

פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשפ"ד , 2023 , שאלון: 35471

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה

א. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{9}{1-x} + 2$, המוגדרת לכל $x \neq 1$, והסרטוט שלה.

$x = 1$ מאפס את המכנה במחובר השמאלי, ולא את המונה,

לכן הישר $x = 1$ אסימפטוטה המאונכת לציר ה- x .

כאשר $x \rightarrow \infty$ המחובר השמאלי שואף ל-0, ולכן $f(x) \rightarrow 0 + 2 = 2$,

ו- $y = 2$ אסימפטוטה המאונכת לציר ה- y .

תשובה: $x = 1, y = 2$.

ב. הפונקציה שיישור נביא לאינימוס היא היקף המלבן ABCD.

נסמן $A(t, \frac{9}{1-t} + 2)$ נקודה על גרף הפונקציה, ברביע השני.

AB מקביל לציר ה- x , $AB = x_B - x_A = 1 - t$.

AD מקביל לציר ה- y , $AD = y_A - y_D = \frac{9}{1-t} + 2 - 2 = \frac{9}{1-t}$.

$$P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(1-t + \frac{9}{1-t})$$

$$P_{ABCD} = 2 - 2t + \frac{18}{1-t}$$

$$P' = -2 + \frac{0 - 18 \cdot (-1)}{(1-t)^2}$$

$$P' = -2 + \frac{18}{(1-t)^2}$$

$$0 = -2 + \frac{18}{(1-t)^2}$$

$$\frac{18}{(1-t)^2} = 2$$

$$9 = (1-t)^2$$

$$3 = 1-t \rightarrow \boxed{t = -2} \quad -3 = 1-t \rightarrow \cancel{t = 4} \quad \leftarrow t < 0$$

$$P'(-3) = -\frac{7}{8} < 0, P'(-1) = \frac{5}{2} > 0 \rightarrow \text{Min}$$

$$f(-2) = \frac{9}{1-(-2)} + 2 = 5 \rightarrow \boxed{A(-2, 5)}$$

תשובה: $A(-2, 5)$, עבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. $3 \cdot 3 = 9$ הוא (למעשה, התקבל ריבוע) $AD = 5 - 2 = 3, AB = 1 - (-2) = 3$.

תשובה: שטח המלבן, שהיקפו מינימלי, הוא 9.

