

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ג , 2023 , מועד א', שאלון: 35172

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה

**הכרז מתאר את אורך השיער של תמר בשנת 2020, לפי הזמן.
ידוע כי תמר לא הסתפרה בתחילת שנת 2020, ולא בסופה.**

- א. הקו מתחדש, באורך שונה, של שיער, שלוש פעמים –
לכן תמר הסתפרה 3 פעמים במהלך 2020 .
(ידוע כי תמר לא הסתפרה בתחילת השנה ולא בסופה).
תשובה: תמר הסתפרה 3 פעמים במהלך 2020 .
- ב. משך הזמן הארוך ביותר הוא 5 חודשים.
(בין סוף החודש החמישי לסוף חודש העשירי).
תשובה: משך הזמן הארוך ביותר בשנת 2020 , שבו תמר לא הסתפרה, הוא 5 חודשים.
- ג. אורך השיער הגדול ביותר היה 9 ס"מ (שנמדד בסוף החודש השלישי, וגם בסוף החודש העשירי).
תשובה: האורך המקסימלי של השיער של תמר בשנת 2020 היה 9 ס"מ.
- ד. נבדוק את קצב הגידול בשנת 2020 :
נוח ביותר למדוד קצב זה בין סוף החודש השלישי לסוף החודש החמישי:
במשך 2 חודשים גדל השער ב- 2 ס"מ – לכן קצב התארכות הוא 1 ס"מ לחודש.
במהלך 3 החודשים הראשונים של 2021 , בקצב התארכות זהה כפי שנתון,
התארך שיערה של תמר ב- 3 ס"מ.
תשובה: שיערה של תמר התארך, בשלושת החודשים הראשונים של 2021 , ב- 3 ס"מ.

נתונה קובייה מאולנת, שצל כל אחת מהפאות שלה

רשום אחד מהמספרים 6,5,4,3,2,1

מסויף א: גיל לורק את הקובייה פעם אחת.

א. תשובה: ההסתברות, שהקובייה תיפול על המספר 2, היא $\frac{1}{6}$.

מסויפים ב-ג: מתן, ולאחר מכן מתן וצט גיל, לורקים את הקובייה שתי פעמים.

סה"כ ישנן 36 אפשרויות שונות בהטלת שתי קוביות.

כל האפשרויות שוות הסתברות, $\frac{1}{36}$.

ב. יש אפשרות אחת בלבד (4,4).

תשובה: ההסתברות, שבשתי הפעמים

הקובייה תיפול על המספר 4 היא $\frac{1}{36}$.

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

ג. גיל ינצח אם באחת מהפעמים, (הראשונה או השנייה)

הקובייה תיפול על המספר 2, ובפעם האחרת היא תיפול על המספר 4.

יש שתי אפשרויות שכאלה: (2,4), (4,2), וההסתברות היא $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

מתן ינצח במשחק אם בשתי הפעמים תיפול הקובייה על המספר 5.

יש רק אפשרות אחת כזאת: (5,5), וההסתברות היא $\frac{1}{36}$.

תשובה: לשני השחקנים אין את אותו הסיכוי (ההסתברות) לנצח.

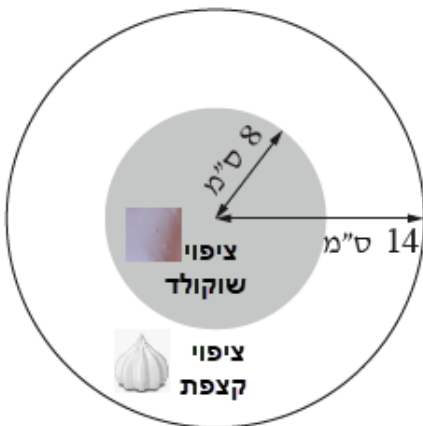
נכתב ע"י עפר ילין

**ג. היא אפה צוזה בתבנית צאלה.
אורק הרדיוס fe התבנית הוא 14 ס"מ.**

א. שטח עיגול נתון על ידי הנוסחה $S = \pi \cdot R^2$

שטח בסיס התבנית הוא: $S = \pi \cdot 14^2 = 196\pi \approx 615.75$ סמ"ר.
תשובה: שטח בסיס התבנית הוא $196\pi \approx 615.75$ סמ"ר.

**ג. היא ציפה את החלק המרכזי (השטח האפור שבסרטוט) בשוקולד,
ואת שאר הצוזה (השטח הלבן שבסרטוט) הוא ציפה בקצפת.**



ב. רדיוס העיגול הפנימי הוא 8 ס"מ.

(1) שטח העיגול הפנימי הוא: $S = \pi \cdot 8^2 = 64\pi \approx 201.06$ סמ"ר.

תשובה: השטח שציפה גיא בשוקולד הוא $64\pi \approx 201.06$ סמ"ר.

(2) את השטח הלבן שבסרטוט (שטח של טבעת) נחשב כהפרש שטחים.

$$S = 196\pi - 64\pi = 132\pi = 414.69 \text{ סמ"ר}$$

תשובה: השטח שציפה גיא בקצפת הוא $132\pi = 414.69$ סמ"ר.

ג. יצל אפתה צוזה בתבנית צאלה.

קוטר הצוזה שאפתה יצל גדול ב- 20% מקוטר הצוזה שאפה גיא.

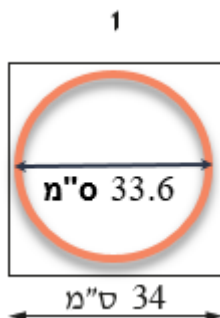
ג. רדיוס העוגה שאפה גיא הוא 14 ס"מ, ולכן הקוטר הוא $14 \cdot 2 = 28$ ס"מ.

קוטר העוגה, שאפתה יצל, גדול ב- 20% מקוטר העוגה שאפה גיא,

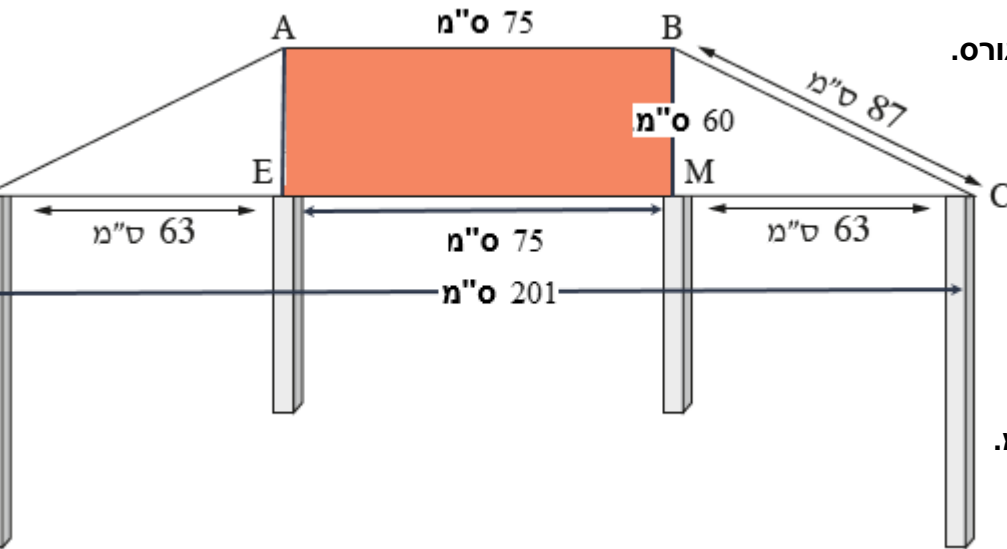
$$\text{ולכן הוא } 33.6 \text{ ס"מ} = 1.2 \cdot 28 = \frac{100 + 20}{100} \cdot 28$$

מכאן, שאפשר להניח את העוגה רק במגש שבסרטוט 1, שאורך צלעו 34 ס"מ.

תשובה: סרטוט 1 הוא של מגש, שגודלו מתאים לעוגה שאפת יצל.



- תואר כנה שולחן בצורת טרפז שווה שוקיים ABCD.
המרוכז ABME הוא מלבן.



א. נמצא את BM באמצעות משפט פיתגורס.

$$\triangle BMC$$

$$(BM)^2 + (MC)^2 = (BC)^2$$

$$(BM)^2 = 87^2 - 63^2$$

$$(BM)^2 = 3,600$$

$$BM = \sqrt{3,600}$$

$$BM = 60 \text{ מ"מ}$$

תשובה: אורך הקטע BM הוא 60 ס"מ.

- ב. נתון: אורך הצלע DC הוא 2.01 מטרים, כלומר 201 ס"מ. $2.01 \cdot 100 = 201$ ס"מ.
בטרפז שווה שוקיים, המשולשים שבפינות זהים (חופפים), לכן $DE = MC = 63$ ס"מ.
מכאן, ש- $EM = 201 - 63 - 63 = 75$ ס"מ.
תשובה: אורך הקטע EM הוא 75 ס"מ.

- ג. שטח מלבן הוא מכפלת האורך ברוחב: $S_{ABME} = 75 \cdot 60 = 4,500$ סמ"ר.
תשובה: שטח המלבן ABME הוא 4,500 סמ"ר.

ד. נחשב תחילה את שטח הטרפז ABCD, על-פי הנוסחה: $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$.

ABME מלבן, כי צלעות נגדיות שוות במלבן $AB = EM = 75$ ס"מ.

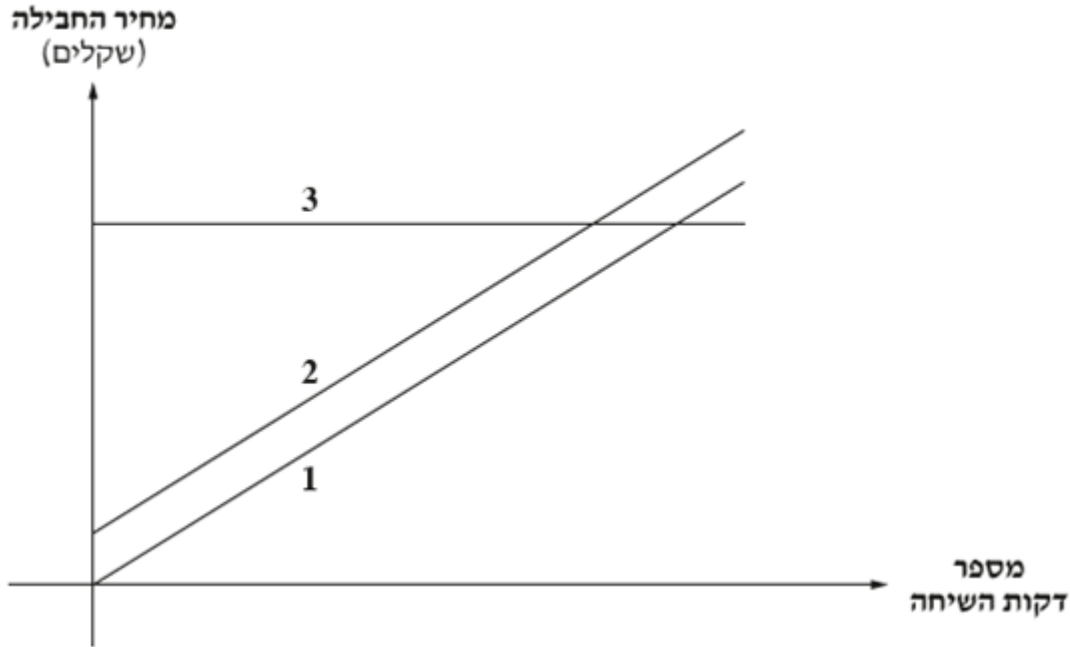
$$S_{ABCD} = \frac{(201+75) \cdot 60}{2} = \frac{276 \cdot 60}{2} = 8,280 \text{ סמ"ר}$$

מכאן שהיחס בין שטח הטרפז לשטח המלבן (הצבוע באדום) הוא: $\frac{8,280}{4,500} = 1.84$.

תשובה: שטח השולחן ABCD גדול פי 1.84 מן השטח הצבוע באדום.

הסרטוט מתואר על ידי גרפים.

המתארים את הקשר בין מחיר חבילת שיחות (שקלים) לבין מספר דקות השיחה.



א. הדר רכשה חבילת שיחות של 100 דקות, ושילמה עליה סך הכול 130 שקלים.

הדר השתמש בכל 100 דקות השיחה בחבילה שרכשה,

לכן שילמה 1.3 שקלים $= \frac{130}{100}$ עבור דקת שיחה אחת.

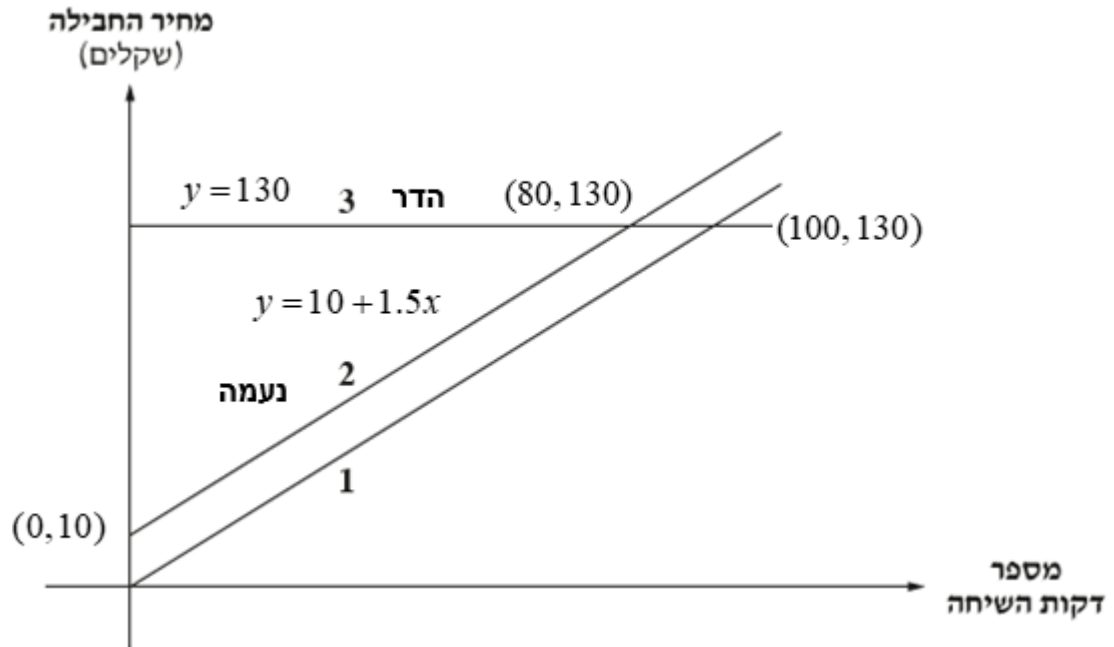
ב. נעמה רכשה חבילת שיחות שאינה מוגבלת במספר הדקות, ושילמה עבורה סכום חד פעמי של 10 שקלים.

בנוסף, שילמה נעמה 1.5 שקלים עבור כל דקת שיחה שהיא קיימה.

ביום הראשון של הטיול שוחחה נעמה 12 דקות, ושילמה עבורן 18 שקלים $= 12 \cdot 1.5$.

ובתוספת התשלום הקבוע שילמה נעמה: 28 שקלים $= 18 + 10$.

תשובה: נעמה שילמה 28 שקלים, עבור 12 דקות השיחה שקיימה (כולל הסכום החד-פעמי).



ג. גרף 3 מתאר את חבילת השיחות שרכשה הדר, כי מחיר החבילה קבוע 130 שקלים. למעשה המשוואה $y = 130$ מתאימה לגרף 3.

נשים לב, שגרף 3 ייעצר לאחר 100 דקות שיחה, הנקודה (100,130), כי אז החבילה תסתיים. גרף 2 מתאר את חבילת השיחות שרכשה נעמה, כי הוא מתחיל בנקודה (0,10), שמייצגת את התשלום הקבוע (החד-פעמי) בסך 10 שקלים, ועולה בשיפוע קבוע שמייצג את המחיר לכל דקת שיחה בסך 1.5 שקלים, $m = 1.5$.

ד. אם נסמן ב- x את מספר דקות השיחה ששוחחה נעמה, וב- y את הסכום הכולל ששילמה על החבילה שלה,

אז $y = 10 + 1.5x$, היא הפונקציה המתארת את המחיר ששילמה נעמה

עם 10 שקלים תשלום חד-פעמי ו- 1.5 שקלים לדקת שיחה.

הסכום הכולל ששילמה נעמה שווה לסכום ששילמה הדר על החבילה שלה, שהוא 130 שקלים.

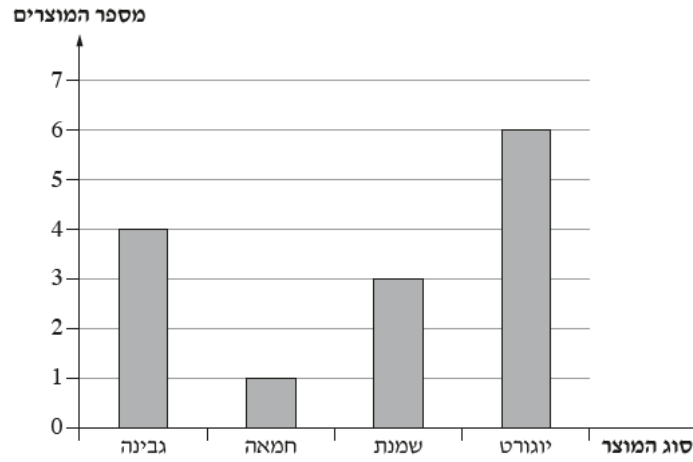
$$10 + 1.5x = 130 \quad / -10$$

$$1.5x = 120 \quad / :1.5$$

$$\boxed{x = 80}$$

תשובה: נעמה שוחחה 80 דקות סך הכול.

דיאגרמת הצמודות מתארת את מספר מוצרי החלב שקונה משפחת לוי בשבוע, לפי סוג המוצר.



א. סך מוצרי החלב, שקונה משפחת לוי בשבוע, הוא $N = 4 + 1 + 3 + 6 = 14$.
תשובה: משפחת לוי קונה בשבוע 14 מוצרי חלב הכול.

ב. השכיח הוא הנתון, ששכיחותו היא הגבוהה ביותר.
בהתפלגות שלנו, השכיח הוא יוגורט, כי אותו קונים הכי הרבה 6 פעמים.
תשובה: השכיח הוא יוגורט.

ג. נרכז בטבלה אחת את מספר המוצרים ואת המחירים.

	גבינה	חמאה	שמנת	יוגורט	מוצר
סה"כ	5	9	4	6	מחיר ליחידה (בשקלים)
$N = 14$	4	1	3	6	כמות

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 9 \cdot 1 + 5 \cdot 4}{14} = \frac{77}{14}$$

$$\boxed{\bar{x} = 5.5}$$

תשובה: המחיר הממוצע של מוצרי חלב, שקונה משפחת לוי בשבוע, הוא 5.5 שקלים.

ד. משפחת לוי החליטה שהחל מהשבוע הבא היא תקנה שתי גבינות נוספות בכל שבוע.
כיוון שהמחיר של גבינה, שהוא 5 שקלים, נמוך מהממוצע, הרי שהממוצע ירד.
תשובה: המחיר הממוצע של מוצרי החלב, שתקנה משפחת לוי החל מהשבוע הבא, יקטן.
נכתב ע"י עפר ילין