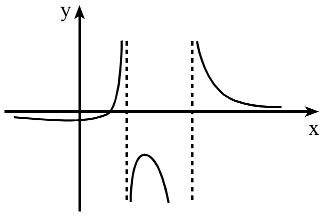
ג. (1) $x \neq 3$.
(2) $(0;0)$, $(6;0)$.
(3) חיוביות: $0 < x < 3$ או $3 < x < 6$;
שליליות: $x > 6$ או $x < 0$.
(4) $x = 3$, $y = -1$.



12. א. (1) כל x . (2) $(4;2)$ מקסימום, $(-2;-1)$ מינימום.
(3) עלייה: $-2 < x < 4$;
ירידה: $x > 4$ או $x < -2$.
(4) $(0;0)$, $(-8;0)$. (5) $y = 1$.
ג. (1) $x = 0$ מינימום, $x = -8$ מקסימום.
(2) עלייה: $x > 0$ או $x < -8$;
ירידה: $-8 < x < 0$.



13. א. $a = 9$, $b = -18$.



ב. תחום הגדרה: $x \neq 3$, $x \neq 6$.

נקודות חיתוך: $(0;-1)$, $(2;0)$.

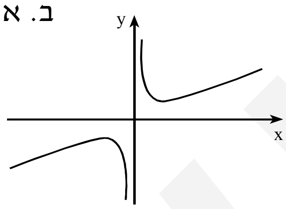
אסימפטוטות: $x = 3$, $x = 6$, $y = 0$.

נקודות קיצון: $(4;-9)$ מקסימום,

$(0;-1)$ מינימום. עלייה: $3 < x < 4$ או $0 < x < 3$.

ירידה: $x > 6$ או $4 < x < 6$ או $x < 0$.

14. א.



ב. ארבעה.

15. ב. $(-2;1)$. ג. **(1)** נכונה. **(2)** נכונה.

פונקציות עם שורשים ריבועיים

הערה: בהתאם לתוכנית הלימודים של כיתה י', חלק זה אינו כולל שילובים של שורש ומנה.

1. נתונה הפונקציה $f(x)=a-\sqrt{x^2+4}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הוכיחו: הפונקציה $f(x)$ היא **פונקציה זוגית.**

ג. מצאו: (1) נקודות חיתוך עם הצירים. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.

ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) שרטטו סקיצה של הפונקציה $g(x)$, המקיימת: $g(x)=|f(x)|$.

(2) כתבו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) כתבו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

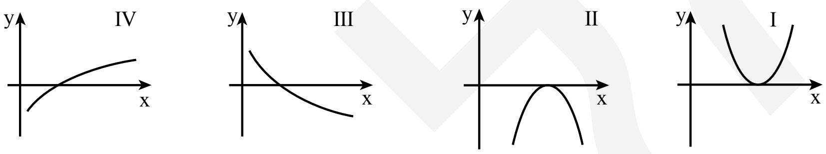
(4) בכמה נקודות חותך הישר $y=2$ את גרף הפונקציה $g(x)$? נמקו.

2. נתונה הפונקציה $f(x)=x\sqrt{4x}-6x$.

א. מצאו: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים. (3) נקודות קיצון.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. איזה גרף מביו הגרפים I , II , III , IV , עשוי לתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $1\le x\le 10$? נמקו.



3. נתונה הפונקציה $f(x)=2\sqrt{x+3}-x$. מצאו עבור פונקציה זו:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. נקודות חיתוך עם הצירים.

ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. הפונקציה $g(x)$ מוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$, ומקיימת $g'(x)=f(x)$.

(1) מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של $g(x)$, וקבעו את סוג הקיצון.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(3) כמה משיקים ששיפועם 3.5 אפשר להעביר לגרף הפונקציה $g(x)$?

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{mx^2-60x+100}$.

הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ נפגש עם ציר ה- x בנקודה שבה $x=3$.

א. מצאו את ערך הפרמטר m .

ב. הראו שהפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל ערך של x .

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוג הקיצון.

ד. מצאו את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $h(x)=-f(x)+4$, וקבעו את סוג הקיצון.

5. נתונה הפונקציה $y=\sqrt{x}-2\sqrt{x-6}$.

א. מצאו: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים. (3) נקודות קיצון.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מהו תחום ערכי ה- y שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל?

ד. נסמן: $g(x)=2\cdot f(x)$, $h(x)=\frac{1}{2}\cdot f(x)$. שרטטו באותה מערכת צירים:

(1) סקיצה של $g(x)$ ו- $f(x)$. (2) סקיצה של $h(x)$ ו- $f(x)$.

6. נתונות שתי פונקציות: $f(x)=\sqrt{(x-5)\cdot(x+5)}$, $g(x)=\sqrt{(x-5)}\cdot\sqrt{(x+5)}$.

דניאל טוען ששתי הפונקציות זהות. הוא מסתמך על החוק $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$.

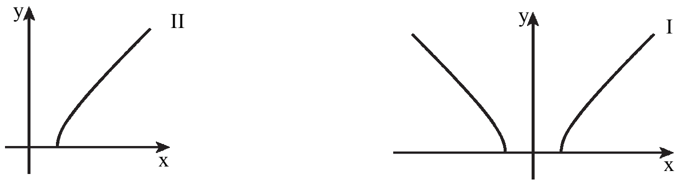
א. (1) האם הפונקציה $f(x)$ מוגדרת עבור $x=-6$?

(2) האם הפונקציה $g(x)$ מוגדרת עבור $x=-6$?

ב. האם שתי הפונקציות זהות?

ג. מצאו את תחום ההגדרה של כל אחת משתי הפונקציות.

ד. עפר משרטט בעזרת תוכנה גרפית את הגרפים של שתי הפונקציות.



(1) קבעו איזה מבין הגרפים מתאים ל- $f(x)$ ואיזה ל- $g(x)$.

(2) האם שני הגרפים זהים בתחום שבו שתי הפונקציות מוגדרות?

7. לפונקציה $f(x)=x\sqrt{a-x^2}$ יש נקודת קיצון (פנימית) ב- $x=3$.

א. מצא את a .

ב. הוכח שהפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

ג. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון,

תחומי עלייה וירידה, נקודות חיתוך עם הצירים.

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

8. חקור את הפונקציה $y=\sqrt{x^3-3x^2-4x}$ לפי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון (כולל הנקודות שבקצה תחום ההגדרה).

ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.

ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

9. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x^n}$, הפרמטר n הוא מספר טבעי.

מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$: א. עבור n זוגי. ב. עבור n אי- זוגי.

10. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2\sqrt{5-x}$.

א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+c$. c הוא פרמטר.

מהו הערך של c שעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x ? נמקו.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)=2-f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $k(x)=f(-x)$, וקבעו את סוגן.

ה. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $n(x)=f(-5x)$, וקבעו את סוגן.

11. א. הסבירו מדוע עבור כל x מתקיים: $\sqrt{x^2}=|x|$.

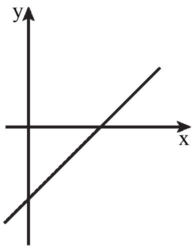
ב. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2}}{x}$.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) הראו כי עבור $x>0$ מתקיים $f(x)=1$ ועבור $x<0$ מתקיים $f(x)=-1$.

(3) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

12. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)=x-3$.



א. מצאו את נקודת האפס של הפונקציה.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת : $g(x)=\sqrt{f(x)}$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

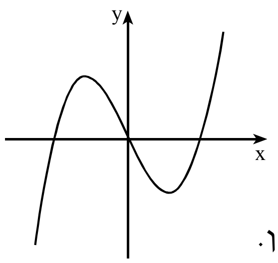
ג. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוג הקיצון.

ד. הוסיפו למערכת הצירים סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודות המפגש בין הגרף של $f(x)$ לגרף של $g(x)$.

(2) באילו תחומים מתקיים $f(x) < g(x)$? (3) באילו תחומים מתקיים $f(x) > g(x)$?

13. לפונקציה $f(x)$ שהגרף שלה לפניכם, יש נקודות קיצון



ב- $(2;-16)$ ו- $(-2;16)$ והיא חותכת את ציר ה- x

בנקודות $(0;0)$, $(\sqrt{12};0)$ ו- $(-\sqrt{12};0)$.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת : $g(x)=\sqrt{f(x)}$.

מבלי לחקור את הפונקציה $g(x)$:

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ב. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוג הקיצון.

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

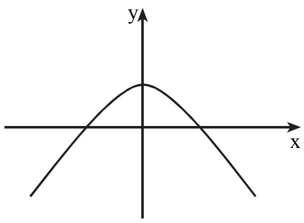
ד. (1) הסבירו מדוע הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)=\sqrt{f(x)}$ נפגשות על הישר $y=1$ או על ציר ה- x .

(2) כמה נקודות מפגש בין $f(x)$ ו- $g(x)=\sqrt{f(x)}$ קיימות בסך הכול? נמקו.

ה. מצאו את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $h(x)=-\sqrt{f(x)}+7$, וקבעו את סוג הקיצון.

תשובות:

1. א. כל x .

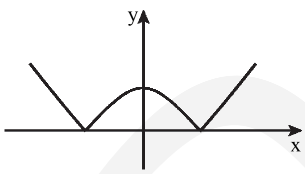


ג. (1) $(0;2)$, $(2\sqrt{3};0)$, $(-2\sqrt{3};0)$.

(2) $(0;2)$ מקסימום.

(3) עלייה : $x<0$; ירידה : $x>0$.

ה. (2) $(0;2)$ מקסימום, $(2\sqrt{3};0)$ מינימום, ה. (1)



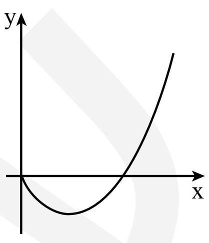
$(-2\sqrt{3};0)$ מינימום.

(3) עלייה : $x>2\sqrt{3}$ או $-2\sqrt{3}<x<0$;

ירידה : $0<x<2\sqrt{3}$ או $x<-2\sqrt{3}$.

(4) שלוש נקודות.

2. א. (1) $x\ge 0$. (2) $(0;0)$, $(9;0)$. ב.



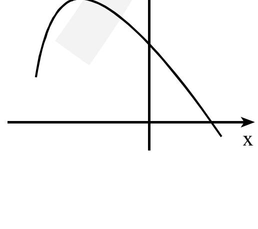
(3) $(0;0)$ מקסימום, $(4;-8)$ מינימום.

ג. IV . הסבר : ל- $f(x)$ נקודת מינימום פנימית עבור $x=4$,

לכן גרף הנגזרת $f'(x)$ עובר ב- $x=4$ משליליות לחיוביות.

ומבין הגרפים הנתונים, הגרף המתאים הוא גרף IV .

3. א. $x\ge -3$. ב. $(-2;4)$ מקסימום, $(-3;3)$ מינימום. ד.



ג. $(0;2\sqrt{3})$, $(6;0)$.

ה. (1) $x=6$, מקסימום.

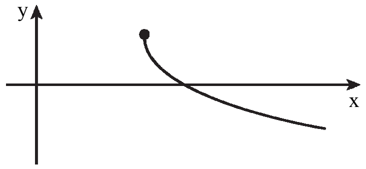
(2) עלייה : $-3<x<6$, ירידה : $x>6$.

(3) שני משיקים.

4. א. $m=10$. ג. $(3;\sqrt{10})$ מינימום. ד. $(3;4-\sqrt{10})$ מקסימום.

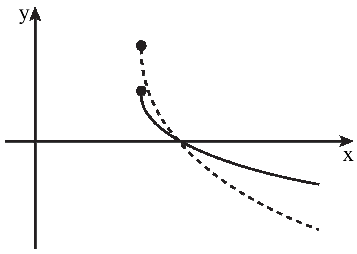
5. א. (1) $x \ge 6$.
(2) $(8;0)$.
(3) $(6;\sqrt{6})$ מקסימום.

ב.

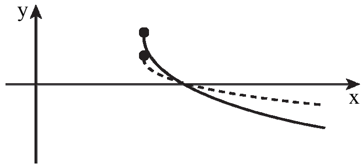


ג. $y \le \sqrt{6}$.

ד. (1)

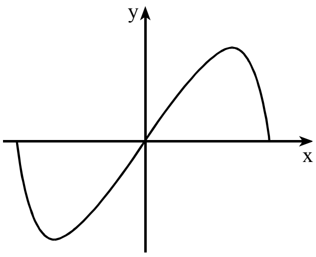


(2)

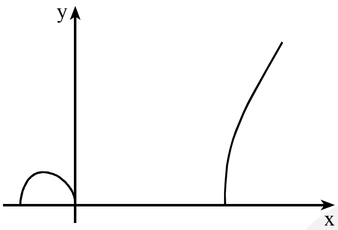


6. א. (1) כן. (2) לא. ב. לא. ג. (1) $f(x)$: $x \ge 5$ או $x \le -5$. $g(x)$: $x \ge 5$.
ד. (1) גרף I מתאים ל- $f(x)$, גרף II מתאים ל- $g(x)$. (2) כן.

7. א. 18. ג. תחום הגדרה: $-\sqrt{18} \le x \le \sqrt{18}$. נקודות קיצון: $(3;9)$ מקסימום, $(-3;-9)$ מינימום, $(\sqrt{18};0)$ מינימום, $(-\sqrt{18};0)$ מקסימום.
עלייה: $-3 < x < 3$, ירידה: $3 < x < \sqrt{18}$ או $-\sqrt{18} < x < -3$.
נקודות חיתוך: $(0;0)$, $(\sqrt{18};0)$, $(-\sqrt{18};0)$.



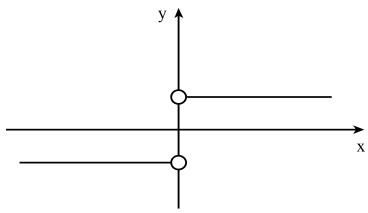
8. א. $x \ge 4$ או $-1 \le x \le 0$.
ב. $(-0.528;1.062)$ מקסימום, $(4;0)$ מינימום, $(0;0)$ מינימום, $(-1;0)$ מינימום.
ג. עלייה: $x > 4$ או $-1 < x < -0.528$; ירידה: $-0.528 < x < 0$.
ד. $(0;0)$, $(4;0)$, $(-1;0)$.



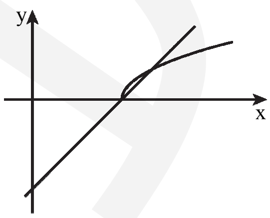
9. א. כל x. ב. $x \ge 0$.

10. א. $(5;0)$ מינימום, $(0;0)$ מינימום, $(4;16)$ מקסימום. ב. $c = 0$ או $c = -16$.
ג. $(5;2)$ מקסימום, $(0;2)$ מקסימום, $(4;-14)$ מינימום.
ד. $(-5;0)$ מינימום, $(0;0)$ מינימום, $(-4;16)$ מקסימום.
ה. $(-1;0)$ מינימום, $(0;0)$ מינימום, $(-0.8;16)$ מקסימום.

11. ב. (1) $x \ne 0$. (3)

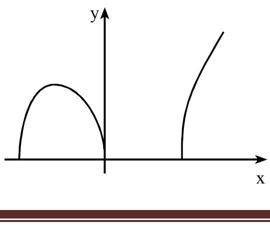


12. א. $(3;0)$.
ב. $x \ge 3$. ג. $(3;0)$ מינימום.
ד.



ה. (1) $(3;0)$, $(4;1)$. (2) $3 < x < 4$. (3) $x > 4$.

13. א. $x \ge \sqrt{12}$ או $-\sqrt{12} \le x \le 0$.
ב. $(-2;4)$ מקסימום, $(0;0)$ מינימום, $(\sqrt{12};0)$ מינימום, $(-\sqrt{12};0)$ מינימום.
ג.



ד. (2) שש נקודות. ה. $(-2;3)$ מינימום.