

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ד, 2024, שאלון: 35481

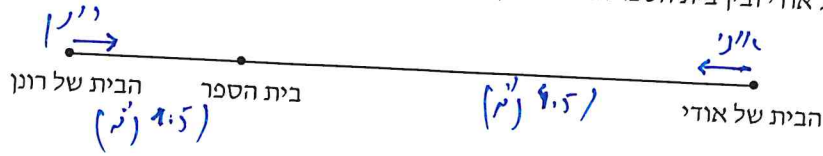
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. בית הספר שבו אודי ורון לומדים נמצא בין שני הבתים שלהם, כמתואר בסרטוט שלפניכם. המרחק בין הבית של אודי ובין בית הספר הוא 4.5 ק"מ, והמרחק בין הבית של רון ובין בית הספר הוא 1.5 ק"מ.



- בוקר אחד יצאו אודי ורון כל אחד מביתו לבית הספר ברכיבה על אופניים. הם יצאו באותה השעה, וכל אחד מהם רכב במהירות קבועה. מהירות הרכיבה של אודי הייתה גדולה ב-4 קמ"ש ממהירות הרכיבה של רון. אודי הגיע לבית הספר 12 דקות אחרי שהגיע רון לבית הספר.
- א. מצאו את מהירות הרכיבה של רון, אם נתון כי מהירותו נמוכה מ-6 קמ"ש.
- ב. באותו הבוקר יצאו אודי ורון מביתם בשעה 7:45. רון הגיע לבית הספר 2 דקות לפני שהתחיל יום הלימודים. מצאו באיזו שעה התחיל יום הלימודים.

נתון

א. נניח ואם הנתון של ק"מ:

מהירות	מרחק	זמן	הערות
v	s	t	
$x+4$	4.5	$\frac{4.5}{x+4}$	אודי
x	1.5	$\frac{1.5}{x}$	רון

אודי ע"ש: אם הנתון מהירות אודי הסכו, נאמר אקרו 4.5 ק"מ.
 רון ע"ש: אם הנתון מהירות רון הסכו, נאמר אקרו 1.5 ק"מ.
נסמן: מהירות הרכיבה של רון x .





נניח שהיורלם הוכיח את האזני זכיל: x ונניח שהיורלם הוכיח את האזני זכיל, ולכן מהיורלם הוכיח את וירן = $x+4$.
 נניח כי $\frac{1}{x} = 4$, x נניח (כל) יורלם הזמן את האזני וירן.

נניח שהזמן את האזני = $\frac{4.5}{x+4}$, הזמן את וירן = $\frac{4.5}{x}$.

נניח שהזמן היקום לקום הטנו 12 נק' ($\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$) יורלם
 שהזמן היקום לקום הטנו, באיור וירן שהיך דנין: $\frac{1}{5}$ שם
 יורלם מהזמן.

נקני. האזניך דעצמך וירן זה:

$$\frac{57}{4.5} = \frac{x(x+4)}{1} + \frac{5(x+4)}{x} \quad | \cdot 1.5x(x+4)$$

נניח יורלם והזמן:

$$22.5x = x(x+4) + 7.5(x+4)$$

$$22.5x = x^2 + 4x + 7.5x + 30$$

$$0 = x^2 - 11x + 30$$





בייבינון (המשלש) : $x_1 = 6, x_2 = 5$.

א ליינג ויה מנהלמו של וינג. וינג שמנהיגה הונדק של וינג
נמנה מ 6 קטל, ולכן נקיה $x = 6$.

משקל:

מנהיג של וינג 5 קטל

ג) וינג: גמלו הדיקר יבאו אונ ווינג מנהיגה דסע 4:7.
וינג וקיע לקמ ויסו 2 קמל אטני שמחיל ימ ולמנוז.
נמנה מחיל: נמנ זמן שנה וינג דניק.

$$\frac{\text{וינג של וינג}}{\text{וינג}} = \frac{1.5}{x} = \frac{1.5}{5} = 0.3 = 0.3 \cdot 6 = 1.8$$

↑
נניק
 $x=5$

נאשו וינג שנה דניק. 4 קמל.

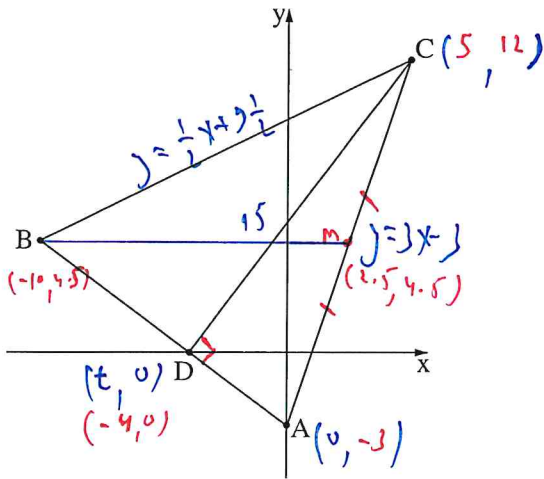
נוסיל 4 קמל זמנו הינו (4:7), קמל שנינו הינו
לקמ ויסו 2 קמל 3:8.

וינג וקיע 2 קמל אטני שמחיל ימ ולמנוז, נהנין סימ ולמנוז גמל דסע
משקל: דסע 8:05

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





2. במשולש ABC הקודקוד A נמצא על ציר ה- y .

הצלע AB חותכת את החלק השלילי של ציר ה- x בנקודה D (ראו סרטוט).

נתון כי משוואת הישר AC היא $y = 3x - 3$,

ומשוואת הישר BC היא $y = \frac{1}{2}x + 9\frac{1}{2}$.

א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-C.

נתון כי אורך הקטע CD הוא 15.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה D.

ג. הוכיחו כי המשולש ADC הוא ישר זווית.

הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ADC.

ד. האם הצלע BC משיקה למעגל זה? נמקו את תשובתכם.

ידוע כי הקטע BM מקביל לציר ה- x .

ה. חשבו את שטח המשולש BMC.

פתרון

א. נניח A נמצא על ציר ה- y , נניח $A(0, a)$.

נניח B נמצא על ציר ה- x , נניח $B(b, 0)$.

$$y = 3x - 3$$

$$A(0, a)$$

$$y = 3 \cdot 0 - 3 = -3$$

$$A(0, -3)$$





מציאת נק' c

$$\begin{cases} y = 3x - 3 \\ y = \frac{1}{2}x + 9\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$3x - 3 = \frac{1}{2}x + 9\frac{1}{2}$$

$$3x - \frac{1}{2}x = 9\frac{1}{2} + 3$$

$$2\frac{1}{2}x = 12\frac{1}{2} \quad | : 2\frac{1}{2}$$

$$x = 5$$

נק' : $x = 5$ נמצא.

נק' : $y = 3 \cdot 5 - 3 = 12$

$c(5, 12)$



ג. נמצא: $15 = r$

יש למצוא את המרחק הנקרא r .

המרחק r נמצא על ציר ה- x , ולכן נטא את r כ- f .

(ג) יש למצוא את המרחק r (כפי שציינו) בין הנקודה $(10, 12)$ לנקודה $(f, 5)$.

נוסחה:

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

↓

$$15 = \sqrt{(f - 5)^2 + (10 - 12)^2} \quad | \cdot 2$$

$$225 = (f - 5)^2 + 144$$

$$81 = (f - 5)^2$$



$$t-5 = \pm\sqrt{16}$$

$$t-5 = 4 \quad \text{או} \quad t-5 = -4$$

~~$$t = 9$$~~

$$t = -1$$

נסת, (תוך) קנולג' D
נגד (א) גליל גליל
הא כי ה-א

חש'קה: $(-4, 0)$

ג. יש לבדוק כי DABC הוא ישר, כלומר.

למצוא את שנינו ה(ג)עם אפ | DA .

$$C(5, 12), D(-4, 0)$$

$$m_{DC} = \frac{12-0}{5-(-4)} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$A(0, -3), D(-4, 0)$$

$$m_{AD} = \frac{0-(-3)}{-4-0} = -\frac{3}{4}$$





$$m_{DC} \cdot m_{AD} = \frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -1 \Rightarrow DC \perp AD$$

היטקרי: זקם מנוגד היטקרי של א; יטקרי שיז. א (-1) |
זאז היטקרי היטקריק זב אצב.

המיון א טב = A(m) ≠ ולכן משאל ADC היא יטקרי זנוק.

ב) (תיק): קצוב מ-מ מנוצ היטקרי היטקרי זב ADC.

מנוצ היטקרי היטקרי משאל יטקרי זנוק זמקו
במקרה זמנוצ היטקרי.

זמקו קצוב זב קוצמה היטקריק לאמנוצ (א).

$$A(0, -3) ; C(5, 12)$$

$$x_m = \frac{0+5}{2} = 2.5$$

$$y_m = \frac{-3+12}{2} = 4.5$$

$$m(2.5, 4.5)$$





יש להבין היטב הנבואה של משקל ארזקל.
 נשמע כי יש טעות בנתונים.

$$M(2.5, 4.5), C(5, 2)$$

$$m_{MC} = \frac{12 - 4.5}{5 - 2.5} = \frac{7.5}{2.5} = 3$$

$$m_{BC} = \frac{1}{2}$$

↑
נכון

$$m_{MC} \cdot m_{BC} = 3 \cdot \frac{1}{2} = 1.5 \neq -1$$

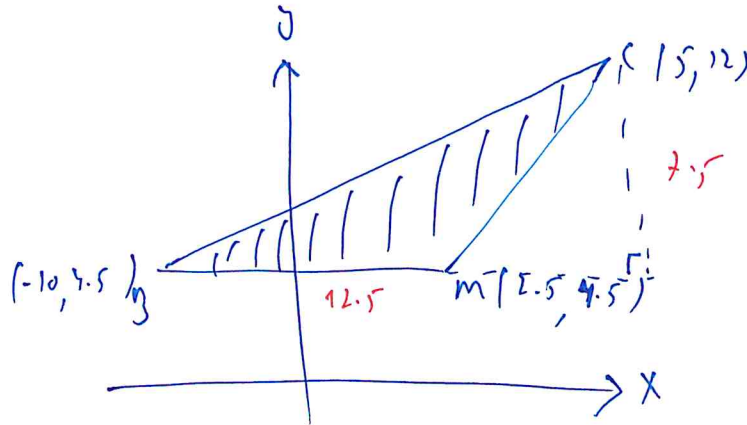
לכן יש טעות בנתונים של משקל ארזקל.

יש להבין היטב הנבואה של משקל ארזקל.





$$\int \Delta B_m = ?$$



$$\Delta m = 2.5 - (-10) = 12.5$$

הי"י (גז' קי):
 $\Delta m \uparrow = 12 - 4.5 = 7.5$

$$\int \Delta B_m = \frac{12.5 \cdot 7.5}{2} = 46.875$$

$\int \Delta B_m = 46.875$ גז' קי:





3. במתחם דירות יש שני סוגי דירות – דירות הפונות לכיוון הפארק ודירות הפונות לכיוון הכביש. ההסתברות שדירה במתחם פונה לכיוון הפארק היא $\frac{3}{4}$. חלק מן הדירות במתחם משופצות, והשאר אינן משופצות. מספר הדירות המשופצות גדול פי 4 ממספר הדירות שאינן משופצות. 32% מן הדירות הפונות לכיוון הכביש הן דירות משופצות.
- א. בחרים באקראי דירה מבין כל הדירות במתחם.
 (1) מהי ההסתברות לבחור דירה משופצת?
 (2) מהי ההסתברות לבחור דירה שגם פונה לכיוון הכביש וגם משופצת?
- ב. בחרים באקראי דירה מבין הדירות שאינן משופצות.
 מהי ההסתברות שדירה זו פונה לכיוון הכביש?
48. דירות במתחם גם פונות לכיוון הכביש וגם משופצות.
 ג. מצאו כמה דירות במתחם גם פונות לכיוון הפארק וגם משופצות.

כיכונים

ג. (ישנו 7 קולות: 11 - מתוכם 4 מתוכם) הנתונים יז.

	כיוון הפארק	כיוון הכביש	
משפצות	0.08	0.72	$\frac{7}{5}$ (זו)
לא משפצות	0.17	0.03	$\frac{1}{5}$ (א)
	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

170 (7 מתוכם) - קצת יותר מתוכם





נישן: הנתמקולם שצונק דמחמח נינק. לנישן הנצק גסו $\frac{2}{5}$.

ניק (גסו) גול: $P(\text{נישן נינק ינצק}) = \frac{2}{5}$

ניצק: $P(\text{נישן נינק ינצק}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

נישן: למסנר הנניולת ונישנינצק זנול ני ל למסנר הנניולת גניקן למשנינצק.

נישן: $P(\text{נישן נינק למשנינצק}) = x$

||
↓

$P(\text{נישן נינק למשנינצק}) = 4x$

נינק למשנינצק: $4x + x = 1$

$5x = 1 \quad | :5$

$x = \frac{1}{5}$

נישן גול: $4x = 4 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$, $x = \frac{1}{5}$



נמצא: לרוב מן הניזול והמקום ארבעה יין לרוב נמצא.

ניתן אולם (היסקה מתמטית):

$$P(\text{משיבול} \mid \text{ניזול וקניקיה ארבעה}) = 0.32$$

נישאר ברשימה אבסורדית מתמטית:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{P(\text{משיבול וקניקיה ארבעה})}{P(\text{ניזול וקניקיה ארבעה})} = 0.32$$

עקרון:

$$P(\text{ניזול וקניקיה ארבעה}) = \frac{1}{4}$$

נמצא:



$$\frac{P(\text{משיבצ'ה וקט'ה אדומה})}{\frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{5}}{0.2} \cdot \frac{1}{5} \quad \text{ניקול:}$$

$$P(\text{משיבצ'ה וקט'ה ירוקה}) = 0.08 \quad \text{ויניין:}$$

נאזו (מק'ה כ' קול: .

נבו זמנו אינאק'ה וק'ה (קול: .

$$P(\text{איניין וקט'ה משיבצ'ה}) = \frac{1}{3} - 0.08 = 0.22$$

$$P(\text{איניין גפולז'ה וקט'ה משיבצ'ה}) = \frac{3}{6} - 0.22 = 0.28$$

$$P(\text{איניין וקט'ה משיבצ'ה}) = \frac{1}{5} - 0.28 = 0.12$$

(1) $P(\text{ניורה משיבצ'ה}) = \frac{4}{5}$

(2) $P(\text{מק'ה אדומה וקט'ה משיבצ'ה}) = 0.08$



7. $P(\text{בוקר} / \text{לא גשום}) = ?$

נישאר קונסיסטנט לניסוח הבעיה.

$$P(\text{בוקר} / \text{לא גשום}) = \frac{P(\text{בוקר וגם לא גשום})}{P(\text{לא גשום})} = \frac{0.17}{\frac{1}{5}} = 0.85$$

תשובה: $p = 0.85$

12. אופן: על ניוטון נחמה נוקמה אנקלס וקו משוכזיה.

סטן: $\sigma = 5$ סגור לניח

על ני (ה) קל: א גנינו: $P(\text{נקב אנקלס וגם לא גשום}) = 0.08$

נישאר קונסיסטנט: $p = \frac{\text{חל} / \text{סג}}{\text{סג}}$

ניקול: $0.08 = \frac{8}{100}$



לנתון ולתת ויגמול.

$$\frac{1.}{0.08} = \frac{48}{2} \quad | \cdot 2$$

$$20.00 = 96 \quad | : 0.08$$

$$2 = 600$$

באופן זה יש סכום של 600 שיהיה זה המס.

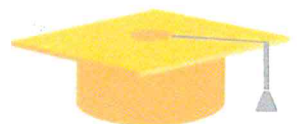
$$P(\text{כמות אבירים יקק משינוי}) = 0.72$$

 ↑
 על פי
 ויגמול.

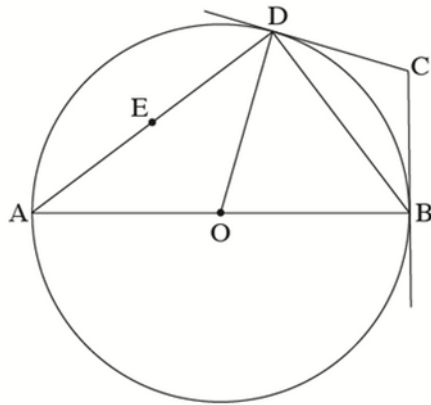
נמצא גם כן שיהיה יש ויגמול.

$$0.72 \cdot 600 = 432$$

תשלום: 432 ש"ח



4. משולש ABD חסום במעגל שמרכזו O.



AB הוא קוטר במעגל.

הקטע CB משיק למעגל בנקודה B, והקטע CD משיק למעגל בנקודה D.

הנקודה E היא אמצע הצלע AD.

א. הוכיחו כי $\triangle AOD \sim \triangle BCD$.

ב. הוכיחו כי $DB = 2EO$.

נתון: שטח המשולש AOD גדול פי $\frac{16}{9}$ משטח המשולש BCD.

ג. מצאו את היחס $\frac{AD}{EO}$.

נתון: $EO = 3$.

ד. (1) חשבו את שטח המשולש AOD.

(2) חשבו את שטח המרובע ABCD.

פתרון:

נימוק	טענה	מספר
נתון	AB קוטר	(1)
נתון	CB, CD משיקים למעגל	(2)
נתון E אמצע AD	$AE = DE$	(3)
נתון O מרכז המעגל	$AO = BO = DO$	(4)
זווית קוטר שווה לזווית ר. אפי 2	$\angle CBA = \angle CAD$	(5)



<p>אם מנהלנה מחודש למעשה יוצא-ב-שני משיקים למעשה, אז הם שווים.</p>	$C D = C B$	<p>⑥</p>
<p>בואו רמז. אפי. ② מחז צאג-שאלה במשולש מסמס ים שווים שאלה.</p>	$\neq C D B = \neq C B D$	<p>⑦</p>
<p>מחז צאג-שאלה במשולש מסמס ים שווים שאלה.</p>	$\neq A D U = \neq P A O$	<p>⑧</p>
<p>אפי. ④ כזא מעדד. אפי ⑤, ⑦, ⑧</p>	$\neq C D B = \neq A D U$	<p>⑨</p>
<p>משפט צנחין ז.ז. אפי. ז, ט</p>	<p>$\triangle A O S \sim \triangle B C D$ נ.ש.ל. ה' ⇓</p>	<p>⑩</p>





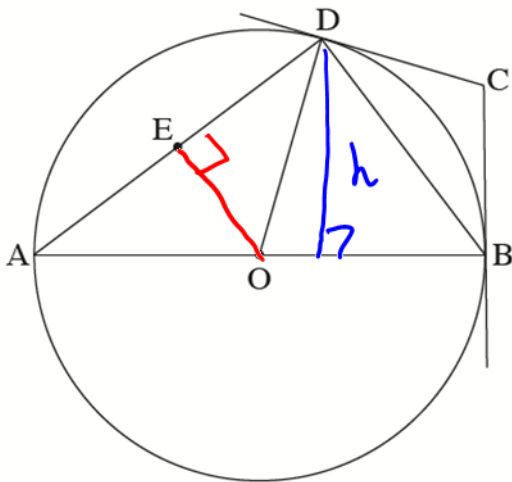
<p>קניי - עזר הזכר ~ הטלואניק אפי (3), (4), (17)</p>	<p>נזקיי הטל עו טו הטלואניק בשולש ABCD</p>	<p>(11) (12)</p>
<p>הטלואניק בשולש שווה למהל - הזל השולש - אפי (12)</p>	<p>$DB = 2EO$</p>	<p>(13)</p>
<p>נתיב</p>	<p>ל.ש.ל. כ' $\frac{S_{AOD}}{S_{BCD}} = \frac{16}{9}$</p>	<p>(14)</p>
<p>יחס הזל השולש בשולש הזל אפי (10)</p>	<p>$\frac{AD}{BD} = \frac{AO}{BC} = \frac{DO}{DC}$</p>	<p>(15)</p>
<p>יחס השלש משולש פונמי שווה אריקוג יחס הזל ~ השולש</p>	<p>$\left(\frac{AD}{BD}\right)^2 = \frac{16}{9}$</p>	<p>(16)</p>



<p>חישוב אבי (16)</p>	$\frac{AD}{BD} = \frac{4}{3}$	<p>(17)</p>
<p>חישוב אבי (13) -1 (17)</p>	$\frac{AD}{2EO} = \frac{4}{3}$	<p>(18)</p>
<p>נתיב</p>	$\frac{AD}{EO} = \frac{8}{3}$	
<p>קטע מהרכז הניצב לחוליה מתח קטע, מיונק למתח. אבי (13), (17)</p>	<p>נ.ע.ה $EO = 3$</p>	<p>(19)</p>
<p>נוסה - שטח שואב אבי 20</p>	<p>$EO \perp AD$</p>	<p>(20)</p>
<p>חישוב אבי (18), (19)</p>	$S_{AOD} = \frac{AD \cdot EO}{2}$	<p>(21)</p>
<p>חישוב אבי (19), (18)</p>	<p>$AD = 8$</p>	<p>(22)</p>
<p>חישוב אבי (19), (22), (21)</p>	<p>$S_{AOD} = 12$</p>	<p>(23)</p>
	<p>נ.ע.ה 3' (1)</p>	

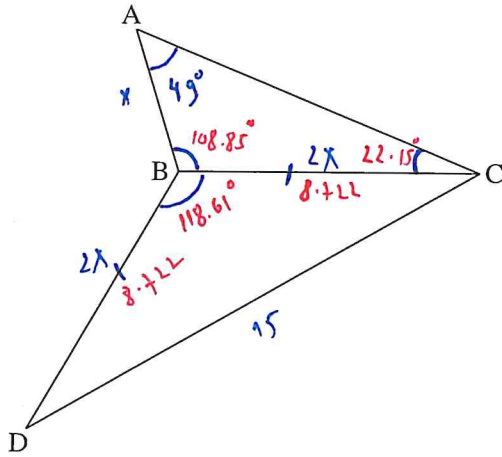


<p>חילוקי דברים (19), (23)</p>	$S_{BCD} = \frac{27}{4}$	<p>(24)</p>
<p>דניאל - עבר</p>	<p>נוכח כי h הוא מקצוע CD לפי AB.</p>	<p>(25)</p>
<p>נוסחה $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$</p>	$\begin{cases} S_{BOD} = \frac{BO \cdot h}{2} \\ S_{AOD} = \frac{AO \cdot h}{2} \end{cases}$	<p>(26)</p>
<p>דברים (23), (26)</p>	$S_{AOD} = S_{BOD} = 12$	<p>(27)</p>
<p>חיבור משוואות דברים (27), (24)</p>	$S_{ABCD} = 30.75$ <p>נ.ש.ל. 3' (2)</p>	<p>(28)</p>



שימו לב עם קניין היצירה:





5. בסרטוט שלפניכם מתוארים שני משולשים בעלי צלע משותפת:
- משולש שווה שוקיים BCD, שבו $BD = BC$, ומשולש ABC.
 - נתון: הצלע BC גדולה פי 2 מן הצלע AB, $\angle BAC = 49^\circ$.
 - א. מצאו את גודל הזווית ACB.
 - נתון: שטח המשולש ABC הוא 18.
 - ב. מצאו את אורך הצלע CB.
 - נתון: $DC = 15$.
 - ג. מצאו את גודל הזווית DBC.
 - הנקודה E היא אמצע הצלע BC.
 - ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את משולש DBE.

פתרון

א. נתון: $BC = 2 \cdot AB$

נתון: $AB = x$

נתון: $BC = 2x$

$BD = 2x$, $BC = 15$

ΔABC :

לפי חוק הסינוסים:

$$\frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{BC}{\sin \angle BAC}$$





נניח ונקבל:

$$\frac{x}{\sin \angle ACB} = \frac{2x}{\sin 49^\circ}$$

$$\sin \angle ACB = \frac{x \cdot \sin 49^\circ}{2x}$$

$$\sin \angle ACB = 0.377$$

↓

$$\angle ACB = 22.15^\circ$$

ולכן

$$\angle ACB = 180^\circ - 22.15^\circ = 157.85^\circ$$

נחזיק כי ננסה למצוא את $\angle ACB$ לא
 (מכיוון שכל הזוויות הן זוויות חיצוניות).

השקנה:

$$\angle ACB = 22.15^\circ$$



$$\sum \Delta ABC = 18$$

(?) (היכן?)

$$C = ?$$

ΔABC :

$$\angle A B C = 180^\circ - (49^\circ + 22.15^\circ) = 108.85^\circ$$

(טכניון ציונים גמא אש = 180°)

ניגוד גרמטית (א) גמא אש לבי שתי גמא אש והציונים שגזיקין.

$$S_{\Delta} = \frac{a \cdot b \cdot \sin \alpha}{2}$$

(קודם?)

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC}{2}$$

לפי זה יתחילים:

$$18 = \frac{x \cdot 2x \cdot \sin 108.85^\circ}{2}$$



$$\frac{2 \cdot 10}{18} = \frac{10}{\frac{1.89x^2}{2}} \quad | \cdot 2$$

$$]6 = 1.89] x^2 \quad | : 1.89$$

$$19.02 = x^2$$

$$\pm \sqrt{19.02} = x$$

$$x_1 = 4.361$$

$$x_2 = -4.361$$

כסול, x מייצג זמן, של
(אז, ולכן חיובי לביא חיובי

$$p = 2x = 2 \cdot 4.361 = 8.722$$

$$p = 8.722 \quad \text{ש"ק :}$$

$$p = 3c = 8.722$$

$$p = 15 = \text{ש"ק} : D$$

$$*p = ?$$





ΔBC:

ניצול דגל (הקוטל) :

$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle C$$

כדי למצוא את הזווית :

$$15^2 = (8+22)^2 + (8+22)^2 - 2 \cdot 8+22 \cdot 8+22 \cdot \cos \angle C$$

$$225 = 152 \cdot 15 - 152 \cdot 15 \cos \angle C$$

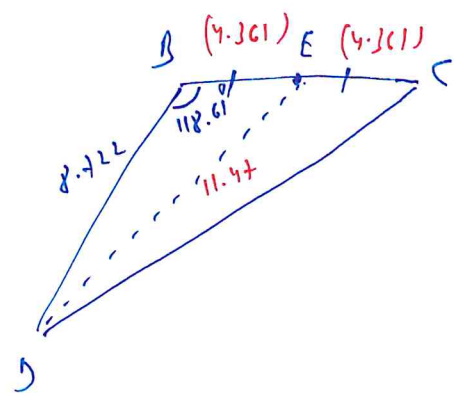
$$152 \cdot 15 \cos \angle C = -72.85 \quad / : 152 \cdot 15$$

$$\cos \angle C = -0.475$$

$$\angle C = 118.61^\circ$$



.) הינן: E - חוצה BC .



יש להניח גם AE (וזהו $\sqrt{131.52}$) והקוטף זהו $\triangle ABE$.

$$BE = EC = \frac{BC}{2} = \frac{8.722}{2} = 4.361$$

$\triangle ABE$:

לפי \cos הקוטפים:

$$(AE)^2 = (AB)^2 + (BE)^2 - 2 \cdot AB \cdot BE \cdot \cos \angle BAE$$

(כך זהו הקוטפים):

$$(AE)^2 = (8.722)^2 + (4.361)^2 - 2 \cdot 8.722 \cdot 4.361 \cdot \cos 118.61^\circ$$

$$(AE)^2 = 131.52$$

$$AE = \sqrt{131.52} \Rightarrow AE = 11.47$$





DBE:

אפי נאול ו.ט/ט:

$$\frac{DE}{\sin DBE} = 2R$$

ר'ר ר'ר יננינ'ז:

$$\frac{11.47}{\sin 118.61} = 2R$$

$$13.07 = 2R \quad | :2$$

$$6.535 = R$$

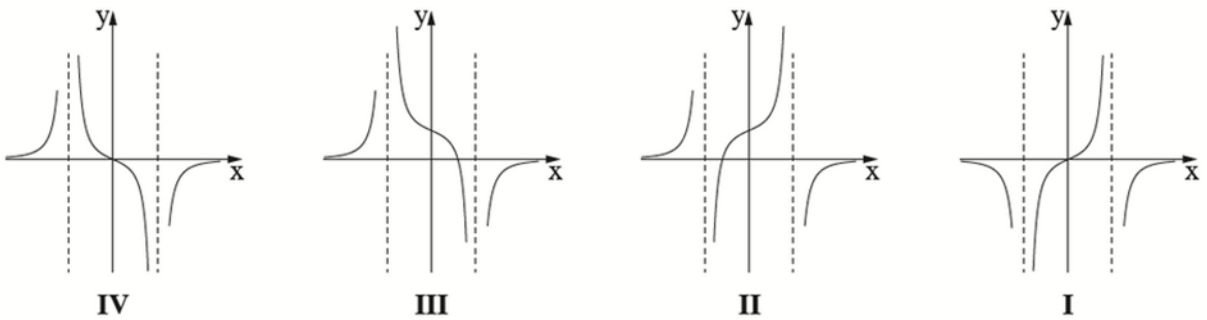
$R = 6.535$

מאק'ז:



6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$. (1)
 ב. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$. (2)
 ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ו. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.
 ז. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים (1)-(2) שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.
 (1) בכל נקודה בתחום $x > 3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא חיובי.
 (2) בכל נקודה בתחום $x < -3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא חיובי.



כתביון סאלה 6

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$$

א. (1) נמצא את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ על ידי פתרון המשוואה $x^2 - 9 = 0$.

$$x^2 - 9 = 0 \quad / +9$$

$$x^2 = 9 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = -3$$

כיוון שאסור לחלק באפס תחום ההגדרה הוא $x \neq 3$ וכן $x \neq -3$

(2) אסימפטוטות אנכיות בשיעורי $x = 3$ ו- $x = -3$ הן תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 אק מונה הישר אינו מתאפס:

אסימפטוטה אופקית נקבעת על ידי שיעור ה- y אליו שואפת הפונקצייה כאשר $x \rightarrow \pm\infty$.

$$y = \frac{2}{1} + 4 \rightarrow y = 6$$

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2-9} + 4$$

המשק שאולה 6

ה. נמצור את הפונקציה:

$$f'(x) = \frac{2 \cdot 2x(x^2-9) - 2x \cdot 2x^2}{(x^2-9)^2} = \frac{4x^3 - 36x - 4x^3}{(x^2-9)^2} = \frac{-36x}{(x^2-9)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-36x}{(x^2-9)^2}$$

נשווה את הנגזרת לאפס ונחלץ את שיזור הא ב פונק' יש נק' קיצון:

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{-36x}{(x^2-9)^2} = 0 \quad / \cdot \frac{(x^2-9)^2}{-36}$$

$$x = 0$$

נציב בפונקציה עקבלת שיזור הא בנק':

$$f(0) = \frac{2 \cdot 0}{-9} + 4 = 4$$

$$(0, 4)$$

נבדוק תחומי עלייה וירידה בעזרת הצבות הנצרות. נרכז תוצאות בטבלה ונסוול נקוצר קיצון

x	-4	-3	-1	0	1	3	4
f'(x)	+	/	+	0	-	/	-
f(x)	↗	/	↗	max	↘	/	↘

(0, 4) נק' מקסימום

נקוצת הקיצון היא

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$$

ד. נקודת חיתוך עם ציר y היא נק' הקיצון שמצאו בסעיף הקודם

(0, 4)

שמצאו נק' החיתוך עם ציר x נציב $y=0$:

$$0 = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4 \quad / \quad \begin{matrix} \text{כפס במ"ד} \\ \cdot (x^2 - 9) \end{matrix}$$

$$0 = 2x^2 + 4(x^2 - 9)$$

$$0 = 2x^2 + 4x^2 - 36 \quad / +36$$

$$36 = 6x^2 \quad / :6$$

$$6 = x^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$x_1 = \sqrt{6} = 2.45$$

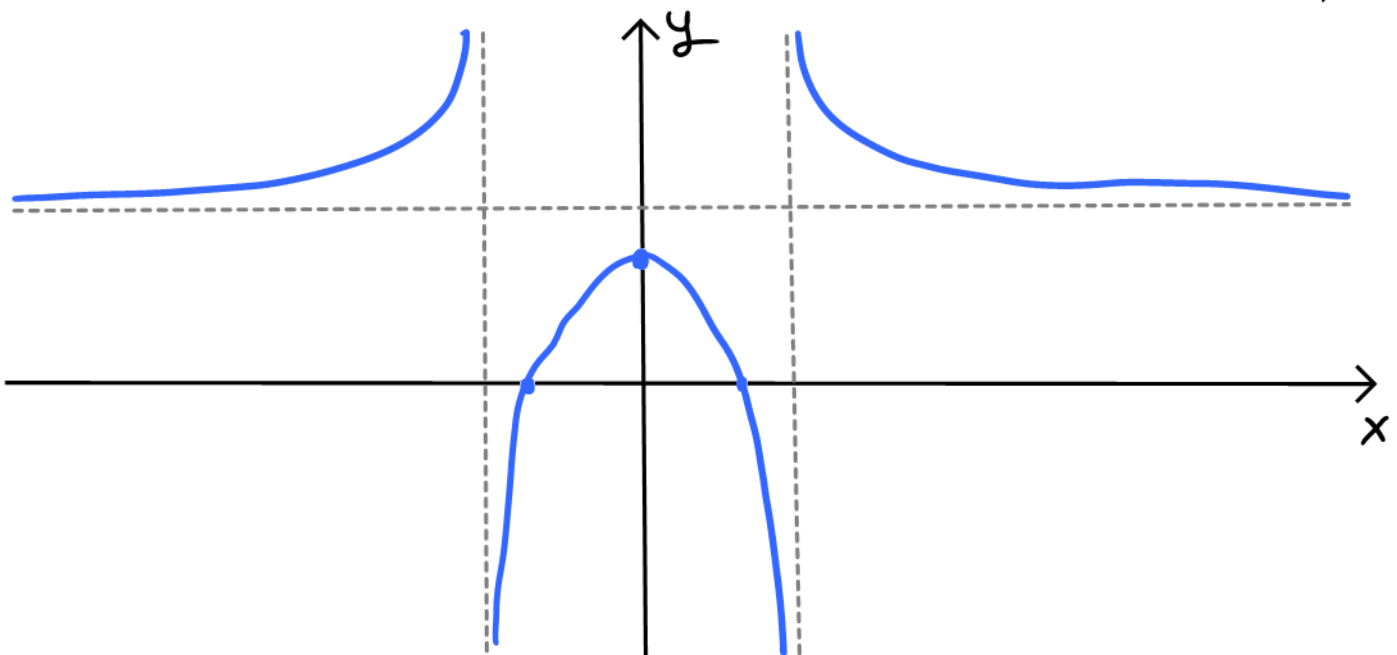
$$x_2 = -\sqrt{6} = -2.45$$

($\sqrt{6}$, 0)

($-\sqrt{6}$, 0)

נק' החיתוך הן

3. סקיצה:



המשק גזולה 6

ה. גרס IV היבוי הוא הגרס המתאים לנצרת
כיוון שהוא היחיד בו הנצרת חובית בעל זיק א גילי בתחום ההוצרה
ולפי הנצרת עלת בעל זיק א חובי בתחום ההוצרה, ובנוסף הנצרת מתאכסת
צמור ט=א מת' הקיצון ג הפונקציה.

1. (1) לא נכון. שיכוד המשיק לגרס הפונקציה בנקודה שווה לערך הנצרת בנקודה.
הנצרת גילית צמור צרכי א חובייז ולכן השיכוד גם גילי בתחום זה.
- (2) נכון. שיכוד המשיק חובי בתחום בו הנצרת חובית.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sqrt{21-2x} + bx$, $b > 0$ הוא פרמטר.
ידוע כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(-14, 0)$.
א. מצאו את הערך של b .

הציבו $b = \frac{1}{2}$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על סעיפים ב-ו.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה פונקצייה $g(x)$, המקיימת $g'(x) = -f(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ו. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.

$$f(x) = \sqrt{21-2x} + bx$$

פתרון שאם \neq

א. נציב את נק' החיתוך הנתונה ונקווים את b :

$$f(-14) = 0$$

$$\sqrt{21-2 \cdot (-14)} - 14 \cdot b = 0 \quad / +14b$$

$$\sqrt{49} = 14b$$

$$7 = 14b \quad / \div 14$$

$$\frac{1}{2} = b$$

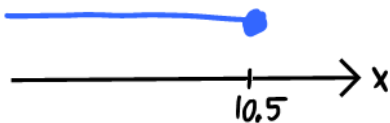
$$f(x) = \sqrt{21-2x} + \frac{1}{2} \cdot x$$

ב. תחום ההגדרה עבור x נקבע מסך שני בתוך השורש:

$$0 \leq 21-2x \quad / +2x$$

$$2x \leq 21 \quad / \div 2$$

$$x \leq 10.5$$



$$f(x) = \sqrt{21-2x} + \frac{1}{2}x$$

החשק שאפה \Rightarrow

ד. נציב $x=0$ עקבלת יק' החיתוך עם ציר ה-y

$$f(0) = \sqrt{21-0} + 0 = \sqrt{21} = 4.583$$

$(0, \sqrt{21})$

3. נמצוא את הפונקציה:

$$f'(x) = \frac{-2}{2\sqrt{21-2x}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{21-2x}}$$

פתציאת שיצורי נקודת הקיצון הפנימית נשווה את הנגזרת לאנס
 ונחלף שיצורי x :

$$f'(x) = 0$$

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{21-2x}} \quad / + \frac{1}{\sqrt{21-2x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{21-2x}} = \frac{1}{2} \quad / \cdot 2\sqrt{21-2x} \text{ כפל במ"מ}$$

$$2 = \sqrt{21-2x} \quad / ()^2$$

$$4 = 21-2x \quad / +2x-4$$

$$2x = 17 \quad / \div 2$$

$$x = 8.5$$

נציב בפונקציה עקבלת שיצור ה-y:

$$f(8.5) = \sqrt{21-2 \cdot 8.5} + \frac{1}{2} \cdot 8.5 = 6.25$$

$(8.5, 6.25)$

היטק סעיף 3 שאולה 7

נציג את שיעור הא בקצה תחום ההגדרה:

$$f(10.5) = \sqrt{21 - 2 \cdot 10.5} + \frac{1}{2} \cdot 10.5 = 5.25 \quad (10.5, 5.25)$$

נבדוק תחומי עלייה וירידה בעזרת הצבות בנצרת. נרכז תוצאות בטבלה ונסוול נקודת קיצון

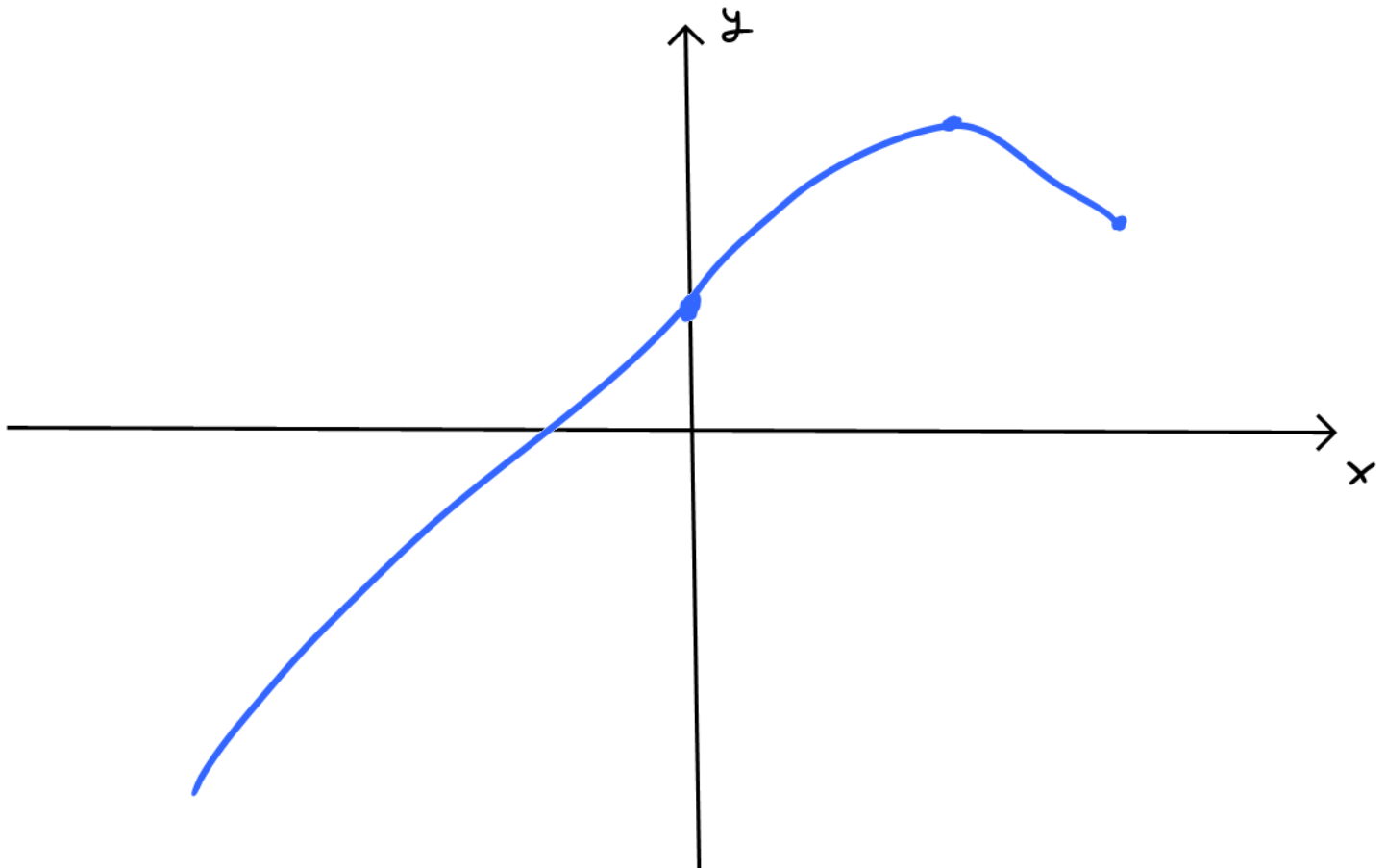
נקודות הקיצון הן:

x	0	8.5	10	10.5
$f'(x)$	+	0	-	///
$f(x)$	↗	Max	↘	Min

נק' מינימום: $(10.5, 5.25)$

נק' מקסימום: $(8.5, 6.25)$

הי סקיצה



$$g'(x) = -f(x) \quad 1.$$

עכשיו צריך $g(x)$ יש נקודת קיצון השיזור האנו $g(x)$ מאינסוף:

$$g'(x) = 0$$

$$-f(x) = 0$$

עכשיו הנחנו נק' החיתוך של $f(x)$ צריך האנו $(-14, 0)$ היא

$$f(-14) = 0 \quad \text{נעזר}$$

$$-f(-14) = 0 \quad \text{ואכן:}$$

מכאן נסיק כי $g(x)$ יש נקודת קיצון בנק' בה

$$-f(-14) = g'(-14) = 0 \quad \text{הנצרת מאינסוף}$$

שיזור האנו של נקודת הקיצון הפנימית של $g(x)$ הוא $x = -14$

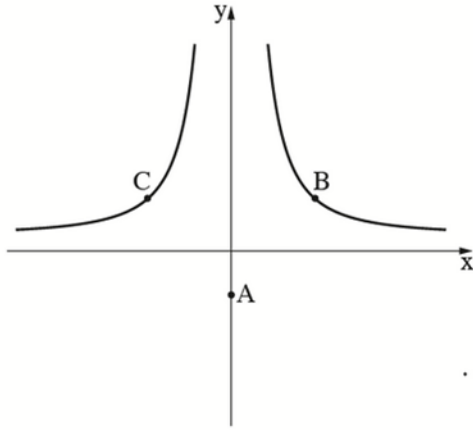
נבדוק את סוגה ע"י בדיקת חזקת ואליות הנצרת משני צידי הנקודה:

x	-15	-14	-13
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	↗	Max	↘

$$g'(x) = -f(x)$$

$$g'(x) = -\left(\sqrt{21-2x} + \frac{1}{2}x\right)$$

בנקודה $x = -14$ יש $g(x)$ נקודת מקסימום



8. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{100}{x^2} + 1$.
 נתונה הנקודה A, ששיעוריה הם $(0, -3)$.
 הנקודות B ו-C נמצאות על גרף הפונקצייה $f(x)$, כמתואר בסרטוט.
 הישר BC מקביל לציר ה-x.
 נסמן את שיעור ה-x של הנקודה B ב- t , $t > 0$.
 א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו-C.
 ב. מצאו את ערכו של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.
 ג. בעבור הערך של t שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC.

פתרון שאלה 8

$$y_B = f(t) = \frac{100}{t^2} + 1$$

א. נסמן $x_B = t$
 נציב בסוגרייה נקבלת שיעור ה-y של נקודה B:

$$B\left(t, \frac{100}{t^2} + 1\right)$$

נמין כי הישר BC מקביל לציר ה-x ולכן יעברו ה-y של נקודה B ו-C.
 נהיה לשיעור ה-y של נקודה C:

$$y_C = y_B$$

נשיק לב ש $f(x)$ היא פונקציה זוגית המקיימת $f(t) = f(-t)$
 ולכן שיעור ה-x בנקודה C יהיה נגדי לשיעור ה-x בנקודה B:
 $x_C = -t$

$$f(t) = \frac{100}{t^2} + 1$$

נוכיח זוגיות $f(x)$:

$$f(-t) = \frac{100}{(-t)^2} + 1 = \frac{100}{t^2} + 1 = f(t)$$

ולכן:

$$C\left(-t, \frac{100}{t^2} + 1\right)$$

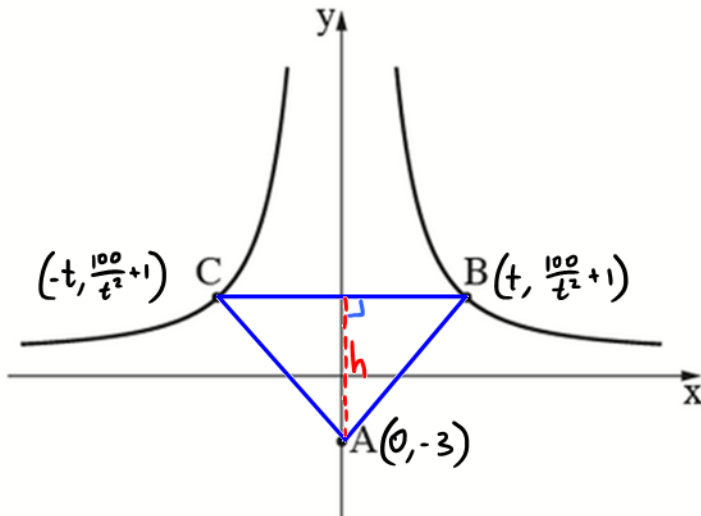
המשק פתרון גולה 8

ג. נבטא את שטח המשולש בתור הצלע BC כפונקציה של t האבדן של שטח זה:

$$S_{ABC} = \frac{BC \cdot h}{2}$$

נבטא את אורך BC בעזרת הפרש ערכי ה x כיוון שמקביל צדדי ה - x:

$$BC = x_B - x_C = t - (-t) = 2t$$



נבטא את האבדן של שטח המשולש בתור פונקציה של t בין שיצור ה y ביטוי של שטח זה כפונקציה של t:

$$h = \frac{100}{t^2} + 1 - (-3) = \frac{100}{t^2} + 4$$

נבטא את השטח כפונקציה של t:

$$S_{(t)} = \frac{BC \cdot h}{2} = \frac{2t \left(\frac{100}{t^2} + 4 \right)}{2} = t \cdot \frac{100}{t^2} + 4t = \frac{100}{t} + 4t$$

$$S_{(t)} = \frac{100}{t} + 4t$$

נמצא את הפונקציה המבטאת את השטח:

$$S'(t) = -\frac{100}{t^2} + 4$$

נשווה נגזרת לאפס ונמצא את שיעורי ה x בתקופות הקיצון:

$$S'(t) = 0$$

$$-\frac{100}{t^2} + 4 = 0 \quad / + \frac{100}{t^2}$$

$$4 = \frac{100}{t^2} \quad / \cdot t^2$$

$$4t^2 = 100 \quad / :4$$

$$t^2 = 25 \quad \sqrt{\quad}$$

$$t_1 = 5 \quad t_2 = -5$$

נבחר בפתרון החיובי כיוון שנתון $t > 0$

נוצא שאכן מצוהר בשיעור הג של נקי המינימום בשלח המשוש צ"י הצבה בנצרת השניה וקבלת ערך חיובי:

$$S'(t) = -\frac{100}{t^2} + 4 = -100 \cdot t^{-2} + 4$$

הנצרת הראשונה:

$$S''(t) = (2) \cdot (-100) \cdot t^{-3} = \frac{200}{t^3}$$

הנצרת השניה:

$$S''(5) = \frac{200}{5^3} = 1.6 > 0$$

נצרת שניה חיובית בנק' הקיצון:

כעומר עבור $t = 5$ נקבל שלח מינימי פמשל ABC

$$\frac{100}{5^2} + 1 = 5$$

$$A(0, -3)$$

$$B(5, 5)$$

$$C(-5, 5)$$

ד. שיעורי הנקודות:

הקם המשל הוא סכום אורכי הצלעות:

$$AB = \sqrt{(5-0)^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{89}$$

$$AC = \sqrt{(5-0)^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{89}$$

$$BC = \sqrt{(-5-5)^2 + (5-5)^2} = 10$$

ועכן היקף המשל:

$$AB + AC + BC = \sqrt{89} + \sqrt{89} + 10 = 10 + 2\sqrt{89} = 28.87$$

x = -14 שימור הא של נקודת הקיצון הפנימית של $g(x)$ הוא

נבדוק את סוגה ע"י בדיקת חזקיות ואליות הנלכדה משני צידי הנקודה:

x	-15	-14	-13
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	↗	max	↘

$$g'(x) = -f(x)$$

$$g'(x) = -\left(\sqrt{21-2x} + \frac{1}{2}x\right)$$

x = -14 יש δ של $g(x)$ נקודת מקסימום בנקודה