

## פתרון הבחינה

# במתמטיקה

קיץ תשפ"ד, 2024, שאלון: 35382, גרסה 06

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



אלגברה

1. המחיר של כרטיס כניסה לבריקה עבור מבוגר גדול ב-9 שקלים מן המחיר של כרטיס כניסה עבור ילד.

רחלי קנתה 4 כרטיסי כניסה למבוגרים ו-17 כרטיסי כניסה לילדים.

נסמן ב- $x$  את המחיר של כרטיס כניסה לילד.

א. הביעו באמצעות  $x$  את המחיר הכולל ששילמה רחלי עבור כרטיסי הכניסה לבריקה.

אופיר קנה גם הוא כרטיסי כניסה לבריקה.

הוא קנה 7 כרטיסי כניסה למבוגרים ו-30 כרטיסי כניסה לילדים.

אופיר קיבל הנחה של 15% על המחיר של כרטיס כניסה לילד (המחיר של כרטיס כניסה למבוגר לא השתנה).

הסכום הכולל ששילמו רחלי ואופיר יחד עבור כל הכרטיסים הוא 2,399.5 שקלים.

ב. מצאו את  $x$ .

ג. מצאו בכמה אחוזים גבוה יותר הסכום ששילם אופיר עבור כל הכרטיסים שקנה מן הסכום ששילמה רחלי עבור

כל הכרטיסים שקנתה (בתשובתכם רשמו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

א.  $x$  - מחיר כניסה ילד  
 $x+9$  - מחיר כניסה מבוגר

רחלי קנתה 4 כרטיסים למבוגרים במחיר  $x+9$  שקלים לכל כרטיס, ולכן סה"כ  $4(x+9)$  במחיר קנתה 17 כרטיסי כניסה לילד במחיר  $x$  שקלים לכל כרטיס, ולכן סה"כ  $17x$  שקלים. ניתן ליצור את המשוואה

המחיר שהב	מספר הכרטיסים	מחיר כרטיס	סה"כ
$17x$	17	$x$	303
$4(x+9)$	4	$x+9$	מבוגר



המתיר הבולט ששלמה הוסיף:

$$17x + 4(x+9) = 17x + 4x + 36 = 21x + 36$$

תשובה: המתיר ששלמה הוסיף היא  $21x + 36$

ב. אלביר קנה הנחה של 15% על מחיר ברוטו של 3.

מחיר הברוטו הוא  $x$  לפני ההנחה.

המחיר לאחר הנחה הוא 100% - 15% = 85% ברוטו.

מהמחיר הברוטו של 85% מתקבל  $x$ .

$$0.85x = x - 3$$

אלביר קנה 7 כנסיות אמריקאיות במחיר של  $x+9$

שקויות אלה, וזאת שלם עבורם  $7(x+9)$

בנוסף קנה 30 כנסיות אמריקאיות

במחיר של  $0.85x$  אלה, וזאת שלם עבורם

$$30 \cdot 0.85x = 25.5x$$

ליתר דיוק את התוצאה קטגוריה

המחיר סה"כ	מספר הכנסיות	מחיר כנסיות	חב
$30 \cdot 0.85x = 25.5x$	30	$0.85x$	3
$7(x+9) = 7x + 63$	7	$x+9$	אמריקאיות

$$25.5x + 7x + 63 = 32.5x + 63$$

המחיר שלם אלביר סה"כ

נסתם! רתמי שולמה (עפ"י סעיף א)  $21x + 36$

אלוני טו"ם  $32.5x + 63$

סה"כ שולמו טניה  $53.5x + 99$

$$21x + 36 + 32.5x + 63 = 53.5x + 99$$

עפ"י הנתון רתמי ואלוני שולמו יחד  $2,399.5$  שק"ח,  
רמת הגטויליה היט!

$$53.5x + 99 = 2,399.5$$

$$53.5x = 2300.5 \quad / : 53.5$$

$$x = 43$$

רשומה: $x = 43$
--------------------

ג. הסכום ששילם אלוני הוא  $32.5x + 63$

נציב  $x = 43$  ונקבל:  $32.5 \cdot 43 + 63 = 1460.5$

הסכום ששילמה רתמי  $21x + 36 = 21 \cdot 43 + 36 = 939$

ההפרש בין המחירים הוא  $1460.5 - 939 = 521.5$

אלוני שילם  $521.5$  שק"ח יותר מאשר רתמי

האחוז שמהווה  $521.5$  מתוך הסכום ששילמה רתמי

בואו מתוך  $939$  הוא  $\frac{521.5}{939} \cdot 100 = 55.54\%$



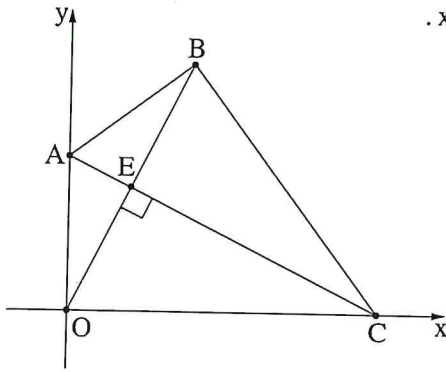


תשובה: הסכום שניתן לאלבין עקוב א - 55.54%  
מהסכום שניתנה יהיו

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.**





2. במרובע OABC הקודקוד A נמצא על ציר ה- $y$ , והקודקוד C נמצא על ציר ה- $x$ .

הקודקוד O הוא ראשית הצירים (ראו סרטוט).

נתון כי האלכסון AC מאונך לאלכסון OB.

משוואת האלכסון AC היא  $y = -\frac{1}{2}x + 10$ .

א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-C.

ב. מצאו את משוואת האלכסון OB.

הנקודה E היא נקודת החיתוך של שני האלכסונים.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה E.

הנקודה E היא אמצע האלכסון OB.

ד. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

ה. (1) הוכיחו כי המשולש OAB הוא משולש שווה שוקיים.

(2) מצאו את היקף המרובע OABC.

א. הנקודה A נמצאת על ציר ה- $y$  ולכן שיעור ה- $x$  שלה הוא 0.

(ב)  $x=0$  במשוואת האלכסון AC ונקודת אג  $y$ .

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 0 + 10 = 10$$

שיעורי הנקודה A הם  $(0, 10)$

הנקודה C נמצאת על ציר ה- $x$ , ולכן שיעור ה- $y$  שלה הוא 0.

(ב)  $y=0$  במשוואת האלכסון AC ונקודת אג:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}x + 10 &= 0 \\ -\frac{1}{2}x &= -10 \\ x &= 20 \end{aligned}$$





שיעורי הנקודה C הם  $(20, 0)$

תשובה: שיעורי הנקודה הם  $A(0, 10)$   $C(20, 0)$

ב. ע"פ הינתון האלכסון BC מאונק אלכסון AC  
 חתך שיניעו הוא הופכי ולכן השינוי של AC,  
 השינוי של AC הוא  $-\frac{1}{2}$ , חתך השינוי של  
 BC הוא 2 (הופכי ולכן  $-\frac{1}{2} \cdot 2$ )  
 מצא את משוואת האלכסון BC ע"פ השינוי  
 2 והנקודה  $O(0, 0)$  (נקודה הפיתוח)

משוואת הישר	מקום	נקודה
$y - 0 = 2(x - 0)$	$m = 2$	$(0, 0)$
$y = 2x$		

תשובה! משוואת האלכסון BC היא  $y = 2x$

ג. כפי שמצאנו את נקודת החיתוך של שני האלכסונים  
 נפתור את מערכת המשוואות של שני האלכסונים?





$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 10 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$-\frac{1}{2}x + 10 = 2x$$

$$-2.5x = -10 \quad /: -2.5$$

$$x = 4$$

נציב  $x=4$  באחד המשוואות ונקבל:

$$\begin{aligned} y &= 2x \\ y &= 2 \cdot 4 = 8 \end{aligned}$$

נקודת החיתוך של שני המסוואות היא  $(4, 8)$

הטובה! שיאו של הנקודה E הוא  $E(4, 8)$

הנקודה E היא אמצע המסוואות OB. נמצא קנטרת אמצע קטע: בנימצוא את שיאו של נקודת הקצה של המסוואות OB.

$$E(4, 8) \quad O(0, 0)$$

$$4 = \frac{X_B + 0}{2}$$

$$8 = \frac{Y_B + 0}{2}$$

$$8 = X_B$$

$$16 = Y_B$$

הטובה! שיאו של הנקודה B הוא  $B(8, 16)$







ה) נמצא את אורך הברז AB גזית נוסחתי  
ההיחיק:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

A(0,10)

$$d_{AB} = \sqrt{(0-8)^2 + (10-16)^2} = 10$$

B(8,16)

$$d_{AO} = y(A) - y(O) = 10 - 0 = 10$$

$d_{AB} = d_{AO} = 10$	טובה
------------------------	------

(2) נמצא את אורכי הברזים BC הטובה

$$d_{BC} = \sqrt{(8-20)^2 + (16-0)^2} = 20$$

B(8,16)

C(20,0)

$$d_{OC} = x(C) - x(O) = 20 - 0 = 20$$

$$d_{AO} = d_{AB} = 10$$

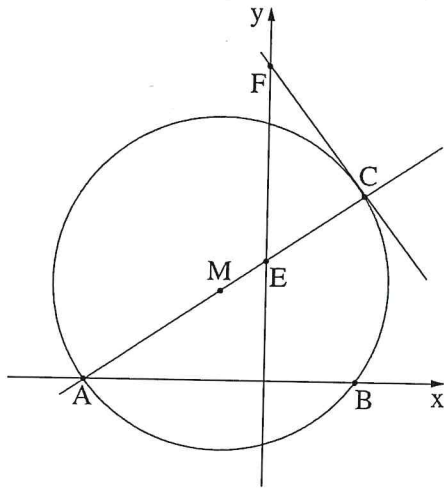
סכום סעיף ה) (1)

$$20 + 20 + 10 + 10 = 60$$

נמצא את ההיקף:

טובה; היקף הטובה הוא 60
-------------------------





3. נתון מעגל שמרכזו M ומשוואתו  $(x + 3)^2 + (y - 6)^2 = 117$ .

המעגל חותך את ציר ה-x בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט.

א. מצאו את שיעורי מרכז המעגל M.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש-AC הוא קוטר במעגל.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה C.

(2) מצאו את משוואת הישר AC.

דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל. המשיק חותך את ציר ה-y בנקודה F.

ד. (1) מצאו את משוואת המשיק.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה F.

הישר AC חותך את ציר ה-y בנקודה E.

ה. מצאו את שטח המשולש FCE.

א. משוואת המעגל היא  $(x+3)^2 + (y-6)^2 = 117$

מכאן מרכז המעגל הוא  $(-3, 6)$

מטרה: שיעורי מרכז המעגל הוא  $M(-3, 6)$

ב. A ו-B הם נקודות חיתוך של המעגל עם ציר ה-x

ולכן שיעור ה-y הוא 0.

נציב  $y=0$  במשוואת המעגל ונקבל:

$$(x+3)^2 + (0-6)^2 = 117$$

$$(x+3)(x+3) + 36 = 117$$

$$x^2 + 3x + 3x + 9 + 36 - 117 = 0$$

$$x^2 + 6x - 72 = 0$$





$$x_1 = 6 \quad x_2 = -12$$

A נמצאת בחלק השמאלי של ציר ה-x ולכן  $A(-12, 0)$   
 B נמצאת בחלק הימני של ציר ה-x ולכן  $B(6, 0)$

תוארנו טיפנו הנקודה A ו-B הן  $A(-12, 0)$   $B(6, 0)$

ע. (7) א קוטר לוקח הנקודה מ הוא אמצע הקטע AC.  
 נעזר בנוסחה אמצע ונקודה נאטי  $A(-12, 0)$   $M(-3, 6)$

$$-3 = \frac{-12 + x_c}{2} \quad 6 = \frac{0 + y_c}{2}$$

$$-6 = -12 + x_c \quad 12 = y_c$$

$$x_c = 6$$

תוארנו טיפנו הנקודה C היא  $C(6, 12)$

(2) נמצא את משוואת AC בעזרת הנקודה  $M(-3, 6)$   $A(-12, 0)$

הטייה הוא:  $m = \frac{6-0}{-3-(-12)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

משוואת הישר

$$y - 6 = \frac{2}{3}(x + 3)$$

$$y - 6 = \frac{2}{3}x + 2$$

$$y = \frac{2}{3}x + 8$$

נקודה  $(-3, 6)$

$$m = \frac{2}{3}$$





תשובה: משוואת הישר היא  $y = \frac{2}{3}x + 8$

3. (1) המשיך מאונק זהביוס בקוטר ההתקנה, זמן

המשיך מאונק זקסס AC.  
הטיעוץ ש AC כפיטמבאל הוא  $\frac{2}{3}$ ,  
זמן הטיעוץ ש הוא מאונק זו הוא  
הנטי אלגציו,  $\frac{2}{3}$ , נואמר  $-\frac{3}{2} = -1.5$

נמצא את משוואת המשיך באמצע הטיעוץ  $m = -1.5$

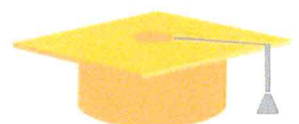
הנקודה C שמבאל בסעיף ב  $C(6, 12)$

<u>נקודה</u>	<u>טפח</u>	<u>משוואת ישר</u>
C(6, 12)	$m = -1.5$	$y - 12 = -1.5(x - 6)$
		$y - 12 = -1.5x + 9$
		$y = -1.5x + 21$

תשובה: משוואת המשיך היא  $y = -1.5x + 21$

(2) הנקודה F (מבאל) ציור Y, זמן טעוץ ה-X  
שה הוא ס.

נציג  $x=0$  במשוואת המשיך שמבאל בסעיף קודם



$$y = -1.5x + 21$$

$$y = -1.5 \cdot 0 + 21 = 21$$

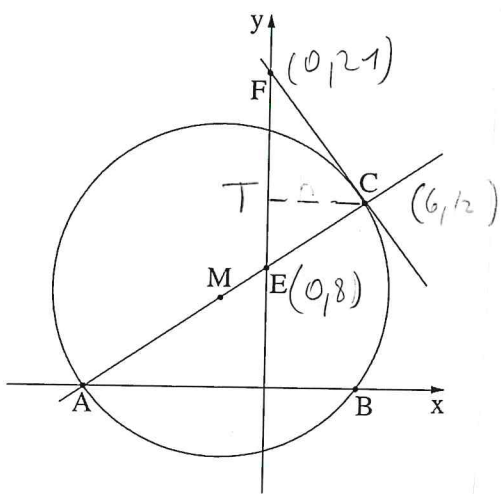
$$F(0, 21)$$

תשובה: שיעורי הנקודה F הם  $(0, 21)$

ה. הנוסחה להיטות של שתי משיקות הוא

$$S = \frac{\beta_1 \times \beta_2}{2}$$

$$S_{\Delta FCE} = \frac{FE \cdot CT}{2}$$



הנקודה E נמצאת ב-3 ביני  
וחתן שיעור ה-x שה הוא 0.

נציב  $x=0$  במשוואת הנקודה AC

$$y = \frac{2}{3} \cdot 0 + 8 = 8$$

שיעורי הנקודה E הם  $(0, 8)$

$$FE = y(F) - y(E) = 21 - 8 = 13$$

$$CT = x(C) - x(T) = 6 - 0 = 6$$

$$S_{\Delta FCE} = \frac{13 \cdot 6}{2} = 39$$

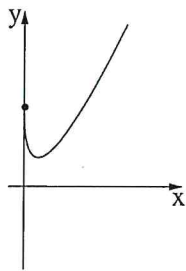
תשובה: היטות הוא 39



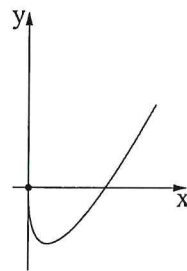
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = 4x - 12\sqrt{x} + 15$ .

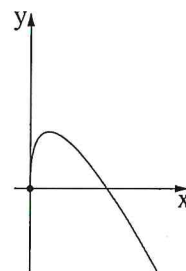
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
  - ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .
  - ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.  
(2) מצאו את תחום העלייה של הפונקצייה  $f(x)$ .
  - ד. מבין ארבעת הגרפים 1-4 שבסוף השאלה, קבעו איזה גרף מתאר את הפונקצייה  $f(x)$ .
- העבירו לגרף הפונקצייה  $f(x)$  משיק ששיפועו 2.
- ה. מצאו את שיעורי נקודת ההשקה.



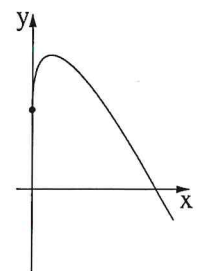
4



3



2



1

א. הקיסוי מתחיל לטונט צינור היליג צ'צו א סולו-0-1, ח'טן

$$x \geq 0$$

$x \geq 0$

ב. קנקנת חילוק עם צ'נר  $y$  שיעור ה- $x$  הוא 0. נצ'ק  $x=0$  קפונק צ'נר הנחנה..

$$f(0) = 4 \cdot 0 - 12 \cdot \sqrt{0} + 15 = 15$$

ת'ט'קה קנקנת חילוק הוא  $(0, 15)$





ע/ג כפי שראינו שיש נקודת הקיצון נמצאת אצל הפונקציה  
אנחנו אף גופגופת 0-2

$$f(x) = 4x - 12\sqrt{x} + 15$$

$$f'(x) = 4 - \frac{12}{2\sqrt{x}} = 4 - \frac{6}{\sqrt{x}}$$

$$4 - \frac{6}{\sqrt{x}} = 0 \quad / \cdot \sqrt{x}$$

$$4\sqrt{x} - 6 = 0$$

$$4\sqrt{x} = 6 \quad / : 4$$

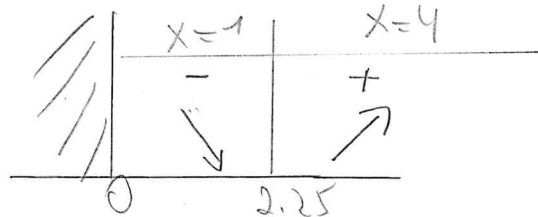
$$\sqrt{x} = \frac{6}{4} \quad / \cdot x^2$$

$$x = \frac{36}{16} = 2.25$$

נציב  $x=2.25$  בפונקציה ונקבל את  $y$ .

$$f(2.25) = 4 \cdot 2.25 - 12\sqrt{2.25} + 15 = 6$$

נמצא את שיעור הקיצון בעזרת טבלת סימנים



$$f'(1) = 4 - \frac{6}{\sqrt{1}} = -2$$

$$f'(4) = 4 - \frac{6}{\sqrt{4}} = 1$$





קבלי שהנקודה היא מסוג מינימום.

נקודה מקינה הקיבול היא (2.25, 6) מינימום

(2) עדי סבלר א"ה וייניב תחום העליון הוא  $x > 2.25$

גטאנו  $x > 2.25$

3. נקודה המינימום היא (2.25, 6), סומר נמצא

ברביה הכאטון. יק גליל מספר 4 נקודה המינימום נמצא מרחק הכאטון.

מטאנו! גליל 4

ה. טאנו ש המטון הוא 2 סומר הנמצא שונה ל-2.

נמצא את הנקודה טבה הנמצא שונה ל-2

$$f(x) = 4 - \frac{6}{\sqrt{x}}$$

$$4 - \frac{6}{\sqrt{x}} = 2$$

$$4 - 2 = \frac{6}{\sqrt{x}}$$

$$2 = \frac{6}{\sqrt{x}} \quad / \cdot \sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x} = 6$$







$$\sqrt{x} = \frac{6}{2}$$

$$\sqrt{x} = 3 \quad /x^2$$

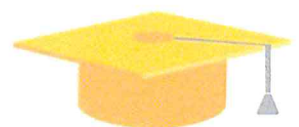
$$x = 3^2$$

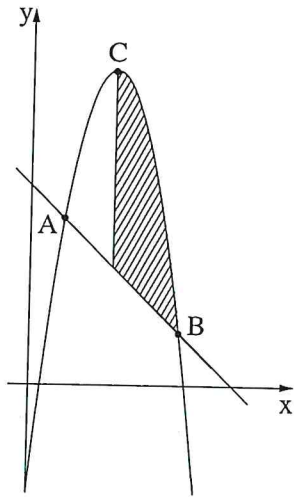
$$x = 9$$

לפיכך  $x=9$  בסוף ציב האקוויג ונקודת!

$$f(9) = 4 \cdot 9 - 12\sqrt{9} + 15 = 15$$

נקודת המינימום היא  $(9, 15)$





5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = -x^2 + 10x - 6$ , ונתון הישר  $y = -x + 12$ . הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  ושל הישר, כמתואר בסרטוט.
- הנקודה C היא נקודת המקסימום של הפונקצייה  $f(x)$ .
- מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.
  - מצאו את שיעורי הנקודה C.
  - דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה-y. חשבו את השטח המקווקו בסרטוט: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ , על ידי הישר הנתון ועל ידי הישר המקביל לציר ה-y.

א. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך בין  $f(x)$  לבין הישר. נפתור את מערכת המשוואות הבאות.

$$\begin{cases} y = -x^2 + 10x - 6 \\ y = -x + 12 \end{cases}$$

$$-x^2 + 10x - 6 = -x + 12$$

$$-x^2 + 11x - 18 = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 9$$

ספי הנקודה C היא הנקודה המקסימלית של הפונקצייה  $f(x)$ . הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  ושל הישר  $y = -x + 12$ . הנקודה C היא נקודת המקסימום של הפונקצייה  $f(x)$ . הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  ושל הישר  $y = -x + 12$ . הנקודה C היא נקודת המקסימום של הפונקצייה  $f(x)$ .





$$x=2 \rightarrow y = -2 + 12 = 10$$

$$x=9 \rightarrow y = -9 + 12 = 3$$

$B(9,3)$	$A(2,10)$	גטאקב!
----------	-----------	--------

ק. הנקודה C היא נקודת המקסימום של הפונקציה  $f(x)$ .  
 נמצא את הנקודה בעזרת הנגזרת.

$$f'(x) = -2x + 10$$

$$-2x + 10 = 0$$

$$-2x = -10$$

$$x = 5$$

נציב בפונקציה  $x=5$  ונקח את  $y$ .

$$f(5) = -5^2 + 10 \cdot 5 - 6 = 19$$

$C(5,19)$	מידות הנקודה C הם	גטאקב!
-----------	-------------------	--------

ג. גובה האונסטרם הם  $x(b) - x(a)$

$$\int_5^9$$





הפכט הבודק צול

$$(-x^2 + 10x - 6) - (-x + 12) = -x^2 + 10x - 6 + x - 12 =$$

$$= -x^2 + 11x - 18$$

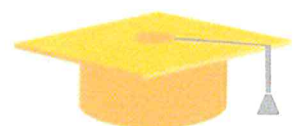
חטא הטחח

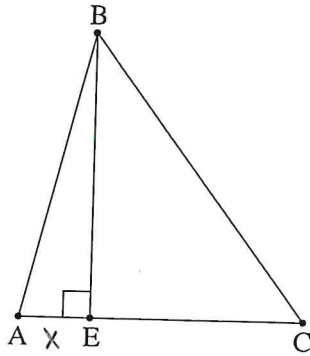
$$\int_5^9 (-x^2 + 11x - 18) dx = \left[ -\frac{x^3}{3} + \frac{11x^2}{2} - 18x \right]_5^9$$

$$\left( -\frac{9^3}{3} + \frac{11 \cdot 9^2}{2} - 18 \cdot 9 \right) - \left( -\frac{5^3}{3} + \frac{11 \cdot 5^2}{2} - 18 \cdot 5 \right) =$$

$$= 40\frac{1}{2} - 55\frac{5}{6} = \frac{104}{3} = 34\frac{2}{3}$$

$\frac{104}{3} = 34\frac{2}{3}$	חטא! הטחח התקולקל הוא
---------------------------------	-----------------------





6. במשולש ABC הקטע BE הוא גובה לצלע AC (ראו סרטוט).

נתון: אורך הקטע EC גדול פי 3 מאורך הקטע AE.

$$AC + BE = 36$$

$$AE = x \text{ נסמן.}$$

א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע AC.

ב. הביעו באמצעות x את אורך הגובה BE.

ג. מצאו את הערך של x שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

$$AE = x \text{ (1) } |c$$

$$EC = 3x \text{ כי } AE = x \text{ ו-} EC = 3 \cdot AE$$

$$AC = AE + EC = x + 3x = 4x$$

$$\boxed{AC = 4x \text{ ; תשובה}}$$

$$AC + BE = 36 \text{ (2) } |c \text{ כי היען}$$

$$AC = 4x \text{ (3) } |c \text{ ונקייה}$$

$$4x + BE = 36$$

$$BE = 36 - 4x$$

$$\boxed{BE = 36 - 4x \text{ ; תשובה}}$$

ק. נקיים את שטח המשולש כפונקציה של x





$$S_{\Delta} ABC = \frac{AC \cdot BE}{2}$$

$$AC = 4x$$

$$BE = 36 - 4x$$

$$S_{\Delta} ABC = \frac{4x(36-4x)}{2} \quad \text{נבדוק נקודה!}$$

היבדוק נקודה האם יש שטח הממוצע היא:

$$f(x) = \frac{4x(36-4x)}{2} = 2x(36-4x)$$

$$f(x) = 72x - 8x^2$$

למצוא את היבדוק נקודה או טווח 0-72  
 את נקודת המינימום.

$$f'(x) = 72 - 16x$$

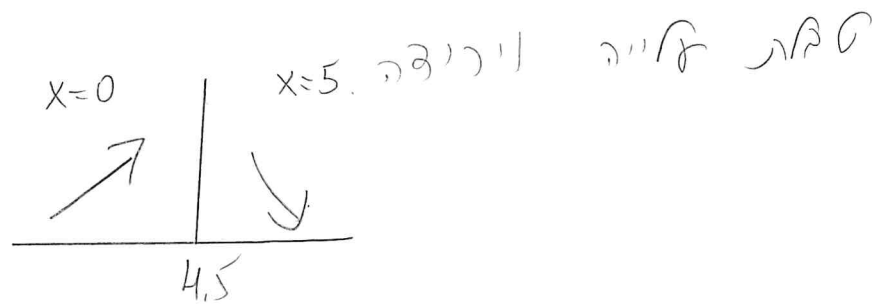
$$72 - 16x = 0$$

$$-16x = -72 \quad | : -16$$

$$x = 4.5$$

נראה שהנקודה היא נקודת המינימום.





$$f'(x) = 72 - 16x$$

$$f'(0) = 72 - 16 \cdot 0 = 72$$

$$f'(5) = 72 - 16 \cdot 5 = -8$$

הכאן מה נקודה היא נקודת מקסימום.

$x = 4.5$	מטובה!
-----------	--------

