

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ד, 2024, שאלון: 35382, גרסה 06

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



אלגברה

1. בחברת נסיעות מציעים חבילת נופש הכוללת טיסה ולינה במלון.
 המחיר של חבילת הנופש בחברת הנסיעות הוא 3,760 שקלים.
 בחבילה זו מחיר הלינה במלון גבוה ב- 35% ממחיר הטיסה.
 א. מצאו מהו מחיר הטיסה בחבילת הנופש בחברה זו.
 יוסי, סוכן נסיעות, הזמין כמה חבילות נופש בחברת הנסיעות.
 הוא קיבל הנחה של 15% על מחיר הטיסה בכל אחת מחבילות הנופש שהזמין (מחיר הלינה במלון לא השתנה).
 ב. כמה שילם יוסי בעבור חבילת נופש אחת לאחר ההנחה?
 מיכאל, גם הוא סוכן נסיעות, הזמין חבילות נופש בחברת נסיעות אחרת.
 הוא שילם 4,400 שקלים בעבור כל אחת מחבילות הנופש שהזמין.
 מספר החבילות שהזמין יוסי גדול ב- 32 ממספר החבילות שהזמין מיכאל.
 הסכום ששילם יוסי בעבור כל החבילות שהזמין שווה לסכום ששילם מיכאל בעבור כל החבילות שהזמין.
 ג. כמה חבילות נופש הזמין מיכאל?

א. מחיר הטיסה הנכנס קניי מחיר הטיסה ומחיר לינה באותו.
 נסמן ב- x את מחיר הטיסה.

מחיר הלינה באותו גובה ב- 35% ממחיר הטיסה.

אם כן מחיר הלינה הוא $1.35x$.
 המחיר הכולל של חבילת הנופש הוא 3,760.
 ולכן המשוואה היא:

$$x + 1.35x = 3760$$

$$2.35x = 3760 \quad /: 2.35$$

$$x = \frac{3760}{2.35}$$

$$x = 1600$$

תשובה: מחיר הטיסה הוא 1600 שקלים.





ג. יוסי קיבל הנחה של 15% על מחיר הטיסה, ולכן
 מחיר הטיסה מהווה 85% = 100% - 15% מהמחיר
 המקורי. ע"פ סעיף א' המחיר הטיסה המקורי הוא
 1600 שקלים, ולכן מחיר הטיסה ששילם יוסי
 הוא 85% מ-1600 שקלים.
 נקבל! $\frac{1600 \cdot 85}{100} = 1360$

מחיר הלינה במלון לא השתנה.
 בסעיף א' מצאנו שמחיר הלינה הוא 1.35.
 נצב $x = 1600$ ונקבל שמחיר הלינה הוא
 $1.35 \cdot 1600 = 2160$

מחיר תחילת הנופש הוא סכום של מחיר
 הטיסה ז"א מחיר תחילת הנופש.
 נקבל! $1360 + 2160 = 3520$

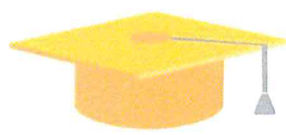
תשובה! מחיר תחילת נופש שלוח הנחה הוא 3,520 ש"ח

ד. נסמן א - $\frac{1}{4}$ או מספר תחילת הנופש
 שהצמין איכאל.

מספר תחילת הנופש שהצמין יוסי א"א
 א - 32 ממספר התחילת שהצמין איכאל
 ולכן מספר התחילת שהצמין יוסי הוא $\frac{1}{4} + 32$.

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





נניח באמצעות y את הסכום ששולם יוסי ואל
 הסכום ששולם מיטל בקבוצת החיילים שהצמיח.
 מיטל הצמיח $y+32$ חיילים כאשר מחירם הקבוע
 על פי הנניח הוא 4,400 שקלים.
 אם נכ המחיר הכולל ששולם הוא $4,400y$.
 יוסי הצמיח $y+32$ חיילים, כאשר מחירם
 הקבוע על פי הנניח הוא 3,520 שקלים.
 אם נכ המחיר הכולל ששולם הוא $3,520(y+32)$
 ניתן ליכתוב את המשוואה הבאה:

סכום	מספר החיילים	מחיר חייל
$4400y$	y	4400
$3520(y+32)$	$y+32$	3520

מיטל

הסכום ששולם יוסי שווה לסכום ששולם מיטל
 ולכן המשוואה היא:

$$4400y = 3520(y+32)$$

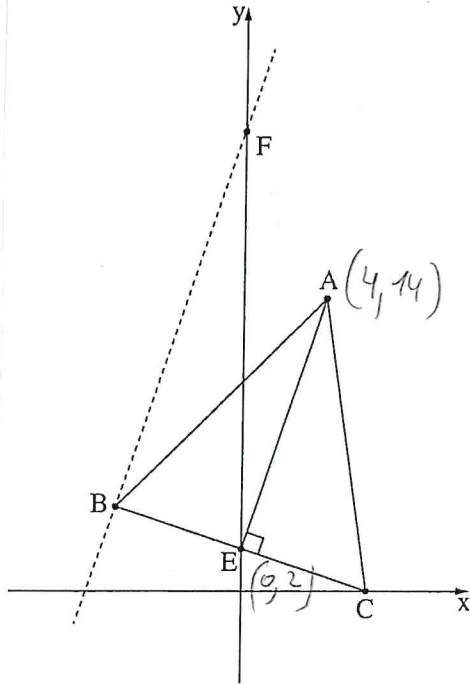
$$4400y = 3520y + 112640$$

$$880y = 112640 / :880$$

$$y = 128$$

תשובה: מיטל הצמיח 128 חיילים





2. בסרטוט שלפניכם משולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$).

AE הוא הגובה לבסיס BC.

הקודקוד C נמצא על ציר ה-x.

נתון: $E(0, 2)$, $A(4, 14)$.

א. (1) מצאו את השיפוע של AE.

(2) מצאו את משוואת הישר BC.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

דרך הקודקוד B העבירו ישר המקביל לגובה AE (הישר המקווקו בסרטוט).

ישר זה חותך את ציר ה-y בנקודה F.

ד. מצאו את משוואת הישר BF.

ה. מצאו את היקף המשולש FBE.

א. (1) נמצא את השיפוע של AE באמצעות הנקודות

$A(4, 14)$ $B(0, 2)$

ניצב קנוסטר השיפוע: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \frac{14 - 2}{4 - 0} = \frac{12}{4} = 3$$

תשובה! השיפוע של AE הוא 3

(2) נמצא את משוואת הישר BC בעזרת הנוסחה

משוואת ישר $y - y_1 = m(x - x_1)$

השיפוע של BC הוא הריבוע הנגדי לשיפוע של AE. AE ע"פ סעיף ט' השיפוע של AE הוא

3 ולכן השיפוע של BC הוא $-\frac{1}{3}$.





נמצא את משוואת BC באמצעות השימוש $m = -\frac{1}{3}$

הנקודה $E(0, 2)$.

נציב בנוסחה הנקודה:

$$y - 2 = -\frac{1}{3}(x - 0)$$

$$y - 2 = -\frac{1}{3}x$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

משוואת BC היא $y = -\frac{1}{3}x + 2$

ב. הנקודה C נמצאת על ציר ה-x ולכן שיעור ה-y שלה הוא 0.

נציב $y = 0$ במשוואת BC ונקבל בסיוע x ונמצא את x.

$$-\frac{1}{3}x + 2 = 0$$

$$-\frac{1}{3}x = -2$$

$$x = 6$$

משוואת השיעור הנקודה C הוא $C(6, 0)$

ג. AE הוא הצלע הזווית במשולש שווה שוקיים. הצלע הזווית במשולש שווה שוקיים היא $E(0, 2)$.

ולכן הנקודה E היא האמצע של BC.

לפיכך בנוסף אמצע קטע BC הוא נקודה

$$E(0, 2) \quad C(6, 0)$$





$$X_E = \frac{X_C + X_B}{2}$$

$$Y_E = \frac{Y_C + Y_B}{2}$$

$$0 = \frac{6 + X_B}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2 = \frac{0 + Y_B}{2} \quad / \cdot 2$$

$$0 = 6 + X_B$$

$$4 = 0 + Y_B$$

$$X_B = -6$$

$$Y_B = 4$$

תמונה: שינוי הנקודה B הם $B(-6, 4)$

3. BF הוא ישר המקביל ל-AB וכן שינוייה מוויים. בסעיף א' מצאנו שהשינוי של AE הוא 3, וכן גם השינוי של BF הוא 3.

מצאנו את משוואת BF לפי השינוי $m=3$ והנקודה $B(-6, 4)$ בסעיף ב'.

נקודת: $B(-6, 4)$ $m=3$

$$y - 4 = 3(x + 6)$$

$$y - 4 = 3x + 18$$

$$y = 3x + 22$$

תמונה: משוואת הישר BF הוא $y = 3x + 22$





הי. חיינו זמבוא אג פיקץ מטוט
אג סכמ בצגותל.

נמבוא אג אלוני הבגת ט המטוט;

אלוק EF

נמבוא ונחיה אג טיעונו הנקובה F.

הנקובה F הטל נקובה החילוק ט BF

ציו ה-ץ אובן $X=0$.

נציק $X=0$ במטולג BF ונקול;

$$y = 3x + 22$$

$$y = 3 \cdot 0 + 22 = 22$$

$$F(0, 22)$$

$$BF = y_F - y_E = 22 - 2 = 20$$

אלוק BE

יעזר בנוסחת המרחק

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

נציק בנוסחה אג הנקובת

$$B(-6, 4) \quad E(0, 2)$$

$$BE^2 = \sqrt{(-6 - 0)^2 + (4 - 2)^2}$$

$$BE = \sqrt{40} = 6.32$$





אורך AB

$F(0,22)$ $B(-6,4)$ נציב בנוסחה האמתק אור הנק' (3)

$$(BF)^2 = \sqrt{(0+6)^2 + (22-4)^2} = \sqrt{360} = 18.97$$

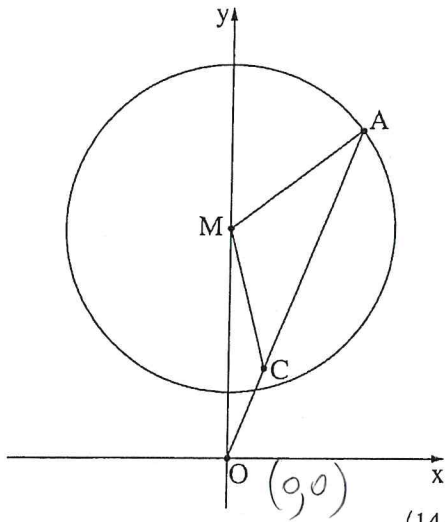
היקף המטול FBE הוא

$$q_{\text{היקף}} = EF + BE + BF$$

$$q_{\text{היקף}} = 20 + 6.32 + 18.97 = 45.29$$

תשובה: היקף מטול FBE הוא 45.29





- 3 נתון מעגל שמרכזו M נמצא על ציר ה- y .
 הנקודה O היא ראשית הצירים. הנקודה A נמצאת על המעגל, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
 הנקודה C נמצאת על הישר AO.
 נתון: משוואת הישר MC היא $y = -4.5x + 14$.
 א. מצאו את שיעורי מרכז המעגל M.
 נתון: אורך רדיוס המעגל הוא 10.
 ב. מצאו את משוואת המעגל.
 נתון כי שיעור ה- x של הנקודה A הוא 8.
 ג. מצאו את שיעור ה- y של הנקודה A (שיעור ה- y של הנקודה A גדול מ-14).
 ד. (1) מצאו את משוואת הישר AO.
 (2) מצאו את שיעורי הנקודה C.
 ה. מצאו את שטח המשולש MCO.

א. הנקודה M נמצאת על ציר ה- y , ולכן שיעורי ה- x שלה הוא 0.
 (צ'ק במשוואת MC הנטונה

$$y = -4.5x + 14$$

$$y = -4.5 \cdot 0 + 14 = 14$$

מסקנה: שיעורי הנקודה M הם $M(0, 14)$

ב. הנוסחה למשוואת מעגל היא:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

(צ'ק במשוואת מעגל שיעורי מרכז המעגל)
 שם צ'ק $M(0, 14)$ ואלה הרדיוס הנתון $R=10$





$$(x-0)^2 + (y-14)^2 = 10^2$$

$$x^2 + (y-14)^2 = 100$$

תשובה! משוואת המעגל היא $x^2 + (y-14)^2 = 100$

ע. שימו לב ה- x הנקודה A הוא 8. הנקודה A נמצאת על המעגל, ולכן נציב $x=8$ במשוואת המעגל ונמצא את y . נקרא:

$$8^2 + (y-14)^2 = 100$$

$$64 + (y-14)(y-14) = 100$$

$$64 + y^2 - 14y - 14y + 196 = 100$$

$$y^2 - 28y + 160 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-(-28) \pm \sqrt{(-28)^2 - 4 \cdot 160}}{2 \cdot 1} = \frac{28 \pm 12}{2}$$

$$y_1 = 20$$

$$y_2 = 8$$

$y=20$ וכן $y=8$ נמצאים על המעגל

תשובה! שימו לב ה- y הנקודה A הוא 20





3. (1) נמצא את משוואת AO באמצעות הנקודה

$$A(8,20), O(0,0)$$

שיטה הישיר הוא!

$$m = \frac{20-0}{8-0} = \frac{20}{8} = 2.5$$

נצק במשוואת הישר:

$$O(0,0) \quad m=2.5$$

$$y-0 = 2.5(x-0)$$

$$y = 2.5x$$

תשובה! משוואת AO היא $y = 2.5x$

(2) הנקודה C היא נקודת החיתוך בין הישרים

$$AO \quad MC - 1$$

נמצא את מערכת המשוואות שני הישרים:

$$AO: \begin{cases} y = 2.5x \end{cases}$$

$$MC: \begin{cases} y = 4.5x + 14 \end{cases}$$

$$-4.5x + 14 = 2.5x$$

$$-4.5x - 2.5x = -14$$

$$-7x = -14$$

$$x = 2 \quad \Rightarrow \quad y = 2.5 \cdot 2 = 5$$

תשובה! שני הנקודות C הם $C(2,5)$



ה. הנוסחה לחיטוב טורט משולט הוטא:

$$S_{\text{משולט}} = \frac{\text{צוקה אוקה צוקה} \times \text{צוקה}}{2}$$

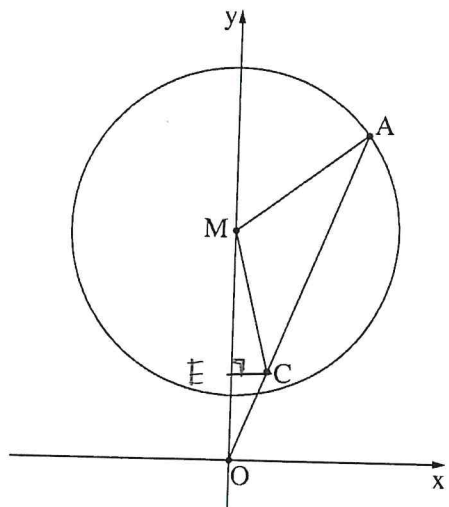
קוקה אוקה הצוקה MO , וטוקה אוקה אוקה אוקה
 אוקה צוקה MO . נוסמן אוקה אוקה CE (טא אוקה)

$$S_{\Delta} = \frac{MO \cdot CE}{2}$$

$$MO = y_M - y_O = 14 - 0 = 14$$

$$CE = x_C - x_E = 2 - 0 = 2$$

$$S_{\Delta} = \frac{14 \cdot 2}{2} = 14$$



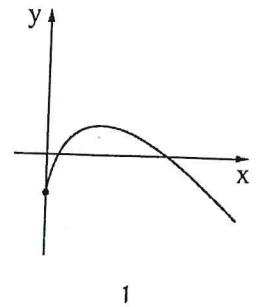
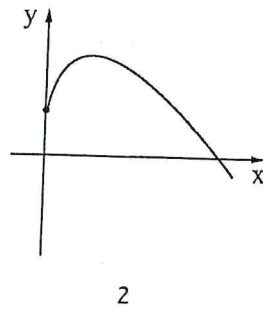
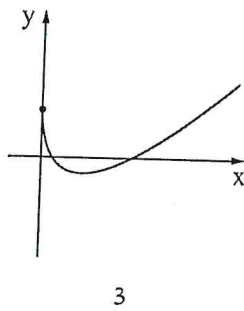
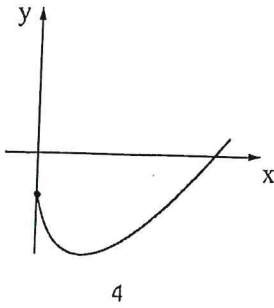
תטוקה אוקה אוקה אוקה MCO הוטא 14



חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = 10\sqrt{x} - 2x - 7$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ד. קבעו איזה גרף מבין ארבעת הגרפים 1-4 שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$.
- ה. (1) כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = 4$ עם גרף הפונקצייה $f(x)$? נמקו את תשובתכם.
(2) מצאו בעבור אילו ערכים של k , הישר $y = k$ אינו חותך את גרף הפונקצייה $f(x)$.



א. הקובץ שמתחת אינו ריק, צייק אהיל
עצור אן טוה א-0, אן $x \geq 0$

$x \geq 0$ תטאקה!

ה. בקוצר חילוק עם ציב $x=0$.
נציב בקונקציה $x=0$.

נקבא: $f(0) = 10\sqrt{0} - 2 \cdot 0 - 7 = -7$

תטאקה! נקוצר החילוק עם ציב ה- y הוא $(0, -7)$

ג. כפי אמצאן אן נקוצר הקיצון, נטאן אן
הפונקציה ונטאן אן הנצבת א-0.



$$f'(x) = \frac{10}{2\sqrt{x}} - 2 = \frac{5}{\sqrt{x}} - 2$$

$$\frac{5}{\sqrt{x}} - 2 = 0 \quad / \cdot \sqrt{x}$$

$$5 - 2\sqrt{x} = 0$$

$$-2\sqrt{x} = -5 \quad / : -2$$

$$\sqrt{x} = -2.5$$

ינען ה' ברקען אג' טען אע'פ'י האטווא'ה.

$$(\sqrt{x})^2 = (-2.5)^2$$

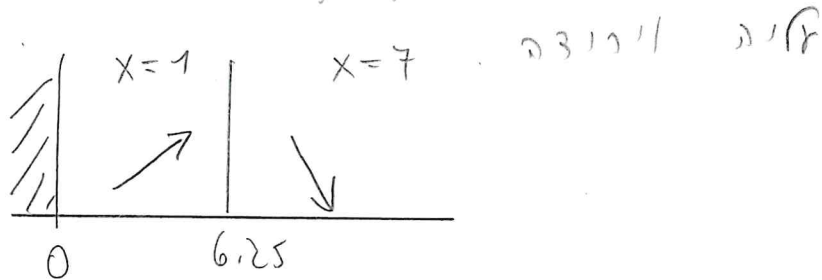
$$x = 6.25$$

נאצט אג' טיער'ה ה' - y ט' הנקוד'ה :

$$f(6.25) = 10\sqrt{6.25} - 2 \cdot 6.25 - 7 = 5.5$$

נקיט'ה הקיב'ון היט'ן (6.25, 5.5)

נאצט אג' ס'ע' הקיב'ון קאצ'ה טק'ה



הנאצ'ה ח'ילק'ה ו'ט'ן ה'טוקצ'יה ע'ול'ה $f'(1) = \frac{5}{\sqrt{1}} - 2 = 3$

הנאצ'ה ט'ילק'ה ו'ט'ן ה'טוקצ'יה י'ונ'ג' $f'(7) = \frac{5}{\sqrt{7}} - 2 = -0.11$





נקודת הקיצון היא מסוג מקסימום.

תשובה: נקודת הקיצון היא $(6.25, 5.5)$ מקסימום.

3. גרף 1: הוא הגרף המתאים.

למקל נקודת הקיצון היא נקודת מקסימום

ולכן גרפים 3 ו-4 אינם מתאימים.

גרף 2 אינו מתאים כי נקודת החיתוך עם ציר y היא $(0, -7)$, כלומר החיתוך עם

ציר y הוא בחלק השלילי של ציר y.

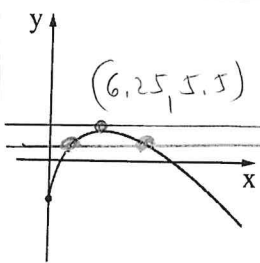
וגרף 2 הוא נמצא בחלק החיובי.

גרף 1 תואם את התוצאה שקיבלנו.

תשובה: גרף 1 מתאים את הפונקציה $f(x)$

הי. (1) נקודת הקיצון של הפונקציה היא

$(6.25, 5.5)$, ולכן הישר $y=4$

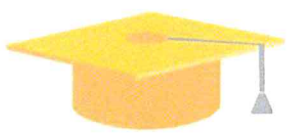


נמצא מתחת לנקודת הקיצון. אכן הישר $y=4$

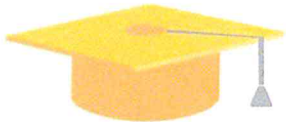
חוצע את הפונקציה ב-2 נקודות.

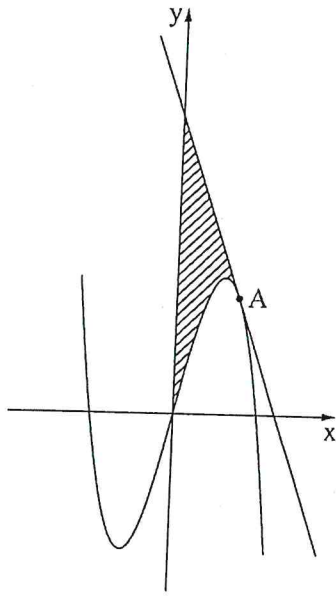
אכן הישר $y=4$ חוצע את הפונקציה ב-2 נקודות.

תשובה: אישר $y=4$ יש 2 נקודות חיתוך עם הפונקציה $f(x)$



(2) היש $\gamma = k$ אינו חותק את ϵ הנורמליזציה של
 הנקודות הנמצאות מעל אנקודת הקיצון, כלומר $\epsilon > 0$
 אזי γ העדויות 5.5 .
 אם כן $k > 5.5$
 תמונה: $k > 5.5$





5. לפניכם סרטוט של גרף הפונקצייה $f(x) = -x^3 + 14x$.

דרך הנקודה A העבירו משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.

נתון: שיעור ה- x של הנקודה A הוא 3.

א. (1) מצאו את שיפוע המשיק.

(2) מצאו את משוואת המשיק.

ב. חשבו את השטח המקווקו שבסרטוט:

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y .

א. (1) המשיק עובר בנקודה A שבה שיעור ה- x הוא 3.

כדי למצוא את שיפוע המשיק בנקודה $x=3$, נגזיר

את הפונקציה ונציג בנגזרת $x=3$.

נקבל: $f'(x) = -3x^2 + 14$

$f'(3) = -3 \cdot 3^2 + 14 = -13$

תשובה: שיפוע המשיק הוא -13 .

(2) נמצא את משוואת המשיק ע"י שינועו

$m = -13$ (משלנו בסעיף 1) ונקודה A

שיעור ה- x של הנקודה A הוא 3.

נציג $x=3$ בפונקציה ונחשב ונקבל את y .

$f(3) = -3^3 + 14 \cdot 3 = 15$

$A(3, 15)$





נמצא את משוואת המשיך באמצעות נקודה $A(3, 15)$ ו- $m = -13$

$$y - 15 = -13(x - 3)$$

$$y - 15 = -13x + 39$$

$$y = -13x + 54$$

משוואת המשיך היא $y = -13x + 54$

השטח הנדרש הוא השטח שבין הפרבולה $y = x^2 - 14x + 54$ לבין המשיך $y = -13x + 54$ בין $x = 0$ ל- $x = 3$.

הפרט הפונקציה: $f(x) = x^2 - 14x + 54$
 הפונקציה העיליונה היא משוואת המשיך $y = -13x + 54$
 הפונקציה התחתונה היא $f(x)$

$$(-13x + 54) - (x^2 - 14x + 54) = -13x + 54 + x^2 - 14x - 54 = x^2 - 27x$$

חישוב השטח

$$\int_0^3 (x^2 - 27x) dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{27x^2}{2} \right]_0^3$$



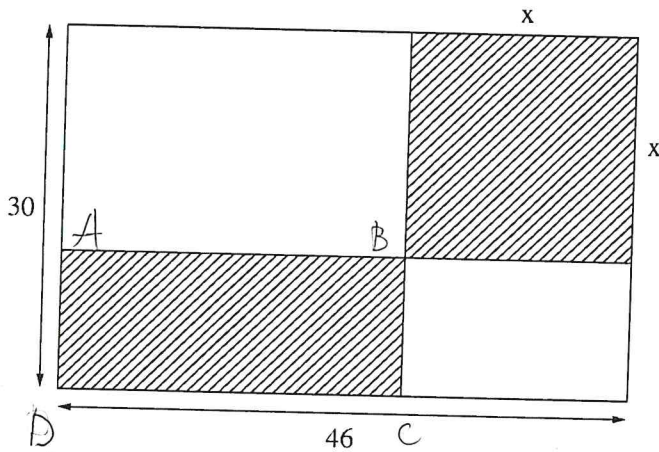
$$\left(\frac{3^4}{4} - \frac{27 \cdot 3^2}{2} + 54 \cdot 3 \right) - (0) = 60.75$$

תעקבו! העטת הולא 60.75





6. נתון מלבן שהאורך של צלע אחת שלו הוא 30 והאורך של הצלע האחרת הוא 46. את המלבן חילקו לארבעה שטחים: שניים מקווקווים ושניים לבנים. אחד מן השטחים המקווקווים הוא בצורת ריבוע והאחר הוא בצורת מלבן, כמתואר בסרטוט שלפניכם. נסמן ב- x את אורך צלע הריבוע.
- הביעו באמצעות x את האורכים של צלעות המלבן ששטחו מקווקו.
 - מצאו את הערך של x שבעבורו סכום השטחים המקווקווים הוא מינימלי.
 - בעבור הערך של x שמצאתם בסעיף ב, מצאו את סכום השטחים הלבנים.



1. $DC = 46 - x$

$AD = 30 - x$

$46-x$	הוא	CD	אורך המלבן	טבלה!
$30-x$	הוא	AD	רוחב המלבן	

2. נטח הריבוע המקווקו הוא x^2
 נטח המלבן המקווקו הוא $(46-x)(30-x)$

סכום השטחים הוא:

$$x^2 + (46-x)(30-x) = x^2 + 1380 - 46x - 30x + x^2 = 2x^2 - 76x + 1380$$





הפונקציה המתוארת אור סכום השטחים היא:

$$f(x) = x^2 - 76x + 1380$$

נמצא את נקודת המינימום של הפונקציה!

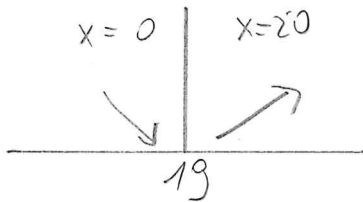
$$f'(x) = 4x - 76$$

$$4x - 76 = 0$$

$$4x = 76 \quad / : 4$$

$$x = 19$$

נראה שהנקודה היא מינימום משום ש
שתי עזיב לירודים.



הנגזרת שלילי →
חלק הפונקציה בתחום זה יורד.

$$f'(0) = 4 \cdot 0 - 76 = -76$$

הנגזרת חיובי →
חלק הפונקציה בתחום זה עולה.

$$f'(20) = 4 \cdot 20 - 76 = 4$$

$$x = 19$$

טובה!





ע. כני אמצוא אר סכום הטחחים האקולקיים (13 ק 19) קבוע צפה האמאור אר סכום הטחחים.

$$f(x) = 2x^2 - 76x + 1380$$

$$f(19) = 2 \cdot 19^2 - 76 \cdot 19 + 1380 = 658$$

כני אמצוא אר סכום הטחחים האקניים
 נמצא אר טח האמן האקלנו וטחיו אמנו
 אר סכום הטחחים האקולקיים.
 נקרא:

טח האמן האקלנו הוא $30 \cdot 46 = 1380$

סכום הטחחים האקולקיים הוא 658

סכום הטחחים האקניים הוא:

$$1380 - 658 = 722$$

הטוקהו סכום הטחחים האקניים הוא 722

