

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.  
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

תוכנית חדשה

## מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

### הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון – סדרות, וקטורים וגדילה ודעיכה  
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם –  $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.  
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

## השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סדרות, וקטורים וגדילה ודעיכה

1. נתונה סדרה חשבונית A שאיבריה הם:  $a_1, a_2, a_3, \dots$  ובה 23 איברים.

נתון:  $a_{12} = 7$ , הפרש הסדרה הוא 5.

א. מצאו את  $a_1$ .

ב. מצאו את סכום האיברים שנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B שאיבריה הם:  $b_1, b_2, b_3, \dots$  וגם בה 23 איברים. האיבר הראשון בסדרה הוא 3.

נסמן את הפרש הסדרה B ב- $d$ .

מכל איברי הסדרות A ו-B בונים סדרה חשבונית חדשה שאיבריה הם:  $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \dots$

ג. (1) מצאו את האיבר הראשון של הסדרה החדשה.

(2) הביעו באמצעות  $d$  את הפרש הסדרה החדשה.

(3) נתון כי סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3,013.

מצאו את  $d$ .

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCDE שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

הנקודה M נמצאת על המקצוע EC כך שמתקיים  $\vec{CM} = \frac{2}{3}\vec{CE}$ .

AE מאונך לבסיס הפירמידה.

נסמן:  $\vec{AB} = \underline{v}$ ,  $\vec{AD} = \underline{u}$ ,  $\vec{AE} = \underline{w}$ .

נתון:  $|\underline{w}| = |\underline{u}|$ .

א. (1) הביעו את הווקטורים  $\vec{AM}$ ,  $\vec{CE}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

(2) הוכיחו כי  $\vec{AM}$  מאונך ל- $\vec{CE}$ .

נתון: האורך של צלע הריבוע ABCD הוא 6,  $A(0,0,0)$ .

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x.

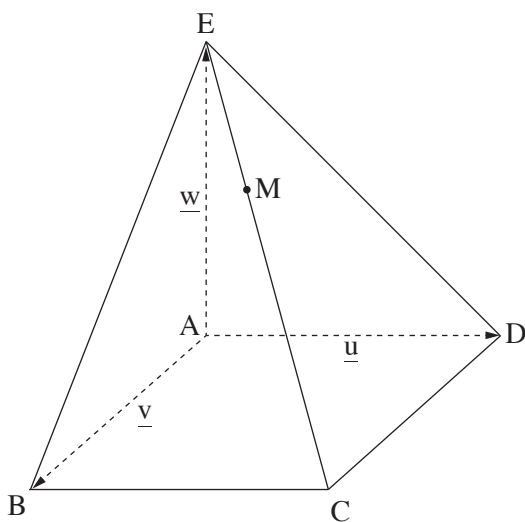
הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y.

הקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

ב. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים E ו-C.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ג. חשבו את שטח המשולש AMC.



3. מתחילת שנת 2018, כמות הדבש בכוורת דבורים מסוימת קטנה בכל חודש באחוז קבוע. לאחר 8 חודשים כמות הדבש בכוורת הייתה 45% מכמות הדבש בתחילת שנת 2018.
- א. מצאו בכמה אחוזים קטנה כמות הדבש בכל חודש.
- ב. מצאו בכמה אחוזים קטנה כמות הדבש בכוורת כעבור 10 חודשים מתחילת שנת 2018.
- ג. מצאו כעבור כמה חודשים מתחילת שנת 2018 קטנה כמות הדבש ב- 33% בהשוואה לתחילת השנה. מתחילת שנת 2019 והלאה כמות הדבש בכוורת גדלה בכל חודש באחוז קבוע.
- בתחילת שנת 2019 הייתה בכוורת כמות של  $k$  ק"ג דבש.
- הפונקצייה  $f(t) = k \cdot (1.05)^t$  מתארת את כמות הדבש בכוורת (בק"ג) כפונקצייה של הזמן (בחודשים). בתחילת שנת 2018 הייתה בכוורת כמות של 600 ק"ג דבש.
- ד. מצאו את כמות הדבש שהייתה בכוורת בתחילת שנת 2021.

### פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{e^{(ax-1)}}{x^2}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .

(3) הסבירו מדוע הפונקצייה  $f(x)$  חיובית, בעבור כל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.

נתון כי הנקודה  $\left(-1, \frac{1}{e^3}\right)$  נמצאת על גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ב. מצאו את הערך של  $a$ .

הציבו  $a = 2$  בפונקצייה  $f(x)$ , וענו על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = f(x) + k$ ,  $k$  הוא פרמטר.

נתון כי לישר  $y = -2e$  ולגרף הפונקצייה  $g(x)$  יש בדיוק שתי נקודות משותפות.

ד. מצאו את הערך של  $k$ .

5. בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II.

אחד מן הגרפים מתאר את הפונקצייה  $f(x)$ , והאחר מתאר את

פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

א. קבעו איזה מן הגרפים I, II מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

נמקו את קביעתכם.

נתון:  $f(x) = x^2 \cdot (2\ln(x) - 1)$ .

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ ,

וקבעו את סוגה על פי הגרף.

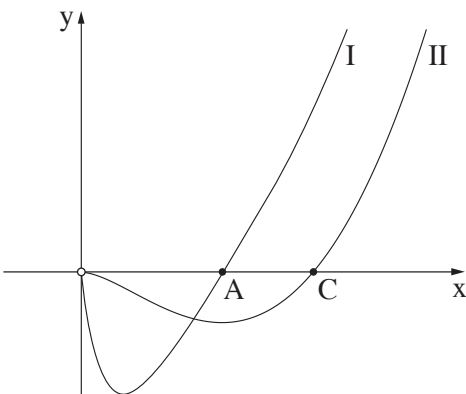
הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף I עם ציר ה- $x$ ,

והנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף II עם ציר ה- $x$ .

ג. מצאו את אורך הקטע AC.

דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- $y$ .

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף I, על ידי הישר המקביל לציר ה- $y$  ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח שברביע הראשון).



### בהצלחה!