

## פתרון הבחינה

# במתמטיקה

קיץ תשפ"ד, 2024, שאלון: 35582, גרסה 06

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



1. נתון מעגל I שמשוואתו  $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$ , ומרכזו בנקודה K.  
נתון מעגל II שמשוואתו  $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 1$ , ומרכזו בנקודה L.  
הנקודה A נמצאת על מעגל I, והנקודה B נמצאת על מעגל II.

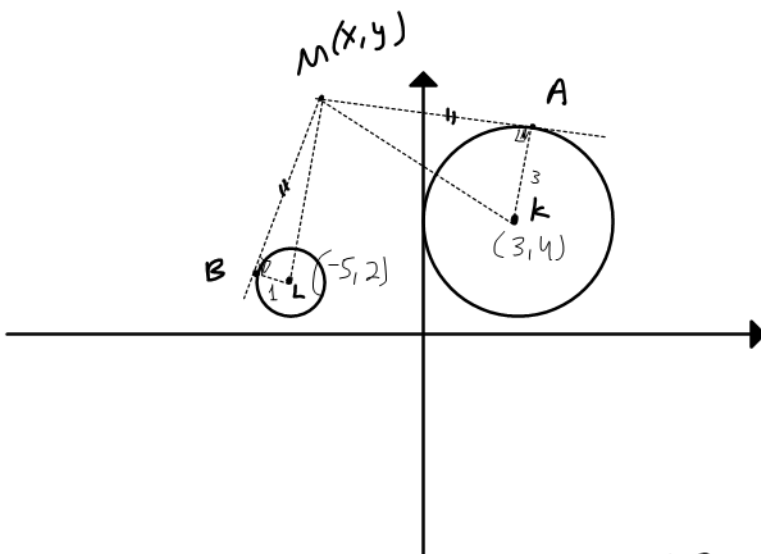
מעבירים משיק למעגל I דרך הנקודה A ומשיק למעגל II דרך הנקודה B. שני המשיקים נחתכים בנקודה M.  
א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M המקיימות  $MA = MB$  הוא קו ישר, ומצאו את משוואתו.

- ב. (1) הראו כי הישר שאת משוואתו מצאתם בסעיף א והישר KL מאונכים זה לזה.  
(2) האם קיימת נקודה M שמתקיים בעבורה  $ML = MK$ ? נמקו את תשובתכם.

נתון כי בעבור אחת מן הנקודות M, הנמצאת מעל הישר KL, שטח המשולש KLM הוא 26.  
ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

הנקודה M שמצאתם בסעיף ג נמצאת על הפרבולה  $y^2 = 2px$ , p הוא פרמטר.  
ד. מצאו את משוואת המשיק לפרבולה בנקודה M.

מרכז I:  $K(3,4)$  רדיוס 3  
מרכז II:  $L(-5,2)$  רדיוס 1



עקב  $MA = MB$  - משל (בגאומטריה)  
(רדיוס מאונך למשיק בנקודה הנשקית)

$$MA^2 + 3^2 = MK^2$$

$$MA = \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2 - 9}$$

עקב  $MB = ML$  - בגאומטריה

$$MB = \sqrt{(x+5)^2 + (y-2)^2 - 1}$$

$$MA^2 = MB^2$$

$$\overline{x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 - 9} = \overline{x^2 + 10x + 25 + y^2 - 4y + 4 - 1}$$

$$-4y - 16x - 12 = 0 \quad \cdot (-4) \Rightarrow$$

$$4x + y + 3 = 0$$

$$y = -4x - 3$$

המקום הגאומטרי הוא קו ישר שמסלולו

- ב. (1) הראו כי הישר שאת משוואתו מצאתם בסעיף א והישר KL מאונכים זה לזה.  
 (2) האם קיימת נקודה M שמתקיים בעבורה  $ML = MK$ ? נמקו את תשובתכם.

$$m_{KL} = \frac{4-2}{3-(-5)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

ק(1)  $L(-5, 2), K(3, 4)$

$$4x + y + 3 = 0$$

הישר  
שמהלך

$$m = -4 \quad \text{שיבולט } y = -4x - 3$$

$$m_{KL} \cdot m = \frac{1}{4} \cdot (-4) = -1 \Rightarrow \text{הישר אכן נאיך ל- KL}$$

ב(2) תשובה: כן. יש קיימת נקודה M שעדיף  $ML = MK$ .

$$MK = \sqrt{MA^2 + 3^2}$$

נימנן: לפי משפט פיתגורס

$$ML = \sqrt{MB^2 + 1^2}$$

ובכן הנקודה M נקיימת  $MA = MB$

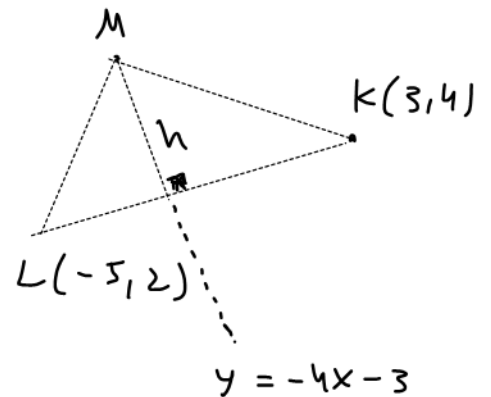
ולכן עדיף כן נקודה M נקיימת  $ML \neq MK$

- נתון כי בעבור אחת מן הנקודות M, הנמצאת מעל הישר KL, שטח המשולש KLM הוא 26.  
 ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

$$d_{KL} = \sqrt{(4-2)^2 + (-5-3)^2} = \sqrt{4+64} = \sqrt{68}$$

$$S_{KLM} = \frac{KL \cdot h}{2} = 26$$

$$h = \frac{52}{\sqrt{68}} = \frac{M \text{ קיימת}}{KL - n}$$



נוסחת המיתק נקודת היסוד

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

הנקודה הנמצאת על הישר

$$M(t, -4t - 3)$$

הנקודה :

$$h = \frac{52}{\sqrt{68}}$$

המיתק :

היסוד KL :

$$m_{KL} = \frac{1}{4}$$

$$K(3, 4)$$

$$y - 4 = \frac{1}{4}(x - 3)$$

$$KL: -x + 4y - 13 = 0$$

$$y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4} + 4 = \frac{1}{4}x + 3\frac{1}{4} \quad | \cdot 4$$

$$4y = x + 13$$

$$\frac{-\frac{1}{52}}{\sqrt{68}} = \frac{-t + 4(-4t - 3) - 13}{\sqrt{(-1)^2 + 4^2}} = \frac{-17t - 25}{\sqrt{17}} \quad | \cdot \sqrt{68}$$

$$52 = 2 \cdot (-17t - 25)$$

$$52 = -34t - 50$$

$$102 = -34t$$

$$t = -3$$

$$y_m = -4t - 3 = 9$$

$$\frac{\sqrt{68}}{\sqrt{17}} = \sqrt{4} = 2$$

$$M(-3, 9)$$

הנקודה M שמצאתם בסעיף ג נמצאת על הפרבולה  $y^2 = 2px$ , p הוא פרמטר.
   
 7. מצאו את משוואת המשיק לפרבולה בנקודה M.

$M(-3, 9)$

$$y^2 = 2px \Rightarrow 9^2 = 2p \cdot (-3)$$

$$p = -13.5$$

$$yy_1 = p(x + x_1)$$

משיק לפרבולה:

$$y \cdot 9 = -13.5(x + (-3)) \quad | : 9$$

$$y = -1.5(x - 3)$$

$$y = -1.5x + 4.5 \quad | \cdot -2$$

$$3x + 2y - 9 = 0 \quad \text{אפשר גם:}$$

2. נתונים שני ישרים  $l_1$  ו-  $l_2$ . לפניכם הצגה פרמטרית של כל אחד מן הישרים.

$$l_1: \underline{x} = t(-1, 3, 0)$$

$$l_2: \underline{x} = (1, -3, 0) + m(0, k, 1)$$

k הוא פרמטר.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של הישרים  $l_1$  ו-  $l_2$ .

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

נסמן ב-  $\alpha$  את הזווית בין הישרים  $l_1$  ו-  $l_2$ .

ב. מצאו את הערך של k שבעבורו מתקיים  $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5}$ .

הציבו  $k = 2$ , וענו על הסעיפים ג-ה.

המישור  $\pi$  מכיל את הישרים  $l_1$  ו-  $l_2$ .

ג. מצאו את משוואת המישור  $\pi$ .

הנקודה B נמצאת על הישר  $l_2$ , והנקודה O היא ראשית הצירים.

המשולש AOB הוא שווה שוקיים,  $AO = AB$ .

ד. הסבירו מדוע המשולש AOB נמצא במישור  $\pi$ .

מן הנקודה A מעלים אנך למישור  $\pi$  ומסמנים עליו את הנקודה S.

נתון: נפח הפירמידה SAOB הוא  $7\sqrt{2}$ .

ה. מצאו את שיעורי הנקודה S (את שתי האפשרויות).

פתרון:

א. נשאלה האם ההצגה הפרמטרית של הישרים:

$$t(-1, 3, 0) = (1, -3, 0) + m(0, k, 1)$$

$$\begin{cases} -t = 1 \\ 3t = -3 + mk \\ 0 = m \end{cases} \Rightarrow t = -1 \rightarrow \boxed{A(1, -3, 0)}$$





ב. זווית קיין ישרה היא  $90^\circ$  - הנקודה קיין וקטורי הכיוון של הווקטורים:

$$\cos \alpha = \frac{|(-1, 3, 0) \cdot (0, 1, 1)|}{\sqrt{(-1)^2 + 3^2 + 0^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2}}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{5} = \frac{|3|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{2}} \quad | : 3$$

$$\frac{\sqrt{20}}{5} = \frac{|1|}{\sqrt{2}} \quad ( )^2$$

$$\frac{4}{5} = \frac{1}{2}$$

$$4|1|^2 + 4 = 5|1|^2$$

$$4 = 4$$

$$\boxed{1 = 1}$$

ד.  $3 \cdot 2 = 6$  - הנקודה  $3 \cdot 2 = 6$  - הפרמטר  $t = 6$ :

$$r_1: \underline{x} = t(-1, 3, 0)$$

$$r_2: \underline{x} = (1, -3, 0) + u(0, 2, 1)$$

נחזיק  $t = 6$  - הנקודה הפרמטר  $t = 6$ :



$$\underline{x} = (1, -3, 0) + t(-1, 3, 0) + m(0, 2, 1)$$

נגדור משוואה של המישור:

$$\begin{cases} (a, b, c) \cdot (-1, 3, 0) = 0 \\ (a, b, c) \cdot (0, 2, 1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a + 3b = 0 \\ 2b + c = 0 \end{cases}$$

נבחר  $b = 1$  ונדקא  $a = 3, c = -2$

הנוסחה של המישור הוא  $(3, 1, -2)$

וכן המשוואה היא  $3x + y - 2z + d = 0$

נציב א-ה הנקודה  $(1, -3, 0)$ :

$$3 \cdot 1 + (-3) - 2 \cdot 0 + d = 0 \rightarrow d = 0$$

משוואת המישור היא  $3x + y - 2z = 0$

3. אם משוואת המישור  $\pi$ , הוא עוקר

צדו כאשר הציירים ואכן כל הנקודות

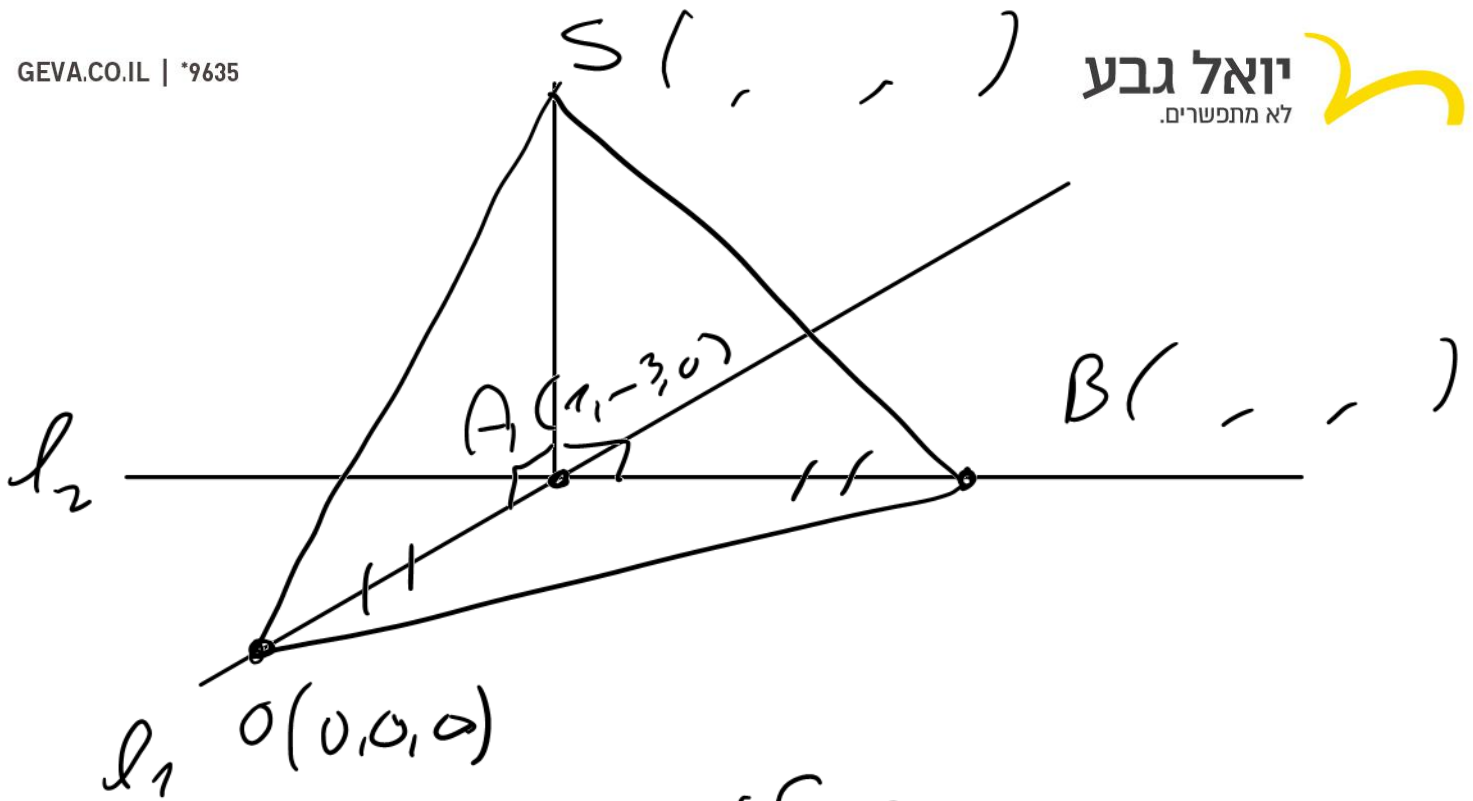
A, B, C נמצאות על המישור  $\pi$ .

כלומר משולש ABC אינו קנישור  $\pi$ .

ה. נתון א-ה הבירגיה קטיות, נשיק אק כי  $\pi$  נמצא על  $\pi$ :







אז היות נקודה B לא משנה  
משום שנוכל לחשב את שטח הקסום  
AOB קצת - היגיון כי  $AS = AB$ .  
נתחיל במצולא - ההצגה הפרמטרית -  
שם היא נקרא AS. מכיוון שהזווה  
משוואה, אנשישור, וקטור הכיוון שלו הזווה  
הנורמלית של המישור:

$$AS: \underline{x} = (1, -3, 0) + Q(3, 1, -2)$$

כך, קיבלנו - הנקודה S:

$$S(1+3Q, -3+Q, -2Q)$$



ונקודת A ונקודת B - אזרחי האזור AS  
גובה הפינאנציה:

$$d_{AS} = \sqrt{(x_s - x_A)^2 + (y_s - y_A)^2 + (z_s - z_A)^2}$$

$$d_{AS} = \sqrt{(1+3q-1)^2 + (-3+q+3)^2 + (-2q-0)^2}$$

$$d_{AS} = \sqrt{9q^2 + q^2 + 4q^2} = \sqrt{14q^2}$$

שטח המשולש הריבועי AOB:

$$S_{AOB} = \frac{AO \cdot BO \cdot \sin \alpha}{2}$$

קוטרי הריבוע:  $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5}$

משפט פיתגורס:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

ונקודת A ונקודת B:  $\sin \alpha$

$$\sin^2 \alpha + \frac{9 \cdot 2}{25} = 1$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{7}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

$\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}$  זכור  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$



נה ש ב ל - א ו כ ון א ו כ ון : א ב

$$d_{A0} = \sqrt{(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2 + (z_A - z_0)^2}$$

$$d_{A0} = \sqrt{(7-0)^2 + (-3-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{10}$$

כאן נר:  $AO = AB = \sqrt{10}$

מכיון ששלוש הצלעות הן 10 אז הן יוצרות משולש שווה צדדים.

הנורמל:

$$S_{A0B} = \frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2}}{2} = \sqrt{7}$$

כעת נציג את כל מה שיש לנו בקוסינוס  
לפיכך פירמית:

$$V_{SA0B} = \frac{S_{A0B} \cdot SA}{3} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{144}}{3} = 2\sqrt{2}$$

נניח: קריבוע:

$$\frac{2}{3} (144) = 58$$

$$144 = 126$$



$$Q^2 = 9 / \sqrt{7}$$

$$Q = \pm 3$$

נניח  $Q = 3$  ונחשב את  $S$  - נניח  $Q = -3$  ונחשב את  $S$  :  
 היות ש  $Q = 3$  ו  $Q = -3$  :  
 $S = (10, 0, -6)$   
 $S = (-8, -6, 6)$

$$S(10, 0, -6)$$

$$: Q = 3$$

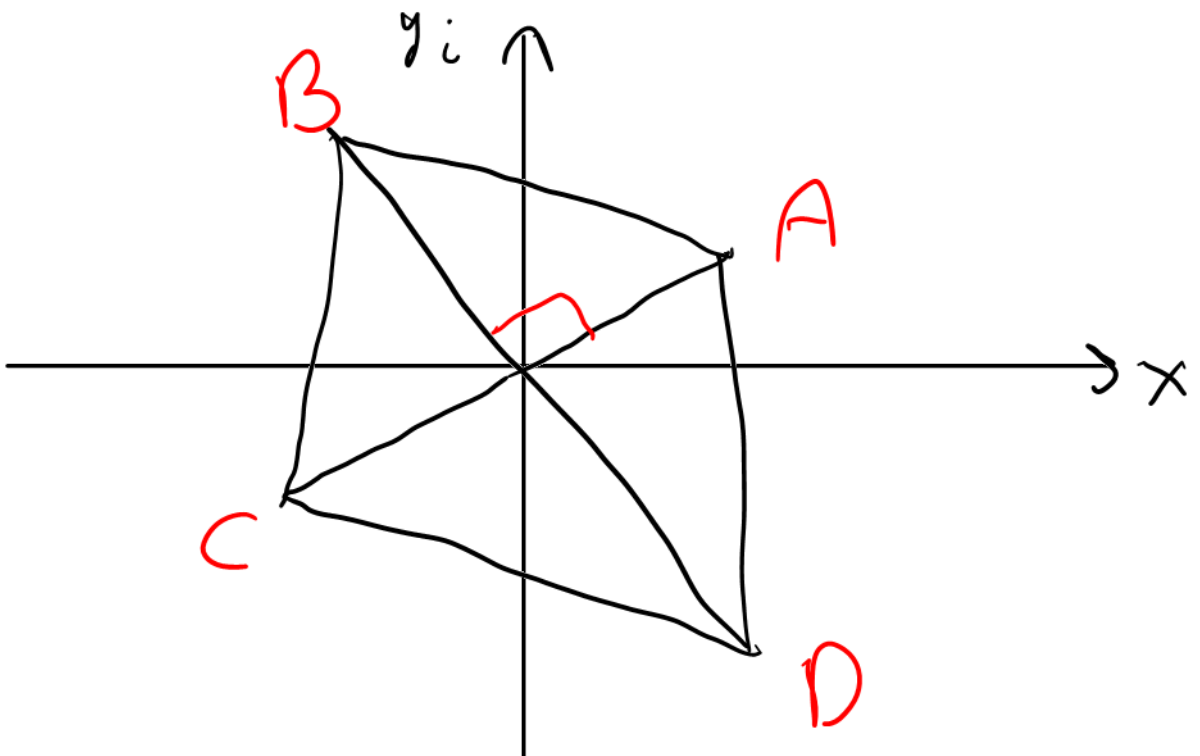
$$S(-8, -6, 6)$$

$$: Q = -3$$



3. במעוין ABCD הקודקוד A נמצא ברביע הראשון, והקודקוד B נמצא ברביע השני במישור גאוס.  
אלכסוני המעוין נפגשים בראשית הצירים.  
המספר המרוכב  $z$  מייצג את הקודקוד A.  
נתון:  $BD = 2AC$ .  
א. הביעו באמצעות  $z$  את המספרים שמייצגים את הקודקודים B, C, D.  
נסמן:  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ .  
ב. ענו על התת-סעיפים (1) ו-(2). הביעו את תשובותיכם באמצעות  $r$  ו- $\theta$  אם יש צורך.  
(1) כתבו הצגה קוטבית של ארבעת המספרים ההופכיים  $(\frac{1}{z}, \dots)$  למספרים המייצגים את קודקודי המעוין.  
(2) ארבעת המספרים שמצאתם בתת-סעיף ב(1) מייצגים קודקודים של מרובע.  
מצאו את שטח המרובע שנוצר על ידי קודקודים אלה.  
ג. נתונה המשוואה:  $w, w^{11} = \bar{w}$ . הוא מספר מרוכב השונה מ-0.  
מצאו את סכום 12 הפתרונות של המשוואה.  
פתרונות המשוואה שבסעיף ג מייצגים קודקודים של מצולע ששטחו שווה לשטח המרובע שמצאתם בתת-סעיף ב(2).  
ד. מצאו את הערך של  $z$ .

פתרון:  
א. נתון כי המעוין הוא מרובע ששטחו שווה לשטח המרובע שמצאתם בתת-סעיף ב(2):



נתון  $A = z$  קצול  $B$   
 מסוק  $B - z$  אגול - קצול  $A$   
 ורחוק פי 2 מהוואט-ר.  
 טיקוק  $B - z$  טקול אהרם  
 הגספר  $B - z$ , וזכנ:  $B = 2iz$   
 קצול  $C = -z$  אקצול  $A$   
 וזכנ  $C = -z$   
 קצול  $D = -2iz$  אקצול  $B$   
 וזכנ  $D = -2iz$   
אפיכאט:

$$B = 2iz, C = -z, D = -2iz$$

ק. (1)  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta) \sim r e^{i\theta}$   
 $\Downarrow$   
 $z = r e^{i\theta}$



נח? א. א. - המספרים ההפכיים:

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{r \operatorname{cis} \theta} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(-\theta)$$

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{2ir \operatorname{cis} \theta} = \frac{1}{2r \operatorname{cis}(\theta + 90^\circ)} = \frac{1}{2r} \operatorname{cis}(-\theta - 90^\circ)$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{-r \operatorname{cis} \theta} = \frac{1}{r \operatorname{cis}(\theta + 180^\circ)} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(-\theta - 180^\circ)$$

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{-2ir \operatorname{cis} \theta} = \frac{1}{2r \operatorname{cis}(\theta + 270^\circ)} = \frac{1}{2r} \operatorname{cis}(-\theta - 270^\circ)$$

(2) המהירות שנוכח הוא ממוין

הצל. אורך היאורסון AC

הוא  $\frac{1}{r} = \frac{2}{r}$ , ואורך

היאורסון BC הוא  $\frac{1}{2r} = \frac{1}{r}$

$$\sum_{\theta=0}^{\pi} \frac{1}{r} = \frac{\frac{2}{r} \cdot \frac{1}{2}}{2} = \boxed{\frac{1}{r^2}} \quad \text{לכן?}$$



$$w = R \cos \alpha$$

ינבחר יא אר השאלות:

$$(R \cos \alpha)^{11} = \overline{R \cos \alpha}$$

$$R^{11} \cdot (\cos 11\alpha) = R \cos(-\alpha)$$

$$\begin{cases} R^{11} = R \\ 11\alpha = -\alpha + 360k \end{cases}$$

$$\begin{cases} R = 0 \quad \text{או} \quad R = 1 \\ 12\alpha = 360k \Rightarrow \alpha = 30k \end{cases}$$

נתון  $w \neq 0$  זכין יש 12

הכיון שיהב  $w_k = \cos 30k$

נסיב זק שניתן לחלק א

2 ההכיון ל-6 צו 2





של מספרים נבדלים :

טאגל לים נאגיל סט צ'י  
טאגל לים נבדיל - טאגל לים

וכן האלה.

הכנוק של כל פוג כלה הווא

אפס ז'אן סכום גו הפירוק  
הווא אפס.

תשובה: סכום הפירוק אפס

3. הגזוזג השוכזז הג' גו

צ'אג. נחשב סלה של

שז'לס אהז סקד'הווי שני

ד'הוויק ט'הוויק בג'ולא, ו'הרז

הג'ולאג (0.4) :

$$S_{\Delta} = \frac{1 \cdot 1 \cdot \sin 30^{\circ}}{2} = \frac{1}{4}$$



נכנסת  $r$  - 12 יונדקת לשטח  
 הגדולת המשולש הווני

$$S = 10 \cdot \frac{1}{4} = 3$$

שאוה לשטח הגדולת  $r$  מסתו  
 $r$  (2) :

$$\frac{1}{r^2} = 3 \rightarrow r^2 = \frac{1}{3} \rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

משוואה :



4. נתונה הפונקצייה:  $f(x) = \frac{e^x - b}{(e^x - 4)^2}$ ,  $b \neq 4$ . הוא פרמטר חיובי.

א. ענו על התת-סעיפים (1)–(3). הביעו את תשובותיכם באמצעות  $b$  אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

נתון כי לפונקצייה  $f(x)$  יש נקודת קיצון בנקודה שבה  $x = \ln(12)$ .

ב. מצאו את הערך של  $b$ , ואת סוג נקודת הקיצון.

הציבו בפונקצייה  $f(x)$  את הערך של  $b$  שמצאתם, וענו על הסעיפים ג–ו.

נתונה הפונקצייה:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $g(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $g(x)$  המאונכות לצירים.

ד. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$  וסקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

ה. מהו שיעור ה- $y$  של נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם גרף הפונקצייה  $g(x)$ ? נמקו את תשובתכם.

ו. קבעו אם הערך של  $\int_{-3}^{-2} (f(x) - g(x)) dx$  קטן או גדול מ- $1\frac{1}{2}$ . נמקו את קביעתכם.

$k(1)$

$$f(x) = \frac{e^x - b}{(e^x - 4)^2} \quad (b \neq 4)$$

$$(e^x - 4)^2 = 0 \rightarrow e^x = 4 \rightarrow x = \ln 4$$

$$x \neq \ln 4 \quad \text{כי}$$

$k(2)$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - b}{e^{2x} - 8e^x + 16} \rightarrow \frac{\frac{e^x}{e^{2x}} - \frac{b}{e^x}}{\frac{e^{2x}}{e^{2x}} - \frac{8e^x}{e^{2x}} + \frac{16}{e^{2x}}} \rightarrow \frac{\frac{1}{e^x} - \frac{b}{e^x}}{1 - \frac{8}{e^x} + \frac{16}{e^{2x}}} \rightarrow \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{0 - b}{(0 - 4)^2} \rightarrow -\frac{b}{16}$$



באשר נציג  $x = a_4$  המנהי נקז:

$$e^{a_4} - b \rightarrow a - b$$

דכיוון א  $a_4$   $b$  המנהי אא אמצאס אאן  
 $x = a_4$  אאז אאזכיר.

$$y \rightarrow 0 \quad y_{a-} = -\frac{b}{16} \quad x = a_4$$

כ(3)  $f'(x) = \frac{e^0 - b}{(e^0 - a)^2} \rightarrow \frac{1-b}{9}$

חיתוך אא אבי  $y$ :  $(0, \frac{1-b}{9})$

$$\frac{e^x - b}{(e^x - a)^2} = 0 \rightarrow e^x - b = 0 \rightarrow x = a_4$$

חיתוך אא אבי  $x$ :  $(a_4, 0)$

?  $f'(a_{12}) = 0$

$$f'(x) = \frac{e^x(e^x - a)^2 - (e^x - b)2(e^x - a)e^x}{(e^x - a)^4} \rightarrow \frac{e^x(e^x - a)(e^x - a - 2(e^x - b))}{(e^x - a)^4}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(e^x - a)(2b - a - e^x)}{(e^x - a)^2} \rightarrow \frac{e^{a_{12}}(e^{a_{12}} - a)(2b - a - e^{a_{12}})}{(e^{a_{12}} - a)^2} = 0$$

$$12 \cdot 8(2b - 16) = 0 \rightarrow 2b - 16 = 0 \rightarrow b = 8$$

x	x < a <sub>4</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>4</sub> < x < a <sub>12</sub>	x > a <sub>12</sub>
f'(x)	-	0	+	-
f(x)	↘	↗	↗	↘

אוי קאליר אאז אכזיר  $b = 8$ :  
 $f'(a_{12}) = -$   
 $f'(a_4) = +$   
 $f'(a_3) = -$

אזא הק'ציון אאז אקסמום

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



האז

$$g(x) = \frac{1}{f(x)}$$

אם  $g(x)$  אינו מוגדר בנקודה  $f(x)$  אינה מוגדרת! כלומר  
 כ-  $f(x)$  אינו סגור (כזאת) סגור  $f(x)$  כלומר  $x = 16$   
 אולי נזכיר בנקודה:  $x \neq 16, x \neq 18$

הז

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{f(x)} \rightarrow \frac{1}{0} = \infty$$

(אין כאן)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} \rightarrow \frac{1}{-\frac{1}{16}} \rightarrow -\frac{1}{\frac{1}{16}} = -16$$

(אין כאן)      (נזכיר ב)

$$\lim_{x \rightarrow 18} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{-\infty} = 0$$

(אין כאן) + (אין כאן) / (אין כאן)

ב-  $x = 18$  האם נכון וינין האם מנין זקן  $x = 16$   
 אינו אנכר

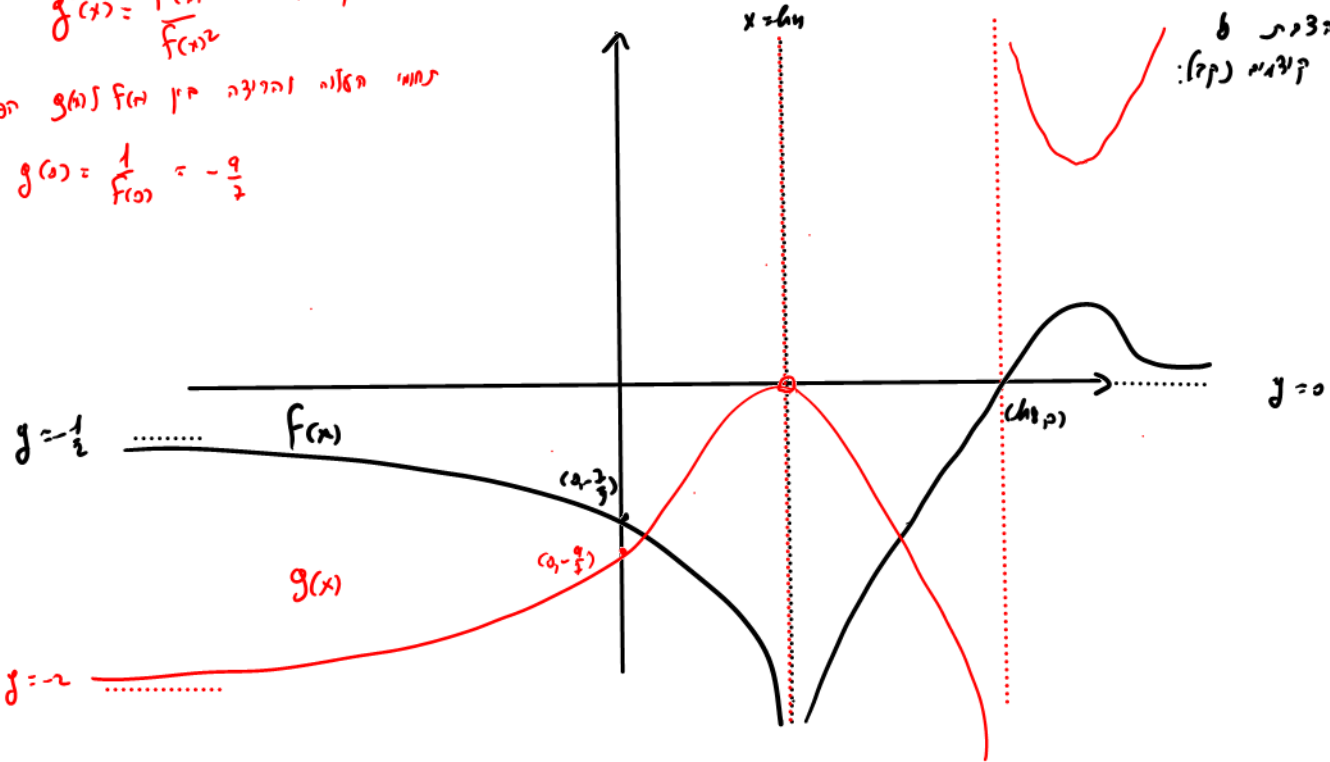
$$y = -2 \quad x = 18$$



מכיון 1 -  $g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)^2}$

תמוני האלנה והרביבה בין  $f(x)$  ו  $g(x)$  הסוכני

$g(x) = \frac{1}{f(x)} = -\frac{9}{7}$



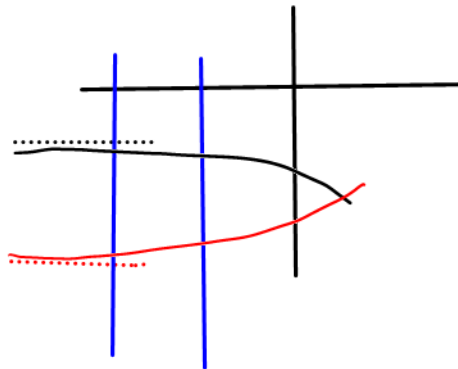
לאחר הבנת  $\phi$   
נסבירים קצת (קט):

ה.  $\frac{1}{f(x)} = f(x) \rightarrow f(x)^2 = 1 \rightarrow f(x) = \pm 1$

נימין אלאו לכו הביו  $\phi$  ו  $f(x)$  לא יכל אלוו סעון  
ולכן  $\phi = -1$

הערה: אלא שינוי הכול מה נככה למצוא את שינוי ה- $x$   
ה וקודם החיזוק אלוו ו  $\phi$  (קט) שינוי  $x$  אלווה.

1. נימין אלוו שינוי הכול  
קי סעון! אלוו הכולו סעון  
 $x = -2$  :  $x = 3$  תמיד יהיה קטן  
א 1.5, מכיון אלוו לא קטן תמיד  
קטן וזמן שינוי אלוו לא וזמן אלוו  
א 1.5, מכיון אלוו אלוו הכולו  
שינוי א 1.5 (לוו הכולו הכולו)  
וזהו כשני תמיד א 1.5  
**זק (מינימל) קטן א 1.5**



5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x((\ln(x))^2 - 2\ln(x) + 2)$ , המוגדרת בתחום  $x > 0$ .

א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ב. מצאו את שיעורי נקודת הפיתול של הפונקצייה  $f(x)$ .

ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ד. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

נתונות הפונקציות  $h(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ ,  $g(x) = (\ln(x))^2 - 9$  המוגדרות בתחום  $x > 0$ .

ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

ו. דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$  העבירו אנכים לציר ה- $x$ .

ז. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$ , על ידי גרף הפונקצייה  $h(x)$  ועל ידי האנכים.

$f(x) = x \cdot ((\ln x)^2 - 2 \ln x + 2)$ ,  $x > 0$  , תחומי עלייה וירידה:  $f'(x) = \dots$

$u = x$  ,  $v = \ln^2 x - 2 \ln x + 2$  ,  $(u \cdot v)' = u'v + v'u$   
 $u' = 1$  ,  $v' = 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} - 2 \cdot \frac{1}{x}$

$f'(x) = 1 \cdot (\ln^2 x - 2 \ln x + 2) + x \cdot \left( \frac{2 \ln x}{x} - \frac{2}{x} \right)$   
 $= \ln^2 x - 2 \ln x + 2 + 2 \ln x - 2 = \ln^2 x$

$f'(x) = \ln^2 x = 0$   
 $\ln x = 0$   
 $x = 1$

תחום עלייה:  $x > 0$   
 תחום ירידה:  $x < 0$

$x$	$0$	$1$	
$f'$	$\nearrow$	$+$	$0$
$f$	$\nearrow$	$\sim$	$\nearrow$

ג. נקודת ביטול

ב-  $x=1$  יש נקודה חדה השיפוע אבט והיא לא נקודת קיצון,   
 קבן זו נקודת ביטול, היתוסה לפי השאלה, וזבן (1,2).   
 יופסר גם למצוא את נקודת הביטול הזלית (א) פ:

$$f'(x) = \ln^2 x$$

$$f''(x) = \frac{2 \ln x}{x} = 0 \Rightarrow \ln x = 0 \quad f(1) = 1 \cdot (0 - 2 \cdot 0 + 2) = 2$$

$$x = 1$$

נקודת ביטול (1, 2)

$x$	0	1	
$f''$	-	0	+
$f$	-	0	+

ג. תיוביות וסיליות של  $f(x)$ .  
 $x > 0$

$$f(x) = x (\ln^2 x - 2 \ln x + 2) = 0$$

$x=0$   
 סוס

$$t^2 - 2t + 2 = 0$$

$$\ln x = t$$

$$t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{-8}}{2} = \phi$$

א/ ברבין

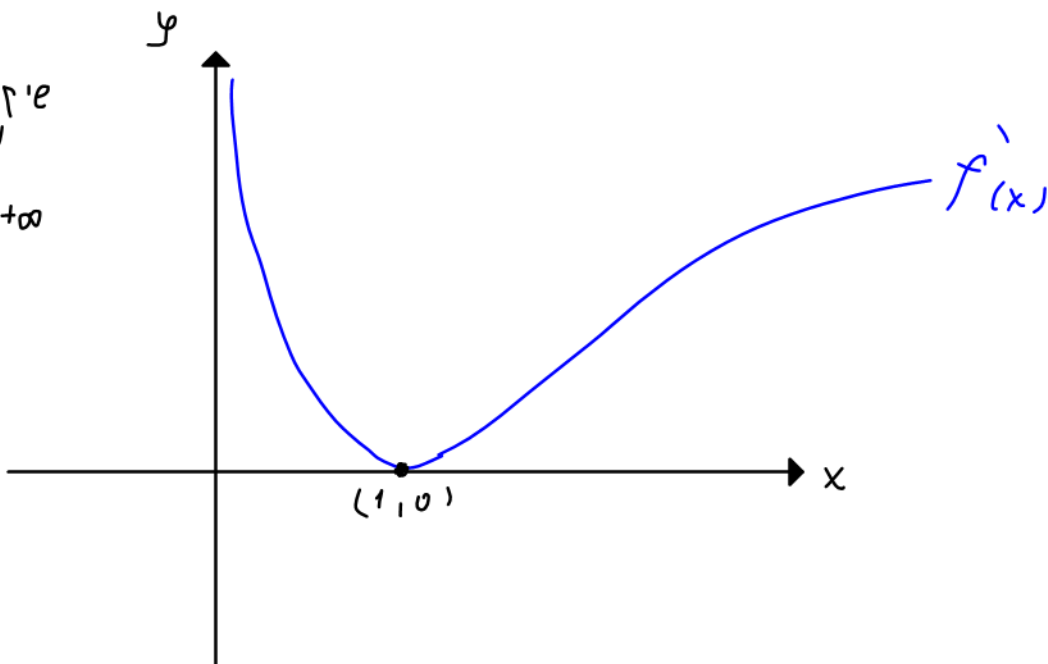
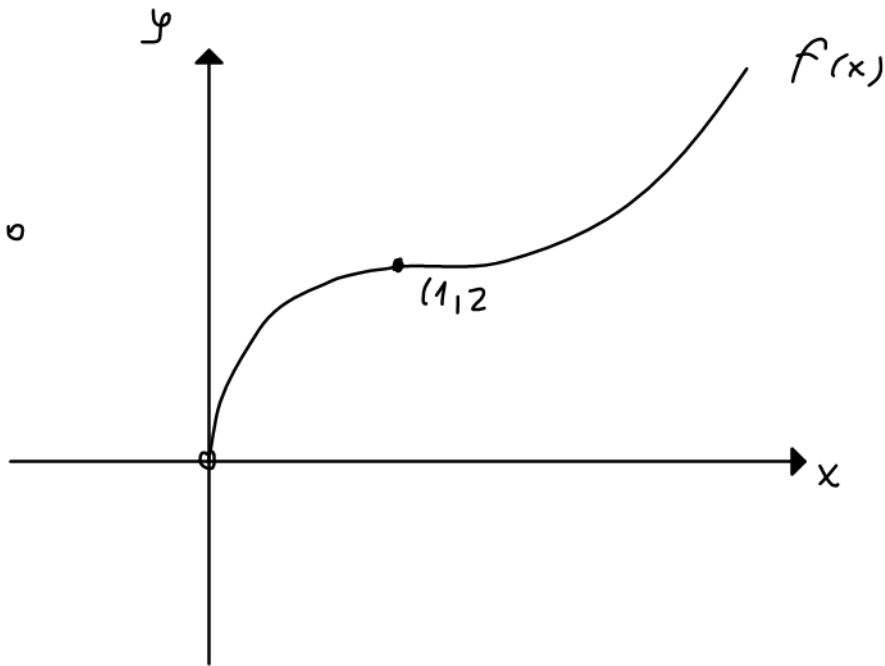
אין תיובק עם רבוי א.   
 נאלף תיוביות בבן תבום הזקיתם.

תיוביות :  $x > 0$   
 סיליות :  $x < 0$



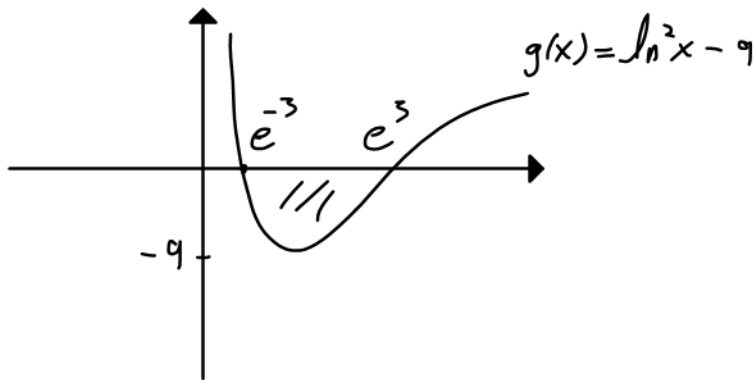
7. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .



נתונות הפונקציות  $h(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ ,  $g(x) = (\ln(x))^2 - 9$  המוגדרות בתחום  $x > 0$ .

ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



$$g(x) = f'(x) - 9$$

$$\ln^2 x - 9 = 0$$

$$\ln^2 x = 9$$

$$\ln x = -3 \quad \vee \quad \ln x = 3$$

$$x = e^{-3}$$

$$x = e^3$$

$$S_1 = - \int_{e^{-3}}^{e^3} (f'(x) - 9) dx = - [f(x) - 9x]_{e^{-3}}^{e^3}$$

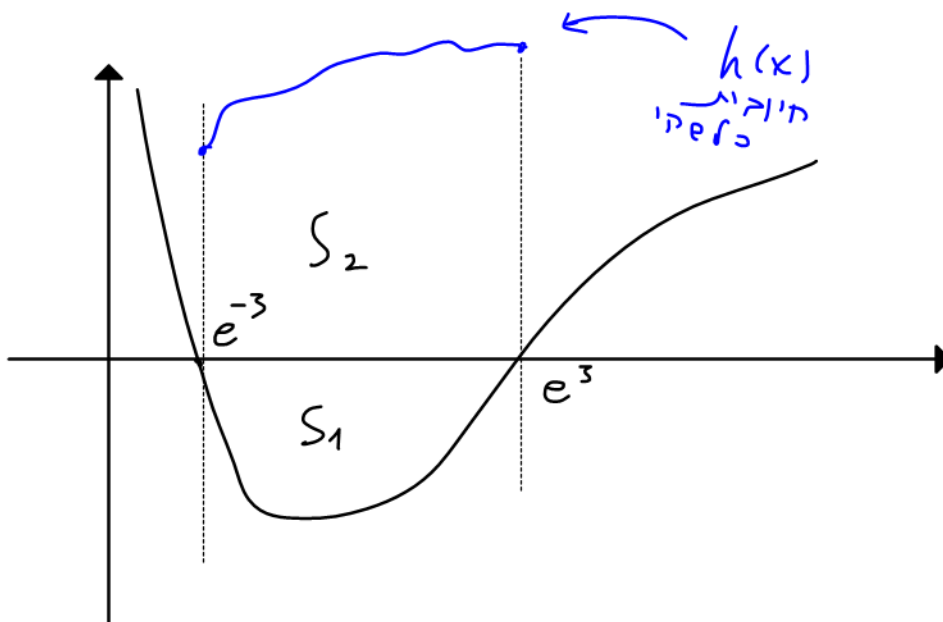
$$S_1 = (f(x) - 9x) \Big|_{e^3}^{e^{-3}} = [x(\ln^2 x - 2 \ln x + 2) - 9x] \Big|_{e^3}^{e^{-3}}$$

$$= [x(\ln^2 x - 2 \ln x - 7)] \Big|_{e^3}^{e^{-3}} =$$

$$= e^{-3}((-3)^2 - 2 \cdot (-3) - 7) - e^3 \cdot (3^2 - 2 \cdot 3 - 7)$$

$$S_1 = 8e^{-3} + 4e^3 \approx 80.74$$

דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$  העבירו אנכים לציר ה- $x$ .  
 נמצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$ , על ידי גרף הפונקצייה  $h(x)$  ועל ידי האנכים.



$$h(x) = \frac{f(x)}{x^2}$$

חוקי פארו  
 $x > 0$

$$S_1 = 8e^{-3} + 4e^3$$

מקום חישוב

$$h(x) = \frac{\ln^2 x - 2 \ln x + 2}{x} = \frac{1}{x} (\ln^2 x) - 2 \cdot \frac{1}{x} (\ln x) + \frac{2}{x}$$

$$S_2 = \int_{e^{-3}}^{e^3} h(x) dx = \int_{e^{-3}}^{e^3} \left[ \left(\frac{1}{x}\right) (\ln x)^2 - 2 \left(\frac{1}{x}\right) (\ln x) + \frac{2}{x} \right] dx$$

$$= \left[ \frac{\ln^3 x}{3} - 2 \frac{\ln^2 x}{2} + 2 \ln x \right] \Big|_{e^{-3}}^{e^3}$$

$$S_2 = 30$$

החל

$$= \frac{3^3}{3} - 3^2 + 2 \cdot 3 - \left( \frac{(-3)^3}{3} - (-3)^2 + 2 \cdot (-3) \right)$$

$$S = S_1 + S_2$$

$$= 9 - 9 + 6 - (-9 - 9 - 6) = 30$$

החל

$$S = 110.74$$

החל