

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ד, 2024, שאלון: 35482, גרסה 06

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





שדרות

1. לרכבת מסוימת יש 11 קרונות. ביום א', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול במספר קבוע ממספר הנוסעים בקרון שלפניו. מספר הנוסעים בקרון האחרון היה גדול פי 3 ממספר הנוסעים בקרון הראשון. ביום זה מספר הנוסעים ברכבת היה 220 סך הכול.
 - א. מצאו כמה נוסעים היו בקרון הראשון.
 - ב. מצאו כמה נוסעים היו בקרון האמצעי.
 - ג. מצאו כמה נוסעים סך הכול היו בקרונות האי-זוגיים (בקרון הראשון, השלישי, החמישי וכן הלאה).
- ביום ב' מספר הנוסעים ברכבת היה גדול פי 2 ממספר הנוסעים בה ביום א' ולכן הוחלט להוסיף קרונות לרכבת. ביום ב', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול ב-3 ממספר הנוסעים בקרון שלפניו. ביום זה היו בקרון הראשון 5 נוסעים.
 - ד. מצאו את מספר הקרונות שהוסיפו לרכבת ביום ב'.

פתרון

א. נתון: מספר הנוסעים בכל קרון היה קבוע קבוע ממספר הנוסעים בקרון שלפניו. מספר הנוסעים בקרון האחרון היה גדול פי 3 ממספר הנוסעים בקרון הראשון.

ביום א', מספר הנוסעים ברכבת היה 220 סך הכול. מצאו כמה נוסעים היו בקרון הראשון.

י' $n = 11$

י"ו \Rightarrow

י"א $a_{11} = 3 \cdot a_1$

מספר הנוסעים בקרון האחרון פי 3 מהנוסעים בקרון הראשון

י"ב $\sum_{i=1}^{11} a_i = 220$

מספר הנוסעים בקרונות היה 220 סך הכול

ניצולנו בקוסינוס לא ידוע לנו הנתון הנדרש:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$$





$$\text{II} \quad a_1 + 10d = a_1$$

$$a_1 + 10d - a_1 = 0$$

$$-2a_1 + 10d = 0 \quad /: (-2)$$

$$\underline{a_1 - 5d = 0}$$

$$\text{III} \quad \frac{1 \cdot}{2} \frac{11 [2a_1 + (11-1)d]}{2} = \frac{2 \cdot}{220} /: 2$$

$$11(2a_1 + 10d) = 440 \quad /: 11$$

$$2a_1 + 10d = 40 \quad /: 2$$

$$\underline{a_1 + 5d = 20}$$

$$+ \begin{cases} \text{I} \left\{ \begin{array}{l} a_1 - 5d = 0 \\ a_1 + 5d = 20 \end{array} \right. \\ \hline \end{cases}$$

$$2a_1 = 20 \quad /: 2$$

$$a_1 = 10$$

$$\text{IV} \quad a_1 = 10 \quad d = 2$$

$$10 + 5d = 20$$

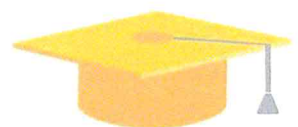
$$5d = 10 \quad /: 5$$

$$d = 2$$

תשובה: 10 ו-2

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$n=11$$

↓

$$\sum_{k=1}^{11} a_k = \frac{11+1}{2} = 6$$

האיבר ה-6 : a_6

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$a_6 = 10 + 5 \cdot 2$$

$$a_6 = 20$$

תשובה: 20 נוסף

$$a_1, a_3, a_5, \dots$$

ז. סדרה האקרוז היחסית הנקראת היא צ'קויז:

$$a_1 = a_1 = 10$$

$$2d = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\sum_{k=1}^{11} a_k = \frac{11+1}{2} = 6$$



$$\sum_n = \frac{n [2a_1 + (n-1)d]}{2}$$

$$\sum_6 = \frac{6 [2 \cdot 10 + (6-1) \cdot 4]}{2}$$

ליוני
ז"י

$$\sum_6 = 120$$

ליוני
ז"י

השקיה: 120 (נסע'ק)

למידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.**



3. למשך:

דילמת ד' מסדרו הנורמלי דורגה היג קבול כי 2 ממסדר הנורמלי ד' דילמת א'.

11
↓

$$\frac{\text{למט הנורמלי ד' דילמת ד'}}{2} = 2 \cdot 220 = 440$$

למשך:

דילמת ד' מסדרו הנורמלי ד' (ויין היג קבול ד' 3 ממסדרו הנורמלי ד' דילמת א').

11
↓

סגור האקזיטור אלה $d = 5$ (הנוש ד' דילמת)

למשך:

דינרין היגשין ויין 5 נוסעם

↓
 $n = 5$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.**



נסק:

I $\sum_{n=1}^n a_n = 440$

II $d = 3$

III $a_1 = 5$

נניח ונר. ה.

(ישו גרנסחר גנסו) (נישו) גנסו I :

I $\frac{n [2a_1 + (n-1)d]}{2} = 440$

$\frac{n [2 \cdot 5 + (n-1) \cdot 3]}{2} = 440$

$\frac{1 \cdot n (10 + 3n - 3)}{2} = 440 \quad / \cdot 2$

$n (3n + 7) = 880$

$3n^2 + 7n - 880 = 0$

$n_1 = 16$

~~$n_2 = -18 \frac{1}{3}$~~

נסו, ה גנסו גקע





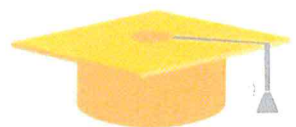
בואו, ולכן מסנו יוניון'ה גילג' ולג' ג'ה 16.

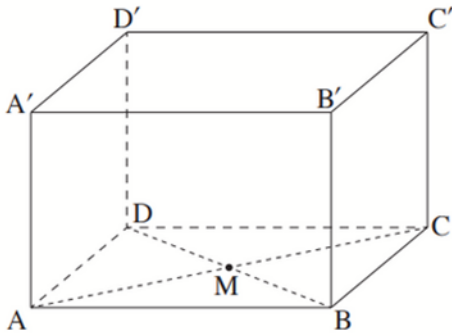
$$\begin{array}{l} \text{לס' יוניון'ה} \\ \text{ש'ס'ניו אינו'ה} \\ \text{ג'ילג' } \bar{7} \end{array} = 16 - 11 = 5$$

השק: 5 יוניון'ה

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





2. בסרטוט שלפניכם מתוארת תיבה $ABCD A' B' C' D'$.

אלכסוני הבסיס $ABCD$ נפגשים בנקודה M .

נתון: $AB = 12$, $BC = 5$.

נתון כי גודל הזווית שבין הקטע MC' ובין הבסיס $ABCD$ הוא 52° .

א. מצאו את אורך גובה התיבה.

ב. מצאו את שטח הפנים של התיבה.

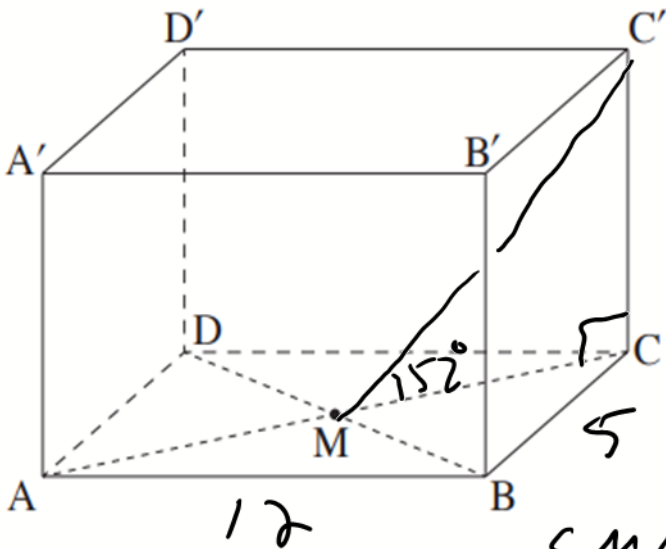
אלכסוני הבסיס $A' B' C' D'$ נפגשים בנקודה M' .

נקודה P נמצאת על הקטע MM' כך שמתקיים $AP = 1.6MP$.

מן הנקודה P חיברו קטעים אל קודקודי הבסיס $ABCD$ כך שנוצרה פירמידה ישרה $PABCD$.

ג. מצאו את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי של הפירמידה ובין הבסיס $ABCD$.

ד. מצאו את נפח הפירמידה.



פתרון:

א. נקדיר את ה"גובה" h

וננסף את הנתונים.

אם ה"גובה" h

הזווית בין MC'

אל הבסיס היא 52° .

הוא 52° , נגזר ה"גובה" h אחר ה"גובה" h

במשולש ABC :

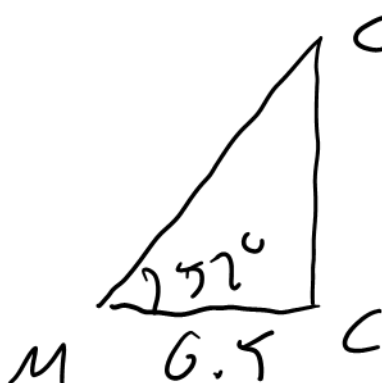
$$AC^2 = 5^2 + 12^2 \rightarrow AC = 13$$

האלכסיון AC במשולש ABC הוא 13 וזה

$$AM = CM = 6.5$$



כעת, בשאלה CC' : MC



$$\tan 52^\circ = \frac{CC'}{MC}$$

$$CC' = MC \cdot \tan 52^\circ$$

$$CC' = 8.32$$

זוהי הגובה הכולל

8.32

ק. שטח הפנים של תיבה הוא סכום
השטחים של הבסיסים והפאות:

$$P = 2 \cdot (AB \cdot BC + AB \cdot CC' + BC \cdot CC')$$

$$P = 2 \cdot (12 \cdot 5 + 12 \cdot 8.32 + 5 \cdot 8.32)$$

$$P = 402.88$$

שטח הפנים הכולל

402.88



ד. נניח α —
הגית וניג זכואוס:

ההטל מ'ממ האזק
זכסיס-ס-ס, זכזכ,

$$\angle MAP = 90^\circ$$

נתבונן בשואל

$\triangle AMP$:

(סמך) $MP = x$

ונדקל $AP = 1.6x$

~ כואן:

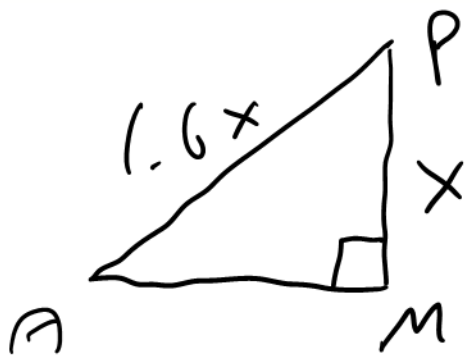
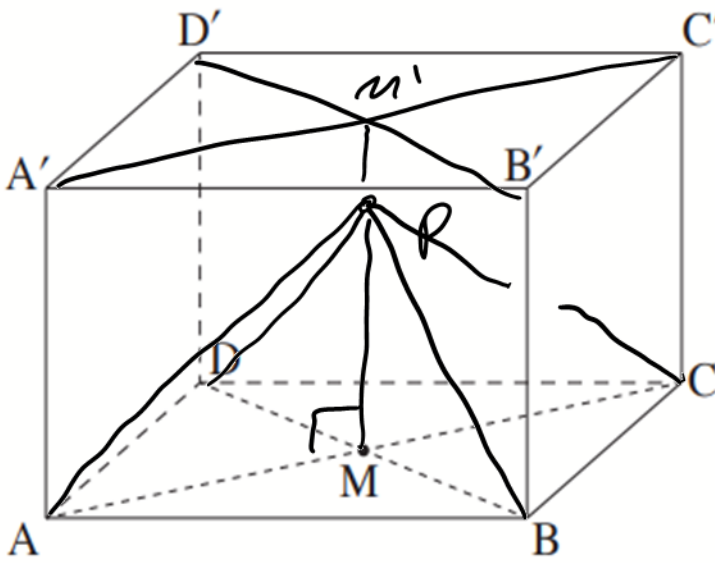
$$\sin \angle MAP = \frac{x}{1.6x} = \frac{1}{1.6}$$

$$\angle MAP = 38.68^\circ$$

הזלויה בין קין ~ קווא צצבי טל הפירלוזיה

$PABCD$ זכ זכסיס (היי)

$$38.68^\circ$$





3. לצורך חישוב נסה הפירמידה
 נחשב ל- האובה MP
 במסלול APM:

$$\tan 38.68^\circ = \frac{MP}{AM} \rightarrow MP = 0.5 \cdot \tan 38.68^\circ$$

$$MP = 5.20$$

מכאן, גובה הנוסחה אנסה פירמידה =

$$\bar{V} = \frac{S_{ABC} \cdot MP}{3} = \frac{5.12 \cdot 5.20}{3}$$

$$\bar{V} = 104$$





3. נתונה הפונקצייה $f(x) = a - \frac{1}{2}(\sin x)^2$, a הוא פרמטר. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
- מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן. הביעו באמצעות a אם יש צורך. הישר $y = 4$ משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.
 - מצאו את שני הערכים האפשריים של a .
 - הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הערך של a הקטן יותר שמצאתם, וענו על הסעיפים ג-ד.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 - נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת $g'(x) = f(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
 - לפניכם שתי טענות I-II. קבעו בעבור כל טענה אם היא נכונה או אינה נכונה. נמקו את קביעותיכם.
 - לפונקצייה $g(x)$ יש 3 נקודות קיצון פנימיות.
 - לפונקצייה $g(x)$ עולה בתחום $0 < x < 2\pi$.

הימנין

$$f(x) = a - \frac{1}{2}(\sin x)^2, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

הימנין (ישן) נתינת

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot 2(\sin x)^1 \cdot \cos x$$

$$f'(x) = -\sin x \cos x$$

$$\begin{aligned} -\sin x \cos x &= 0 \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \\ -\sin x > 0 \text{ ו} \cos x > 0 \end{aligned}$$



$$-\sin x = 0 \quad /: (-1)$$

$$\sin x = 0$$

$$\sin x = \sin 0$$



$$\text{I} \quad x = 0 + 2\pi k$$

$$\underline{x = 2\pi k}$$

$$\text{II} \quad x = (\pi - 0) + 2\pi k$$

$$\underline{x = \pi + 2\pi k}$$

$$\cos x = 0$$

$$\cos x = \cos\left(\frac{1}{2}\pi\right)$$



$$\text{I} \quad \underline{x = \frac{1}{2}\pi + 2\pi k}$$

$$\text{II} \quad \underline{x = -\frac{1}{2}\pi + 2\pi k}$$





נמצא נמוך/גבוה : $0 \leq x \leq 2\pi$

$x = 2\pi k$

$x = \pi + 2\pi k$

k	0	1
x	0	2π

קטן
גדול

k	0
x	π

$x = \frac{1}{2}\pi + 2\pi k$

$x = -\frac{1}{2}\pi + 2\pi k$

k	0
x	$\frac{1}{2}\pi$

k	0	1
x	$-\frac{1}{2}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$

גדול
קטן

נמצא גבוה/נמוך : $0 \leq x \leq 2\pi$

$f(x) = a - \frac{1}{2}(\sin(x))^2$

$(\frac{1}{2}\pi,)$

$f(\frac{1}{2}\pi) = a - \frac{1}{2}(\sin(\frac{1}{2}\pi))^2$

$f(\frac{1}{2}\pi) = a - \frac{1}{2}$

$(\frac{1}{2}\pi, a - \frac{1}{2})$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





$$\underline{(\pi,)}$$

$$f(\pi) = a - \frac{1}{2}(\sin(\pi))^2$$

$$f(\pi) = a$$

$$(\pi, a)$$

$$\underline{(\frac{1}{2}\pi,)}$$

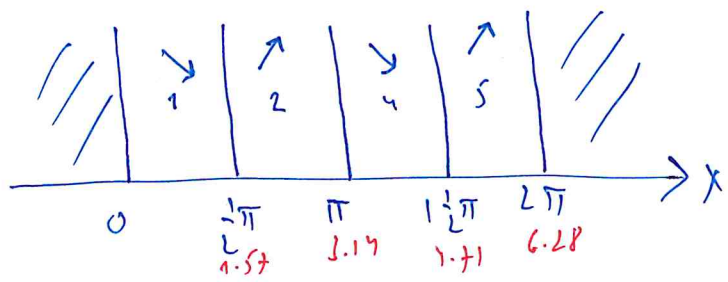
$$f(\frac{1}{2}\pi) = a - \frac{1}{2}(\sin(\frac{1}{2}\pi))^2$$

$$f(\frac{1}{2}\pi) = a - \frac{1}{2}$$

$$(\frac{1}{2}\pi, a - \frac{1}{2})$$

ניגודו של $\sin(\frac{1}{2}\pi)$ הוא $\cos(\frac{1}{2}\pi)$, זה נותן לנו את הנקודה $(\frac{1}{2}\pi, a - \frac{1}{2})$.
 זהו נקודה נכונה, וזה נותן לנו את הנקודה $(\frac{1}{2}\pi, a - \frac{1}{2})$.





$$f'(x) = -\sin(x)\cos(x)$$

$$f'(1) = -\sin(1) \cdot \cos(1) = -0.65 \quad (\text{התל} \quad \text{יורד})$$

$$f'(2) = -\sin(2) \cdot \cos(2) = 0.38 \quad (\text{התל} \quad \text{עולה})$$

$$f'(4) = -\sin(4) \cdot \cos(4) = -0.79 \quad (\text{התל} \quad \text{יורד})$$

$$f'(5) = -\sin(5) \cdot \cos(5) = 0.27 \quad (\text{התל} \quad \text{עולה})$$

התל (יורד) / (עולה):

$$\min\left(\frac{1}{2}\pi, a - \frac{1}{2}\right)$$

$$\max\left(\pi, a\right)$$

$$\min\left(\frac{1}{2}\pi, a - \frac{1}{2}\right)$$





הצגה:

נייטן הייב אריינצו דעזעלע זעקס טיפס צוויי ווייל: $\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$
 אז מיר קענען אים אריינצוויינגן.

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot \underbrace{2 \sin x \cos x}$$

||
 \checkmark

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot \sin 2x$$

$$-\frac{1}{2} \sin(2x) = 0 \quad | : (-\frac{1}{2}) \quad \text{אז}$$

$$\sin(2x) = 0$$

אריינגען אריינצוויינגן...



היגיון קיצון טריגונומי תחום הגזירה:

תחום הגזירה: $0 \leq x \leq 2\pi$
 \uparrow $x=0$ \uparrow $x=2\pi$

$$f(x) = a - \frac{1}{2}(\sin x)^2$$

$(0,)$

$$f(0) = a - \frac{1}{2}(\sin(0))^2$$

$$f(0) = a$$

$(0, a)$ נקודת קצה

$(2\pi,)$

$$f(2\pi) = a - \frac{1}{2}(\sin(2\pi))^2$$

$$f(2\pi) = a$$

$(2\pi, a)$ נקודת קצה



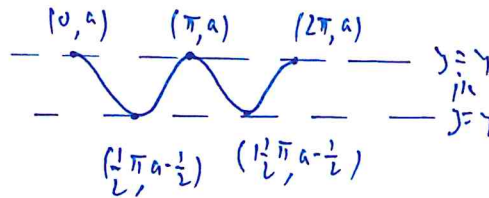
השאלה:

$\max(2\pi, a)$, $\min(\frac{1}{2}\pi, a - \frac{1}{2})$, $\max(\pi, a)$, $\min(\frac{1}{2}\pi, a - \frac{1}{2})$, $\max(0, a)$

למיין: (ישו) \Rightarrow יש שני מקסימום וקטן יותר.

$a = 1$.

הגרף:



אם $a > 2$: $a = 2$

אם $a < 1$: $a - \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow a = 1\frac{1}{2}$





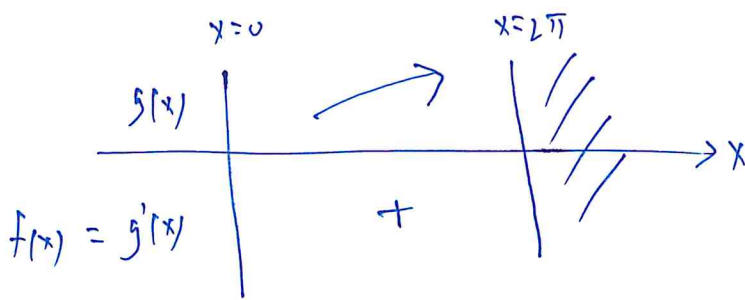
הינה הניקוז, $f(x)$, היננייה $f(x) = f'(x)$.

$f(x)$ ו $f'(x)$ מיקלם הזמא היחל.

ניסו כנסו בין טיקז: (קזיה) (טט) גר $f(x)$.

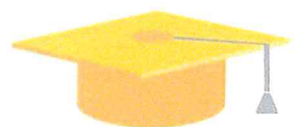
ניסו $f(x)$ היקיה, $f(x)$ עול:

ניסו $f'(x)$ טולס, $f(x)$ יוקיה



$f(x) = f'(x)$, מהנינו גסיל $f(x)$ הייה זיקין הינין (ניל: טול ניג ה-ח).

ניסו $f(x)$ טולס $f(x)$ עול $0 < x < 2$.

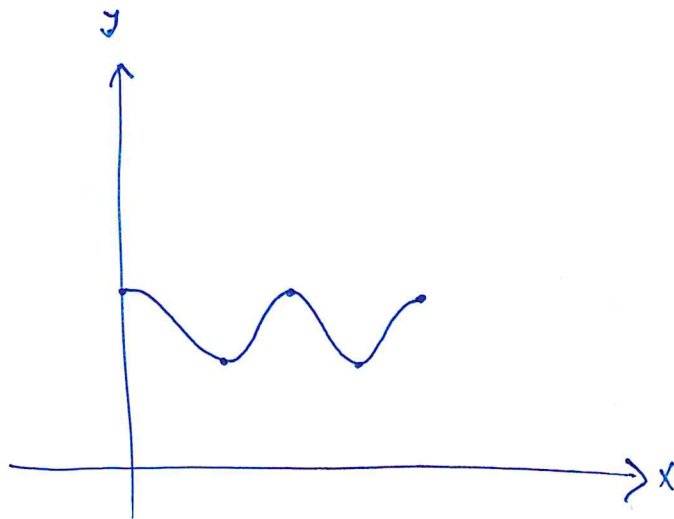


$$f(x) = 4 - \frac{1}{2}(\sin x)^2$$

נניח $a=4$

ז. נניח $a=4$ גזירים ייחודיים טיפיקלי גססו \bar{x} ו $(\sin 6)$.

$$\max(0, 4), \min\left(\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\right), \max(\pi, 4), \min\left(\frac{3}{2}\pi, \frac{1}{2}\right), \max(2\pi, 4)$$



(תנאים א) אגלה .

I אינני צריך ואז יש 3 ויקראו זינן טניגילג .

טעני. זו זיניני נייניני , ואז יגין צעניו רינן טניגילג דקחא

II הניגילג ואז אגלה: דקחא $0 < \alpha < 2\pi$.

טעני. זו נייניני (גיסזרנו זינני)



4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 5}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה־x של הפונקצייה $f(x)$.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת $g(x) = -f(x) + 24$.
- הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
- ו. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.
- (2) כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־x? נמקו את תשובתכם.

פתרון שאלה 4

א. (1) נבדוק איפה שיצורי x מאכסיס את הביטוי שבמכנה הסבר:

$$e^x - 5 = 0 \quad / +5$$

$$e^x = 5 \quad / \ln(\)$$

$$x = \ln(5)$$

$$x \neq \ln(5)$$

כלומר תחום ההגדרה הוא

ב. (2) את האסימפטוטה האנכית נקבע בשיצור ה־x המאכס את המכנה

$$x = \ln(5)$$

אך לא את המונה

ב. נציב $x=0$ עתה החיתוך עם ציר y : $f(0) = \frac{e^0}{e^0 - 5} = -\frac{1}{4}$ נקודה $(0, -0.25)$

$$\frac{e^x}{e^x - 5} = 0 \quad / \cdot (e^x - 5)$$

נציב $y=0$ עתה החיתוך עם ציר x :

$$e^{2x} = 0$$

אין פתרון!

אין נק' חיתוך עם ציר x

החלק פתרון שאמרה 4

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 5}$$

d. נמצא את הפונקציה:

$$f'(x) = \frac{2e^{2x}(e^x - 5) - e^x \cdot e^{2x}}{(e^x - 5)^2} = \frac{e^{2x}[2(e^x - 5) - e^x]}{(e^x - 5)^2} = \frac{e^{2x}[2e^x - 10 - e^x]}{(e^x - 5)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^{2x}[e^x - 10]}{(e^x - 5)^2}$$

$$f'(x) = 0$$

נבדוק איילו שידורי x מאפסיס את הנגזרת:

$$\frac{e^{2x}[e^x - 10]}{(e^x - 5)^2} = 0 \quad / \cdot \frac{(e^x - 5)^2}{e^{2x}} \neq 0$$

$$e^x - 10 = 0 \quad / +10$$

$$e^x = 10 \quad / \ln(\)$$

$$x = \ln(10)$$

נבדוק תחומי עלייה וירידה בעזרת הצבת ערכים מהתחומים השונים בנגזרת ובציקה חיוביות ושליליות הנגזרת:

x	h(4)	h(5)	h(7)	h(10)	h(11)
f'(x)	-	/	-	0	+
f(x)	↘	/	↘	min	↗

$$f'(x) = \frac{e^{2x}[e^x - 10]}{(e^x - 5)^2}$$

$$f(\ln(10)) = \frac{e^{2 \cdot \ln(10)}}{e^{\ln(10)} - 5} = \frac{10^2}{10 - 5} = 20$$

נציב בפונקציה עקבלת שיטור ה y:

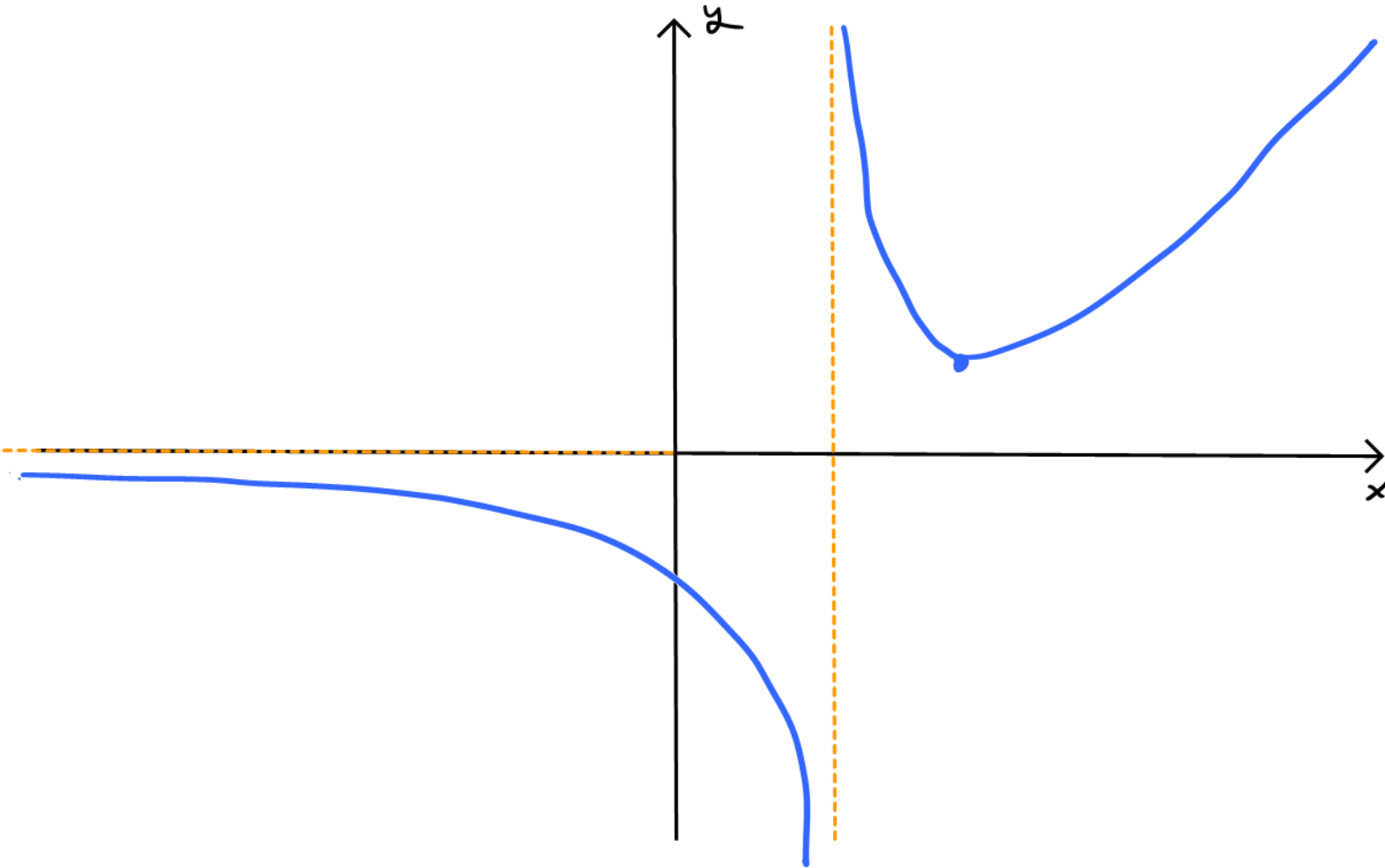
(h(10), 20) מינימום

ולכן לפונקציה יש נקודת

3. תחום וריצה: $h(5) < x < h(10)$ או $x < h(5)$

תחום עלייה: $x < h(10)$

ה. סקיצה:



המשק בתריון שאולה ψ

$$g(x) = -f(x) + 24$$

1. (1) נשים לב כי מתקיים:

$$g'(x) = -f'(x)$$

ולכן הנגזרת:

כלומר $g'(x)$ מתאבסת עבור אותם ערכי x שבהם $f'(x)$ נקבל

$$g'(h(\psi)) = 0 \quad : \quad x = h(\psi)$$

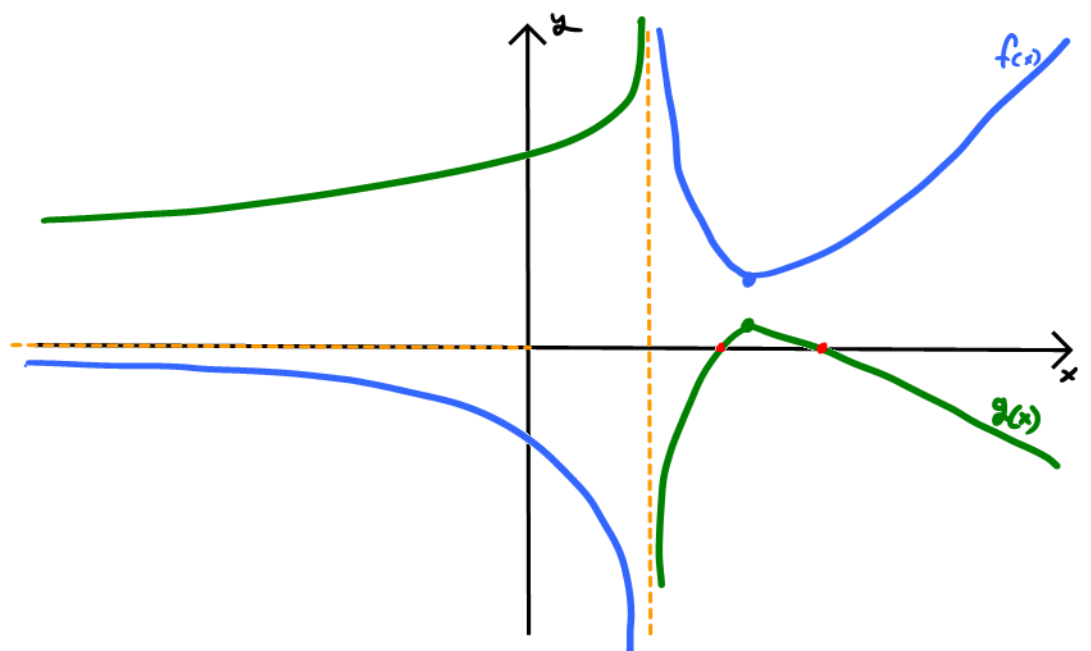
נשים לב שתחומי העלייה/ירידה של $g(x)$ הפוכים מאלו של $f(x)$.
 עקב הסימן ההפוך בהגדרתו, ולכן נקודת המינימום של $f(x)$ הופכת
 לנקודת מקסימום עבור $g(x)$. נמצא את שיא h בנק' המקסימום:

$$g(x=h(\psi)) = -f(h(\psi)) + 24 = -20 + 24 = 4$$

δ של $g(x)$ נק' מקסימום: $(h(\psi), 4)$

(2) נוסיף פשרה לקובץ שראו של $g(x)$:

ניתן לטעות 2 נקודות חיתוך עם ציר ה- x כיוון שנקודת המקסימום נמצאת ברביע הראשון כפי שניתן לראות באיור.



5. נתונה הפונקצייה $f(x) = ax \cdot \ln(2x)$, הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{e}{2}$ הוא 6.

ב. מצאו את a .

הציבו $a = 3$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ג-ו.

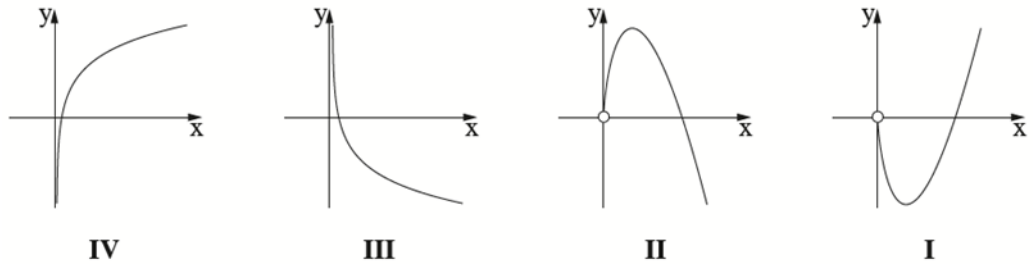
ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ה. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$, ואיזה מהם מתאר את

פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = e$ ועל ידי ציר ה- x .



כתביון שאם 5

א. נבדוק עבור איילו שיחזרי x הוביטויון שבגוק פונקציית הפן הוא

$$0 < 2x \div 2$$

ח'וב':

$$0 < x \quad \text{תחום ההצרה:}$$

ב. נתון: שיכוד הפונקצייה בנקודה $x = \frac{e}{2}$ הוא 6. $f(x) = ax \cdot \ln(2x)$

נמצור את הפונקצייה, נציב $x = \frac{e}{2}$, נשווה את הנשגרת ל 6 ונקוצר את a :

$$f'(x) = a \cdot \ln(2x) + ax \cdot \frac{2}{2x} = a \cdot \ln(2x) + a = a(\ln(2x) + 1)$$

$$f'\left(\frac{e}{2}\right) = 6$$

$$a(\ln(2 \cdot \frac{e}{2}) + 1) = 6$$

$$a \cdot (1+1) = 6 \div 2$$

$$a = 3$$

$$f(x) = 3x \cdot h(2x)$$

נקודת חיתוך עם ציר x : נציב $f(x) = 0$

$$0 = 3x \cdot h(2x)$$

נאשר מכפלה שווה לאפס ניתן לפרש את המשוואה:

$$3x = 0 \quad / :3$$

$$x = 0$$

נפסל דרך ת.ה. $x < 0$

$$h(2x) = 0 \quad / e^{\dots}$$

$$2x = e^0$$

$$2x = 1 \quad / :2$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

כמות

3. נציב $a = 3$ בנזרת שקיבלנו:

$$f(x) = 3x \cdot h(2x)$$

$$f'(x) = a(h(2x) + 1) = 3(h(2x) + 1)$$

נשווה לאפס ונבוצ שיצור x בת' הקיבון:

$$3(h(2x) + 1) = 0 \quad / :3$$

$$h(2x) + 1 = 0 \quad / -1$$

$$h(2x) = -1 \quad / e^{\dots}$$

$$2x = e^{-1}$$

$$2x = \frac{1}{e} \quad / :2$$

$$x = \frac{1}{2e} = 0.184$$

נציב בפונקציה שקבלת שיצור ה-y:

$$f\left(\frac{1}{2e}\right) = 3 \cdot \frac{1}{2e} \cdot h\left(2 \cdot \frac{1}{2e}\right) = \frac{3}{2e} \cdot (-1) = -\frac{3}{2e} = -0.552 \quad \left(\frac{1}{2e}, -\frac{3}{2e}\right)$$

נבדוק תחומי עלייה וירידה בעזרת הצבת זכוכים מהתחומים השונים בנצרת ובציקת חיובות ושליליות הנצרת:

x	0	0.1	0.184	1
f'(x)	/	-	0	+
f(x)	/	↘	min	↗

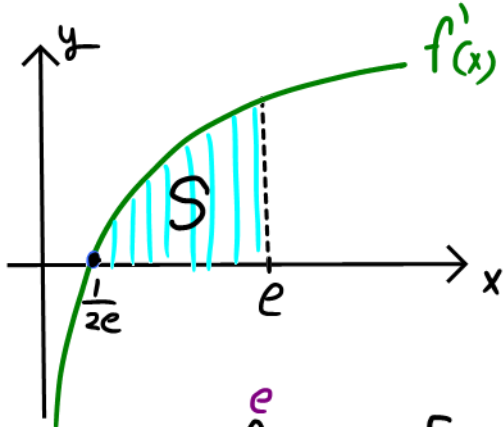
מנימוס $(\frac{1}{2e}, -\frac{3}{2e})$ נקודת

או בייצוג עשרוני: $(0.184, -0.552)$

ה. לרף I מתאר את הפונקציה $f(x)$ כיוון שהוא היחיד עם נקודת מינימום ברביע הרביעי כמו שקיבלנו בסעיף ה'.

לרף II מתאר את פונקציית הנצרת $f'(x)$ כיוון שיש לו

נקודת חיתוך עם הצייר האופקי בה מתקיים $f'(x) = 0$ והיא מתאימה לנקודת המינימום כיוון שמשתמרים הנצרת שלילית ומינימום הנצרת חיובית בהתאם לסעיף ה'.



1. נבטא את הטלח המבוקש בעזרת אינטגרל מסוים ונחשבו:

$$S = \int_{\frac{1}{2e}}^e f'(x) dx = [f(x)]_{\frac{1}{2e}}^e = f(e) - f\left(\frac{1}{2e}\right) =$$

$$3 \cdot e \cdot \ln(2e) - 3 \cdot \frac{1}{2e} \cdot \ln\left(2 \cdot \frac{1}{e}\right) = 13.807 - (-0.5518) = 14.359$$

הטלח המבוקש הוא **14.359**