

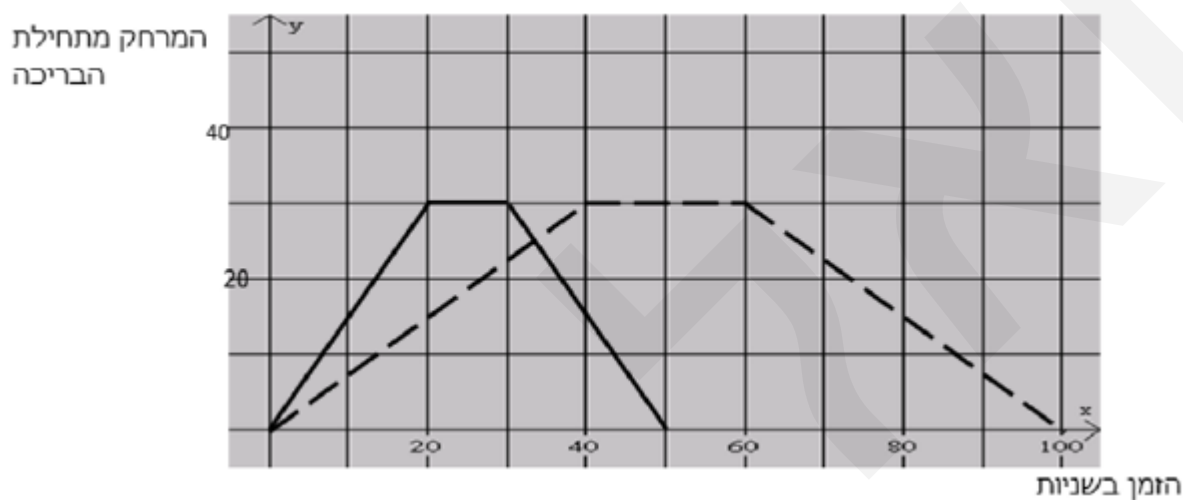
פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשפ"ד, 2024, מועד א', שאלון: 35172

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה

אבי ואני שוחים בקריכה שאורכה 30 מטר.
הם שוחים מתחילת הקריכה אל קצה הקריכה שואפים,
נחים מצט, משיבים את כיוון שחייתם וחוזרים לנקודת ההתחלה.
אבי שוחה מהר יותר מאני.
השרף מתאר את מרחקו (במטרים) f כל שחיין מתחילת הקריכה,
בהתאם לזמן שצבר (בשניות).



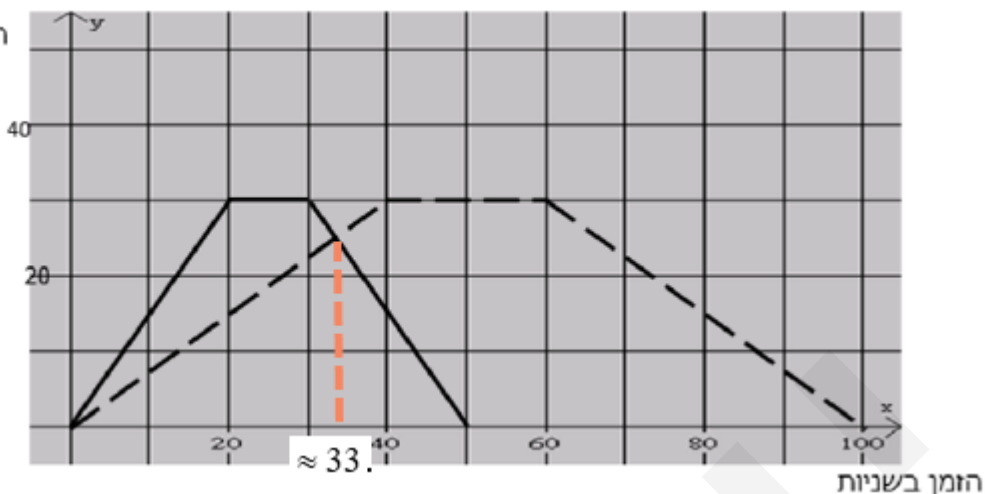
הציר האופקי, ציר ה- x , מתאר את הזמן שעובר, בשניות, מתחילת השחייה – כל משבצת היא בת 10 שניות.
הציר האנכי, ציר ה- y , מתאר את המרחק מקצה הבריכה – כל משבצת היא בת 10 מטר.
כאשר הקו עולה (המרחק מתחילת הבריכה גדל), השחיין שוחה הלוך,
כאשר הגרף מקביל לציר ה- x השחיין נח,
וכאשר הקו יורד (המרחק מקצה הבריכה קטן), השחיין שוחה חזור.

א. ככל שהגרף תלול יותר, כלומר השחיין שוחה למרחק גדול יותר באותו זמן, כך השחיין מהיר יותר.
לכן גרף הרציף מתאים לאבי, והגרף המקווקו מתאים לבני.

ב. הגרף הרציף (אבי), מקביל לציר ה- x משבצת אחת – ולכן אבי נח במשך 10 שניות (בין השנייה ה- 20 לשנייה ה- 30).
הגרף המקווקו (בני), מקביל לציר ה- x שתי משבצות – ולכן בני נח במשך 20 שניות (בין השנייה ה- 40 לשנייה ה- 60).

תשובה: אבי נח 10 שניות, בני נח 20 שניות.

המרחק מתחילת הבריכה



ג. כאשר הקווים חותכים זה את זה, סימן שבאותה נקודת זמן, שני השחינים נמצאים באותו מרחק מקצה הבריכה – וזה מתקבל בערך בשנייה ה- $33 \approx 33$.
תשובה: השחינים נפגשו בערך כעבור 33 שניות מתחילת השחייה.

ד. כאשר שני השחינים נפגשו, אבי היה בדרכו חזרה ובני בדרכו הלוך.
כלומר, השחינים שחו בכיוונים מנוגדים בנקודת הפגישה.
תשובה: השחינים שחו בכיוונים מנוגדים בנקודת הפגישה.

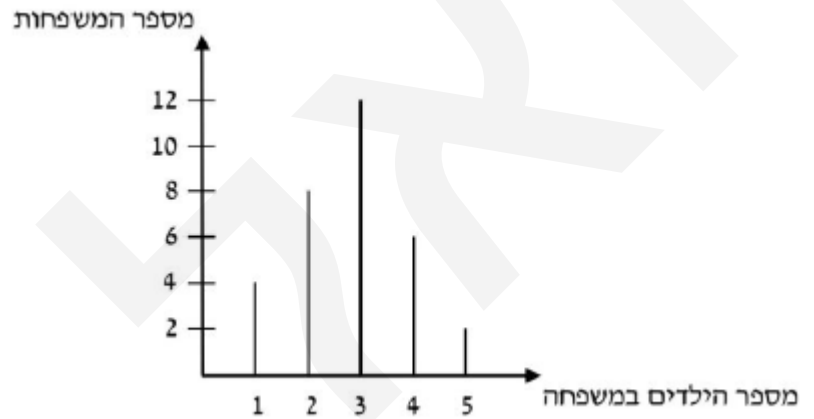
ה. אבי סיים את שחייתו בשנייה ה-50, כאשר בני סיים את שחייתו בשנייה ה-100,
לכן אבי סיים את שחייתו 50 שניות לפני בני.
תשובה: אבי סיים את שחייתו 50 שניות לפני בני.

הטבלה שלפנינו מתארת את

התפלגות מספר הילדים במשפחה ביישוב מסוים.

מספר הילדים במשפחה (x)	1	2	3	4	5	סה"כ
מספר המשפחות (f)	4	8	12	6	2	$N = 32$

א. נסרטט דיאגרמת מקלות של התפלגות מספר הילדים במשפחה ביישוב.



תשובה: הדיאגרמה מעל.

ב. נחשב את מספר הילדים הממוצע למשפחה ביישוב.

מספר המשפחות הכולל הוא סכום של השכיחויות: $N = f_1 + f_2 + \dots + f_n$.

$$N = 4 + 8 + 12 + 6 + 2$$

$$\boxed{N = 32}$$

לכן, ביישוב יש 32 משפחות.

נשתמש בנוסחה למציאת ממוצע: $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N}$.

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 4 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 12 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 2}{32}$$

$$\bar{x} = \frac{90}{32}$$

$$\boxed{\bar{x} = 2.8125}$$

תשובה: מספר הילדים הממוצע למשפחה ביישוב הוא 2.8125.

ג. יש למצוא את חציון מספר הילדים במשפחה.

מספר המשפחות הוא זוגי (32), לכן החציון יהיה ממוצע של הנתונים ה-16 וה-17. $\frac{32}{2} = 16$ וה- $\frac{32}{2} + 1 = 17$.

נעדכן את טבלת השכיחויות:

סה"כ	5	4	3	2	1	מספר הילדים במשפחה (x)
N = 32	2	6	12	8	4	מספר המשפחות (f)
	32 (32-31)	30 (30-25)	24 (24-13)	12 (12-5)	4 (4-1)	שכיחות מצטברת מקומות

הממוצע של הנתונים ה-16 וה-17 הוא $\frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = 3$. (שני הנתונים נמצאים בטור של 3 ילדים).

תשובה: חציון מספר הילדים במשפחה 3 ילדים.

ד. השכיח הוא הנתון שמופיע הכי הרבה פעמים בהתפלגות. בהתפלגות הזאת, להכי הרבה משפחות (12) יש 3 ילדים. תשובה: המספר השכיח של ילדים במשפחה הוא 3 ילדים.

ה. בוחרים באקראי משפחה אחת מהיישוב.

(1) ישנן 8 משפחות עם 2 ילדים, ו-12 משפחות עם 3 ילדים, סה"כ 20 משפחות מתוך 32 משפחות.

$$\text{ובהתאם: } p = \frac{20}{32} = \frac{5}{8} = 0.625$$

תשובה: ההסתברות שבמשפחה שנבחרה יש 2 ילדים או 3 ילדים היא $\frac{5}{8} = 0.625$.

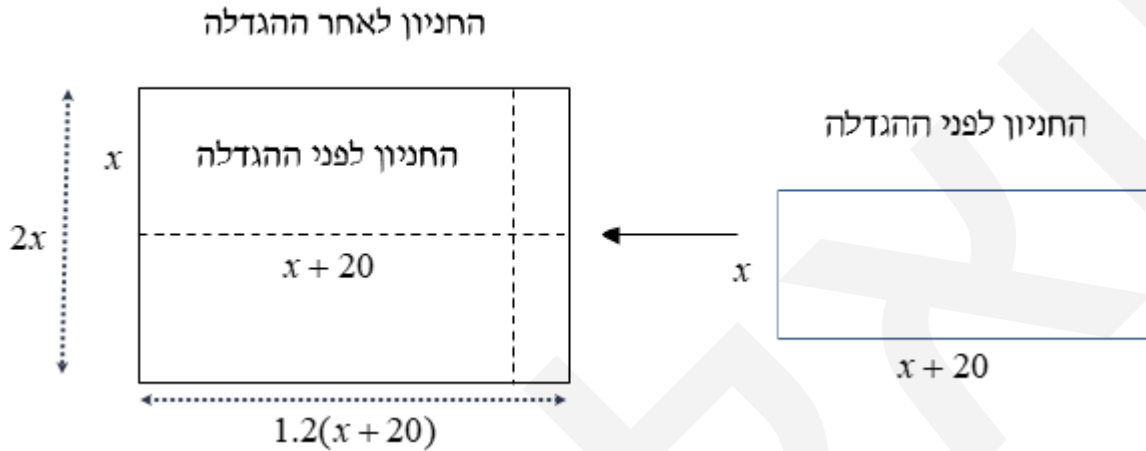
(2) ישנן 8 משפחות עם 2 ילדים, ו-4 משפחות עם ילד אחד.

סה"כ ל-12 משפחות מתוך 32 משפחות, יש מספר ילדים שקטן מהשכיח שהוא 3 ילדים.

$$\text{ובהתאם: } p = \frac{12}{32} = \frac{3}{8} = 0.375$$

תשובה: ההסתברות שבמשפחה שנבחרה מספר ילדים קטן מהשכיח היא $\frac{3}{8} = 0.375$.

בחניון של בית משותף, שצורתו מלבן, צלע אחת ארוכה ב- 20 מ' מהצלע השנייה. דיירי הבית החליטו להאריך את החניון, על מנת לאפשר יותר מקומות חניה.



נסמן ב- x (מ') את אורך הצלע הקצרה, ולכן אורך הצלע הארוכה ב- 20 מ' הוא $x + 20$ (מ'). דיירי הבית הגדילו את הצלע הגדולה ב- 20% ,

ולכן אורכה החדש הוא $1.2(x + 20)$ (מ').

$$\frac{100 + 20}{100} \cdot (x + 20) = 1.2(x + 20)$$

דיירי הבית הגדילו את הצלע הקטנה פי 2, ולכן אורכה החדש הוא $2 \cdot x = 2x$ (מ'). היקף החניון לאחר ההרחבה הוא 80 מ'.

המשוואה המתאימה היא: $2 \cdot 1.2(x + 20) + 2 \cdot 2x = 80$

$$2.4(x + 20) + 4x = 80$$

$$2.4x + 48 + 4x = 80$$

$$6.4x + 48 = 80$$

$$6.4x = 32 \quad /: 6.4$$

$$\boxed{x = 5}$$

מכאן שאורך הצלע הקצרה של החניון המקורי היה 5 מ' ואורך הצלע הארוכה היה 25 מ'.

היקף החניון המקורי היה $60 \text{ מ' } = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 25$ מ'.

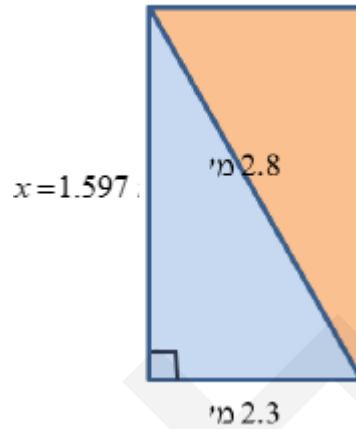
תשובה: ממדי החניון המקורי היו 5 מ' ו- 25 מ', והיקפו 60 מ'.

לדלית חדר שממדי 4.2 מ' \times 3.8 מ' .

היא רוצה לקנות שטיח

שיכסה לא יותר מ- 20% משטח החדר שלה.

בחנות היא ראתה את השטיח המתואר בסרטוט.



א. כיוון שזוויות המלבן ישרות היעזר במשפט פיתגורס.

נסמן ב- x (מ') את אורך הצלע הקצרה של השטיח המלבני .

$$x^2 + 2.3^2 = 2.8^2$$

$$x^2 + 5.29 = 7.84$$

$$x^2 = 2.55 \quad \sqrt{\quad}$$

$$x = 1.597 \text{ m}$$

תשובה: מידות השטיח הן 1.597 מ' ו- 2.3 מ'.

ב. שטח השטיח הוא 3.6731 מ"ר $= 2.3 \cdot 1.597$.

שטח החדר הוא 15.96 מ"ר $= 3.8 \cdot 4.2$.

$$20\% \cdot \text{משטח החדר הם } 3.192 \text{ מ"ר} = 0.2 \cdot 15.96 = \frac{20}{100} \cdot 15.96 = 0.2 \cdot 15.96 = 3.192 \text{ מ"ר} .$$

כלומר השטיח, ששטחו 3.6731 מ"ר, גדול יותר מהשטח של 20% משטח החדר שהוא 3.192 מ"ר.

$$\text{לחילופין: החלק של השטיח מהווה } 23\% = 0.23 \cdot 100\% = 0.23 = \frac{3.6731}{15.96} = \text{משטח החדר,}$$

גדול ממה שדלית מעוניינת.

תשובה: השטיח אינו עונה על הדרישה של דלית.

לקראת דרבי כדורסל בין שתי נבחרות התי ספר

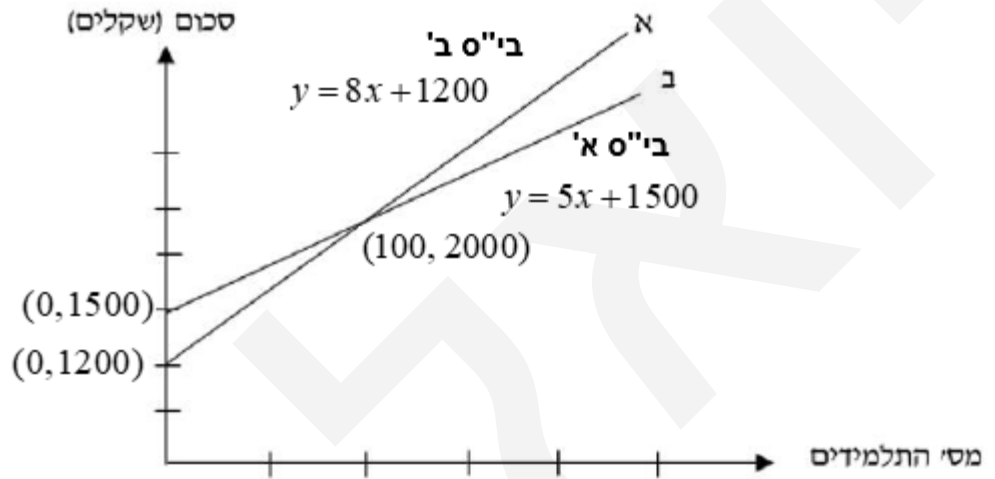
היה צורך בהסעת תלמידי בית הספר למשחק.

בבית א' המנהל נתן 1,500 שקלים, וכל תלמיד שילם 5 שקלים.

בבית ב' המנהל נתן 1,200 שקלים, וכל תלמיד שילם 8 שקלים.

לפנינו סרטוט הישרים, המתארים את

סכומי הכסף שנאספו מכל בית לזורך הנסיעה.



א. נסמן ב- x את מספר התלמידים (בהתאם לציר האופקי שבסרטוט).

בבית א' המנהל נותן סכום של 1,500 שקלים, לכן נקודת החיתוך עם הציר האנכי היא $(0, 1500)$.

בבית ב' המנהל נותן סכום של 1,200 שקלים, לכן נקודת החיתוך עם הציר האנכי היא $(0, 1200)$.

התשלום בבית א' לכל תלמיד הוא 5 שקלים ובבית ב' 8 שקלים,

ולכן הגרף המתאים של בית ב' תלול יותר, וגם יוצא מנקודה נמוכה יותר על ציר ה- y .

התבנית המתאימה לבית א' היא $y = 5x + 1500$ (1), ולבית ב' $y = 8x + 1200$ (2)

גרף א הוא הגרף שמתאר את בית ב', וגרף ב הוא הגרף שמתאר את בית א'.

תשובה: גרף א $y = 8x + 1200$ (2), גרף ב $y = 5x + 1500$ (1).

ב. נמצא את שיעורי נקודת החיתוך של הישרים.

$$\begin{cases} y = 8x + 1200 \\ y = 5x + 1500 \end{cases}$$

$$8x + 1200 = 5x + 1500$$

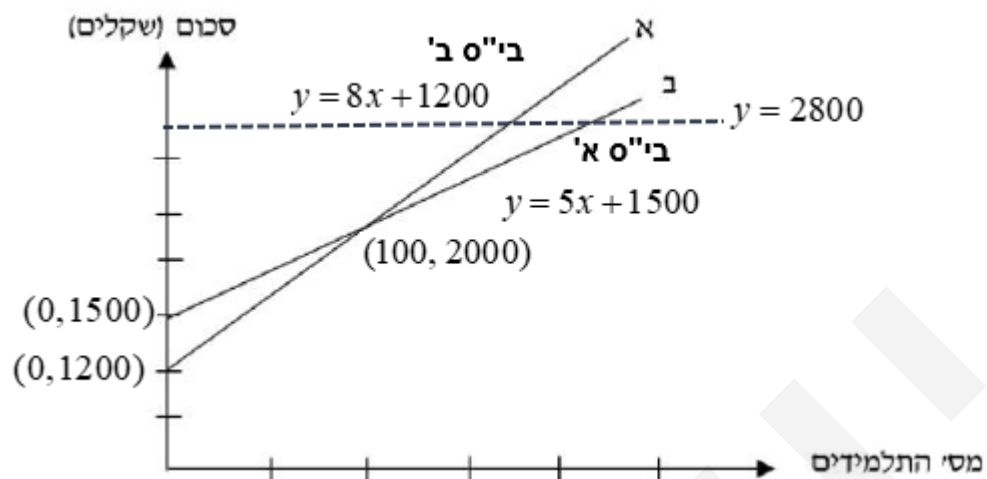
$$3x = 300 \quad /:3$$

$$x = 100$$

$$y = 8 \cdot 100 + 1200 = 2000 \quad \left. \vphantom{y = 8 \cdot 100 + 1200 = 2000} \right\} (100, 2000)$$

תשובה: שיעורי נקודת החיתוך של הישרים הם $(100, 2000)$.

נכתב ע"י עפר ילין



ג. בכל אחד מבתי הספר נאסף סכום כולל של 2,800 שקלים.
 בנקודת החיתוך של שני הישרים, הסכום שנאסף הוא 2,000 שקלים,
 ולאחריה מספר התלמידים ששילמו בבית ספר א' יהיה גבוה יותר, עבור סכום כולל של 2,800 שקלים.
 (ראו סרטוט של הישר $y = 2800$, כאשר נקודת החיתוך שלו עם הגרף של בי"ס א' ימנית יותר).

צפוק חלופית היא למצוא את מספר התלמידים ששילמו בכל בית ספר.

בי"ס ב'

$$2800 = 8x + 1200$$

$$1600 = 8x \quad /:8$$

$$\boxed{x = 200}$$

בי"ס א'

$$2800 = 5x + 1500$$

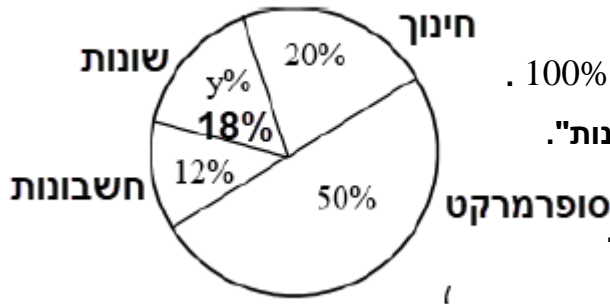
$$1300 = 5x \quad /:5$$

$$\boxed{x = 260}$$

260 תלמידים שילמו בבי"ס א' 200 תלמידים שילמו בבי"ס ב'

תשובה: בבי"ס א מספר התלמידים ששילמו גדול יותר .

קדיאגראמת הצינול מתוארת
חלוקת ההוצאות הממוצעת של משפחת סלע בחודש.



א. סה"כ האחוזים בדיאגרמת עיגול הם 100% .

ההוצאות על "שונות" מהוות $100\% - 20\% - 50\% - 12\% = 18\%$.

תשובה: משפחת סלע מוציאה 18% מההוצאות על סעיף "שונות".

ב. בחודש מסוים הוציאה משפחת סלע סכום של 5,000 שקלים.

המשפחה הוציאה 50% על הוצאות סופרמרקט:

$$5,000 \cdot 50\% = 5,000 \cdot \frac{50}{100} = 5,000 \cdot 0.5 = 2,500 \text{ שקלים}$$

כמובן ש- 50% מהווים חצי מההוצאות, ואפשר היה גם $2,500 \text{ שקלים} = 5,000 : 2$

המשפחה הוציאה 20% על הוצאות חינוך:

$$5,000 \cdot 20\% = 5,000 \cdot \frac{20}{100} = 5,000 \cdot 0.2 = 1,000 \text{ שקלים}$$

תשובה: הסכום שהוציאה משפחת סלע על הוצאות לסופרמרקט הוא 2,500 שקלים, ולחינוך 1,000 שקלים .

ג. בחודש אחר הוציאה משפחת סלע 1,240 שקלים על חשבונות הבית, המהווים 12% מההוצאה הכוללת.

נסמן x סך ההוצאה החודשית, והמשוואה המתאימה היא $12\% \cdot x = 1,240$.

$$12\% \cdot x = 1,240$$

$$0.12x = 1,240 \quad :0.12$$

$$x = 10,333 \frac{1}{3} \approx 10,333$$

פתרון חלופי

אם 12% הם 1,240 שקלים, אז אחוז אחד הוא $103 \frac{1}{3}$ שקלים $= 1,240 : 12$,

ו- 100% הם $10,333 \frac{1}{3} \approx 10,333$ שקלים $= 103 \frac{1}{3} \cdot 100$.

תשובה: ההוצאה החודשית של המשפחה הייתה 10,333 שקלים.

נכתב ע"י עפר ילין