

פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשפ"ד, 2024, מועד א', שאלון: 35371

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה

באמצעות אי מייצרים חפיסות שוקולד.

א. מספר חפיסות השוקולד שמייצרים במפעל א' גדל בכל שנה ב- 4% , זהו גידול מעריכי.

$$.q = \frac{100 + P}{100} = \frac{100 + 4}{100} = \frac{104}{100} = 1.04$$

נמצא את מקדם הגדילה:

בשנת 2000 ייצרו במפעל א' 280,000 חפיסות שוקולד, לכן $A_0 = 280,000$.

עד שנת 2006 עברו 6 שנים, ולכן $t = 6$.

| A_t | A_0 | q | t |
|-------|---------|------|-----|
| ? | 280,000 | 1.04 | 6 |

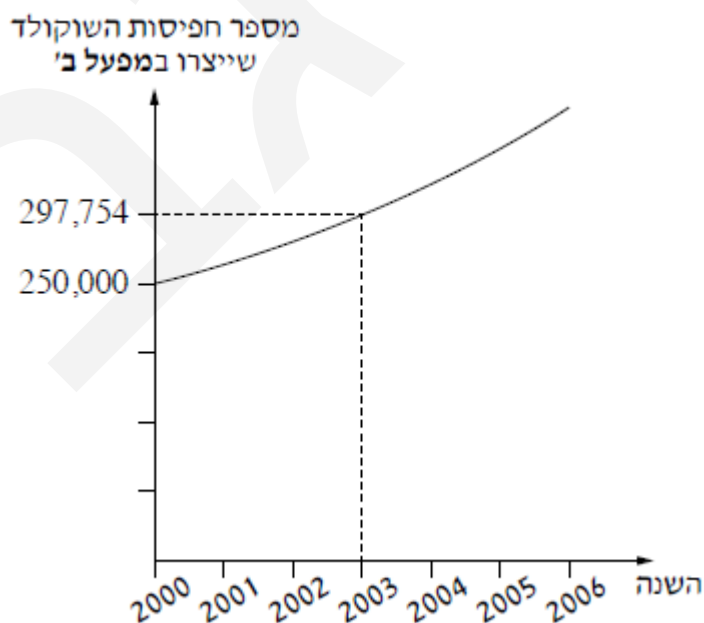
$$A_6 = 280,000 \cdot 1.04^6 \approx 354,289$$

תשובה: במפעל א' ייצרו כ- 354,289 חפיסות שוקולד בשנת 2006 .

גם באמצעות אי מייצרים חפיסות שוקולד.

לפנינו גרף המתאר את מספר חפיסות השוקולד שייצרו באמצעות אי, לפי השנים.

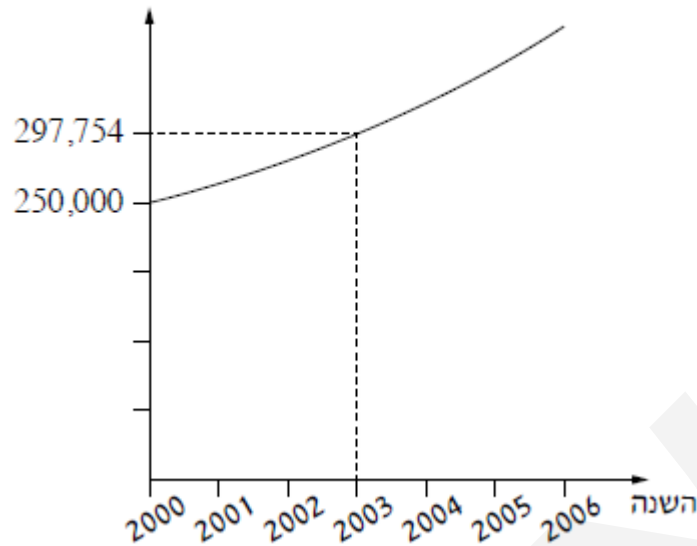
ניתן לראות, שגם באמצעות אי התהליך הוא של גדילה מעריכית.



ב. (1) תשובה: במפעל ב' ייצרו 250,000 חפיסות שוקולד בשנת 2000 .

(2) תשובה: במפעל ב' ייצרו 297,754 חפיסות שוקולד בשנת 2003 .

מספר חפיסות השוקולד
שייצרו במפעל ב'



ג. נמצא קודם את גורם הגדילה q , ולאחר מכן את האחוז הגדילה P .

מספר חפיסות השוקולד גדל בצורה מעריכית, ותקופת הזמן היא של 3 שנים בין 2,000 ל- 2003.

| A_t | A_0 | q | t |
|---------|---------|-----|-----|
| 297,754 | 250,000 | ? | 3 |

$$297,754 = 250,000 \cdot q^3 \quad /: 250,000$$

$$\frac{297,754}{250,000} = q^3$$

$$1.191016 = q^3$$

$$q = \sqrt[3]{1.191016}$$

$$\boxed{q = 1.06}$$

$$1.06 = \frac{100 + P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$106 = 100 + P$$

$$\boxed{P = 6}$$

תשובה: מספר חפיסות השוקולד שייצרו במפעל ב' גדל ב- 6% בכל שנה.

ד. עד שנת 2006 עברו משנת 2003 עוד 3 שנים.

$$A_3 = 297,754 \cdot 1.06^3 \approx 354,630$$

במפעל ב' ייצרו 354,630 חפיסות שוקולד בשנת 2006, יותר מ- 354,289 חפיסות שייצרו במפעל א'.

תשובה: מפעל ב' ייצר יותר חפיסות שוקולד בשנת 2006.

קבלמר של לילק יש 18 עטים.

6 עטים כחולים, כק שהסתברות להוצאת עט כחול היא $\frac{6}{18}$

4 עטים אדומים, כק שהסתברות להוצאת עט אדום היא $\frac{4}{18}$

$18 - 6 - 4 = 8$ עטים שחורים, כק שהסתברות להוצאת עט שחור היא $\frac{8}{18}$

א. תשובה: ההסתברות, להוציא באקראי עט שחור מן הקלמר, היא $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$

לילק הוציאה באקראי עט אחד מן הקלמר,

החזירה אותו לקלמר, ושוב הוציאה באקראי עט אחד.

לו הוציאה עט החזרה, והסתברויות אינן משתנות לקראת ההוצאה השנייה.

נפתור בעזרת כפל וחילוק הסתברויות (אפשר גם לבנות דיאגרמת עץ)

ב. נחשב את ההסתברות שלילך הוציאה שני עטים בצבע כחול.

כ כ

$$P = \frac{6}{18} \cdot \frac{6}{18} = \frac{1}{9}$$

תשובה: ההסתברות, שלילך הוציאה שני עטים בצבע כחול, היא $\frac{1}{9}$.

ג. נחשב את ההסתברות שלילך הוציאה שני עטים באותו צבע.

ש ש א א כ כ

$$P = \frac{6}{18} \cdot \frac{6}{18} + \frac{4}{18} \cdot \frac{4}{18} + \frac{8}{18} \cdot \frac{8}{18} = \frac{29}{81}$$

תשובה: ההסתברות, שלילך הוציאה שני עטים באותו צבע, היא $\frac{29}{81}$.

ד. נחשב את ההסתברות שלילך הוציאה עט אחד אדום ועט אחד כחול (הסדר לא משנה).

א כ כ א

$$P = \frac{4}{18} \cdot \frac{6}{18} + \frac{6}{18} \cdot \frac{4}{18} = \frac{4}{27}$$

תשובה: ההסתברות, שלילך הוציאה עט אחד אדום ועט אחד כחול, היא $\frac{4}{27}$.

לפנינו סירה ובה שני מפרשים שהם מואפים ישרי זווית.

שני המואפים דומים.

$$\angle F = \angle C \quad \text{ו} \quad \angle B = \angle E = 90^\circ$$

יחס הדמיון בין $\triangle ABC$ ובין $\triangle DEF$ הוא 3:2.

א. נמצא את אורך הצלע EF.

יחס הדמיון בין המשולשים הוא 3:2, לכן כל צלע במשולש הגדול ($\triangle ABC$)

גדולה פי 1.5 מכל צלע שבמשולש הקטן ($\triangle DEF$).

$$8 \text{ מטרים} = EF = 12 : 1.5$$

תשובה: אורך הצלע EF הוא 8 מטרים.

ב. נתון: אורך הצלע DF הוא 10 מטרים.

$\triangle DEF$: משפט פיתגורס

$$(EF)^2 + (DE)^2 = (DF)^2$$

$$8^2 + (DE)^2 = 10^2$$

$$(DE)^2 = 100 - 64$$

$$(DE)^2 = 36 \quad \sqrt{\quad}$$

$$DE = 6 \text{ מטרים}$$

תשובה: אורך הצלע DE הוא 6 מטרים.

ג. נמצא את השטח הכולל של שני המפרשים.

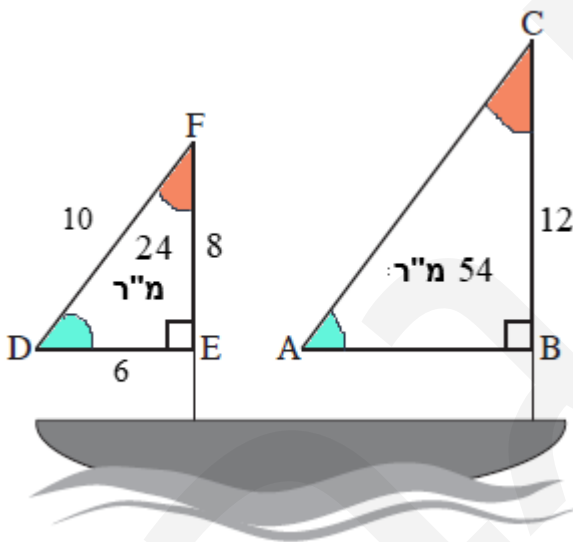
יחס הדמיון בין המשולשים הוא 3:2, לכן יחס השטחים הוא $2.25 = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$.

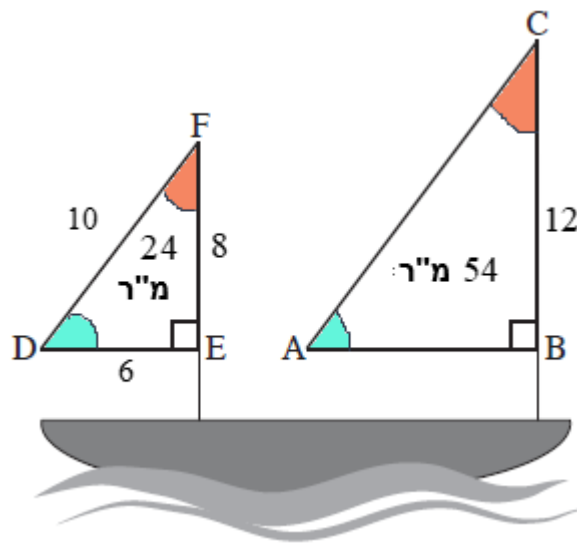
כלומר שטח $\triangle ABC$ גדול פי 2.25 משטח $\triangle DEF$.

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DEF} \cdot 2.25 = 24 \cdot 2.25 = 54 \text{ מ"ר}, \quad \text{ולכן } S_{\triangle DEF} = \frac{DE \cdot EF}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ מ"ר}$$

סכום שטחי המשולשים הוא 78 מ"ר $24 + 54 = 78$

תשובה: השטח הכולל של שני המפרשים הוא 78 מ"ר.





מחיר מטר רבוע (מ"ר) של קד מפרש הוא 380 שקלים.
 יצרן של סירות מפרש רכש קד באורך המתאים
 למפרשים של סירה אחת מן הסוג שתואר בשאלה.

ד. היצרן קיבל הנחה של 20% מן המחיר המקורי.

$$\frac{100-20}{100} \cdot 380 = 0.8 \cdot 380 = 304 \text{ שקלים}$$

$$\text{עבור } 78 \text{ מ"ר שילים } 23,712 \text{ שקלים} = 304 \cdot 78$$

תשובה: היצרן שילם 23,712 שקלים עבור הבד שרכש.

בסרטוט מתואר מתקן לאיזוף כלבים בצורת טרפז.

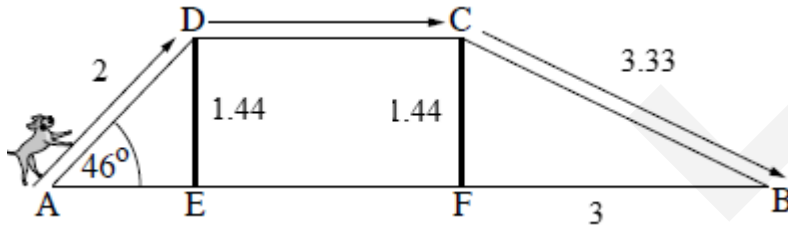
DE ו- CF הם צמודי תמיכה של המתקן

והם מאונכים לצלע הקרקע

הכלה מתחיל לרוץ על המסלול הנקודה A

צופה לכיוון הנקודה D, ממשיך לרוץ לכיוון הנקודה C,

ולבסוף יורד לכיוון הנקודה B.



א. נמצא את האורך של עמוד התמיכה DE.

$\triangle ADE$

$$\sin \angle A = \frac{DE}{AD}$$

$$\sin 46^\circ = \frac{DE}{2}$$

$$2 \sin 46^\circ = DE$$

$$DE = 1.44 \text{ מטרים}$$

תשובה: האורך של עמוד התמיכה DE הוא 1.44 מטרים.

ב. הנקודה F נמצאת במרחק של 3 מטרים מן הנקודה B (3 מטרים = BF).

נמצא את BC באמצעות משפט פיתגורס.

המרובע EDCF הוא מלבן, ולכן: CF = DE = 1.44 מטרים.

$\triangle BFC$

$$(CF)^2 + (BF)^2 = (BC)^2$$

$$1.44^2 + 3^2 = (BC)^2$$

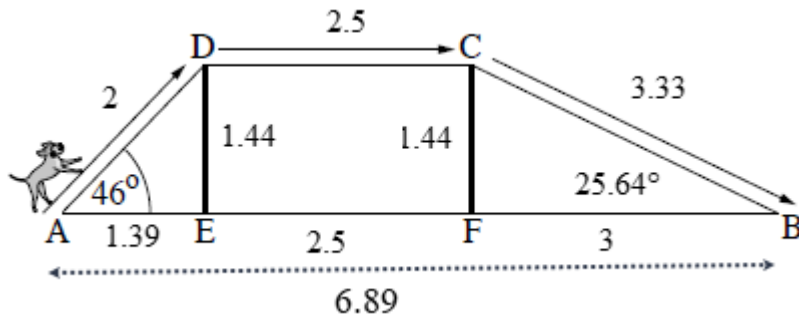
$$11.0736 = (BC)^2$$

$$\sqrt{11.0736} = BC$$

$$BC = 3.33 \text{ מטרים}$$

תשובה: אורך הצלע BC הוא 3.33 מטרים.

ג. נמצא את גודל הזווית CBF.



$\triangle CBF$

$$\tan \angle CBF = \frac{CF}{BF}$$

$$\tan \angle CBF = \frac{1.44}{3}$$

$$\angle CBF = 25.64^\circ$$

תשובה: $\angle CBF = 25.64^\circ$

ד. המרובע EDCF הוא מלבן, ולכן: $EF = DC = 2.5$ מטרים

נמצא את AE בשתי דרכים.

$\triangle BCE$ משפט פיתגורס

$$(AE)^2 + (DE)^2 = (AD)^2$$

$$(AE)^2 + 1.44^2 = 2^2$$

$$(AE)^2 + 2.0736 = 4$$

$$(AE)^2 = 1.9264 \quad \sqrt{\quad}$$

$$AE = 1.39 \text{ מטרים}$$

$\triangle ADE$

$$\cos 46^\circ = \frac{AE}{AD}$$

$$\cos 46^\circ = \frac{AE}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2 \cos 46^\circ = AE$$

$$AE = 1.39 \text{ מטרים}$$

מכאן שאורך הצלע AB הוא 6.89 מטרים $AB = AE + EF + BF = 1.39 + 2.5 + 3 = 6.89$ מטרים

תשובה: אורך הצלע AB הוא 6.89 מטרים.

**תלמידי כיתה י"א אספו תרומות למען משפחות נזקקות
בטבלה מוצגת התפלגות התרומות לפי מספר התורמים**

| גובה התרומה (בשקלים) (x) | 5 | 10 | 20 | 50 | סה"כ |
|------------------------------|----|----|----|----|-----------|
| מספר התורמים (f) | 42 | 71 | 53 | 34 | $N = 200$ |

א. סך הכול תרמו 200 תורמים $42 + 71 + 53 + 34 =$,

תשובה: מספר התורמים היה 200 .

ב. (1) נחשב את גובה התרומה הממוצע.

נשתמש בנוסחה למציאת ממוצע: $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N}$

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 42 + 10 \cdot 71 + 20 \cdot 53 + 50 \cdot 34}{200} = \frac{3,680}{200}$$

$$\boxed{\bar{x} = 18.4}$$

(2) נמצא את אחוז התורמים שתרמו מעל לממוצע.

סה"כ היו 87 תורמים $53 + 34 =$ שתרמו מעל לממוצע.

$$\frac{87}{200} \cdot 100\% = 43.5\%$$

ובאחוזים, מתוך 200 התורמים:

תשובה: גובה התרומה של 43.5% מהתורמים היה מעל לממוצע.

ג. תלמידי כיתה י"ב אספו גם הם תרומות, בסך 3,600 שקלים.

תלמידי כיתה י"א אספו תרומות בסך 3,680 שקלים

(ניתן לראות זאת במונה של חישוב הממוצע, שהוא סכום התרומות הכולל).

$$7,280 = 3,600 + 3,680 \text{ שקלים}$$

תשובה: הסכום הכולל שאספו שתי הכיתות יחד היה 7,280 שקלים.

תלמידי כיתה י"א ו- י"ב קנו מוצרי מזון ככל הכסף שאספו.

סה"כ צמדו לרשותם 7,280 שקלים.

הם סידרו את המוצרים בסלים משני סוגים:

48 סלי מזון ליחידים ו- 80 סלי מזון למשפחות.

בצירוף הוא מוצרים סלי המזון משני הסוגים.

כולל המחירים (השקלים) שהם קנו כל מוצר.



ד. המחיר של בקבוק שמן מסומן ב- x .

(1) נביע באמצעות x את המחיר של כל אחד מסלי המזון.

סל מזון ליחיד: $18 + 12 + x = 30 + x$.

סל מזון למשפחה: $12 + 4 + 18 + x + x = 34 + 2x$.

תשובה: המחירים (בשקלים) הם: סל מזון ליחיד $30 + x$, סל מזון למשפחה $34 + 2x$.

(2) נמצא את x , על פי מספר סלי המזון שקנו התלמידים מכל סוג והסכום הכולל שעמד לרשותם.

המשוואה המתאימה: $48(30 + x) + 80(34 + 2x) = 7,280$.

$$1,440 + 48x + 2,720 + 160x = 7,280$$

$$4,160 + 208x = 7,280$$

$$208x = 3,120 \quad /: 208$$

$$\boxed{x = 15}$$

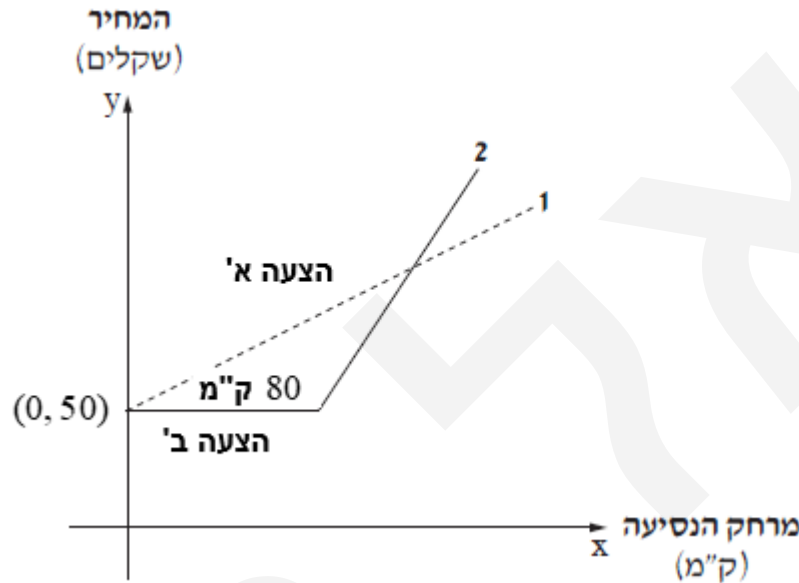
תשובה: $x = 15$ (בשקלים).

**חברה להשכרת רכב מציעה ללקוחותיה
שתי הצעות תשלום הצהור שכירת רכב.**

הצעה א': 50 שקלים ליום, בתוספת 0.5 שקלים בעבור כל ק"מ נסיעה.

הצעה ב': 50 שקלים בעבור נסיעה של עד 80 ק"מ, ומחיר קבוע בעבור כל ק"מ נסיעה נוסף.

הצרכנים הבאים מתארים את שתי ההצעות.



- א. על פי הצעה א' התשלום ההתחלתי הוא 50 שקלים (וזו הנקודה $(0, 50)$ על ציר ה- y .
על כל ק"מ של נסיעה משלמים 0.5 שקלים, ולכן הגרף של חברה א עולה מהנקודה $(0, 50)$,
והוא מתאים לגרף 1 (מקווקו).
על פי הצעה ב' התשלום ההתחלתי הוא 50 שקלים (וזו הנקודה $(0, 50)$ על ציר ה- y ,
והוא לא משתנה כל עוד מרחק הנסיעה הוא עד 80 ק"מ, ולכן הגרף מקביל לציר ה- x .
רק לאחר מכן מתחילים לשלם סכום מסוים עבור כל ק"מ נסיעה נוסף, והגרף מתחיל לעלות.
לכן, גרף 2 מתאר את הצעה ב' (קו רציף).
תשובה: גרף 1 מתאר את הצעה א'.

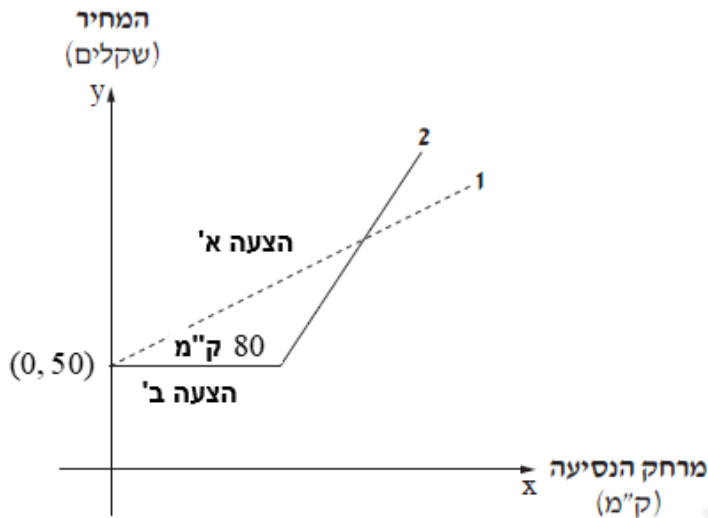
ב. מרים שכרה רכב ליום אחד ובחרה לשלם לפי הצעה א'. היא נסעה 120 ק"מ.

היא שילמה תשלום ההתחלתי בסך 50 שקלים.

ובנוסף, עבור 120 ק"מ שילמה 60 שקלים $= 0.5 \cdot 120$.

ביחד שילמה 110 שקלים $= 50 + 60$.

תשובה: מרים שילמה 110 שקלים.



ג. נסמן ב- x את מרחק הנסיעה בק"מ.

הסכום לתשלום יהייה הסכום ההתחלתי של 50 שקלים, בתוספת $0.5 \cdot x$, כלומר $50 + 0.5x$.
תשובה: הסכום המתאים לתשלום עבור שכירת רכב ליום אחד לפי הצעה א' הוא $50 + 0.5x$ (שקלים).

ד. מרים מצאה שהעלות לנסיעה של 120 ק"מ ביום אחד זהה בשתי הצעות, כלומר 110 שקלים.

מרים שילמה 50 שקלים עבור 80 הק"מ הראשונים, 80 ק"מ
ולכן 60 שקלים $= 110 - 50$ עבור שאר 40 הק"מ $= 120 - 80$.
עבור כל ק"מ נוסף שילמה 1.5 שקלים $= 60 : 40$

פתרון חלופי: הצבה של כל אחת מהאפשרויות, עבור 40 הק"מ הנוספים.

I. 1.3 שקלים : $50 + 1.3 \cdot 40 = 102 \neq 110$

II. 1.5 שקלים : $50 + 1.5 \cdot 40 = 101 = 110$ o.k.

III. 1.6 שקלים : $50 + 1.6 \cdot 40 = 114 \neq 110$

תשובה: אפשרות II. 1.5 שקלים.

ה. אופק שכר רכב ליום אחד ובחר לשלם לפי הצעה ב'. הוא שילם 194 שקלים סך הכול.

עבור המרחק שעבר, מעבר ל- 80 ק"מ, הוא שילם 144 שקלים $= 194 - 50$.

על פי סעיף ד, התשלום לכל ק"מ נוסף הוא 1.5 שקלים, לכן הוא נסע בנוסף 96 ק"מ $= 144 : 1.5$.

המרחק הכולל שהוא עבר הוא 176 ק"מ $= 80 + 96$.

תשובה: אופק נסע 176 ק"מ.