

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ד, 2024, שאלון: 35481, מועד ב', גרסה 06

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

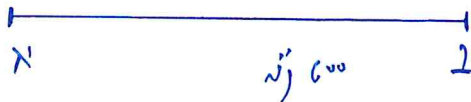
למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 600 ק"מ.
רכבת נוסעת כל יום מעיר א' לעיר ב' במהירות קבועה.
יום אחד הייתה תקלה ברכבת ולכן היא יצאה מעיר א' 6 דקות אחרי שעת היציאה הרגילה שלה.
באותו היום הייתה מהירות הרכבת גדולה ב-10 קמ"ש מן המהירות הרגילה שלה.
ביום זה הגיעה הרכבת לעיר ב' בשעת ההגעה הרגילה שלה.
- א. (1) מצאו את המהירות הרגילה של הרכבת.
(2) מצאו את זמן הנסיעה של הרכבת מעיר א' לעיר ב' ביום רגיל.
- ביום אחר, לאחר שנסעה הרכבת במשך זמן מסוים במהירות הרגילה שלה, היא נאלצה להקטין את מהירותה ב-60 קמ"ש, ולכן הגיעה לעיר ב' 45 דקות אחרי שעת ההגעה הרגילה שלה.
- ב. מצאו כמה זמן נסעה הרכבת ביום זה במהירות הרגילה שלה.

פתרון



(1)

זמן	מהירות	מרחק	הערות
$\frac{600}{x}$	x	600	מהירות רגילה
$\frac{600}{x+10}$	$x+10$	600	מהירות גבוהה

$x =$ מהירות רגילה

$(x+10) =$ מהירות גבוהה

ניגודו הנורמלי: $t = \frac{600}{v}$

זמן הנסיעה הרגילה: $t = \frac{600}{x}$

זמן הנסיעה הגבוהה: $t = \frac{600}{x+10}$



נניח: קיבלו למתן א. ימלאו הונקרה ($\frac{6}{60} = \frac{1}{10}$) אולי טעם
הימלאו הונקרה, טעמו אחרת > נניח: $\frac{1}{10}$ טעם נהיה נהגנו. (ט)
נבנה משוואה עם נניח זה.

$$\frac{600}{x} = \frac{x(x+10)}{10} + \frac{10x}{x+10} \quad (\cdot 10x(x+10))$$

$$6000(x+10) = x(x+10) + 6000x$$

$$6000x + 60000 = x^2 + 10x + 6000x$$

$$x^2 + 10x - 60000 = 0$$

$$x_1 = 240$$

$$x_2 = -250$$

כסול, מההנחה לא
יכול להיות שלילי

(1) מההנחה הונקרה: טעם הונקרה = $x = 240$ (ע')

(2) נניח וינסענו טעם הונקרה קיבלו וקבלו = $\frac{600}{x} = \frac{600}{240} = 2.5$ (ע'')



ג) יתר האחר:

מכירה	מחיר	כמות	מכירה
מכירה I	240 ₪	240	240x
מכירה II	180 ₪	600 - 240x	$\frac{600 - 240x}{180}$

מכירה
וקניה = 240

\Rightarrow מכירה קניה = $240 - 60 = 180$

א - זמן קנייה של מכירה I
ניתן קנייה: $t = \frac{x}{v}$

קניה: זמן קנייה של מכירה II = $\frac{600 - 240x}{180}$

למשל: קניה ואין הונחה הקציה של קניה $\left(\frac{15}{60} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2.5} \right)$ ואין שלם והקציה

הקציה של, ואין שהיה קניה. $\frac{1}{2.5} + \frac{1}{2.5} = \frac{2}{2.5} = \frac{4}{5}$

קניה שאין קניה.

מחזור אצל



$$\frac{180 \cdot}{x} + \frac{1 \cdot}{600 - 240x} = \frac{180 \cdot}{3.25} \quad / \cdot 180$$

$$180x + 600 - 240x = 575$$

$$180x - 240x = 575 - 600$$

$$-60x = -25 \quad /: (-60)$$

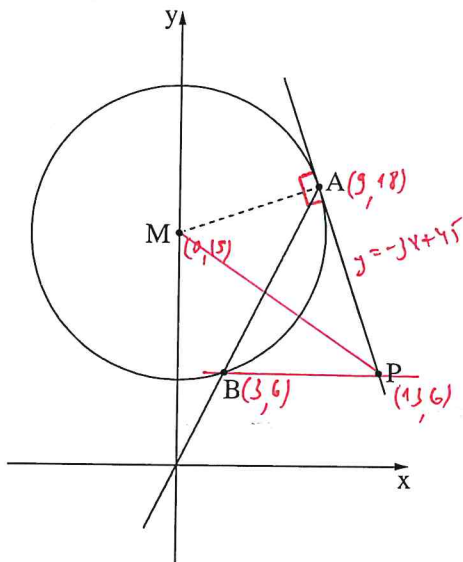
$$x = \frac{1}{4}$$

נשן ייניעז גיגירא וירקיל: $x = \frac{1}{4}$ טעי.

נחידע ענל פסיכומטרי
 ביזאל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





2. נתון מעגל שמרכזו M ומשוואתו $x^2 + (y - 15)^2 = 90$.
 הישר $y = 2x$ חותך את המעגל בנקודות A ו-B,
 כמתואר בסרטוט שלפניכם.
- מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.
 - דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל. מצאו את משוואת המשיק.
 - הנקודה P נמצאת על המשיק כך שהישר PB מקביל לציר ה-x. הנקודה G היא מרכז המעגל החוסם את המשולש PAM.
 - מצאו את משוואת המעגל החוסם את המשולש PAM.
 - קבעו אם הנקודה G נמצאת על המעגל שמרכזו M, בתוכו או מחוצה לו. נמקו את קביעתכם.

טמנין

(1)

$$\begin{cases} \text{I} & x^2 + (y-15)^2 = 90 \\ \text{II} & y = 2x \end{cases}$$

$$\text{I} \quad x^2 + (2x-15)^2 = 90$$

$$x^2 + 4x^2 - 60x + 225 = 90$$

$$5x^2 - 60x + 135 = 0 \quad | :5$$

$$x^2 - 12x + 27 = 0$$

$$x_1 = 9$$

$$x_2 = 3$$



$x = 2 \rightarrow y = 18$

$x = 9 \rightarrow y = 2 \cdot 9 = 18$

$(9, 18)$

$x = 3 \rightarrow y = 2 \cdot 3 = 6$

$(3, 6)$

$B(3, 6) \quad A(9, 18)$ שתי נקודות:

נקודה זו היא משותפת לשתי הישרים, נקודה זו היא נקודת המפגש בין הישרים $M(0, 15)$.

המשוואה של הישר MA היא:

נקודה זו היא נקודת המפגש בין הישרים MA .

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m_{MA} = \frac{18 - 15}{9 - 0} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

⇓

שני הישרים
(נקודת המפגש) $= -3$

היסוד: משוואת הישר MA היא $y = \frac{1}{3}x + 15$. נקודת המפגש בין הישרים היא $(9, 18)$.



נזח,

$$m = -3$$

$$A(9, 18)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

↓

$$y - 18 = -3(x - 9)$$

$$y = -3x + 45$$

(2) נתון: P מנקל אנז ה-א

ב- מונכ המעקל והמסק זה מניול AM

מניול זה מניול P.

P מנקל אנז ה-א, ולכן $y_P = y_B = 6$

בניול, מניול P מניול זה הניול $y = -3x + 45$.

$$y = -3x + 45$$

$$P(, 6)$$

$$6 = -3x + 45$$

$$3x = 39$$

$$x = 13$$



$$\Rightarrow P = (13, 6)$$

שרטוט PAM ישרי נוליה ($x_{MAP} = 90$) , ממגן טרנזיט מרוכז הימני (המימין)
 הניסוח משולש זה נמצא בהמשך הלימוד.

נמצאו זהו קווי הימני הימני (הקווי) (θ) דרכו הימני הימני
 זהו הימני (θ) .

$$X = \frac{X_1 + X_2}{2} \quad , \quad J = \frac{J_1 + J_2}{2}$$

$$M(15, 6) ; P(13, 6)$$

$$X_f = \frac{13 + 15}{2} = 14$$

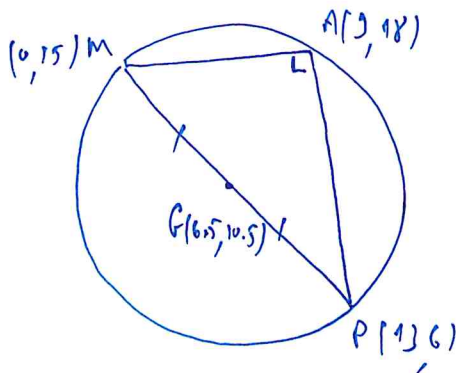
$$J_f = \frac{6 + 15}{2} = 10.5$$

∴

$$P(14, 10.5)$$



למצוא את המרחק בין הנקודה (0, 15) לנקודה (6.5, 10.5)



למצוא את המרחק בין הנקודה (0, 15) לנקודה (6.5, 10.5)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$G(6.5, 10.5) ; M(0, 15)$$

$$d = \sqrt{(6.5 - 0)^2 + (10.5 - 15)^2}$$

$$d = \sqrt{\frac{125}{2}} = \sqrt{62.5}$$

$$\downarrow$$

$$R = \sqrt{62.5}$$



רעיה,

רדיוס המעגל: $(6.5, 10.5)$

רדיוס המעגל: $R = \sqrt{62.5}$

נניח שהנקודה הנמצאת במעגל היא (x, y) ונניח שהנקודה הנמצאת במרכז המעגל היא $(6.5, 10.5)$ ונניח שהנקודה הנמצאת במרכז המעגל היא $(6.5, 10.5)$ ונניח שהנקודה הנמצאת במרכז המעגל היא $(6.5, 10.5)$

$$(x-6.5)^2 + (y-10.5)^2 = (\sqrt{62.5})^2$$

||

$$(x-6.5)^2 + (y-10.5)^2 = 62.5$$



$$X^2 + (2-15)^2 = 90$$

(ג)

$$G(6.5, 10.5)$$

נניח שגורם צענו \neq קורקן טמגא טא משוימג הימזקן :

$$(6.5)^2 + (10.5-15)^2 = 62.5$$

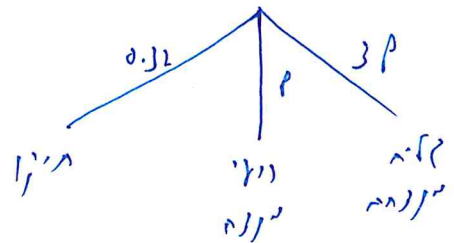
$$62.5 < 90$$

ואכן, נק'נו \neq נמזג דה'ן. הימזקן.



3. גלית ורועי משחקים משחק. כל סיבוב במשחק יכול להסתיים באחת משלוש האפשרויות האלה:
 ניצחון של גלית, ניצחון של רועי או תיקו.
 ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו גדולה פי 3 מן ההסתברות שרועי ינצח בסיבוב כלשהו.
 ההסתברות שסיבוב יסתיים בתיקו היא 0.32.
 א. מצאו את ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו במשחק.
 במשחק שגלית ורועי משחקים יש שני סיבובים. התוצאות של הסיבובים אינן תלויות זו בזו.
 ב. מהי ההסתברות ששום סיבוב לא יסתיים בתיקו?
 ג. מהי ההסתברות שגלית תנצח לפחות באחד מן הסיבובים?
 ד. ידוע שגלית ניצחה לפחות באחד מן הסיבובים. מהי ההסתברות שאחד מן הסיבובים הסתיים בתיקו?

פתרון



ה.

אסמך:
 $p =$ הסתברות שרועי ינצח בסיבוב כלשהו
 $3p =$ הסתברות שגלית ינצח בסיבוב כלשהו

לגבי הסכום:

$$p + 3p + 0.32 = 1$$

$$4p = 0.68 \quad | :4$$

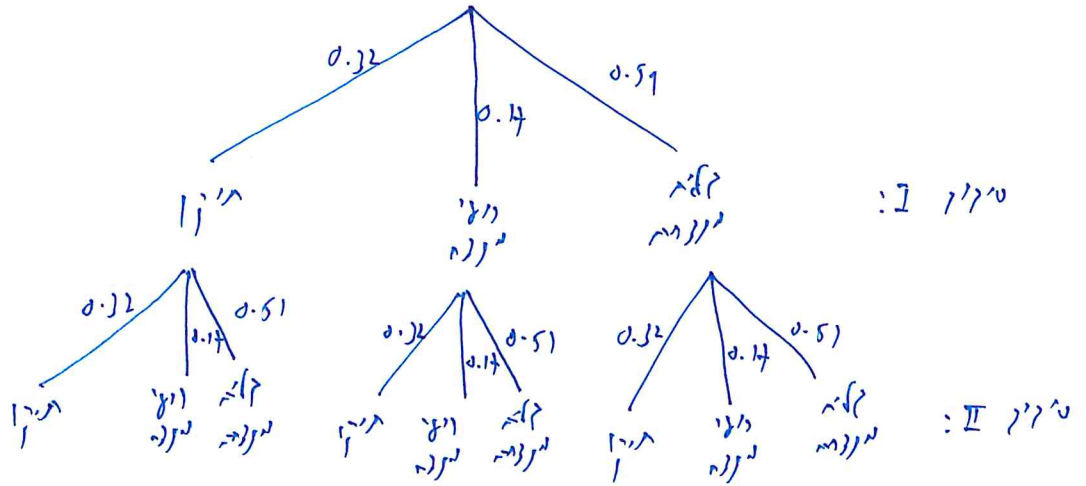
$$p = 0.17$$

הסתברות שגלית ינצח בסיבוב כלשהו $= 3p = 3 \cdot 0.17 = 0.51$

תשובה: 0.51



ב) נקני: ניקולטה עץ:



$$P(\text{סיקור I או 'סיקור II'}) = 0.51 \cdot 0.51 + 0.51 \cdot 0.17 + 0.17 \cdot 0.51 + 0.17 \cdot 0.17 = 0.4624$$

0.4624 הסיקור:

$$c) P(\text{קלטה מונה לפניך / מוזנח בסיקור}) = 0.51 \cdot 0.51 + 0.51 \cdot 0.17 + 0.51 \cdot 0.32 + 0.17 \cdot 0.51 + 0.32 \cdot 0.51 = 0.7539$$

0.7539 הסיקור:



כן נוצרו קונסוז לבטקורג מתעיה .

$$P(A/B) = \frac{P(A \text{ וק } B)}{P(B)}$$

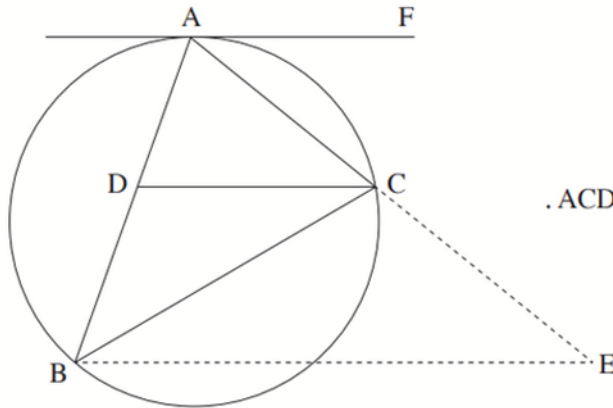
$$P\left(\begin{array}{l} \text{ואנן מהטקורג} \\ \text{הטקורג לתינן} \end{array} \middle/ \begin{array}{l} \text{ואנן מהטקורג} \\ \text{הטקורג לתינן} \end{array}\right) = \frac{P\left(\begin{array}{l} \text{ואנן מהטקורג} \\ \text{הטקורג לתינן} \end{array} \text{ וק } \begin{array}{l} \text{ואנן מהטקורג} \\ \text{הטקורג לתינן} \end{array}\right)}{P\left(\begin{array}{l} \text{ואנן מהטקורג} \\ \text{הטקורג לתינן} \end{array}\right)} =$$

$$= \frac{0.51 \cdot 0.22 + 0.22 \cdot 0.51}{0.75} = \frac{0.2267}{0.75} = \frac{67}{19}$$

$\frac{67}{19} : 3.5$



4. משולש ABC חסום במעגל. הישר FA משיק למעגל בנקודה A. הנקודה D נמצאת על הצלע AB כך ש-DC מקביל למשיק (ראו סרטוט).



א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta ACD$.

נתון: $AD = 2$, $AB = 4.5$.

ב. מצאו את אורך הצלע AC.

ג. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש BCD משטח המשולש ACD.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AC

כך ש- BE מקביל ל- DC.

ד. מצאו את אורך הקטע CE.

פתרון:

נימוך	טענה	המסבר
נתון	FA ש"י למעגל בנקודה A	①
נתון	$FA \parallel DC$	②
כ"א אצל שווה זווה אצל ע"א	$\angle BAC = \angle CAD$	③
זווית קמ"ל ש"ק לזווית אבי 1	$\angle FAC = \angle ABC$	④
ז"ל מתחלף קמ"ל יסריק נקודות 2 שונה זו ז"ל. אבי 2	$\angle FAC = \angle ACD$	⑤

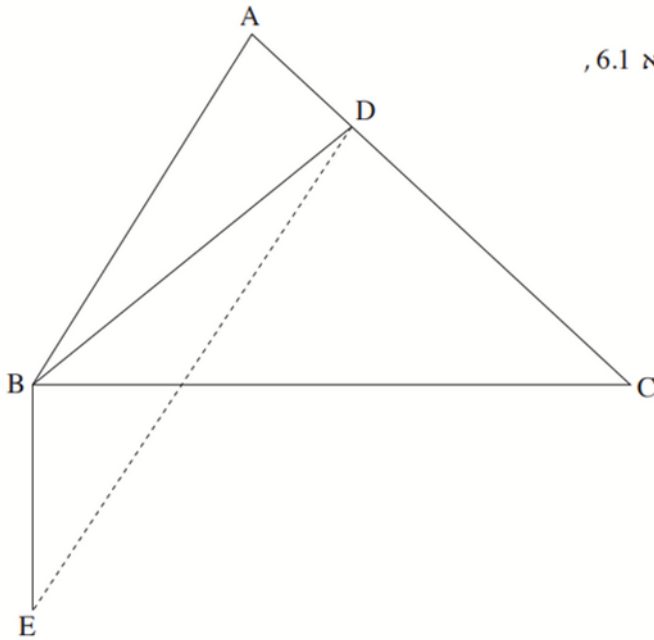


נימוק	טנגה	המסבר
<p>כזו התקרה. אבי 4,5 צמיון אבי 5.5 אבי 3, 6</p>	<p>$\triangle ABC = \triangle ACD$ $\triangle ABC \sim \triangle ACD$</p>	<p>(6) (7) חישוב א'</p>
<p>נתון יחס הזאת המתאימה בשואר צונחים. אבי 7 הזכה נתונה אבי 8 חישוב אבי 10</p>	<p>$AD = 2, AB = 4.5$ $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{CD}{BC}$ $\frac{AC}{4.5} = \frac{2}{AC}$ $AC = 3$</p>	<p>(8) (9) (10) (11) חישוב א'</p>
<p>יחס השטחים בשואר צונחים שורה אריקוף יחס הזאת המתאימה אבי 11, 10, 9</p>	<p>$\frac{S_{ACD}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AC}\right)^2 = \frac{4}{9}$</p>	<p>(12)</p>



ניחיה	טונה	המסגר
חיקוי של חיק	$S_{BCD} + S_{ACD} = S_{ABE}$	(13)
סימן	$S_{ACD} = 4S$	(14)
חיסור. אבי 12	$S_{ABC} = 9S$	(15)
חיסור אבי 15, 14, 13	$S_{BCD} = 5S$	(16)
חיסור	$S_{BCD} = \frac{5}{4} S_{ACD}$	(17)
		חיסור
נתון	$BE \parallel DC$	(18)
משפט תאלס. אבי 18	$\frac{CE}{AC} = \frac{AD}{BD}$	(19)
חיסור. אבי 8, 11, 19	$CE = 3,75$	(20)
		חיסור





5. בסרטוט שלפניכם משולש חד זוויות ABC.

נתון: אורך הרדיוס של המעגל החוסם את משולש ABC הוא 6.1,

$BC = 12$.

א. מצאו את גודל הזווית BAC.

הנקודה D נמצאת על הצלע AC.

נתון: $AB = 3AD$,

שטח המשולש ABD שווה ל-11.

ב. (1) מצאו את האורך של AD.

(2) מצאו את גודל הזווית ABD.

ג. מצאו את גודל הזווית ACB.

הקטע BE מאונך לצלע BC, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

נתון: $BE = 5$.

ד. מצאו את שטח המשולש DBE.

פתרון:

11. נגזר הסיוסום המשולש ABC

$$\frac{BC}{\sin \angle BAC} = 2R \Rightarrow \frac{12}{\sin \angle BAC} = 2 \cdot 6.1$$

$$\sin \angle BAC = \frac{12}{12.2} = \frac{60}{61}$$

$$\angle BAC = 100.39^\circ \quad \text{או} \quad \angle BAC = 79.61^\circ$$



נתון כי המשולש $\triangle ABC$ שווה זרועות

$$\angle BAC = 79.61^\circ$$

ד. (1) נתון: $AB = 3AD$, $S_{ABD} = 11$

לפי נוסחה שטח משולש:

$$S_{ABD} = \frac{AB \cdot AD \cdot \sin \angle BAC}{2}$$

$$11 = \frac{3 \cdot AD \cdot AD \cdot \frac{60}{61}}{2}$$

$$22 = \frac{180}{61} \cdot AD^2$$

$$AD^2 = \frac{671}{90} \Rightarrow AD = 2.73$$

(2) נשאל האם $\triangle ABD$ שווה זרועות?

$$BD^2 = AD^2 + AB^2 - 2 \cdot AD \cdot AB \cdot \cos \angle BAP$$



$$BD^2 = 2.73^2 + 8.19^2 - 2 \cdot 2.73 \cdot 8.19 \cdot \cos 79.610^\circ$$

$$BD^2 = 66.464 \quad \sqrt{\quad}$$

$$BD = 8.15$$

כעת נחזור אל שאלת הסינוסים במשולש
 $\triangle ABD$?

$$\frac{AD}{\sin \angle ABD} = \frac{BD}{\sin \angle BAD}$$

$$\frac{2.73}{\sin \angle ABD} = \frac{8.15}{\sin 79.610^\circ}$$

$$\sin \angle ABD = 0.3294$$

$$\angle ABD = 19.23^\circ$$

d. נשוב אל הסינוסים במשולש $\triangle ABC$:

$$\frac{BC}{\sin \angle BAC} = \frac{AB}{\sin \angle ACB}$$



$$\frac{12}{\sin 79.61^\circ} = \frac{8.19}{\sin \angle ACB}$$

$$\sin \angle ACB = 0.6713$$

$$\angle ACB = 42.168^\circ$$

3. נתון: $BE \perp BC$, $BE = 5$,
 נתון: $\angle BEC = 19.23^\circ$

$$\angle ABC = 180^\circ - 79.61^\circ - 42.168^\circ$$

$$\angle ABC = 58.222^\circ$$

$$\angle PBC = 58.222^\circ - 19.23^\circ$$

$$\angle PBC = 38.992^\circ$$

$$\angle PBE = 90^\circ + 38.992^\circ = 128.992^\circ$$

לכן, זכור לנו ש $\angle A = 79.61^\circ$





$$S_{DBE} = \frac{BD \cdot BE \cdot \sin \angle DBE}{2}$$

$$S_{DBE} = \frac{8.15 \cdot 5 \cdot \sin 128.992^\circ}{2}$$

$$S_{DBE} = 15.836$$



6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x+8}{10x-x^2} - b$. הוא פרמטר.
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (הביעו באמצעות b , אם יש צורך).
 - נתון כי הישר $y = -0.5$ משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה. מצאו את b .
- הציבו $b = 1$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על סעיפים ד-ה.
- מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x)$, שפונקציית הנגזרת שלה מקיימת $g'(x) = f(x) + 0.5$.
- תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - קבעו אם לפונקצייה $g(x)$ יש נקודות קיצון. נמקו את קביעתכם.

ט מיון

$$f(x) = \frac{x+8}{10x-x^2} - b$$

(1) נניח אולי עניי א והשקנו מהמילום.

$$10x - x^2 = 0$$

$$x(10-x) = 0$$

$$\downarrow \quad \searrow$$

$$x = 0 \quad 10-x = 0$$

$$10 = x$$

החלק והגק צורה: $x \neq 10, x \neq 0$





$$f(x) = \frac{x+8}{10x-x^2} - 3$$

$\xrightarrow{1}$
 $\xrightarrow{10-2x}$

(7)

אם נגלה קצת ניצוץ, נזכור גם הנוכח, או שיהיה גם הנקודה 0-1.
 הנוסחה הנכונה היא:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (10x - x^2) - (x+8) \cdot (10-2x)}{(10x-x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{10x - x^2 - (10x - 2x^2 + 80 - 16x)}{(10x-x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{10x - x^2 - 10x + 2x^2 - 80 + 16x}{(10x-x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 16x - 80}{(10x-x^2)^2}$$



$$\frac{1 \cdot x^2 + 16x - 80}{(10x - x^2)^2} = 0 \quad | \cdot (10x - x^2)^2$$

$$x^2 + 16x - 80 = 0$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -20$$

נמצא את איברי ה-1 של היענה שהינן.

$$f(x) = \frac{x+8}{10x-x^2} - 3$$

$$(4,)$$

$$(-20,)$$

$$f(4) = \frac{4+8}{10 \cdot 4 - 4^2} - 3$$

$$f(-20) = \frac{-20+8}{10 \cdot (-20) - (-20)^2} - 3$$

$$f(4) = \frac{1}{2} - 3$$

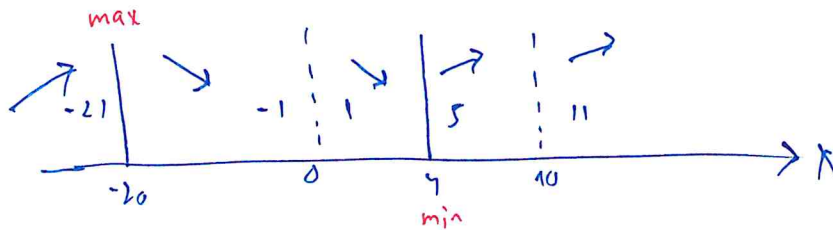
$$f(-20) = \frac{1}{50} - 3$$

$$(4, \frac{1}{2} - 3)$$

$$(-20, \frac{1}{50} - 3)$$



ניכסו גלגל עליו איננו זא-מנה אינוז לנקי ל קצב הליה היא
לקימה קניין, אגם כן, ייש זק גלג סוקי.



$$f(x) = \frac{x^2 + 16x - 80}{(10 - x^2)^2}$$

המקסימום של $f(x)$ נמצא בנקודה $x = -20$ והמינימום בנקודה $x = 5$.
לפיכך, איננו צריכים לחשב את הנקודות האחרות.

$f(-20) = (-20)^2 + 16 \cdot (-20) - 80 = 25$ (המקסימום)

$f(-1) = (-1)^2 + 16 \cdot (-1) - 80 = -95$ (המינימום)

$f(1) = 1^2 + 16 \cdot 1 - 80 = -63$ (המינימום)

$f(5) = 5^2 + 16 \cdot 5 - 80 = 25$ (המקסימום)

$f(11) = 11^2 + 16 \cdot 11 - 80 = 121$ (המקסימום)

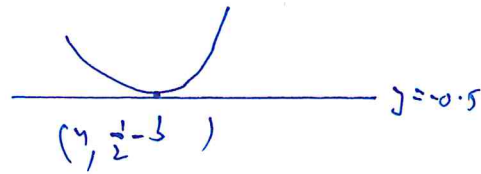


$$\max(-20, \frac{1}{50} - b) \quad \min(4, \frac{1}{2} - b)$$

משקנה:

א) משקנה: נישן $n = -0.5$ משקנה לקוח ויכנין b (אז) יקבעה היגיונות של:

נתיים של n :



דגני משקנה:

$$\frac{1}{2} - b = -0.5$$

$$-b = -1 \quad (:\cdot -1)$$

$$b = 1$$



נניח $x \neq 10$ דמיון והוכיח:

$$f(x) = \frac{x+8}{10x-x^2} - 1$$

ב) נניח $x \neq 10$ ונראה שיש להוכיח: $x \neq 0, x \neq 10$.

הוכחה: $x=10$ או $x=0$ הוכחה להלן, והוכחה להלן:

הוכחה להלן: $x=10, x=0$

נניח כי $x \neq 10$ ונראה שיש להוכיח:

$$f(x) = 0 - 1 = -1$$

הוכחה להלן:
זוהי הוכחה

הוכחה להלן: $f(x) = -1$





$$f(x) = \frac{x+8}{10x-x^2} - 1$$

(2)

ג'ון קניגה גרין, אר בני 0-1 (טאטא גרמיק גרמיק)

$$f(x) = 0 : 0 = \frac{x+8}{10x-x^2} - 1 \quad | \cdot (10x-x^2)$$

$$0 = x+8 - (10x-x^2)$$

$$0 = x+8 - 10x + x^2$$

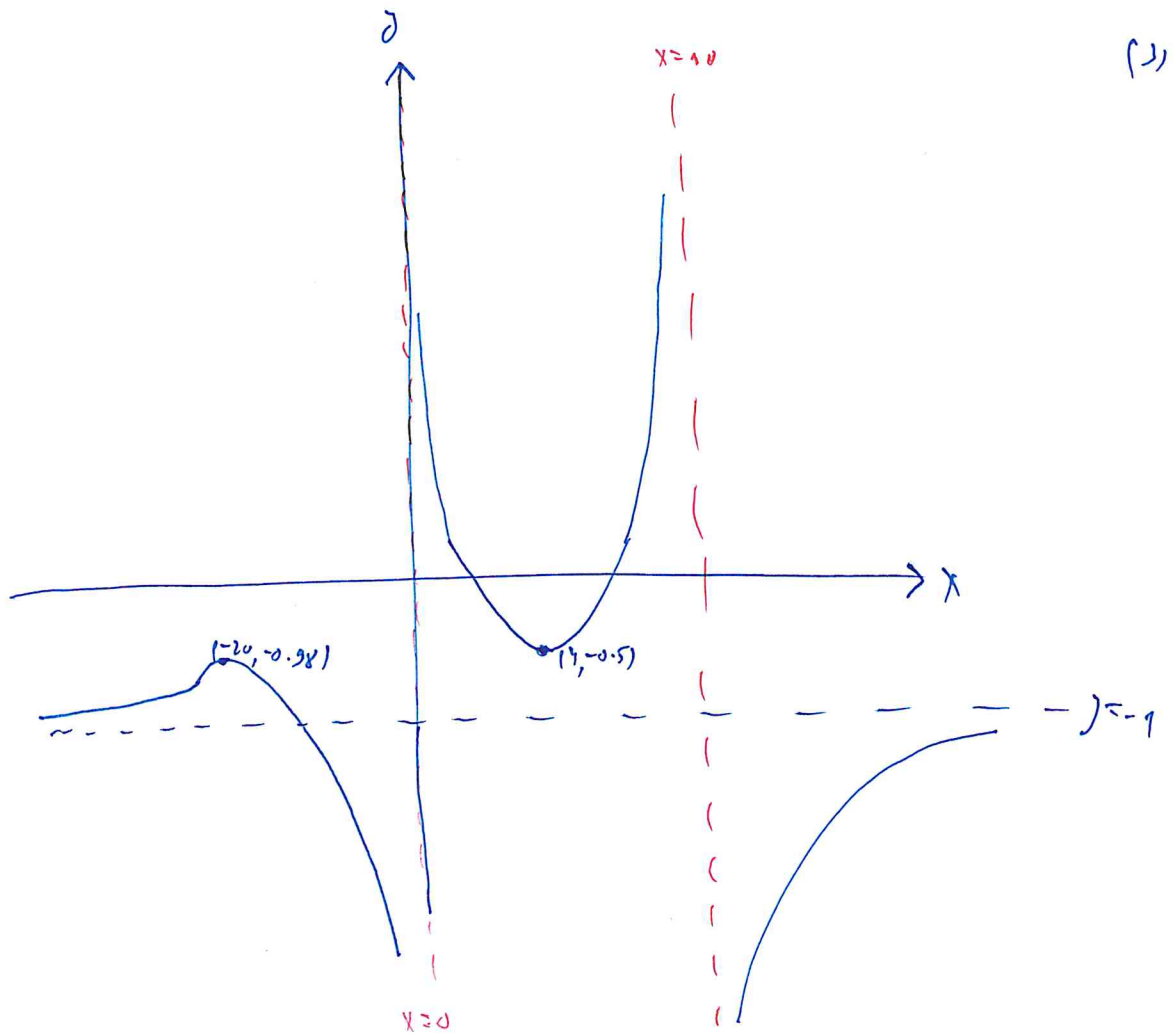
$$0 = x^2 - 9x + 8$$

$$x_1 = 8$$

$$x_2 = 1$$

$$(8, 0), (1, 0)$$





$$\max(-20, \frac{1}{5} - 3)$$

$$: 3 > 1 \text{ ז' } 3$$

$$\max(-20, -0.98)$$

$$\min(4, \frac{1}{2} - 3)$$

$$: 3 > 1 \text{ ז' } 3$$

$$\min(4, -\frac{1}{2})$$



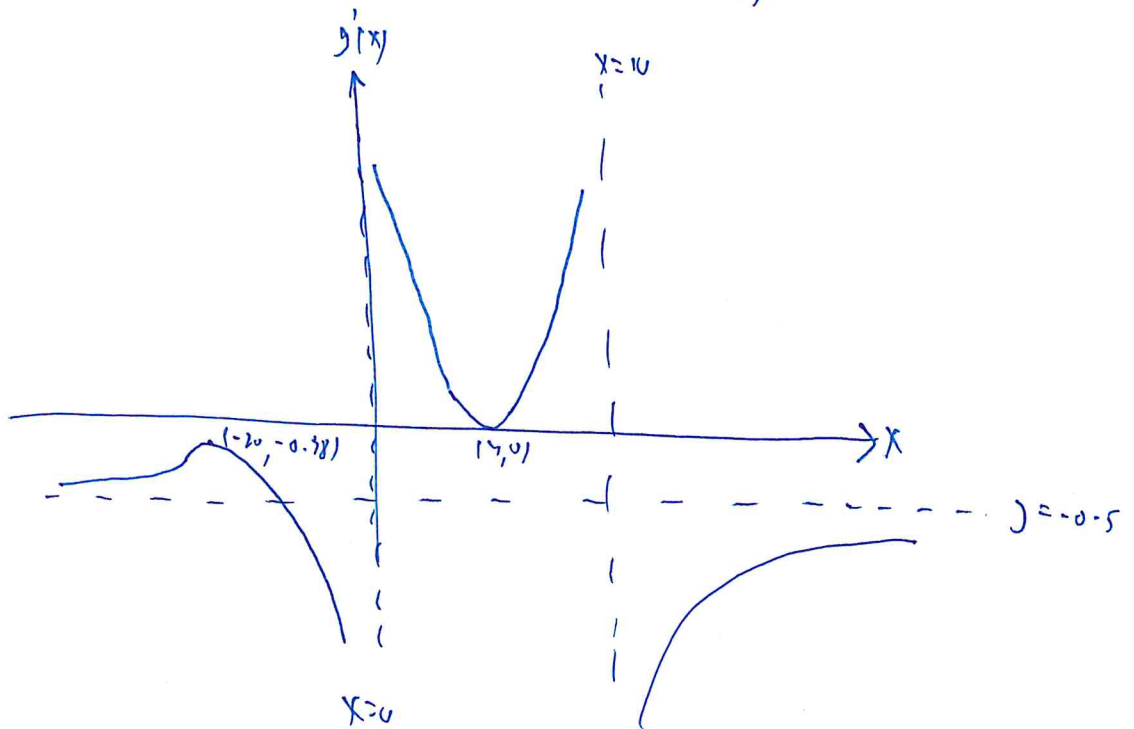
$$f'(x) = f(x) + 0.5$$

תמונה:

תמונה הבקבוק של $f(x)$ נגיב
תמונה הבקבוק של $f'(x)$

ג) עוצף היא, נודע, גשש. של $f'(x)$ 0.5 ותוצג טכני מראה.

עוצף נראה כן:



נימק אנגאט א $f'(x)$ לא המנה אלא $f(x)$ נזר ה- x , ולכן
א $f(x)$ אין נקודת קניין.

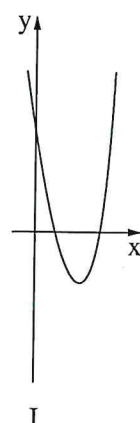
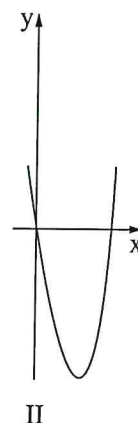
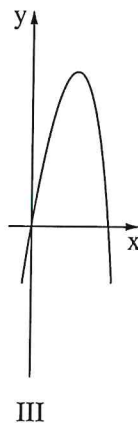
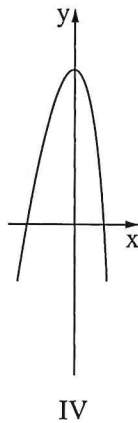
הערות: נקודה $x=4$, $f'(x)$ משקף אזור ה- x , וללא המנה היא נזר ה- x .



7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ה. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי גרף הפונקצייה $a \cdot f'(x)$, שווה ל-224. a הוא פרמטר שלילי.
ו. מצאו את הערך של a .



פתרון

י. יש להגביל את x , והכלי הטוב ביותר (השימוש הנכון) הוא $x \leq 10$.

$$-\frac{1}{2}x + 5 \geq 0$$

$$-\frac{1}{2}x \geq -5 \quad | : (-\frac{1}{2})$$

$$x \leq 10$$

החזר והקצרה: $x \leq 10$





$$f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}$$

(7)

$$x=0 : f(0) = 0^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2} \cdot 0 + 5}$$

$$f(0) = 0$$

$$(0, 0)$$

$$f(x)=0 : 0 = \underbrace{x^2} \cdot \underbrace{\sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}}$$

$$\downarrow \quad \rightarrow \quad \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5} = 0 \quad | \quad ()^2$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$-\frac{1}{2}x + 5 = 0$$

$$-\frac{1}{2}x = -5 \quad (: | -\frac{1}{2})$$

$$x = 10$$

$$(0, 0) ; (10, 0)$$

$$(0, 0) ; (10, 0)$$

שאלה:




22 קיצור קיצון (ניגוד)

קצרו ונציג א-ס.

ניגודו (קוסינוס) הנגזרת נוסף: ארנב שיוט.

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$(\sqrt{f(x)})' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

$$f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x+5}$$

\downarrow \rightarrow
 $2x$ $\frac{-\frac{1}{2}}{2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x+5}} = \frac{-0.5}{2\sqrt{-\frac{1}{2}x+5}}$

$$f'(x) = 2x \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x+5} + x^2 \cdot \frac{(-0.5)}{2\sqrt{-\frac{1}{2}x+5}}$$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x+5}}{1} - \frac{0.5x^2}{2\sqrt{-\frac{1}{2}x+5}}$$

נמצא נקודת המצוי, ארנב של הנגזרת נלקח וחינו.

$$f'(x) = \frac{2x(\sqrt{-\frac{1}{2}x+5})^2 - 0.5x^2}{2\sqrt{-\frac{1}{2}x+5}}$$



$$f'(x) = \frac{4x \left(-\frac{1}{2}x + 5\right) - 0.5x^2}{2\sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}}$$

$$f'(x) = \frac{-2x^2 + 20x - 0.5x^2}{2\sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}}$$

$$f'(x) = \frac{-2.5x^2 + 20x}{2\sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}}$$

$$\frac{-2.5x^2 + 20x}{2\sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}} = 0 \quad | \cdot 2\sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}$$

$$-2.5x^2 + 20x = 0 \quad (: (-2.5))$$

$$x^2 - 8x = 0$$

$$x(x-8) = 0$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \quad \quad \quad \rightarrow \\ x=0 \quad \quad \quad x-8=0 \\ \quad \quad \quad \quad \quad x=8 \end{array}$$



למצוא את טווחי ה- f של הפונקציה

$$f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}$$

$(0,)$

$$f(0) = 0^2 \cdot \sqrt{(-\frac{1}{2}) \cdot 0 + 5}$$

$$f(0) = 0$$

$(0, 0)$

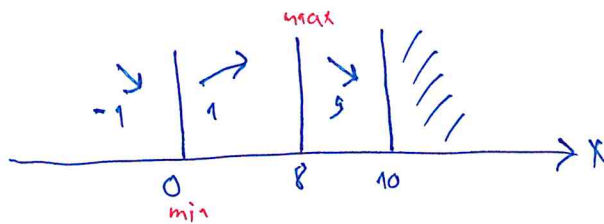
$(8,)$

$$f(8) = 8^2 \cdot \sqrt{(-\frac{1}{2}) \cdot 8 + 5}$$

$$f(8) = 64$$

$(8, 64)$

ניתן לראות שהפונקציה איננה מונוטונית, ולכן יש לבדוק את נקודות הקיצון.
יש גם לבדוק את נקודות הקצה, ואם יש, גם סוגיה.



$$f'(x) = \frac{-2.5x^2 + 20x}{2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}}$$

הנקודה $x=0$ היא נקודת קצה, ולכן יש לבדוק את הנקודה $x=10$ גם.
הנקודה $x=8$ היא נקודת קיצון מקסימום, ולכן יש לבדוק את הנקודה $x=10$ גם.

$$f'(-1) = -2.5(-1)^2 + 20(-1) = -22.5 \text{ (מינימום)}$$

$$f'(1) = -2.5(1)^2 + 20(1) = 17.5 \text{ (מקסימום)}$$

$$f'(9) = -2.5(9)^2 + 20(9) = -22.5 \text{ (מינימום)}$$





קיצור קיצון נתיחה: $\max(8, 64)$, $\min(0, 0)$

קיצור קיצון טדקצב אחז הגקקרב

אחז הגקקרב: $0 \leq x$

$$f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}$$

(10,)

$$f(10) = 10^2 \cdot \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 10 + 5}$$

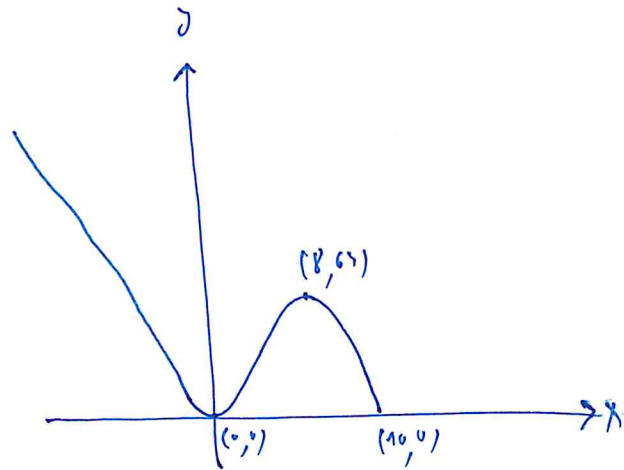
$$f(10) = 0$$

(10, 0)

זו נתיחה טדקצב אחז הגקקרב: $(10, 0)$ נתיחה קיצב

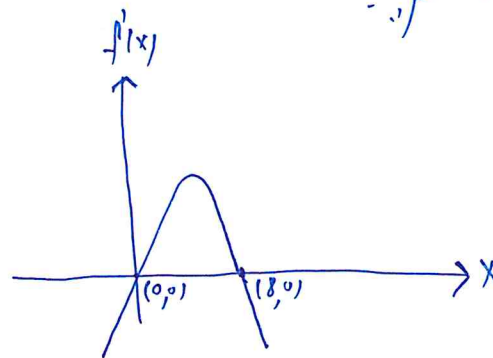
טדקצב: $\min(0, 0)$, $\max(8, 64)$, $(10, 0)$ נתיחה קיצב



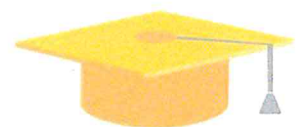


(3)

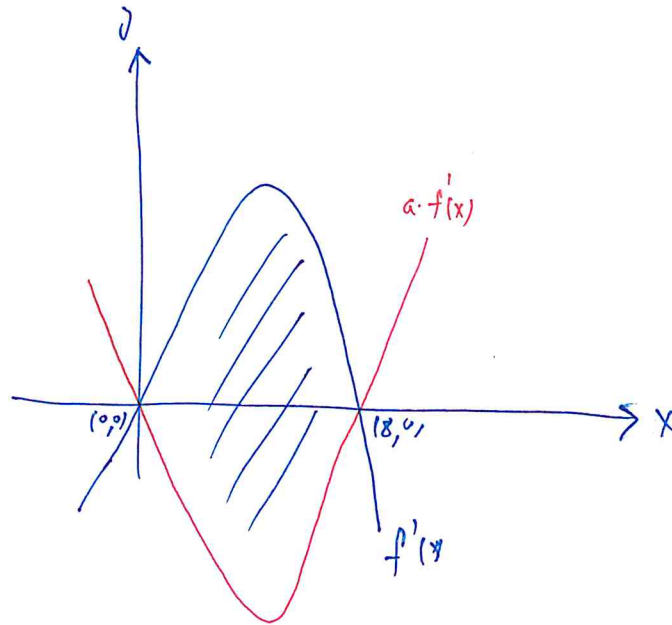
(ג) נמצא גורם השני של המשוואה $x^2 - 16x + 64 = 0$.
 • גורמים של x^2 הוא x , ואילו הגורם של $-16x$ הוא -16 .
 • גורמים של 64 הוא 8 , ואילו הגורם של -64 הוא -8 .
 • גורמים של $x^2 - 16x + 64$ הם $(x - 8)^2$.
 • גורמים של $x^2 - 16x + 64 = 0$ הם $x = 8$.



תשובה: **III**



שאלה: a נמצא ו $\frac{64}{a}$ ו 18 , ו $f'(x)$ היא זמנית/נייטרלית $f'(x)$ ו $f(x)$ ו $f'(x)$ זמנית/נייטרלית $f'(x)$.



פתרון: נראה ו $f'(x)$ ו $f'(x)$ זמנית/נייטרלית $f'(x)$.
 $a = ?$

$$\int_0^{18} (f'(x) - a \cdot f'(x)) dx = [f(x) - a f(x)]_0^{18} =$$

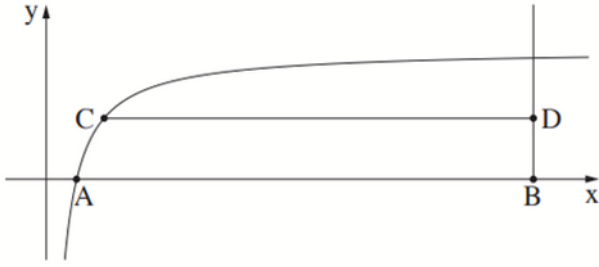
$$= (f(18) - a \cdot f(18)) - (f(0) - a \cdot f(0)) = (64 - 64a) - (0 - 0) = 64 - 64a$$

נניח ש $64 - 64a = 224$
 $-64a = 160$
 $a = -2.5$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = 4 - \frac{3}{x}$,

בתחום $x > 0$.

גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה A.

מן הנקודה B(12, 0) העבירו אנך לציר ה- x .

C היא נקודה כלשהי על גרף הפונקצייה $f(x)$.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C, $0.75 < t < 12$.

מן הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותר את האנך בנקודה D.

א. מצאו את שיעורי הנקודות A, C ו-D.

הביעו את תשובותיכם באמצעות t , אם יש צורך.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C שבעבורה שטח המשולש ACD הוא מקסימלי.

ג. קבעו אם ייתכן ששטח המשולש ACD שווה ל-5. נמקו את קביעתכם.

פתרון:

א. נקודה A - חיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x :
 $4 - \frac{3}{x} = 0$

$$4 - \frac{3}{x} = 0 \rightarrow 4x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$A\left(\frac{3}{4}, 0\right)$$

$$x = t \rightarrow y = 4 - \frac{3}{t}$$

נקודה C:

$$C\left(t, 4 - \frac{3}{t}\right)$$

$$x_D = x_B = 12, y_D = y_C = 4 - \frac{3}{t}$$

נקודה D:

$$D\left(12, 4 - \frac{3}{t}\right)$$



לסיכום:

$$A\left(\frac{3}{4}, 0\right), C\left(t, 4 - \frac{3}{t}\right), D\left(12, 4 - \frac{3}{t}\right)$$

ה. נטה להשוואה A ו- C מתוך
 ע"י נכפול הכסים C ו- D בארה
 שהיא היווה היווה A - v ו- C
 באומה שייער 7 ו- 3 ו- C
 חלקי שתיים:

$$S_{ACD} = \frac{(12-t) \cdot \left(4 - \frac{3}{t}\right)}{2}$$

$$S_{ACD} = \frac{48 - \frac{36}{t} - 4t + 3}{2} \quad , \text{לגזק:}$$

$$S_{ACD} = 25.5 - \frac{18}{t} - 2t$$



גם צורך ונמקא נהס'נום אס'נום:

$$S'_{ACM} = 0 + \frac{18}{t^2} - 2 = \frac{18}{t^2} - 2$$

$$\frac{18}{t^2} - 2 = 0 \rightarrow \frac{18}{t^2} = 2$$

$$2t^2 = 18 \rightarrow t^2 = 9 \quad | \sqrt{\quad}$$

נוק'ים (עונים ינה'ב) $t = 3$

($t = -3$ לא בתחום)

גם צורך פ'ם ט'יה א'ה'א' ש'ו

נ'ז'ר נהס'נום:

$$S''_{ACM} = -\frac{36}{t^3} \rightarrow S''_{ACM}(3) < 0$$

כ'ול'ו ש'ו נ'ז'ר - נהס'נום.



גקיר $t=3$ נדב $C(3,3)$

תשובה: שטח מדסינלי של משולש

$C(3,3)$ יתבאר כואטר

ד. נגדו - לוצא הסטא הדיסטינלי:

$$\sum_{A(n)} (3) = 25.5 - \frac{18}{3} - 2 \cdot 3 = 13.5$$

שטח מינימלי של המשולש שואל

לאפס ולכן: יתכן ששטח המסולש
יהיה 5

