

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ד, 2024, מועד א', שאלון: 35371

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה

אספר התושבים בעיר א' גדל בכל שנה ב- 6% .

א. מספר התושבים בעיר א' גדל כל שנה ב- 6% , זהו גידול מעריכי.

$$.q = \frac{100 + P}{100} = \frac{100 + 6}{100} = \frac{106}{100} = 1.06$$

נמצא את מקדם הגדילה: $q = 1.06$

בתחילת שנת 2010 היו בעיר א' 24,000 תושבים.

(1) נחשב כמה תושבים היו בעיר א' בתחילת שנת 2015, כלומר 5 שנים אחרי תחילת שנת 2010.

A_t	A_0	q	t
?	24,000	1.06	5

$$A_5 = 24,000 \cdot 1.06^5 \approx 32,117$$

תשובה: בתחילת שנת 2015 היו בעיר א' בערך 32,117 תושבים .

(2) נחשב כמה תושבים היו בעיר א' בתחילת שנת 2008, כלומר 2 שנים לפני תחילת שנת 2010.

A_t	A_0	q	t
24,000	?	1.06	2

$$24,000 = A_0 \cdot 1.06^2 \quad /: 1.06^2$$

$$\frac{24,000}{1.06^2} = A_0$$

$$A_0 \approx 21,360$$

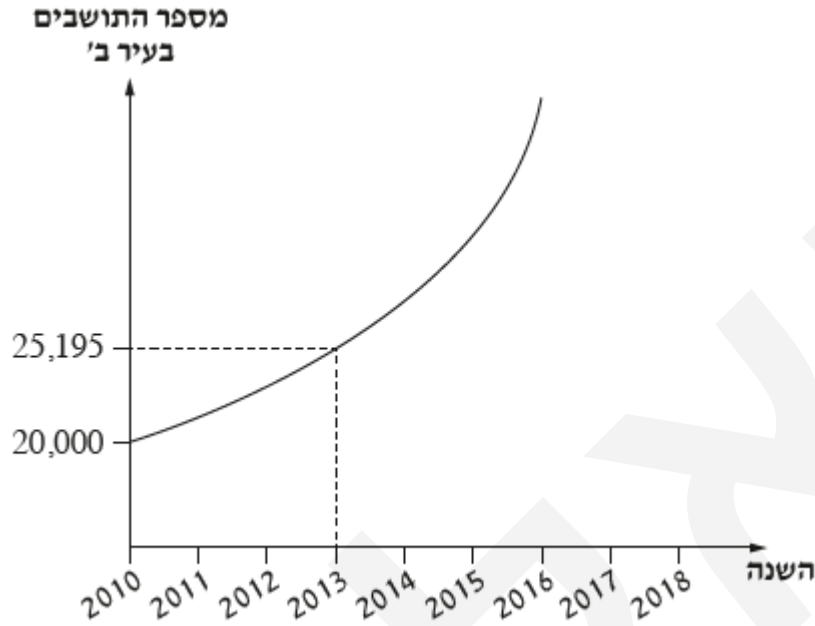
אפשר גם:

בתחילת שנת 2009 היו בערך 22,642 תושבים $24,000 : 1.06 = 22,642$

בתחילת שנת 2008 היו בערך 21,360 תושבים $22,642 : 1.06 = 21,360$

תשובה: בתחילת שנת 2008 היו בעיר א' בערך 21,360 תושבים .

אם בעיר ב' מספר התושבים גדל בכל שנה באחוז קבוע.
לפנינו גרף המתאר את מספר התושבים בעיר ב', לפי שנים.
ניתן לראות, שצמיחה בעיר זו התהליך הוא של צמיחה מעריכית.



ב. תשובה: בעיר ב' היו 25,195 תושבים בתחילת שנת 2013.

ג. נמצא קודם את גורם הגדילה q , ולאחר מכן את האחוז הגדילה P .

מספר התושבים גדל בצורה מעריכית, ותקופת הזמן היא של 3 שנים בין 2010 ל-2013.

A_t	A_0	q	t
25,195	20,000	?	3

$$1.08 = \frac{100 + P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$108 = 100 + P$$

$$\boxed{P = 8}$$

$$25,195 = 20,000 \cdot q^3 \quad / : 20,000$$

$$\frac{25,195}{20,000} = q^3$$

$$1.25975 = q^3$$

$$q = \sqrt[3]{1.25975}$$

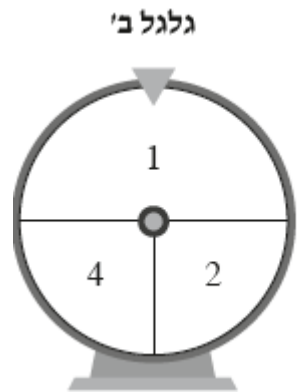
$$\boxed{q = 1.08}$$

כיוון שמקדם הגדילה בעיר ב' גדול מזה של עיר א' ($1.08 > 1.06$),

אין כלל צורך לחשב את אחוז הגדילה, וחישובנו רק למען הבנה טובה יותר ($8\% > 6\%$).

תשובה: מספר התושבים בעיר ב' גדל באחוז גדול יותר בכל שנה.

נכתב ע"י עפר ילין



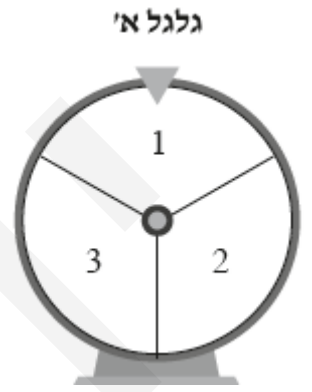
אלא ב' מחולק ל-3 אזרות.

אזרה שאזרה $\frac{1}{2}$ ציאל עם הספרה 1,

והסתברות היא $p(1) = \frac{1}{2}$.

שתי אזרות שאזלן $\frac{1}{4}$ ציאל עם הספרות 2 ו-4,

והסתברות היא $p(2) = p(4) = \frac{1}{4}$.



אלא א' מחולק ל-3

אזרות שוות באזלן.

ולכן $P(1) = p(2) = p(3) = \frac{1}{3}$.

א. ישנן שתי אפשרויות שגלגל א' ייעצר על מספר גדול מ-1, והן שייעצר על המספרים 2 או 3.

נשים לב שאומנם מסובבים את שני הגלגלים, אבל השאלה מדברת רק על גלגל אחד.

תשובה: ההסתברות שגלגל א' ייעצר על מספר גדול מ-1 היא $\frac{2}{3}$.

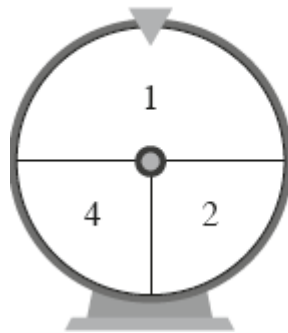
ב. נחשב את ההסתברות ששני הגלגלים ייעצרו על המספר 2.

2 2

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

תשובה: ההסתברות, ששני הגלגלים ייעצרו על המספר 2, היא $\frac{1}{12}$.

גלגל ב'



$$p(2) = p(4) = \frac{1}{4}, \quad p(1) = \frac{1}{2}$$

גלגל א'



$$P(1) = p(2) = p(3) = \frac{1}{3}$$

ג. נחשב את ההסתברות ששני הגלגלים ייעצרו על אותו מספר.

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

תשובה: ההסתברות, ששני הגלגלים ייעצרו על אותו מספר, היא $\frac{1}{4}$.

ד. נחשב את ההסתברות שסכום המספרים שעליהם ייעצרו שני הגלגלים יהיה 5.

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

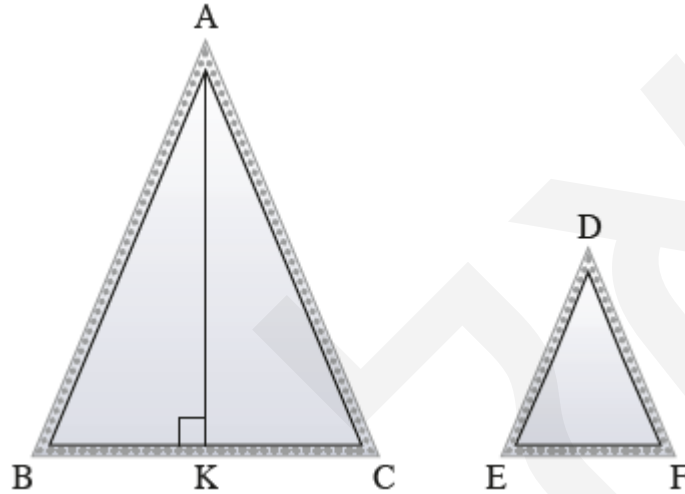
תשובה: ההסתברות שסכום המספרים שעליהם ייעצרו שני הגלגלים יהיה 5 היא $\frac{1}{6}$.

כרחפת הכניסה של בית הספר בצילבו שתי מראות בצורת

משולשים שווים שוקיים $\triangle ABC$ ו- $\triangle DEF$ ($AB = AC, DE = DF$).

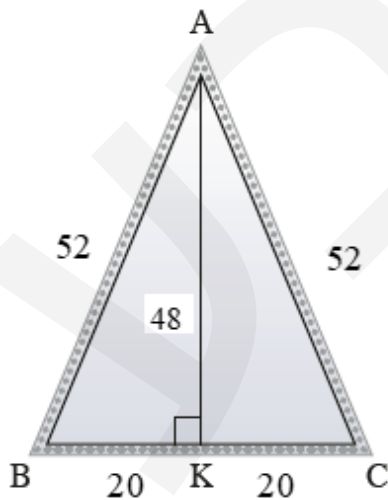
שני המשולשים דומים.

יחס הדמיון בין $\triangle ABC$ ובין $\triangle DEF$ הוא 2:1.



א. נתון: אורך הבסיס AB של המראה הוא 40 ס"מ, ואורך השוק שלה הוא 52 ס"מ.

במשולש שווה שוקיים הגובה מתלכד עם התיכון ולכן $BK = KC = \frac{40}{2} = 20$ ס"מ.



$\triangle ABK$: משפט פיתגורס

$$(BK)^2 + (AK)^2 = (AB)^2$$

$$20^2 + (AK)^2 = 52^2$$

$$(AK)^2 = 2,704 - 400$$

$$(AK)^2 = 2,304 \quad \sqrt{\quad}$$

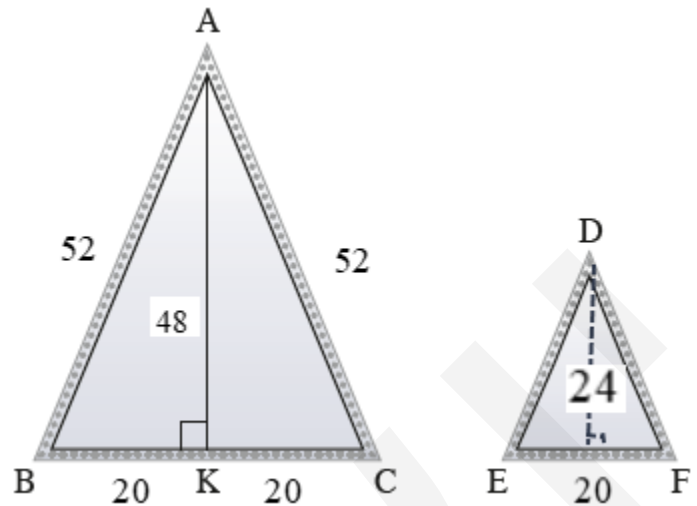
$$AK = 48 \text{ ס"מ}$$

תשובה: האורך של AK, הגובה לבסיס BC, הוא 48 ס"מ.

ב. נמצא את שטח המראה ABC.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{BC \cdot AK}{2} = \frac{40 \cdot 48}{2} = 960 \text{ סמ"ר}$$

תשובה: שטח המראה ABC הוא 960 סמ"ר.



ג. נמצא את אורך הבסיס EF, אורך הבסיס של המשולש הקטן יותר.

$$\cdot \frac{BC}{EF} = \frac{2}{1} \text{ כלומר } 2:1, \text{ יחס הדמיון בין } \triangle ABC \text{ ובין } \triangle DEF \text{ הוא } 2:1$$

$$\cdot EF = \frac{BC}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ ס"מ}$$

תשובה: אורך הבסיס EF הוא 20 ס"מ.

ד. נמצא שטח המראה DEF, שטח המראה הקטנה יותר.

$$\cdot \left(\frac{2}{1}\right)^2 = \frac{4}{1} = 4 \text{ לכן יחס השטחים הוא } 2:1$$

כלומר שטח $\triangle ABC$ גדול פי 4 משטח $\triangle DEF$.

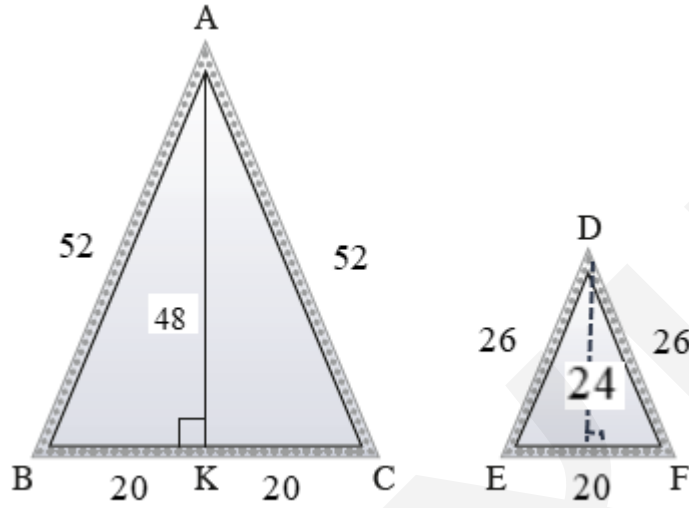
$$\cdot S_{\triangle DEF} = \frac{S_{\triangle ABC}}{4} = \frac{960}{4} = 240 \text{ סמ"ר}$$

הערה: גם הגבהים מקיימים את יחס הדמיון (נכון, לא בהכרח למדנו את זה),

ולכן אפשר למצוא קודם את הגובה לבסיס של המשולש הקטן $24 \text{ ס"מ} = 48:2$,

$$\cdot S_{\triangle DEF} = \frac{20 \cdot 24}{2} = 240 \text{ סמ"ר}$$

תשובה: שטח המראה DEF הוא 240 סמ"ר.



תלמידי אמנת אומניות מצאו שרשת נורות באורך של 2 מטרים.

ה. בשני מטרים יש 200 ס"מ = $2 \cdot 100$.

היקף המראה הגדולה ABC הוא 144 ס"מ = $52 + 52 + 40$.
יחס הדמיון בין היקפים של משולשים דומים שווה ליחס הדמיון,
ולכן היקף $\triangle DEF$ הוא 72 ס"מ = $144 : 2$.

אפשר גם:

$$26 = \frac{AB}{2} = \frac{52}{2} = \text{ס"מ } 26, \text{ ואז היקף המראה הקטנה DEF הוא } 72 \text{ ס"מ} = 26 + 26 + 20.$$

סכום ההיקפים של שתי המראות הוא 216 ס"מ = $144 + 72$, גדול יותר ב- 16 ס"מ מאורך השרשרת.

תשובה: אורך השרשרת שמצאו אינו מספיק לקישוט כל ההיקף של שתי המראות.

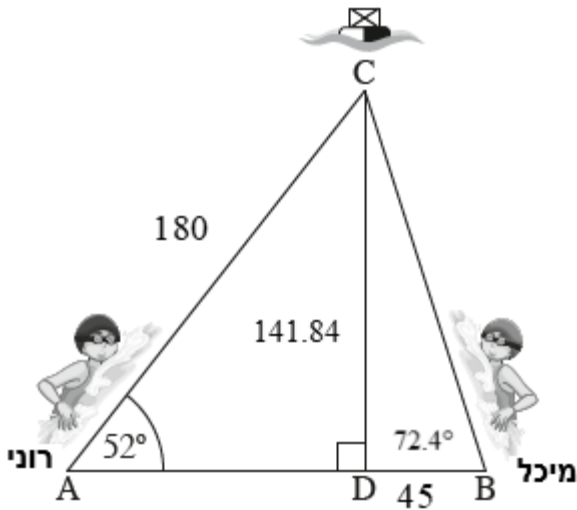
רוני ואיכל יצאו לשחייה בימ.

רוני יצאה מנקודה A ואיכל יצאה מנקודה B.

שתיהן שחו בקו ישר למצוץ בנקודה C

CD מאונקת ל-AB ($\angle CDB = \angle CDA = 90^\circ$)

א. נמצא את CD המרחק של המצוף מן הקטע AB.



$\triangle ADC$

$$\sin \angle A = \frac{CD}{AC}$$

$$\sin 52^\circ = \frac{CD}{180}$$

$$180 \sin 52^\circ = CD$$

$$CD = 141.84 \text{ מטרים}$$

תשובה: המרחק של המצוף מן הקטע AB (CD)

הוא 141.84 מטרים.

ב. המרחק בין נקודת היציאה של מיכל ובין הנקודה D הוא 45 מטרים (45 מטרים = BD).

נמצא את גודל הזווית CBD.

$\triangle CBD$

$$\tan \angle B = \frac{CD}{BD}$$

$$\tan \angle B = \frac{141.84}{45}$$

$$\angle B = 72.4^\circ$$

תשובה: גודל הזווית שבין מסלול השחייה של מיכל לבין הקטע AB ($\angle CBD$) הוא 72.4° .

ג. נמצא את המרחק בין הנקודות שמהן יצאו רוני ומיכל לשחות.
נחשב תחילה את אורך הקטע AD, בשתי דרכים.

משפט פיתגורס $\triangle ADC$

$$\begin{aligned}(CD)^2 + (AD)^2 &= (AC)^2 \\ 141.84^2 + (AD)^2 &= 180^2 \\ ((AD)^2 &= 180^2 - 141.84^2 \\ (AD)^2 &= 12,281.41 \quad \sqrt{} \\ AD &= \text{מטרים } 110.82\end{aligned}$$

$\triangle ADC$

$$\begin{aligned}\cos 52^\circ &= \frac{AD}{AC} \\ \cos 52^\circ &= \frac{AD}{180} \quad / \cdot 180 \\ 180 \cos 52^\circ &= AD \\ AD &= \text{מטרים } 110.82\end{aligned}$$

מכאן שאורך הקטע AB הוא $AB = AD + BD = 110.82 + 45 = 155.82$ מטרים

תשובה: המרחק בין הנקודות שמהן יצאו רוני ומיכל לשחות הוא 155.82 מטרים.

ד. לאחר שמיכל הגיעה למצוף, היא חזרה בשחייה לנקודה B בדיוק באותו המסלול.

נחשב את אורך הקטע BC, בשתי דרכים.

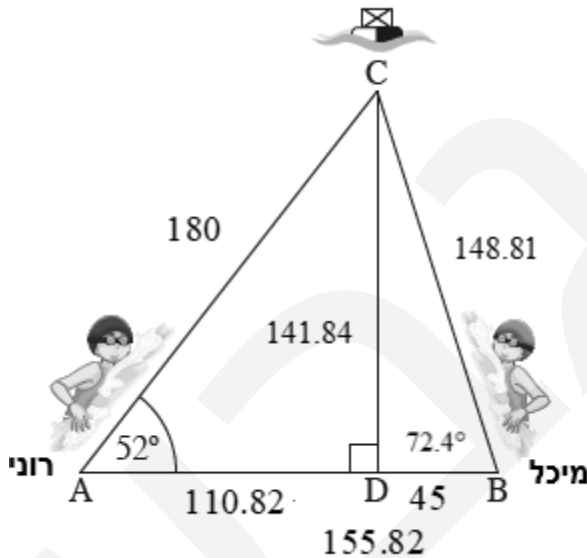
משפט פיתגורס $\triangle CBD$

$$\begin{aligned}(CD)^2 + (BD)^2 &= (BC)^2 \\ 141.84^2 + 45^2 &= (BC)^2 \\ 22,143.59 &= (BC)^2 \quad \sqrt{} \\ BC &= \text{מטרים } 148.81\end{aligned}$$

מכיוון שמיכל שחתה מסלול זה הלוך ושוב -

אז סה"כ עברה $14881 \cdot 2 = 297.62$ מטרים

תשובה: מיכל שחתה סך הכול 297.62 מטרים.



בגרות פד מאי 24 מועד קיץ א שאלון 35371

**חברה להשכרת כלי שיט מסכרים ארבעה סוגים של כלי שיט
בדיאגרמת הציטוף מתוארת ההתפלגות של כלי השיט לפי כף סוג**

א. נתון כי מספר גלשני הסאפ גדול פי 2 ממספר אופנועי הים.

לכן גם אחוז גלשני הסאפ גדול פי 2 מאחוז אופנועי הים.

נסמן ב- x את אחוז אופנועי הים, ובהתאם $2x$ הוא אחוז גלשני הסאפ.

סכום כל האחוזים הוא השלם, ה- 100% .

$$x + 25\% + 2x + 15\% = 100\%$$

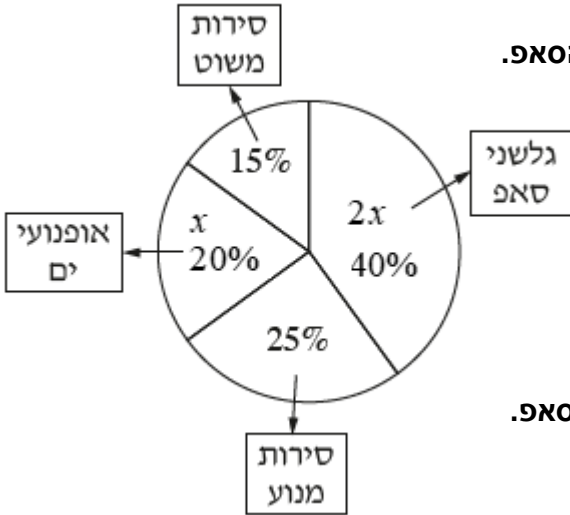
$$x = 20\% \quad 3x + 40\% = 100\%$$

$$2x = 40\% \quad 3x = 60\% \quad / : 3$$

$$\boxed{x = 20\%}$$

מכאן ש- 20% מכלי השיט הם אופנועי הים ו- 40% הם גלשני הסאפ.

תשובה: 20% מכלי השיט הם אופנועי הים.



לחברה יש 40 כלי שיט להשכרה סך הכול

בטבלה שלפניכם מוצגים המחירים של השכרת כלי שיט אחד, לפי הסוג

ב. נשלים את הטבלה, בהתאם לאחוז כלי השיט הרשום בדיאגרמת העיגול.

$$25\% \cdot 40 = \frac{25}{100} \cdot 40 = 0.25 \cdot 40 = 10 \text{ - סירות מנוע}$$

$$20\% \cdot 40 = \frac{20}{100} \cdot 40 = 0.2 \cdot 40 = 8 \text{ - אופנועי ים}$$

$$15\% \cdot 40 = 15 \cdot 40 = 0.15 \cdot 40 = 6 \text{ - סירות משוט}$$

$$40\% \cdot 40 = \frac{40}{100} \cdot 40 = 0.4 \cdot 40 = 16 \text{ - גלשני סאפ}$$

	גלשן סאפ	סירת משוט	אופנועי ים	סירת מנוע	סוג כלי השיט
סה"כ	120	150	280	400	המחיר לשעת השכרה (בשקלים) (x)
$N = 40$	16	6	8	10	מספר כלי השיט (f)

תשובה: הטבלה מעל.

	גלשן סאפ	סירת משוט	אופנוע ים	סירת מנוע	סוג כלי השיט
סה"כ	120	150	280	400	המחיר לשעת השכרה (בשקלים) (x)
$N = 40$	16	6	8	10	מספר כלי השיט (f)

ג. נחשב את המחיר הממוצע של השכרת כלי שיט אחד לשעה.

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N} : \text{נשתמש בנוסחה למציאת ממוצע}$$

$$\bar{x} = \frac{400 \cdot 10 + 280 \cdot 8 + 150 \cdot 6 + 120 \cdot 16}{40} = \frac{9,060}{40}$$

$$\boxed{\bar{x} = 226.5}$$

תשובה: המחיר הממוצע של השכרת כלי אחד לשעה הוא 226.5 שקלים.

ד. חברת ההשכרה קנתה 4 אופנועי ים חדשים.

מחיר השכרת אופנוע ים הוא 280 שקלים, מעל למחיר הממוצע של השכרת כלי שיט אחד שהוא 226.5 שקלים. הוספת נתונים שמעל לממוצע מעלה את הממוצע.

תשובה: המחיר הממוצע של השכרת כלי אחד לשעה גדל, לאחר ההוספה של אופני הים החדשים.

ה. באחד הימים שכרה קבוצה של תיירים 10 כלי שיט סך הכול לשעה אחת.

הקבוצה שכרה רק סירות מנוע (במחיר 400 שקלים לשעה) וסירות משוט (במחיר של 150 שקלים לשעה). המחיר הממוצע של השכרת סירה אחת לשעה, ששילמה הקבוצה, היה $\bar{x} = 350$ שקלים.

נסמן ב- x את מספר סירות המנוע ששכרה הקבוצה, ובהתאם $(10 - x)$ הוא מספר סירות המשוט.

$$.35 = \frac{400 \cdot x + 150 \cdot (10 - x)}{10} : \text{המשוואה המתאימה היא}$$

$$350 = \frac{400 \cdot x + 150 \cdot (10 - x)}{10} \quad / \cdot 10$$

$$3,500 = 400x + 1500 - 150x$$

$$3,500 = 250x + 1500$$

נפתור את המשוואה.

$$2,000 = 250x \quad / : 250$$

$$\boxed{x = 8}$$

מכאן שהקבוצה שכרה 8 סירות מנוע, ו- 2 סירות משוט.

תשובה: $x = 8$.

בגרות פד מאי 24 מועד קיץ א שאלון 35371

בחברת תיירות מציעים שתי חבילות נופש

חבילה א': 946 שקלים בעבור הטיסה, ונוסף על כך 317 שקלים בעבור כל יום נופש.

חבילה ב': 1,450 שקלים בעבור הטיסה, ונוסף על כך 293 שקלים בעבור כל יום נופש.

הכרטיס הפאיט מתארים את שתי החבילות.



א. המחיר הקבוע של חבילה א' עבור הטיסה הוא 946 שקלים, נמוך יותר מזה של חבילה ב' 1,450 שקלים.

גרף I מתחיל בנקודה הנמוכה יותר על הציר האנכי, ציר המחיר, ולכן מתאים לחבילה א'.

(וזו הנקודה (0, 946) על ציר ה- y עבור חבילה א', לעומת (0, 1450) עבור חבילה ב').

גם המחיר בעבור כל יום נופש גבוה יותר, 317 שקלים לעומת 293 שקלים,

דבר המתבטא בכך שגרף I המתאים לחבילה א' תלול יותר.

תשובה: גרף I מתאר את חבילה א'.

ב. נעמה הזמינה מחברת התיירות נופש של 9 ימים לפי חבילה א'.

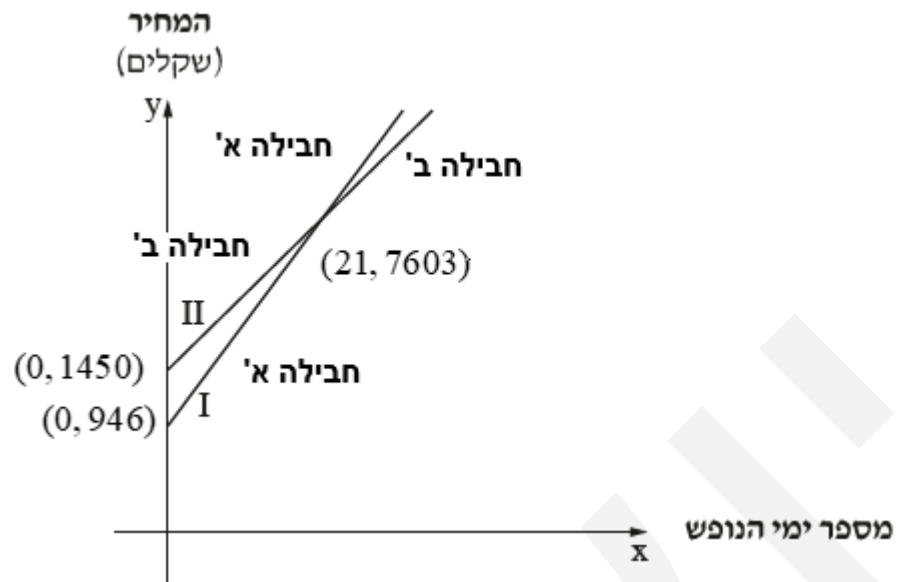
היא שילמה בעבור הטיסה 946 שקלים.

ובנוסף, עבור 9 ימים שילמה 2,853 שקלים $= 9 \cdot 317$.

ביחד שילמה 3,799 שקלים $= 946 + 2,853$.

תשובה: נעמה שילמה לחברת התיירות 3,799 שקלים סך הכול.

נכתב ע"י עפר ילין



ג. נסמן ב- x את מספר ימי הנופש.

חבילה א: התשלום הוא 946 שקלים בעבור הטיסה, ונוסף על כך 317 שקלים בעבור כל יום נופש, ולכן הביטוי האלגברי המתאים הוא $946 + 317x$.

חבילה ב: התשלום הוא 1,450 שקלים בעבור הטיסה, ונוסף על כך 293 שקלים בעבור כל יום נופש, ולכן הביטוי האלגברי המתאים הוא $1450 + 293x$.

תשובה: חבילה א- $946 + 317x$, חבילה ב- $1450 + 293x$.

ד. אהוד הזמין מחברת התיירות נופש לפי חבילה ב'.

הוא שילם לחברת התיירות 6,431 שקלים סך הכול.

לכן, המשוואה המתאימה היא $1450 + 293x = 6,431$.

$$1450 + 293x = 6431$$

$$293x = 4981 \quad /: 293$$

$$\boxed{x = 17}$$

תשובה: אהוד הזמין 17 ימי נופש.

ה. נשווה את שני הביטויים, של מחירי החבילות, ונמצא עבור כמה ימי נופש הם שווים.

$$1450 + 293x = 946 + 317x$$

$$-24x = -504 \quad /: (-24)$$

$$\boxed{x = 21}$$

(המחיר הזהה הוא 7,603 שקלים $= 1450 + 293 \cdot 21$).

תשובה: בעבור נופש של 21 ימים המחיר בשתי החבילות זהה.