

אלגברה

1. בחנות בדים מוכרים שני סוגי בד: משי וכותנה.
 - המחיר של מטר בד כותנה נמוך ב-14 שקלים מן המחיר של מטר בד משי.
 - מאיה קנתה 12 מטרים של בד כותנה ו-8 מטרים של בד משי.
 - סמנו ב- x את המחיר של מטר בד משי.
- א. הביעו באמצעות x את הסכום הכולל ששילמה מאיה בעבור הבדים שקנתה.
 - עדן קנתה באותה החנות 20 מטרים של בד משי בהנחה של 16% מן המחיר הרגיל.
 - הסכום הכולל ששילמה עדן בעבור בד המשי שקנתה היה שווה לסכום הכולל ששילמה מאיה בעבור הבדים שקנתה.
- ב. מצאו את x .
- ג. עדן תפרה מן הבד שקנתה 13 חולצות באותו גודל.
 - לתפירת חולצה אחת נדרשים 1.2 מטרים בד.
 - כמה אחוזים מן הבד שקנתה עדן נשארו לה לאחר התפירה?

א. x - מחיר מטר בד משי
 $x - 14$ - מחיר מטר בד כותנה
 נרכז אל הנמנים בסקנה

מחיר	כמות	מחיר מטר	סך הכל
x	8	8x	בד משי
$x - 14$	12	$12(x - 14)$	בד כותנה

המתוך הכולל ששילמה מאיה הוא:

$$8x + 12(x - 14) = 8x + 12x - 168 = 20x - 168$$

משוואה: הסכום ששילמה מאיה הוא $20x - 168$



ב. אצן קנתה מסר קב משני קבוצות של 16% מהמחיר
היגיעו שהוא X.

אם נק המחיר ששילמה אצנו מסר אחר של קב
הוא 16% - 100%, כלומר 84% מהלק X,

נקודות:

$$\frac{84}{100} \cdot X = 0.84X$$

מחיר מסר אחר הוא 0.84X, ולכן המחיר של
20 מסר הוא $0.84X \cdot 20$, כלומר $16.8X$

הסכום הכולל ששילמה אצן שווה לסכום הכולל
ששילמה מאיה.

המחיר ששילמה אצן הוא $16.8X$
המחיר ששילמה מאיה עדין סגיי אף הוא $20X - 168$,
ולכן המשוואה היא:

$$16.8X = 20X - 168$$

$$-3.2X = -168 \quad /: -3.2$$

$$X = 52.5$$

משקב: $X = 52.5$



ג. איתפיות חולצה אחת נכרס 1.2 מטרי קב

איתפיות כל חולצות נכרס 1.2 = 13
כלומר 15.6 מטרי קב

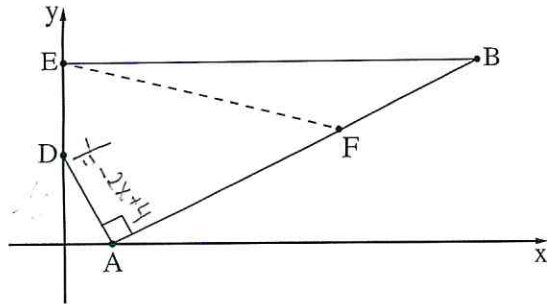
עין קנתה 20 מטרי קב, חבן מספר המסלול
שעליו זה לאתה התפורה הוא 15.6-20, כלומר 4.4 מטרי

נמצא את האחוז שמהווה 4.4 מטרי הקב
שקנתה, כלומר מטרי 20 מטרי
נקבל:

$$\frac{4.4}{20} \cdot 100 = 22\%$$

תשובה: ניתן לעין 22% מן הקב שקנתה





2. במרובע ADEB הקודקוד A נמצא על ציר ה- x .
 הקודקודים D ו- E נמצאים על ציר ה- y , כמתואר בסרטוט.
 הצלע AD מאונכת לצלע AB.
 נתון כי משוואת הישר AD היא $y = -2x + 4$.
 א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו- D.
 ב. מצאו את משוואת הישר AB.
 הצלע BE מקבילה לציר ה- x .
 נתון: E(0, 8).
 ג. מצאו את שיעורי הקודקוד B.
 דרך הקודקוד E העבירו ישר ששיפועו $-\frac{1}{4}$, החותך את הצלע AB בנקודה F (הישר המקווקו בסרטוט).
 ד. (1) מצאו את משוואת הישר EF.
 (2) מצאו את שיעורי הנקודה F.
 ה. חשבו את שטח המשולש EBF.

א. הנקודה A נמצאת על ציר ה- x , ולכן שיעור ה- y שלה הוא 0. נציב $y=0$ במשוואת AD

$$y = -2x + 4$$

$$0 = -2x + 4$$

$$2x = 4 \quad /:2$$

$$x = 2$$

A(2, 0)

הנקודה D נמצאת על ציר ה- y , ולכן שיעור ה- x הוא 0. נציב $x=0$ במשוואת AD ונקבל:

$$y = -2 \cdot 0 + 4$$

$$y = 4$$

D(0, 4)



תשובה! $D(0,4)$, $A(2,0)$

הי. הצלח AD מאונקת בצלג AB ונסק הטייח
של AB הוא הנוסח והלגי לטייח של AD.

$$m_{AD} = -2$$

$$m_{AB} = \frac{1}{2}$$

נמצא את משוואת AB ע"פ הטייח $m = \frac{1}{2}$ והנקודה $A(2,0)$

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

תשובה! משוואת AB היא $y = \frac{1}{2}x - 1$

ה. BE נקבת לציר ה-x ונסק:

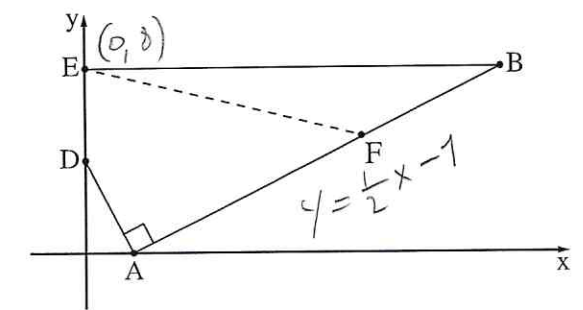
$$y(B) = y(E) = 8$$

נציב $y = 8$ במשוואת

AB שמצאנו בסעיף ב.

$$\frac{1}{2}x - 1 = 8 \quad \text{נקבת!}$$

$$\frac{1}{2}x = 9 \quad /: \frac{1}{2}$$





$$x = 18$$

$$B(18, 8)$$

תשובה: שיעור הנקודה B היא $(18, 8)$.

3 (1) השיעור של EF הוא $-\frac{1}{4}$.
נמצא את משוואת EF בזכות הטובה $m = -\frac{1}{4}$.
הנקודה $E(0, 8)$.

$$y - 8 = -\frac{1}{4}(x - 0)$$

$$y - 8 = -\frac{1}{4}x$$

$$y = -\frac{1}{4}x + 8$$

נקודה:

תשובה: משוואת EF היא $y = -\frac{1}{4}x + 8$

(2) הנקודה F היא נקודה אמצע בין הנקודות AB-1 EF.

נניח את אמצע המשוואה של הנקודות הן:

$$AB: y = \frac{1}{2}x - 1$$

$$EF: y = -\frac{1}{4}x + 8$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 1 \\ y = -\frac{1}{4}x + 8 \end{cases}$$





$$\frac{1}{2}x - 1 = -\frac{1}{4}x + 8$$

$$\frac{3}{4}x = 9 \quad /: \frac{3}{4}$$

$$x = 12$$

נציב $x=12$ באחד המשוואות:

$$y = \frac{1}{2} \cdot 12 - 1 = 5$$

הנקודה F היא $(12, 5)$

תשובה: שטח הנקודה F היא $(12, 5)$

כ. נניח שאם הנקודה F נמצאת על BC, נסמן $FB = x$ ו- $FC = y$.
אם נקודת המפגש קיימת,

$$S_{\triangle EBF} = \frac{BE \cdot FC}{2}$$

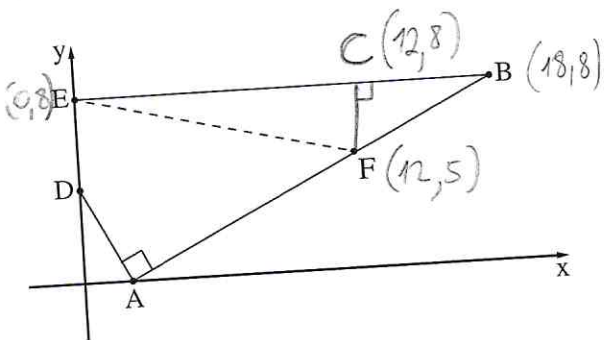
$$BE = x(B) - x(E) = 18 - 0 = 18$$

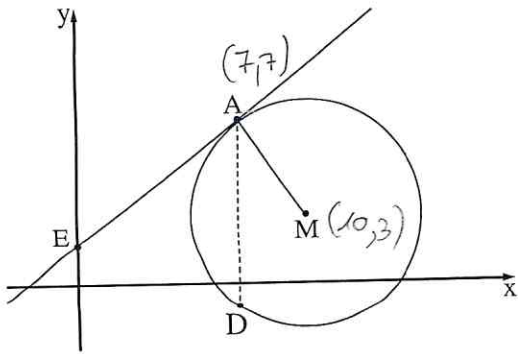
$$y(C) = y(E) = 8$$

$$FC = y(C) - y(F) = 8 - 5 = 3$$

$$S_{\triangle EBF} = \frac{18 \cdot 3}{2} = 27$$

תשובה: שטח משולש EBF הוא 27





3. בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו $M(10, 3)$. הנקודה A נמצאת על המעגל.

נתון: $A(7, 7)$.

- א. (1) מצאו את האורך של רדיוס המעגל.
- (2) מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה D נמצאת על המעגל, כך ש- AD מקביל לציר ה- y .

- ב. מצאו את שיעורי הנקודה D .

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל החותך את ציר ה- y בנקודה E .

- ג. (1) מצאו את שיפוע הישר AM .
- (2) מצאו את משוואת המשיק.
- ד. מצאו את היקף המשולש EAD .

1. א. (1) נמצא את רדיוס המעגל AM הנמצא בנקודה $A(7,7)$ ו- $M(10,3)$.

נמצא קוטר המעגל:

$$d = \sqrt{(10-7)^2 + (3-7)^2}$$

$(10,3)$

$(7,7)$

$$d = \sqrt{25} = 5$$

תשובה: רדיוס המעגל הוא 5

(2) נמצא את משוואת המעגל עם איברי המעגל $(10,3)$ ו- $R=5$ או (1)

נקבל:

$$(x-10)^2 + (y-3)^2 = 5^2$$

$$(x-10)^2 + (y-3)^2 = 25$$



תשובה: מטולא המעגל היא $(x-10)^2 + (y-3)^2 = 25$

ג. AD מקביל לציר ה-x ונק'!

$$x(D) - x(A) = 7$$

נציב $x=7$ במטולא המעגל ונמצא את שיעור ה-y.

$$(7-10)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$9 + (y-3)^2 = 25$$

$$(y-3)^2 = 16$$

$$y-3 = \pm \sqrt{16}$$

$$y-3 = \pm 4$$

$$y-3 = 4$$

$$y = 7$$

$$y-3 = -4$$

$$y = -1$$

הנקודה D נמצאת בנמצא הנמצא, וזמן שיעור ה-y שזוהי.
אם נק' שיעורי הנקודה D הם $(7, -1)$

תשובה: $D(7, -1)$

ע (4) נמצא את שיפוע AM בעזרת הנקודות
 $A(7, 7)$
 $M(10, 3)$



$$m_{AM} = \frac{7-3}{7-10} = \frac{4}{-3} = -1\frac{1}{3}$$

הטובה: השינוי של AM הוא $\frac{4}{-3} = -1\frac{1}{3}$

(2) המשיך מאורך הרדיוס בעקבות ההטקה ואכן שינוי של המשיך הוא הגבוי אנכי לשינוי של AM. אם כן שינוי המשיך הוא $\frac{3}{4}$.

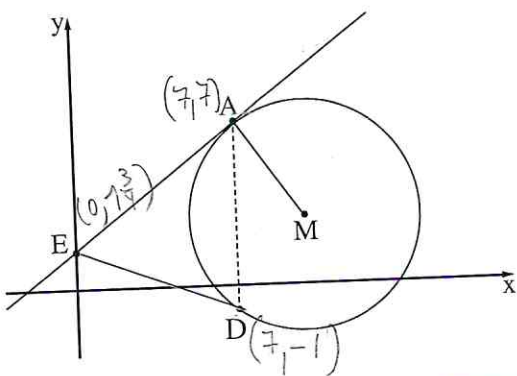
נמצא את משוואת המשיך הזכיר הטוב $m = \frac{3}{4}$ והנקודה $A(7,7)$.

$$y - 7 = \frac{3}{4}(x - 7)$$

$$y - 7 = \frac{3}{4}x - 5\frac{1}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}x + 1\frac{3}{4}$$

הטובה: משוואת המשיך הוא $y = \frac{3}{4}x + 1\frac{3}{4}$



3. נמצא את האורך של כו את מרכז המעגל.

נמצא תחלה את שינוי הנקודה E.

E הוא נקודת החיתוך של המשיך עם ציר ה-y.





נמצא $x=0$ הנטות הנש"ק
 $y = \frac{3}{4}x + 1\frac{3}{4}$

$$y = \frac{3}{4} \cdot 0 + 1\frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$$

נקודת הנקודה $E(0, 1\frac{3}{4})$

נמצא את אורך היתר הנש"ק הנש"ק

$$d_{AE} = \sqrt{(7-0)^2 + (7-1\frac{3}{4})^2} = \sqrt{76.5625} = 8.75$$

$(7, 7)$
 $(0, 1\frac{3}{4})$

$$d_{ED} = \sqrt{(7-0)^2 + (-1-1\frac{3}{4})^2} = \sqrt{56.5625} = 7.52$$

$(7, -1)$
 $(0, 1\frac{3}{4})$

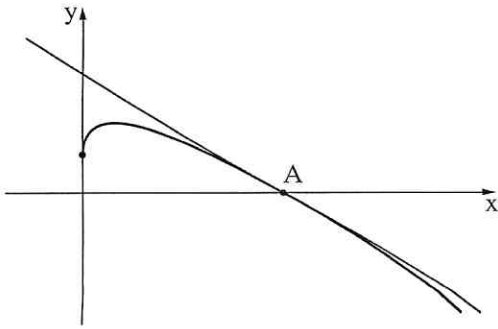
$$d_{AD} = y_A - y_D = 7 - (-1) = 8$$

היתר הנש"ק = $8.75 + 7.52 + 8 = 24.27$

משך היתר הנש"ק הוא 24.27



חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי



4. לפניכם סרטוט של גרף הפונקצייה $f(x) = 4\sqrt{x} - x + 5$.
- רשמו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .
 - מצאו את שיעורי נקודת המקסימום של הפונקצייה $f(x)$.
- הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. (1) מבין שלוש האפשרויות שלפניכם, מה הם שיעורי הנקודה A? נמקו את תשובתכם.
- (25, 0) (4, 0) (9, 0)
- (2) מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה A.

א. $x \geq 0$

ב. נקודת החיתוך עם ציר ה- y שגובה ה- x הוא 0.

ג. נציב $x=0$ בפונקציה ונקבל את y .

$$f(0) = 4\sqrt{0} - 0 + 5 = 5$$

הנקודה היא $(0, 5)$

ד. נגזיר את הפונקציה ונשווה את הנגזרת ל-0.

$$f(x) = 4\sqrt{x} - x + 5$$

$$f'(x) = \frac{4}{2\sqrt{x}} - 1 = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1$$

$$\frac{2}{\sqrt{x}} - 1 = 0$$




$$\frac{2}{\sqrt{x}} = 1 \quad / \cdot \sqrt{x}$$

$$2 = \sqrt{x}$$

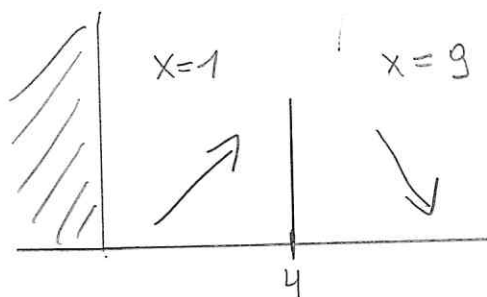
$$2^2 = (\sqrt{x})^2$$

$$4 = x$$

נבדוק $x=4$ קבוצת פתרון ונמצא את y .

$$f(4) = 4\sqrt{4} - 4 + 5 = 9$$

נראה שהנקודה היא נקודת מקסימום
לפיכך קבוצת הפתרון היא $x=4$.



$$f'(1) = \frac{2}{\sqrt{1}} - 1 = 1$$

המסלול חיובי ולכן
הפונקציה עולה

$$f'(9) = \frac{2}{\sqrt{9}} - 1 = -\frac{1}{3}$$

המסלול שלילי ולכן
הפונקציה יורדת

שיעורי נקודת המקסימום $(4, 9)$

תשובה: נקודת המקסימום היא $(4, 9)$





3 (1) הנקודה החיתוך עם ציר ה- x היא $y=0$.
נציב $y=0$ במשוואה ונקבל:

$$4\sqrt{x} - x + 5 = 0$$

נקציב את הנקודה $(9,0)$.

נציב $x=9$

נקבל:

$$4\sqrt{9} - 9 + 5 = 8$$

שיעור ה- y הוא 8, ולכן כל אינה נקודה A .
נציב $x=4$

$$4\sqrt{4} - 4 + 5 = 9$$

שיעור ה- y הוא 9, ולכן כל אינה הנקודה A .

נציב $x=25$

$$4\sqrt{25} - 25 + 5 = 0$$

שיעור ה- y הוא 0, ולכן $(25,0)$ היא הנקודה A .

תשובה: שיעורי הנקודה A הם $(25,0)$





(2) חזינו למצוא את טווח המטות בקבוצה $A(25,0)$.
 למצוא את טווח המטות בקבוצה $x=25$.
 נציג $x=25$ בקבוצת ונקות את הטיבות.

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1$$

$$f'(25) = \frac{2}{\sqrt{25}} - 1 = \frac{2}{5} - 1 = -\frac{3}{5}$$

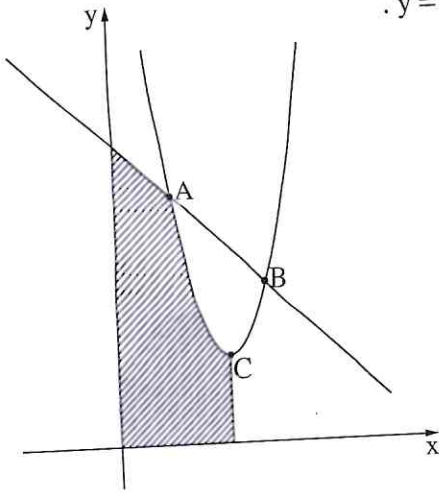
למצוא את משוואת המטות בקבוצת הטיבות
 $A(25,0)$ והנקודה $m = -\frac{3}{5}$

$$y - 0 = -\frac{3}{5}(x - 25)$$

$$y = -\frac{3}{5}x + 15$$

תשובה: משוואת המטות היא $y = -\frac{3}{5}x + 15$





5. לפניכם סרטוט של גרף הפונקצייה $f(x) = x^2 - 12x + 41$ ושל הישר $y = -x + 17$.

הנקודה C היא נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$.

הפונקצייה $f(x)$ והישר נחתכים בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט.

א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C.

ג. מן הנקודה C הורידו אנך לציר ה-x.

ד. מצאו את השטח המקוקו שבסרטוט:

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר,

על ידי האנך, על ידי ציר ה-x ועל ידי ציר ה-y.

א. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.
נרשמו למטה המשוואות

$$\begin{cases} y = x^2 - 12x + 41 \\ y = -x + 17 \end{cases}$$

$$x^2 - 12x + 41 = -x + 17$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 24}}{2} = \frac{11 \pm 5}{2} = \begin{cases} 8 \\ 3 \end{cases}$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 8$$

A נמצאת בנקודה A ו-B נמצאת בנקודה B וכן
 $x_A = 3$ $x_B = 8$





נצמד את הנקודות במשוואת הישר ונקרא את שיונו ה-y.

$$x=3$$

$$y = -3 + 17 = 14$$

$$x=8$$

$$y = -8 + 7 = 9$$

A(3, 14)

B(8, 9)

B(8, 9)	A(3, 14)	תמונה:
---------	----------	--------

הנקודה c היא נקודת הקיצון של $f(x)$.
נמצא את הנקודה ונטוה את הנגזרת ל-0.
(בהנחה: אפטר ע פ חמבוא נקודת קיצון של פרבולה)

$$f(x) = x^2 - 12x + 41$$

$$f'(x) = 2x - 12$$

$$2x - 12 = 0$$

$$2x = 12 \quad /:2$$

$$x = 6$$

נצמד $x=6$ במשוואת הפרבולה ונמצא את y

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.

אל תתפשר עליה.





$$f(6) = 6^2 - 12 \cdot 6 + 41 = 5$$

נקודה $c(6,5)$

תשובה: שיעורי הנקודה c הם $(6,5)$.

ג. מצא את הנטה בטען תחילתו, נכונות אורך $A - M$ בצבנ x ונסמן את הנטות S_1 ו- S_2

$S_2 - S_1$

טען S_1

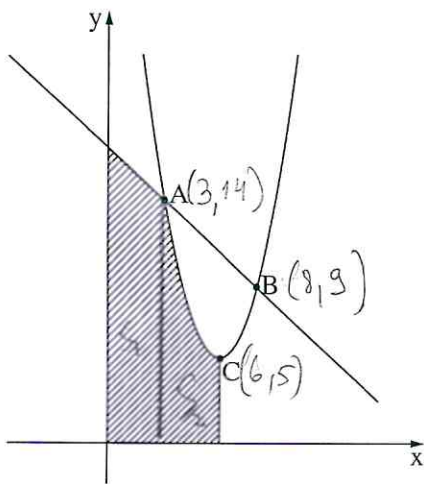
$$\int_0^3$$

הפרט הפונקציה

הפרט הפונקציה

$$(-x + 17) - (0) = -x + 17$$

חוטף הטען



$$\int_0^3 (-x + 17) dx = -\frac{x^2}{2} + 17x \Big|_0^3 =$$

$$\left(-\frac{3^2}{2} + 17 \cdot 3\right) - (0) = 46.5$$




 $\xi =$

$$\int_3^6 \frac{\sum_2 \text{ט"ח}}{\text{אקז'וה האונקט'אה}}$$

הפנט הפונקצ'וה

$$(x^2 - 12x + 41) - (0) = x^2 - 12x + 41$$

חוטף הט"ח

$$\int_3^6 (x^2 - 12x + 41) dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{12x^2}{2} + 41x \right]_3^6 =$$

$$\left(\frac{6^3}{3} - \frac{12 \cdot 6^2}{2} + 41 \cdot 6 \right) - \left(\frac{3^3}{3} - \frac{12 \cdot 3^2}{2} + 41 \cdot 3 \right) =$$

$$102 - 78 = 24$$

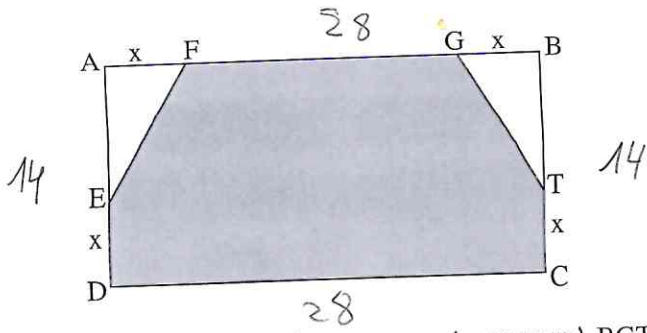
$$\sum_1 + \sum_2 = 46.5 + 24 = 70.5$$

הט"ח: הט"ח הוא 70.5

כמידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
 אל תתפשר עליה.





6. במלבן ABCD, הנקודה E נמצאת על הצלע AD, הנקודה T נמצאת על הצלע BC, והנקודות F ו-G נמצאות על הצלע AB, כמתואר בסרטוט.
נתון: $AD = 14$, $AB = 28$,
 $DE = AF = GB = TC = x$

- א. הביעו באמצעות x את הסכום של שטחי המשולשים AFE ו-BGT (השטחים הלבנים שבסרטוט).
ב. מצאו מה צריך להיות הערך של x , שבעבורו שטח המצולע DEFGTC (השטח האפור שבסרטוט) יהיה מינימלי.

א. $AF = x$
 $AD = 14$
 $AE = 14 - x$

$$S_{\Delta AFE} = \frac{x \cdot (14 - x)}{2}$$

שני השטחים שווים קטנים וזוהי
סכום השטחים הוא!

$$\frac{x(14-x)}{2} \cdot 2 = 14x - x^2$$

משקלה: סכום השטחים הוא $14x - x^2$

נניח את השטח המקורי הנצטרף חיסור
שטחים.

נחסר את סכום שטחי המשולשים
משטח המלבן





$$\sum_{\text{סדר}} \text{DEFGTC} = \text{סדר המקב} - \text{סדר המסולס} \\ \text{ABCDEF} - \text{AFE} + \text{GBT}$$

סדר המקב ABCD הוא $28 \cdot 14$ כלומר 392
 סדר המסולס אפי סעיף א' הוא $14x - x^2$
 סדר המצולס הוא:

$$392 - (14x - x^2) = 392 - 14x + x^2$$

עדיין חמטא אר x מקבלת סדר המצולס
 הוא מינימלי.

לפני אר הפוק ציה המתאימת אר סדר המצולס
 ונשווה אר הנלצית ל-0.

$$f(x) = 392 - 14x + x^2$$

$$f'(x) = -14 + 2x$$

$$-14 + 2x = 0$$

$$2x = 14$$

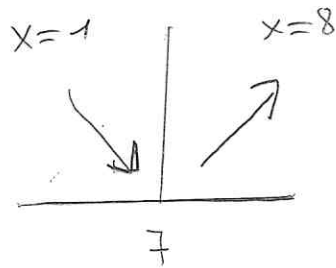
$$x = 7$$

/2





לראות שהנקודה היא נקודת מינימום.
לעצמי בשבילת עליה / ירידה.



לצדק הנגזרת זיט x קטני ונגדו $n-7$.

$$f'(x) = -14 + 2x$$

הפונקציה יורדת $f'(1) = -14 + 2 \cdot 1 = -12$

הפונקציה עולה $f'(8) = -14 + 2 \cdot 8 = 2$

עקב $x=7$ קטלנו נקודת מינימום
אם נכ העינק ש x הוא 7.

תשובה: עקב $x=7$ שם המפוג הוא מינימלי.

