

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות
פרק שני – גאומטרייה
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $25 \times 4 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. במפעל מסוים אורזים מלפפונים על פי אורכם. האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית. כל המלפפונים שאורכם קטן מ- 12 ס"מ נארזים בקופסאות שימורים רגילות. שאר המלפפונים נארזים בקופסאות שימורים גדולות. ידוע כי האורך הממוצע של מלפפונים הוא 10.56 ס"מ, וסטיית התקן היא 3 ס"מ.
- א. מצאו את אחוז המלפפונים שנארזים בקופסאות שימורים רגילות.
- התברר שיש ביקוש למלפפונים קצרים במיוחד, לכן הוחלט כי המלפפונים יעברו מיון מחדש. נמצא כי רבע מן המלפפונים שאורכם קטן מ- 12 ס"מ נחשבים מלפפונים קצרים במיוחד.
- ב. (1) מצאו את אחוז המלפפונים הקצרים במיוחד.
(2) מצאו את אורכו של המלפפון הארוך ביותר מבין המלפפונים הקצרים במיוחד.
- לאחר זמן מה הגיע למפעל משלוח חדש של מלפפונים. גם במשלוח זה האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית.
- 50% מן המלפפונים במשלוח זה היו קצרים מ- 11.5 ס"מ.
12.5% מן המלפפונים במשלוח זה היו ארוכים מ- 14.26 ס"מ.
- ג. מצאו את סטיית התקן של אורכי המלפפונים במשלוח החדש.

2. סטטיסטיקאית ערכה מחקר בקרב זוגות.

היא החליטה לבדוק את הקשר בין מספר הילדים שיש לזוג (המשתנה x) ובין ההוצאה החודשית על דלק של הזוג (המשתנה y). לצורך כך היא דגמה 4 זוגות ממאגר הנתונים שלה:

- זוג ללא ילדים שההוצאה החודשית שלו על דלק היא 1,500 שקלים.
 - זוג שיש לו ילד אחד, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 1,800 שקלים.
 - זוג שיש לו שלושה ילדים, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 2,900 שקלים.
 - זוג שיש לו ארבעה ילדים, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 3,800 שקלים.
- א. סרטטו את דיאגרמת הפיזור המתאימה לארבעת הזוגות שבמדגם. רשמו את ערכי הנקודות על הצירים.

הסטטיסטיקאית חישה את סטיית התקן של המשתנה y וקיבלה כי $S_y = \sqrt{835,000}$.

- ב. (1) מצאו את הממוצע של מספר הילדים שיש לזוג במדגם ואת ההוצאה החודשית הממוצעת על דלק של זוג במדגם.
 (2) חשבו את מקדם המתאם בין שני המשתנים.
- ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי ההוצאה החודשית על דלק לפי מספר הילדים.
 בעקבות עליית מחירי הדלק, עלתה ב-6% ההוצאה החודשית של כל אחד מן הזוגות על דלק.
- ד. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו גדל, קטן או לא השתנה.
 (1) סטיית התקן של המשתנה y .
 (2) מקדם המתאם r .

3. במתחם דירות יש שני סוגי דירות – דירות הפונות לכיוון הפארק ודירות הפונות לכיוון הכביש.

ההסתברות שדירה במתחם פונה לכיוון הפארק היא $\frac{3}{4}$.

חלק מן הדירות במתחם משופצות, והשאר אינן משופצות.

מספר הדירות המשופצות גדול פי 4 ממספר הדירות שאינן משופצות.

28% מן הדירות הפונות לכיוון הכביש הן דירות משופצות.

א. בוחרים באקראי דירה מבין כל הדירות במתחם.

(1) מהי ההסתברות לבחור דירה משופצת?

(2) מהי ההסתברות לבחור דירה שגם פונה לכיוון הכביש וגם משופצת?

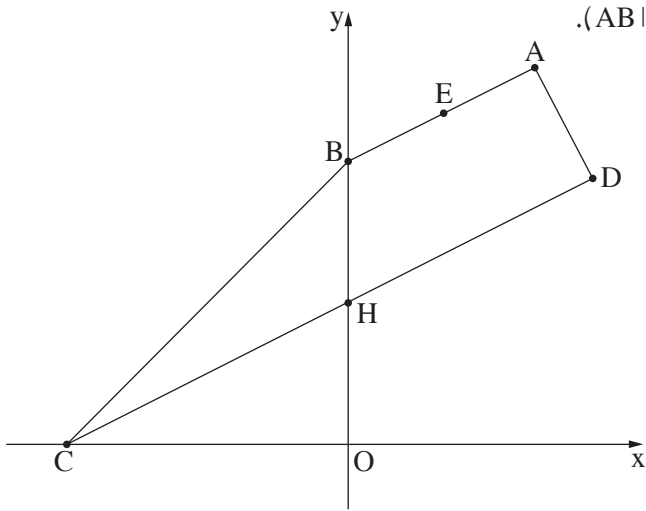
ב. בוחרים באקראי דירה מבין הדירות שאינן משופצות.

מהי ההסתברות שדירה זו פונה לכיוון הכביש?

35 דירות במתחם גם פונות לכיוון הכביש וגם משופצות.

ג. מצאו כמה דירות במתחם גם פונות לכיוון הפארק וגם משופצות.

פרק שני – גאומטרייה



4. בסרטוט שלפניכם טרפז ישר זווית $ABCD$ ($AB \parallel DC, \sphericalangle D = 90^\circ$).

הקודקוד B נמצא על ציר ה- y , והקודקוד C נמצא על החלק השלילי של ציר ה- x .

הבסיס CD חותך את ציר ה- y בנקודה H .

נתון: הנקודה $E(2, 7)$ נמצאת על הבסיס AB .

משוואת שוק הטרפז AD היא $y = -2x + 16$.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד B .

ב. נתון כי אורך השוק BC של הטרפז הוא $\sqrt{72}$.

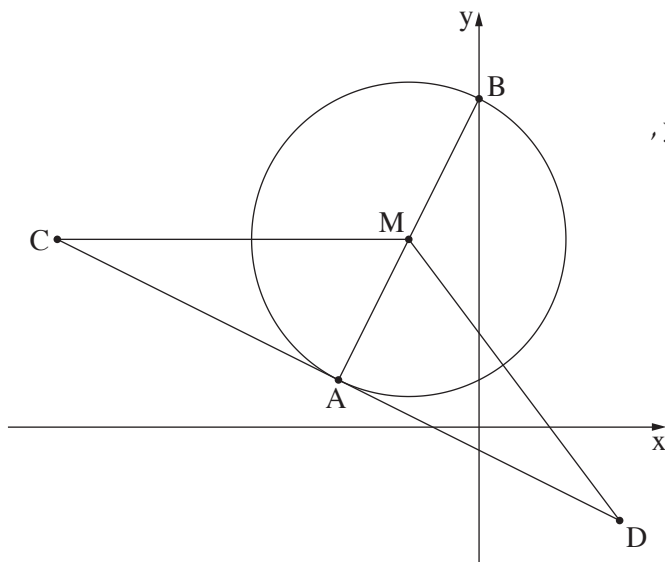
ג. מצאו את שיעורי הקודקוד C .

ד. מצאו את גודל הזווית CBO (O היא ראשית הצירים).

ה. מצאו את משוואת הישר CD .

ו. מצאו את גודל הזווית CHB .

ז. חשבו את שטח המשולש CBE .



5. הקטע AB הוא קוטר במעגל שמרכזו M .

הקטע CD משיק למעגל בנקודה A .

הנקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y , כמתואר בסרטוט.

AM הוא חוצה זווית CMD .

א. הוכיחו כי משולש CMD הוא שווה שוקיים.

נתון כי משוואת המעגל היא $(x + 3)^2 + (y - 8)^2 = 45$.

וכי שיעור ה- y של הנקודה B גדול מ- 8 .

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו- B .

ג. נתון כי הקטע CM מקביל לציר ה- x .

ד. מצאו את שיעורי הנקודה C .

ה. הנקודה E היא אמצע הקטע CM , והנקודה F היא אמצע הקטע DM .

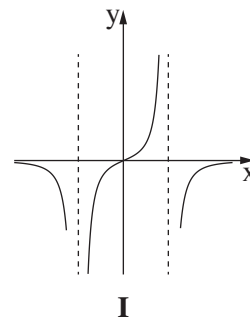
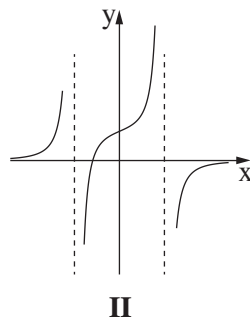
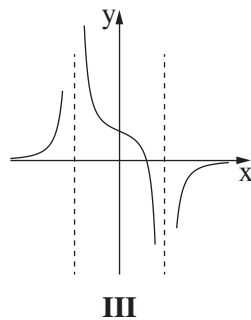
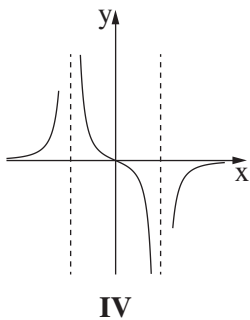
ו. הוכיחו כי $\triangle CMD \sim \triangle EMF$.

ז. חשבו את היחס בין שטח המשולש CMD ובין שטח המשולש EMF .

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$.

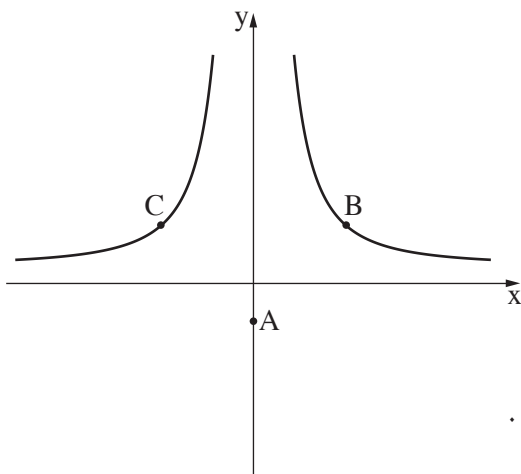
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ה. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.
- ו. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים (1)–(2) שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.
- (1) בכל נקודה בתחום $x > 3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא חיובי.
- (2) בכל נקודה בתחום $x < -3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא חיובי.



7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sqrt{5-2x} + bx$, $b > 0$ הוא פרמטר. ידוע כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(-10, 0)$.
- א. מצאו את הערך של b .

- ב. הציבו $b = \frac{1}{2}$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על סעיפים ב-ו.
- ג. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .
- ה. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

- נתונה פונקצייה $g(x)$, המקיימת $g'(x) = -f(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
- ז. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.



8. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{48}{x^2} + 1$. נתונה הנקודה A , ששיעוריה הם $(0, -2)$. הנקודות B ו- C נמצאות על גרף הפונקצייה $f(x)$, כמתואר בסרטוט. הישר BC מקביל לציר ה- x . נסמן את שיעור ה- x של הנקודה B ב- t , $t > 0$.
- א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו- C .
- ב. מצאו את ערכו של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.
- ג. בעבור הערך של t שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC .

בהצלחה!