

## פתרון הבחינה

# במתמטיקה

קיץ תשפ"ד, 2024, שאלון: 35481, גרסה 06

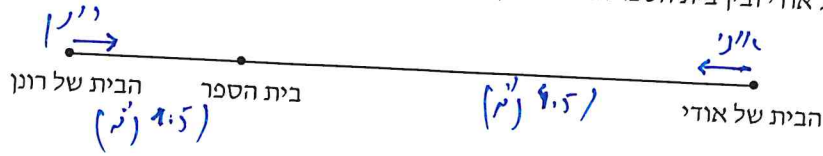
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



1. בית הספר שבו אודי ורון לומדים נמצא בין שני הבתים שלהם, כמתואר בסרטוט שלפניכם. המרחק בין הבית של אודי ובין בית הספר הוא 4.5 ק"מ, והמרחק בין הבית של רון ובין בית הספר הוא 1.5 ק"מ.



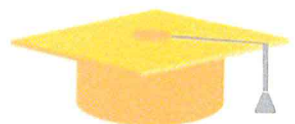
- בוקר אחד יצאו אודי ורון כל אחד מביתו לבית הספר ברכיבה על אופניים. הם יצאו באותה השעה, וכל אחד מהם רכב במהירות קבועה. מהירות הרכיבה של אודי הייתה גדולה ב-4 קמ"ש ממהירות הרכיבה של רון. אודי הגיע לבית הספר 12 דקות אחרי שהגיע רון לבית הספר.
- א. מצאו את מהירות הרכיבה של רון, אם נתון כי מהירותו נמוכה מ-6 קמ"ש.
- ב. מצאו את מהירות הרכיבה של רון, אם נתון כי מהירותו נמוכה מ-6 קמ"ש. באותו הבוקר יצאו אודי ורון מביתם בשעה 7:45. רון הגיע לבית הספר 2 דקות לפני שהתחיל יום הלימודים.
- ג. מצאו באיזו שעה התחיל יום הלימודים.

נתון

א. נניח ואל הנתונים של ק"מ:

מהירות	מרחק	זמן	הערות
$v$	$s$	$t$	
$x+4$	4.5	$\frac{4.5}{x+4}$	אודי
$x$	1.5	$\frac{1.5}{x}$	רון

אודי ע"ש: ואל הנתון מהירות אודי הסנו, נאמר אוקו 4.5 ק"מ.  
 רון ע"ש: ואל הנתון מהירות רון הסנו, נאמר אוקו 1.5 ק"מ.  
נסמן: מהירות הרכיבה של רון  $x$ .





נניח שההוצאה הנוכחית של רוני זכאה:  $x$  ונניח שההוצאה הנוכחית של ירון, ולכן ההוצאה הנוכחית של ירון =  $x+4$ .  
 נניח כי קיימת  $t = \frac{4.5}{x}$ ,  $x$  נקרא (כך) יהיה הנשאל של רוני וירון.

נקודת שבוע של רוני =  $\frac{4.5}{x+4}$ , הנשאל של ירון =  $\frac{4.5}{x}$ .

נניח שרוני הקים לקח הסנו 12 נקרא (כך)  $\left(\frac{12}{5} = \frac{1}{5}\right)$  ונניח שירון הקים לקח הסנו 1, באותו ירון שהיה דגוי:  $\frac{1}{5}$  של 12 ימיו הנוכחיים.

נקודת המאזן נעשה נשאל זה:

$$\frac{57}{4.5} = \frac{x(x+4)}{1} + \frac{5(x+4)}{x} \quad | \cdot 4.5x(x+4)$$

נניח ונניח ונניח:

$$22.5x = x(x+4) + 4.5(x+4)$$

$$22.5x = x^2 + 4x + 4.5x + 18$$

$$0 = x^2 - 11x + 18$$





בייבינג'ל (המש"כ) :  $x_1 = 6, x_2 = 5$ .

א ליינג'ל וזה מהיכלו של וינג'ל. וינג'ל שמהיכלו הדינמיקה של וינג'ל  
עמדה מ 6 ק"מ, ואלן נקודת  $x = 6$ .

משיק:

מגוון הדינמיקה של וינג'ל 5 ק"מ

ג) וינג'ל: גמלו הדינמיקה יוצאו אונז אוינג'ל מהיכלו דלעב  $45:7$ .  
וינג'ל היקוד לקוד היסודי 2 ק"מ אונז שמהיכלו וינג'ל לאינזונז.  
עמדה אחיל: נמך זמן שנה וינג'ל דלעב.

$$\frac{\text{וינג'ל של וינג'ל}}{\text{וינג'ל}} = \frac{1.5}{x} = \frac{1.5}{5} = 0.3 = 0.6 \cdot 0.5 = \frac{1.8}{5}$$

↑  
נעך  
 $x=5$

נאשו וינג'ל שנה דלעב. 4 ק"מ

נוסיל 4 ק"מ אונז היכלו (45:7), נקודת שנינו היקוד  
אונז היסודי 2 ק"מ 3:8.

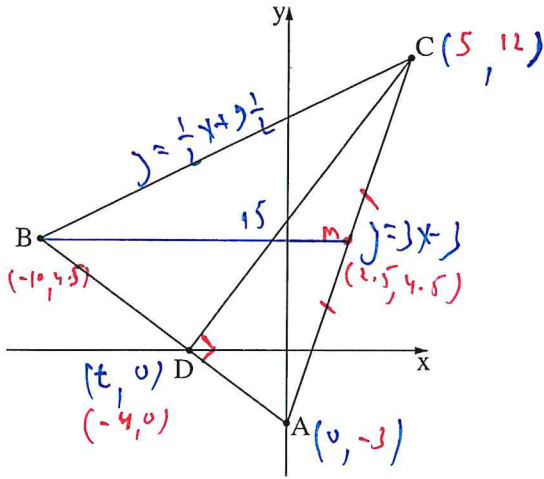
וינג'ל היקוד 2 ק"מ אונז שמהיכלו וינג'ל לאינזונז, נהילן סימ לאינזונז גמל דלעב  
משיק: דלעב 8:05

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.







2. במשולש ABC הקודקוד A נמצא על ציר ה- $y$ .

הצלע AB חותכת את החלק השלילי של ציר ה- $x$  בנקודה D (ראו סרטוט).

נתון כי משוואת הישר AC היא  $y = 3x - 3$ ,

ומשוואת הישר BC היא  $y = \frac{1}{2}x + 9\frac{1}{2}$ .

א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-C.

נתון כי אורך הקטע CD הוא 15.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה D.

ג. הוכיחו כי המשולש ADC הוא ישר זווית.

הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ADC.

ד. האם הצלע BC משיקה למעגל זה? נמקו את תשובתכם.

ידוע כי הקטע BM מקביל לציר ה- $x$ .

ה. חשבו את שטח המשולש BMC.

פתרון

א. נניח A נמצא על ציר ה- $y$ , ולכן  $A(0, y)$ .

נניח C נמצא על ציר ה- $x$ , ולכן  $C(x, 0)$ .

$$y = 3x - 3$$

$$A(0, y)$$

$$y = 3 \cdot 0 - 3 = -3$$

$$A(0, -3)$$





מציאת נק' C

$$\begin{cases} y = 3x - 3 \\ y = \frac{1}{2}x + 9\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$3x - 3 = \frac{1}{2}x + 9\frac{1}{2}$$

$$3x - \frac{1}{2}x = 9\frac{1}{2} + 3$$

$$2\frac{1}{2}x = 12\frac{1}{2} \quad | : 2\frac{1}{2}$$

$$x = 5$$

נק' :  $x = 5$  נמצא

נק' :  $y = 3 \cdot 5 - 3 = 12$

**C (5, 12)**



ג. נמצא:  $15 = \rho$

יש למצוא את המשוואה הישירית.

המשוואה של הישרים זהו  $x - y - 1 = 0$  ו-  $x + y - 10 = 0$  (יש לסמן):  $(t, s)$ .

(ג) יש למצוא את המשוואה הישירית של הישרים.  $\rho = 15$  (יש לסמן)  $(1, 1)$  ו-  $(10, 10)$ .

נוסחה:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

מרחק

↓

$$15 = \sqrt{(t - 5)^2 + (s - 10)^2} \quad | \cdot 2$$

$$225 = (t - 5)^2 + 144$$

$$81 = (t - 5)^2$$



$$t-5 = \pm\sqrt{16}$$

$$t-5 = 4 \quad \text{או} \quad t-5 = -4$$

~~$$t = 9$$~~

$$t = -1$$

נסת, (תוך) קנולג' D  
נגזר (א) גזילי  
הא כי ה-א

חש'קה:  $(-4, 0)$

ג. יש לבדוק כי  $DA \perp DC$  הוא ישר, וזוהי.

נמצא את שנינו הגזר (א) א | DA .

$$C(5, 12), D(-4, 0)$$

$$m_{DC} = \frac{12-0}{5-(-4)} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$A(0, -3), D(-4, 0)$$

$$m_{AD} = \frac{0-(-3)}{-4-0} = -\frac{3}{4}$$





$$m_{DC} \cdot m_{AD} = \frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -1 \Rightarrow DC \perp AD$$

היטקרי: זקם מנוגד היטקרי של א; יטקרי של ב.  $(-1) \cdot 1$   
 גז היטקרי היטקרי זה זה.

המיון  $\neq$   $m_{AD} = m_{DC}$  ולכן משאל  $AD \perp DC$  היא יטקרי זקם.

ב) המיון: קווי מ-מ מנוגד היטקרי היטקרי  $AD \perp DC$ .

מנוגד היטקרי היטקרי משאל יטקרי זקם נטקרי  
 היטקרי היטקרי היטקרי.

נטקרי קווי זו קווי היטקרי היטקרי  $(8)$ .

$$A(0, -3) ; C(5, 12)$$

$$x_m = \frac{0+5}{2} = 2.5$$

$$y_m = \frac{-3+12}{2} = 4.5$$

$$m(2.5, 4.5)$$





יש להבין היטב הנבואה של משקל ארזקל.  
 נעשה זאת טיפוס הונז'וס א.מ.

$$M(2.5, 4.5), (5, 2)$$

$$m_{MC} = \frac{12 - 4.5}{5 - 2.5} = \frac{7.5}{2.5} = 3$$

$$m_{BC} = \frac{1}{2}$$

↑  
נזין

$$m_{MC} \cdot m_{BC} = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \neq -1$$

היטין ל א לא מונק, א א, ו א אן

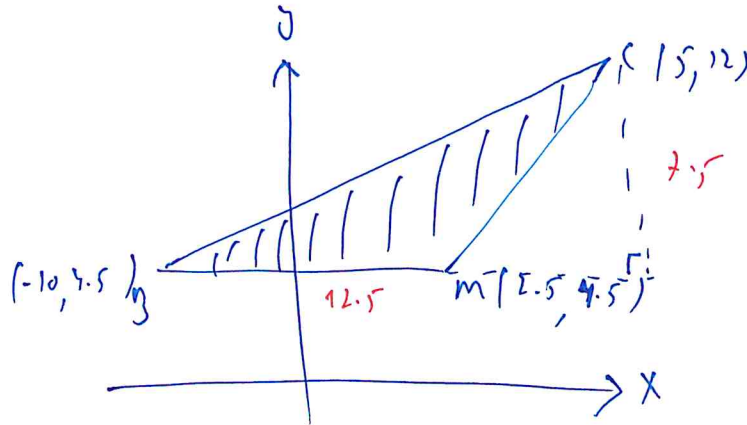
א לא משקל ארזקל.







$$\int \Delta Bm = ?$$



$$\Delta m = 2.5 - (-10) = 12.5$$

$$\text{גובה } \Delta m = 12 - 4.5 = 7.5$$

$$\int \Delta Bm = \frac{12.5 \cdot 7.5}{2} = 46.875$$

$$\int \Delta Bm = 46.875 \quad \text{אסיקיה}$$





3. במתחם דירות יש שני סוגי דירות – דירות הפונות לכיוון הפארק ודירות הפונות לכיוון הכביש. ההסתברות שדירה במתחם פונה לכיוון הפארק היא  $\frac{3}{4}$ . חלק מן הדירות במתחם משופצות, והשאר אינן משופצות. מספר הדירות המשופצות גדול פי 4 ממספר הדירות שאינן משופצות. 32% מן הדירות הפונות לכיוון הכביש הן דירות משופצות.
- א. בחרים באקראי דירה מבין כל הדירות במתחם.  
 (1) מהי ההסתברות לבחור דירה משופצת?  
 (2) מהי ההסתברות לבחור דירה שגם פונה לכיוון הכביש וגם משופצת?
- ב. בחרים באקראי דירה מבין הדירות שאינן משופצות.  
 מהי ההסתברות שדירה זו פונה לכיוון הכביש?
48. דירות במתחם גם פונות לכיוון הכביש וגם משופצות.  
 ג. מצאו כמה דירות במתחם גם פונות לכיוון הפארק וגם משופצות.

כיכונים

ג. (ישנו 7 קולות: 11 - מתוכם 4 מתוכם) הנתונים יז.

	כיוון הפארק	כיוון הכביש	
משפצות	0.08	0.72	$\frac{7}{5}$ (זו)
לא משפצות	0.17	0.03	$\frac{1}{5}$ (א)
	1	$\frac{3}{4}$	

170 (7 מתוכם) - קצת יותר מתוכם





נישן: הנתמקולם שצונק דמחמח נינק. לנישן הנצק גסו  $\frac{2}{5}$ .

ניק (גסו) גול:  $P(\text{נישן נינק ינצק}) = \frac{2}{5}$

נישן:  $P(\text{נישן נינק ינצק}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

נישן: למסנר הנניולת אינשונצולת זנול ני ל למסנר הנניולת גליקול למשנצולת.

נישן:  $P(\text{נישן נינק למשנצולת}) = x$

||  
↓

$P(\text{נישן נינק למשנצולת}) = 4x$

נישן למשנצולת:  $4x + x = 1$

$5x = 1 \quad | :5$

$x = \frac{1}{5}$

נישן גול:  $4x = 4 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ ,  $x = \frac{1}{5}$



נמצא: לרוב מן הניזול והמקום ארבע יין לרוב נמצא.

ניתן אולם (היסקים מהמקום):

$$P(\text{משיב} \mid \text{ניזול וקניקיה ארבע}) = 0.32$$

נישאר ברשימה אבסורד מהמקום:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{P(\text{משיב וקניקיה ארבע})}{P(\text{ניזול וקניקיה ארבע})} = 0.32$$

נקודת:

$$P(\text{ניזול וקניקיה ארבע}) = \frac{1}{4}$$

נמצא:



$$\frac{P(\text{משיג צלחה} \mid \text{מקום לימודים אקדמי})}{\frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{5}}{0.2} = \frac{1}{5}$$

ניקול:

$$P(\text{משיג צלחה} \mid \text{מקום לימודים מקצועי}) = 0.08$$

ויניין:

נאזו (מקום צבאי) קול:

נבו זמנו לימאק ומה (קול):

$$P(\text{ליימן גבוה} \mid \text{משיג צלחה}) = \frac{1}{3} - 0.08 = 0.72$$

$$P(\text{ליימן גבוה} \mid \text{מקום לימודים מקצועי}) = \frac{3}{4} - 0.72 = 0.03$$

$$P(\text{ליימן גבוה} \mid \text{מקום לימודים צבאי}) = \frac{1}{5} - 0.03 = 0.17$$

(1)  $P(\text{צורה משיג צלחה}) = \frac{4}{5}$

(2)  $P(\text{מקום לימודים אקדמי} \mid \text{משיג צלחה}) = 0.08$





7.  $P(\text{בוקר} / \text{לא גשום}) = ?$

נישאר קונסיסטנט לניסוח הבעיה.

$$P(\text{בוקר} / \text{לא גשום}) = \frac{P(\text{בוקר וגם לא גשום})}{P(\text{לא גשום})} = \frac{0.17}{\frac{1}{5}} = 0.85$$

תשובה:  $p = 0.85$

12. אופן: על ניוטון נחמה נוקמה אנקיה וקו משוכזיה.

סטן:  $\sigma = \frac{\text{סגד}}{\text{ליוט}}$

על ני (ה) קל: א גנינו:  $P(\text{נקב אנקיה} / \text{אגם גשום}) = 0.08$

$p = \frac{\text{חא}}{\text{טא}}$  (עצו קונסיטנט):

$0.08 = \frac{8}{100}$  (ניקול):



לנתון ולתת ויגמול.

$$\frac{1.}{0.08} = \frac{48}{2} \quad | \cdot 2$$

$$20.00 = 48 \quad | : 0.08$$

$$2 = 600$$

באופן זה יש סכום של 600 שיהיה זה המחיר.

פונקציה (אולי)  $P$  (יגמול)  $= 0.72$   
 ↑  
 על פי ויגמול.

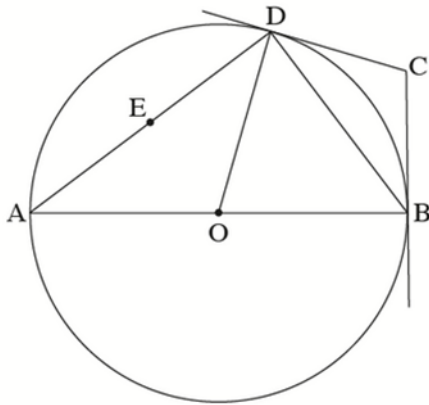
נמצא גם כי יהיה יש ויגמול.

$$0.72 \cdot 600 = 432$$

תשלום: 432 ש"ח



4. משולש ABD חסום במעגל שמרכזו O.



AB הוא קוטר במעגל.

הקטע CB משיק למעגל בנקודה B, והקטע CD משיק למעגל בנקודה D.

הנקודה E היא אמצע הצלע AD.

א. הוכיחו כי  $\triangle AOD \sim \triangle BCD$ .

ב. הוכיחו כי  $DB = 2EO$ .

נתון: שטח המשולש AOD גדול פי  $\frac{16}{9}$  משטח המשולש BCD.

ג. מצאו את היחס  $\frac{AD}{EO}$ .

נתון:  $EO = 3$ .

ד. (1) חשבו את שטח המשולש AOD.

(2) חשבו את שטח המרובע ABCD.

פתרון:

נימוק	טענה	מספר
נתון	AB קוטר	(1)
נתון	CB, CD משיקים למעגל	(2)
נתון E אמצע AD	$AE = DE$	(3)
נתון O מרכז המעגל	$AO = BO = DO$	(4)
זווית קוטר שווה למיתר. זכאי 2	$\angle CBA = \angle CAD$	(5)



<p>אם מנהלה מחוץ למעלה יוצא-ב-שני מסיקים למעלה, אז הם שווים.</p>	$C D = C B$	<p>⑥</p>
<p>בואררמ. אפי. ② מחז צאג-שאל במשולש מסמ ים שווים שאלה.</p>	$\neq C D B = \neq C B D$	<p>⑦</p>
<p>מחז צאג-שאל במשולש מסמ ים שווים שאלה.</p>	$\neq A D U = \neq P A O$	<p>⑧</p>
<p>אפי ④ כזא מעדד. אפי ⑤, ⑦, ⑧</p>	$\neq C D B = \neq A D U$	<p>⑨</p>
<p>משפט צנחין ז.ז. אפי ז, פ</p>	<p><math>\triangle A O P \sim \triangle B C D</math></p> <p>נ.ש.ל.ו' ⇓</p>	<p>⑩</p>





<p>קניי - עזר הגזר ~ הטלואמליק. אפי (3), (4), (17)</p>	<p>נזקיי הטל עו טו הטלואמליק בשולש ABCD</p>	<p>(11) (12)</p>
<p>הטלואמליק בשולש שווה למהל - הצל השולש - אפי (12)</p>	<p><math>DB = 2EO</math></p>	<p>(13)</p>
<p>נתיב</p>	<p>ל.ש.ל. כ' <math>\frac{S_{AOD}}{S_{BCD}} = \frac{16}{9}</math></p>	<p>(14)</p>
<p>יחס הצל השולש בשולש הצולמי</p>	<p><math>\frac{AO}{BO} = \frac{AO}{BC} = \frac{DO}{DC}</math></p>	<p>(15)</p>
<p>אפי (10) יחס השטחים של משולשים פונמי שווה אריקוג יחס הצל ~ השולש</p>	<p><math>\left(\frac{AO}{BO}\right)^2 = \frac{16}{9}</math></p>	<p>(16)</p>

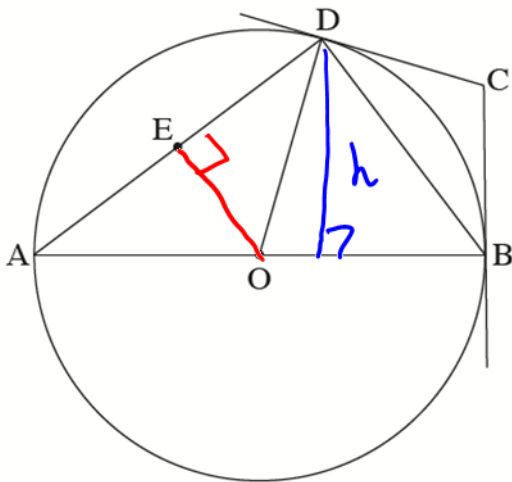


<p>חישוב אבי (16)</p>	$\frac{AD}{BD} = \frac{4}{3}$	<p>(17)</p>
<p>חישוב אבי (13) -1 (77)</p>	$\frac{AD}{2EO} = \frac{4}{3}$	<p>(18)</p>
<p>נתיב</p>	$\frac{AD}{EO} = \frac{8}{3}$	
<p>קטע מהרכז היתר שחולק מיתר קתא, מיונק למיתר. אבי (3), (17)</p>	<p>נ.ע.ה <math>EO = 3</math></p>	<p>(19)</p>
<p>נוסה - שטח שואב אבי 20</p>	<p><math>EO \perp AD</math></p>	<p>(20)</p>
<p>חישוב אבי (18), (19)</p>	$S_{AOD} = \frac{AD \cdot EO}{2}$	<p>(21)</p>
<p>חישוב אבי (19), (18)</p>	<p><math>AD = 8</math></p>	<p>(22)</p>
<p>חישוב אבי (19), (22), (21)</p>	<p><math>S_{AOD} = 12</math></p>	<p>(23)</p>
	<p>נ.ע.ה (1) 3</p>	



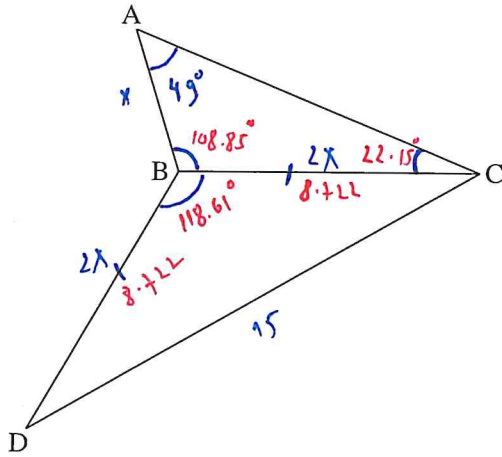


<p>חילוקי ראבי (19), (23)</p>	$S_{BCD} = \frac{27}{4}$	<p>(24)</p>
<p>קני-עבר</p>	<p>נוכח אוקה h מקצוע מ אוקה AB.</p>	<p>(25)</p>
<p>אוסמ-אמא אולא</p>	$\begin{cases} S_{BOD} = \frac{BO \cdot h}{2} \\ S_{AOD} = \frac{AO \cdot h}{2} \end{cases}$	<p>(26)</p>
<p>אבי (23), (26)</p>	$S_{AOD} = S_{BOD} = 12$	<p>(27)</p>
<p>חובור אטחיק אבי (24), (27)</p>	$S_{ABCD} = 30.75$ <p>א.א.א' (2)</p>	<p>(28)</p>



אטחיק אפ קני-אוקה:





5. בסרטוט שלפניכם מתוארים שני משולשים בעלי צלע משותפת:
- משולש שווה שוקיים BCD, שבו  $BD = BC$ , ומשולש ABC.
  - נתון: הצלע BC גדולה פי 2 מן הצלע AB,  $\angle BAC = 49^\circ$ .
- א. מצאו את גודל הזווית ACB.
  - נתון: שטח המשולש ABC הוא 18.
  - ב. מצאו את אורך הצלע CB.
  - נתון:  $DC = 15$ .
  - ג. מצאו את גודל הזווית DBC.
  - הנקודה E היא אמצע הצלע BC.
  - ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את משולש DBE.

פתרון

א. נתון:  $BC = 2 \cdot AB$

נתון:  $AB = x$

נתון:  $BC = 2x$

$BC = 2x$ ,  $BD = 2x$

$\Delta ABC$ :

לפי חוק הסינוסים:

$$\frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{BC}{\sin \angle BAC}$$





נניח ונקבל:

$$\frac{x}{\sin \angle ACB} = \frac{2x}{\sin 49^\circ}$$

$$\sin \angle ACB = \frac{\cancel{x} \cdot \sin 49^\circ}{2x}$$

$$\sin \angle ACB = 0.377$$

↓

$$\angle ACB = 22.15^\circ$$

ולכן

$$\angle ACB = 180^\circ - 22.15^\circ = 157.85^\circ$$

נחזיק כי ננסה למצוא את  $\angle ACB$  לא  
 (מכיוון שכל הזוויות הן זוויות חיצוניות).

השקנה:

$$\angle ACB = 22.15^\circ$$



$$\sum \Delta ABC = 18$$

(?) (היכן?)

$$C = ?$$

$\Delta ABC$  :

$$\angle A B C = 180^\circ - (49^\circ + 22.15^\circ) = 108.85^\circ$$

(טכניקת זוויות במשולש =  $180^\circ$ )

ניגוד גרסאות (אם המשולש אינו שווה שתי זוויות שונות).

$$S_{\Delta} = \frac{a \cdot b \cdot \sin \alpha}{2}$$

(קודם):

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC}{2}$$

נציב את הנתונים:

$$18 = \frac{x \cdot 2x \cdot \sin 108.85^\circ}{2}$$



$$\frac{2 \cdot 10}{18} = \frac{10}{\frac{1.89x^2}{2}} \quad | \cdot 2$$

$$]6 = 1.89] x^2 \quad | : 1.89$$

$$19.02 = x^2$$

$$\pm \sqrt{19.02} = x$$

$$x_1 = 4.361$$

$$x_2 = -4.361$$

כסול, x מייצג זמן, של  
(אז, ולכן חיובי לביא חיובי

$$p = 2x = 2 \cdot 4.361 = 8.722$$

$$p = 8.722 \quad \text{ש"ק :}$$

$$p = 3c = 8.722$$

$$D(=15) = \frac{p}{c}$$

$$*p = ?$$





ΔABC:

ניצול דגול (נישניט):

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle B$$

רצף ישר (נישניט):

$$15^2 = (8+22)^2 + (8+22)^2 - 2 \cdot 8+22 \cdot 8+22 \cdot \cos \angle B$$

$$225 = 152 \cdot 15 - 152 \cdot 15 \cos \angle B$$

$$152 \cdot 15 \cos \angle B = -72.85 \quad / : 152 \cdot 15$$

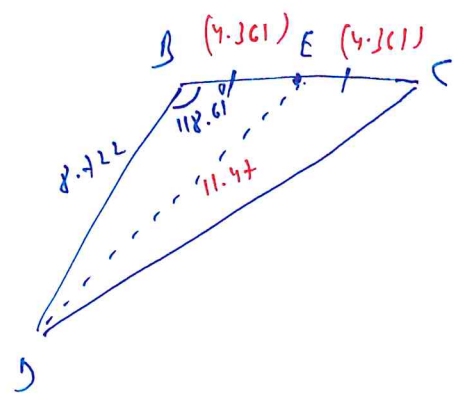
$$\cos \angle B = -0.475$$

$$\angle B = 118.61^\circ$$





.) הינן:  $E$  - חוצה  $BC$ .



יש להניח גם  $BE = EC$  (הנתון) וכן  $BE = EC = \frac{BC}{2} = \frac{8.722}{2} = 4.361$ .

$$BE = EC = \frac{BC}{2} = \frac{8.722}{2} = 4.361$$

$\triangle BDE$ :

לפי משפט הקוסנוסים:

$$(DE)^2 = (BD)^2 + (BE)^2 - 2 \cdot BD \cdot BE \cdot \cos(\angle DBE)$$

(כך יגידו הנתונים):

$$(DE)^2 = (8.722)^2 + (4.361)^2 - 2 \cdot 8.722 \cdot 4.361 \cdot \cos(118.61^\circ)$$

$$(DE)^2 = 131.52$$

$$DE = \sqrt{131.52} \Rightarrow DE = 11.47$$



DBE:

אפי נאול וטיקל:

$$\frac{DE}{\sin DBE} = 2R$$

רצו גם הינני:

$$\frac{11.47}{\sin 118.61} = 2R$$

$$13.07 = 2R \quad | :2$$

$$6.535 = R$$

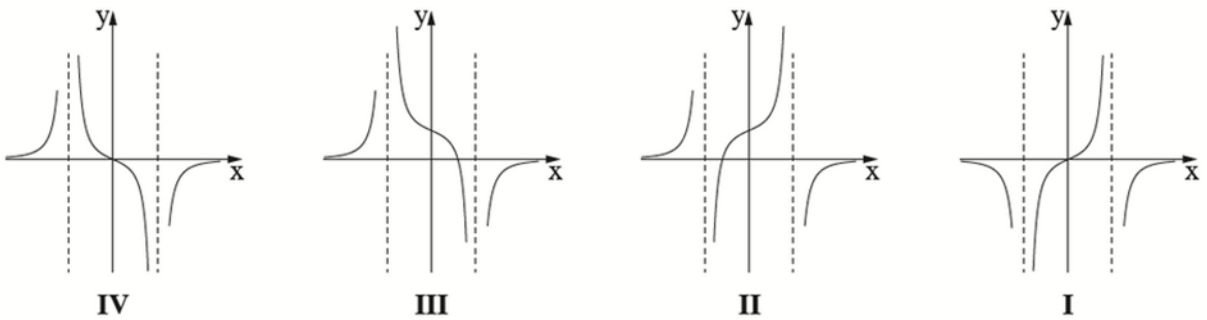
$R = 6.535$

מאקל:



6. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$ .

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ . (1)  
 ב. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה  $f(x)$ . (2)  
 ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.  
 ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.  
 ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .  
 ו. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמקו את תשובתכם.  
 ז. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים (1)-(2) שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.  
 (1) בכל נקודה בתחום  $x > 3$  שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$  הוא חיובי.  
 (2) בכל נקודה בתחום  $x < -3$  שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$  הוא חיובי.



כתריון סאלה 6

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$$

א. (1) נמצא את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$  על ידי פתרון המשוואה  $x^2 - 9 = 0$ .

$$x^2 - 9 = 0 \quad / +9$$

$$x^2 = 9 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = -3$$

כיוון שאסור לחלק באפס תחום ההגדרה הוא  $x \neq 3$  וכן  $x \neq -3$

(2) אסימפטוטות אנכיות בשיעורי  $x = 3$  ו- $x = -3$  הן תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
 אק מונה הישר אינו מתאפס:

$$x = -3, \quad x = 3$$

אסימפטוטה אופקית נקבעת על ידי שיעור המונה על המכנה. הפונקצייה  $f(x)$  היא שואפת ל- $y = 6$  כאשר  $x \rightarrow \pm\infty$ .

$$y = \frac{2}{1} + 4 \rightarrow y = 6$$

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2-9} + 4$$

המשק שאולה 6

ה. נמצור את הפונקציה:

$$f'(x) = \frac{2 \cdot 2x(x^2-9) - 2x \cdot 2x^2}{(x^2-9)^2} = \frac{4x^3 - 36x - 4x^3}{(x^2-9)^2} = \frac{-36x}{(x^2-9)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-36x}{(x^2-9)^2}$$

נשווה את הנגזרת לאפס ונחלץ את שיזור הא ב פונק' יש נק' קיצון:

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{-36x}{(x^2-9)^2} = 0 \quad / \cdot \frac{(x^2-9)^2}{-36}$$

$$x = 0$$

נציב בפונקציה עקבלת שיזור הא בנק':

$$f(0) = \frac{2 \cdot 0}{-9} + 4 = 4$$

$$(0, 4)$$

נבדוק תחומי עלייה וירידה בעזרת הצבות הצבות הנגזרת. נרכז תוצאות בטבלה ונסוול נקוצר קיצון

x	-4	-3	-1	0	1	3	4
f'(x)	+	/	+	0	-	/	-
f(x)	↗	/	↗	max	↘	/	↘

**(0, 4) נק' מקסימום**

נקוצת הקיצון היא

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$$

ד. נקודת חיתוך עם ציר y היא נק' הקיצון שמצאו בסעיף הקודם

**(0, 4)**

שמצאו נק' החיתוך עם ציר x נציב  $y=0$ :

$$0 = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4 \quad / \quad \begin{matrix} \text{כפס במ"ד} \\ \cdot (x^2 - 9) \end{matrix}$$

$$0 = 2x^2 + 4(x^2 - 9)$$

$$0 = 2x^2 + 4x^2 - 36 \quad / +36$$

$$36 = 6x^2 \quad / :6$$

$$6 = x^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$x_1 = \sqrt{6} = 2.45$$

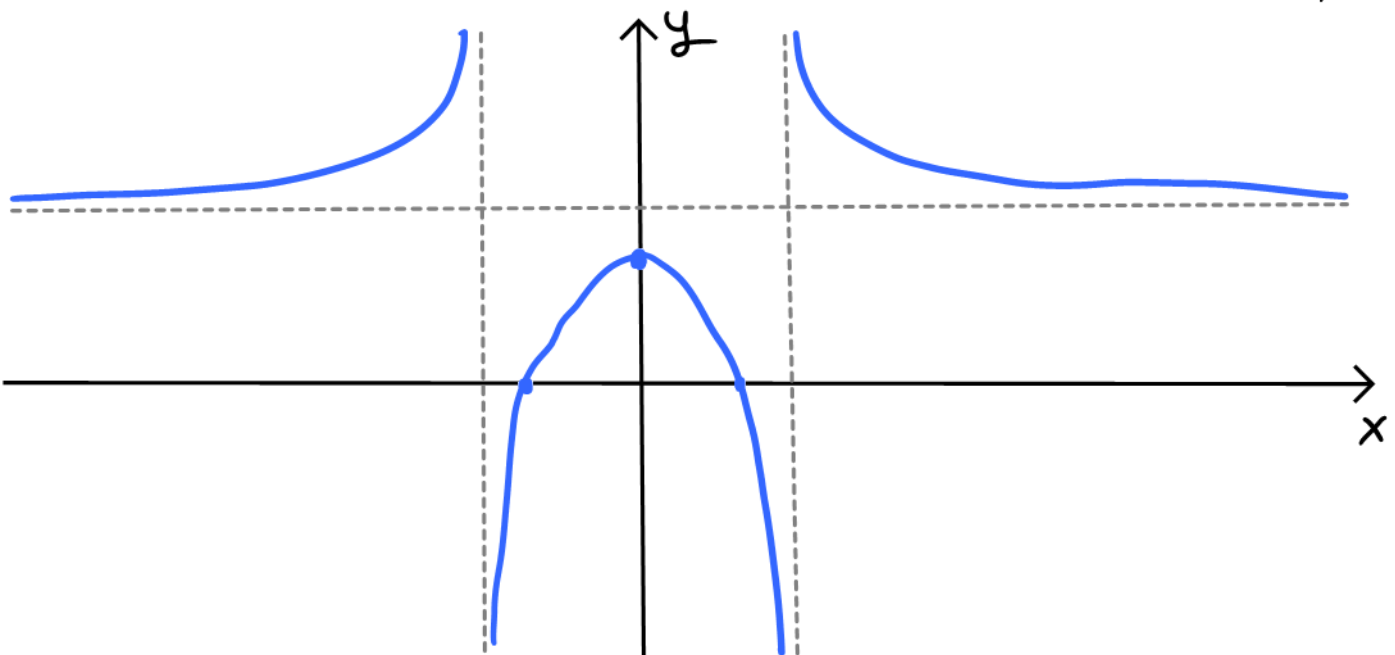
$$x_2 = -\sqrt{6} = -2.45$$

**( $\sqrt{6}$ , 0)**

**( $-\sqrt{6}$ , 0)**

נק' החיתוך הן

3. סקיצה:



## המשק גזולה 6

ה. גרעין IV היביוי הוא הגרעין המתאים לנצרת  
כיוון שהוא היחיד בו הנצרת חובית בעל זיק א גילי בתחום ההוצרה  
ולא הנצרת אצור בעל זיק א חובי בתחום ההוצרה, ובנוסף הנצרת מתאכסת  
צמור ט=א מת' הקיצון ג הפונקציה.

1. (1) לא נכון. שיכוד המשיק לגרעין הפונקציה בנקודה שווה לצדק הנצרת בנקודה.  
הנצרת גילית צמור צרכי א חובייז ולכן השיכוד גם גילי בתחום זה.
- (2) נכון. שיכוד המשיק חובי בתחום בו הנצרת חובית.



7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \sqrt{21-2x} + bx$ ,  $b > 0$  הוא פרמטר.  
ידוע כי גרף הפונקצייה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $(-14, 0)$ .  
א. מצאו את הערך של  $b$ .

הציבו  $b = \frac{1}{2}$  בפונקצייה  $f(x)$  וענו על סעיפים ב-ו.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .

ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה פונקצייה  $g(x)$ , המקיימת  $g'(x) = -f(x)$ . הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  מוגדרות באותו התחום.

ו. מצאו את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה  $g(x)$ , וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.

$$f(x) = \sqrt{21-2x} + bx$$

פתרון שאם  $\neq$

א. נציב את נק' החיתוך הנתונה ונקווים את  $b$ :

$$f(-14) = 0$$

$$\sqrt{21-2(-14)} - 14 \cdot b = 0 \quad / +14b$$

$$\sqrt{49} = 14b$$

$$7 = 14b \quad / \div 14$$

$$\frac{1}{2} = b$$

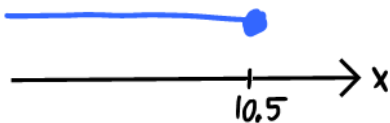
$$f(x) = \sqrt{21-2x} + \frac{1}{2} \cdot x$$

ב. תחום ההגדרה עבור  $x$  נקבע מסך גילי בתוך השורש:

$$0 \leq 21-2x \quad / +2x$$

$$2x \leq 21 \quad / \div 2$$

$$x \leq 10.5$$



$$f(x) = \sqrt{21-2x} + \frac{1}{2}x$$

החשב את נקודת המקסימום

ד. נציב  $x=0$  עקב נקודת החיתוך עם ציר ה-y

$$f(0) = \sqrt{21-0} + 0 = \sqrt{21} = 4.583$$

**$(0, \sqrt{21})$**

3. נמצא את הפונקציה:

$$f'(x) = \frac{-2}{2\sqrt{21-2x}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{21-2x}}$$

שמציאת שיעורי נקודת הקיצון הפנימית נשווה את הנגזרת לאפס ונחפש שיעורי  $x$ :

$$f'(x) = 0$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{21-2x}} \quad / + \frac{1}{\sqrt{21-2x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{21-2x}} = \frac{1}{2} \quad / \cdot 2\sqrt{21-2x} \text{ כפל במ"מ}$$

$$2 = \sqrt{21-2x} \quad / ( )^2$$

$$4 = 21-2x \quad / +2x-4$$

$$2x = 17 \quad / \div 2$$

$$x = 8.5$$

נציב בפונקציה עקב נקודת שיזור ה-y:

$$f(8.5) = \sqrt{21-2 \cdot 8.5} + \frac{1}{2} \cdot 8.5 = 6.25$$

**$(8.5, 6.25)$**

היטק סעיף 3 שאולה 7

נציג את שיעור הא בקצה תחום ההגדרה:

$$f(10.5) = \sqrt{21 - 2 \cdot 10.5} + \frac{1}{2} \cdot 10.5 = 5.25 \quad (10.5, 5.25)$$

נבדוק תחומי עלייה וירידה בעזרת הצבות בנצרת. נרכז תוצאות בטבלה ונסוול נקודת קיצון

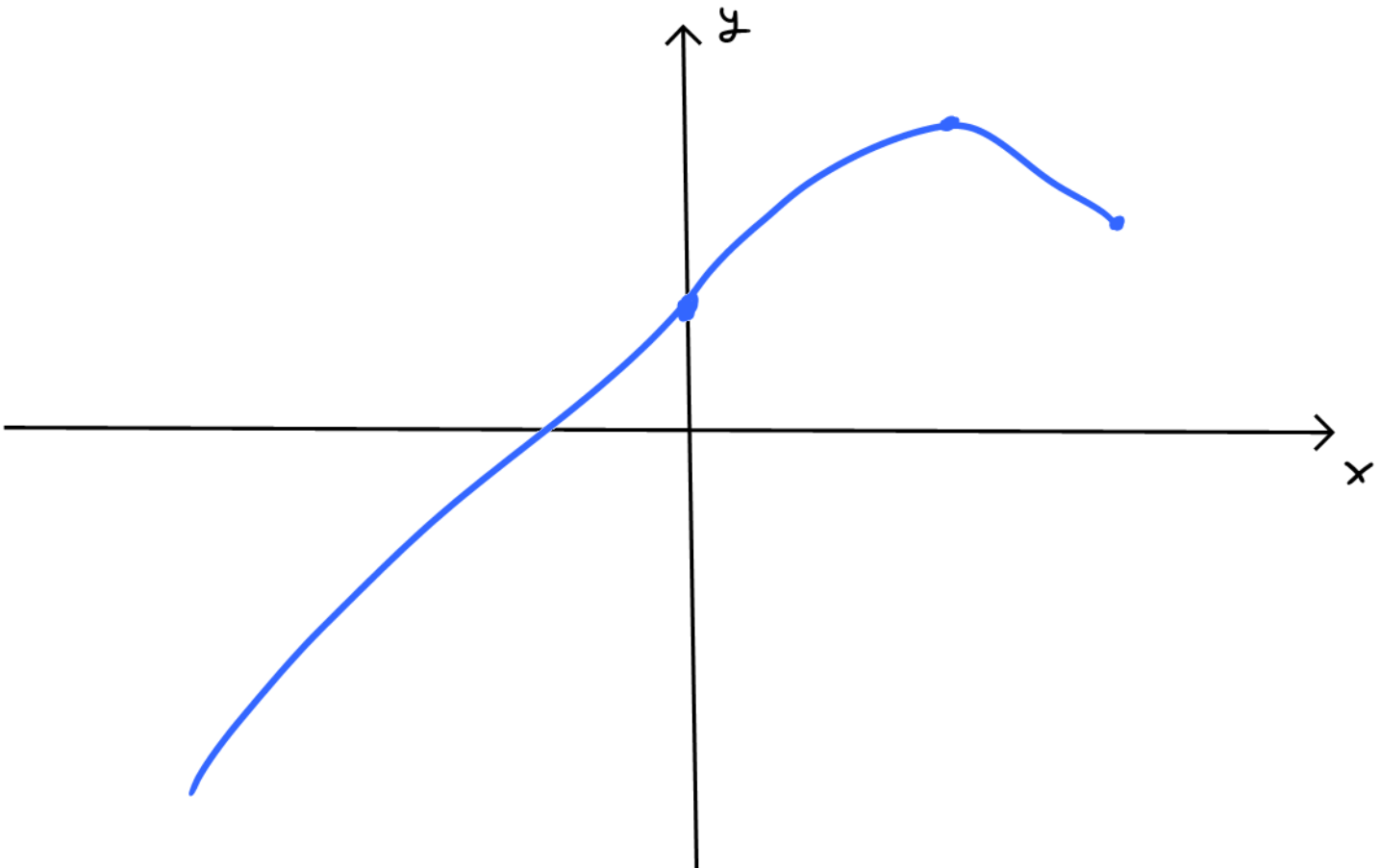
$x$	0	8.5	10	10.5
$f'(x)$	+	0	-	///
$f(x)$	↗	Max	↘	Min

נקודות הקיצון הן:

נק' מינימום:  $(10.5, 5.25)$

נק' מקסימום:  $(8.5, 6.25)$

הי סקיצה



$$g'(x) = -f(x) \quad 1.$$

עבור נקודה  $x$  יש נקודת קיצון של  $f(x)$  כאשר  $g'(x) = 0$  (מאפסת):

$$g'(x) = 0$$

$$-f(x) = 0$$

עבור הנקודה  $x = -14$  נק' החיתוך של  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  היא  $(-14, 0)$

$$f(-14) = 0 \quad \text{נמוך}$$

$$-f(-14) = 0 \quad \text{ואכן:}$$

מכאן נסיק כי עבור נקודה  $x$  יש נקודת קיצון של  $g(x)$  כאשר  $f(x) = 0$

$$-f(-14) = g'(-14) = 0 \quad \text{הנגזרת מאפסת}$$

שיעור הג' של הנקודה הקיצונית הפנימית של  $g(x)$  הוא  $x = -14$

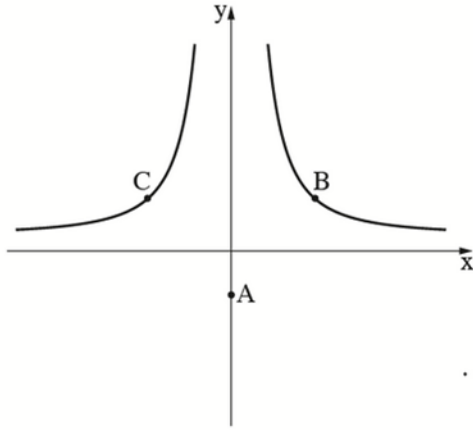
נבדוק את סוגה של הנקודה הזאת באמצעות הנגזרת השנייה

$x$	-15	-14	-13
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	↗	Max	↘

$$g'(x) = -f(x)$$

$$g'(x) = -(\sqrt{21-2x} + \frac{1}{2}x)$$

הנקודה  $x = -14$  יש לה נקודת קיצון מקסימום



8. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{100}{x^2} + 1$ .  
 נתונה הנקודה A, ששיעוריה הם  $(0, -3)$ .  
 הנקודות B ו-C נמצאות על גרף הפונקצייה  $f(x)$ , כמתואר בסרטוט.  
 הישר BC מקביל לציר ה-x.  
 נסמן את שיעור ה-x של הנקודה B ב- $t$ ,  $t > 0$ .  
 א. הביעו באמצעות  $t$  את שיעורי הנקודות B ו-C.  
 ב. מצאו את ערכו של  $t$  שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.  
 ג. בעבור הערך של  $t$  שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC.

### פתרון שאלה 8

$$y_B = f(t) = \frac{100}{t^2} + 1$$

א. נסמן  $x_B = t$   
 נציב בסוגרייה נקבלת שיעור ה-y של נקודה B:

$$B\left(t, \frac{100}{t^2} + 1\right)$$

נמין כי הישר BC מקביל לציר ה-x ולכן יעברו ה-y של נקודה B ו-C.  
 נציב  $y_C = y_B$

נשיק לב ש  $f(x)$  היא פונקצייה זוגית המקיימת  $f(t) = f(-t)$   
 ולכן שיעור ה-x בנקודה C יהיה נגדי לשיעור ה-x בנקודה B:  
 $x_C = -t$

$$f(t) = \frac{100}{t^2} + 1$$

נוכיח זוגיות  $f(x)$ :

$$f(-t) = \frac{100}{(-t)^2} + 1 = \frac{100}{t^2} + 1 = f(t)$$

ולכן:

$$C\left(-t, \frac{100}{t^2} + 1\right)$$

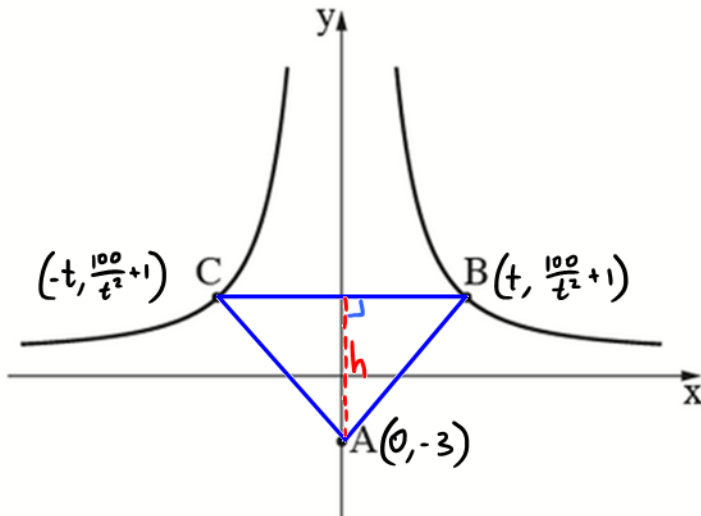
המשק פתרון גולה 8

ג. נבטא את שטח המשולש בתור הצלע BC כפונקציה של t. האבן 8 דקה: 2

$$S_{ABC} = \frac{BC \cdot h}{2}$$

נבטא את אורך BC בעזרת הפרש ערכי ה x כיוון שמקביל צדדי ה - x:

$$BC = x_B - x_C = t - (-t) = 2t$$



נבטא את האבן 8 דקה BC בעזרת ההפרש בין שיצור ה y ביטר BC לבין שיצור ה y במקוזה A כיוון שהאבן מקביל צדדי 8:

$$h = \frac{100}{t^2} + 1 - (-3) = \frac{100}{t^2} + 4$$

נבטא את השטח כפונקציה של t:

$$S_{(t)} = \frac{BC \cdot h}{2} = \frac{2t \left( \frac{100}{t^2} + 4 \right)}{2} = t \cdot \frac{100}{t^2} + 4t = \frac{100}{t} + 4t$$

$$S_{(t)} = \frac{100}{t} + 4t$$

נמצא את הפונקציה המבטאת את השטח:

$$S'(t) = -\frac{100}{t^2} + 4$$

נשווה נגזרת לטאנס ונמצא את שיצורי ה x במקוזה הקיצון:

$$S'(t) = 0$$

$$-\frac{100}{t^2} + 4 = 0 \quad / + \frac{100}{t^2}$$

$$4 = \frac{100}{t^2} \quad / \cdot t^2$$



$$4t^2 = 100 \quad / :4$$

$$t^2 = 25 \quad \sqrt{\quad}$$

$$t_1 = 5 \quad t_2 = -5$$

נבחר בפתרון החיובי כיוון שנתון  $t > 0$

נוצא שאכן מצוהר בשיעור הג של נקי המינימום בשלח המשוש צי הצבה הנצרת השניה וקבלת ערך חיובי:

$$S'(t) = -\frac{100}{t^2} + 4 = -100 \cdot t^{-2} + 4$$

הנצרת הראשונה:

$$S''(t) = (2) \cdot (-100) \cdot t^{-3} = \frac{200}{t^3}$$

הנצרת השניה:

$$S''(5) = \frac{200}{5^3} = 1.6 > 0$$

נצרת שניה חיובית בנקי הקיצון:

כסומר עבור  $t = 5$  נקבל שלח מינימי פמשל ABC

$$\frac{100}{5^2} + 1 = 5 \quad A(0, -3) \quad B(5, 5) \quad C(-5, 5) \quad \text{ד. שיעורי הנקזות:}$$

הקם המשל הוא סכום אורכי הצלעות:

$$AB = \sqrt{(5-0)^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{89}$$

$$AC = \sqrt{(5-0)^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{89}$$

$$BC = \sqrt{(-5-5)^2 + (5-5)^2} = 10$$

ועכן היקם המשל:

$$AB + AC + BC = \sqrt{89} + \sqrt{89} + 10 = 10 + 2\sqrt{89} = 28.87$$

x = -14 שימור הא של נקודת הקיצון הפנימית של  $g(x)$  הוא

נבדוק את סוגה ע"י בדיקת חזקיות ואלויות הנלכדה משני צידי הנקודה:

$x$	-15	-14	-13
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	↗	max	↘

$$g'(x) = -f(x)$$

$$g'(x) = -\left(\sqrt{21-2x} + \frac{1}{2}x\right)$$

x = -14 יש  $\delta$  של  $g(x)$  נקודת מקסימום בנקודה