

פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשפ"ד , 2024 , מועד א', שאלון: 35372

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה

א. משוואת הישר AD היא $y = -2x + 4$.

הקודקוד D נמצא על ציר ה- y ולכן $x_D = 0$, ועל הישר $y = -2x + 4$ ו- $D(0, 4)$.

הקודקוד A נמצא על ציר ה- x , ולכן $y_A = 0$.

$$0 = -2x + 4$$

$$2x = 4 \quad /:2$$

$$x = 2 \rightarrow \boxed{A(2, 0)}$$

תשובה: $D(0, 4)$, $A(2, 0)$.

ב. נתון כי הצלע AD מאונכת לצלע AB, כאשר $m_{AD} = -2$.

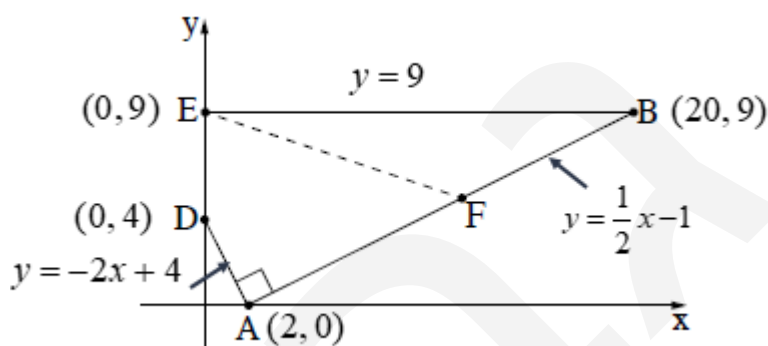
$$(שיפוע הופכי לנגדי), m_{AD} \cdot m_{AB} = -1 \rightarrow m_{AB} = +\frac{1}{2}$$

נמצא את משוואת הצלע AB, על-פי $m_{AB} = \frac{1}{2}$ ו- $A(2, 0)$.

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2}x - 1}$$

תשובה: משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{2}x - 1$.



ג. הצלע BE מקביל לציר ה- x , לכן $y_B = y_E = 9$ (משוואת הצלע BE היא $y = 9$).

נציב $y = 9$ במשוואת הישר $y = \frac{1}{2}x - 1$.

$$9 = \frac{1}{2}x - 1$$

$$10 = \frac{1}{2}x \quad /: (\frac{1}{2})$$

$$x = 20 \rightarrow \boxed{B(20, 9)}$$

תשובה: $B(20, 9)$.

ד. נתון כי $m_{EF} = -\frac{1}{3}$.

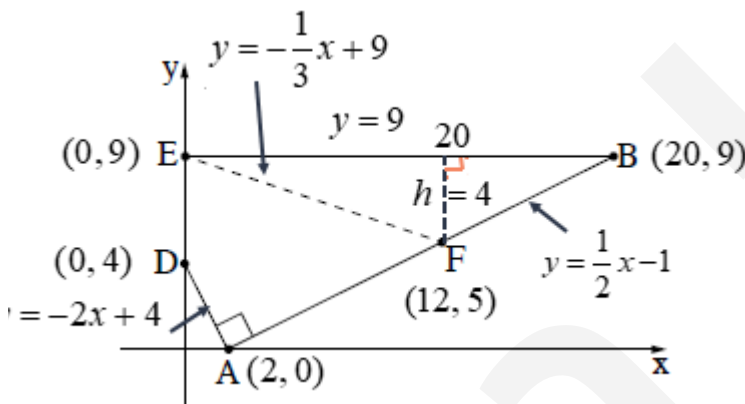
(1) נמצא את משוואת הישר EF, על-פי $m_{EF} = -\frac{1}{3}$ ו- $E(0, 9)$.

$$y - 9 = -\frac{1}{3}(x - 0)$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{3}x + 9}$$

תשובה: משוואת הישר EF היא $y = -\frac{1}{3}x + 9$.

(2) הנקודה F היא נקודת החיתוך בין AB ל- EF.



$$F \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 1 \\ y = -\frac{1}{3}x + 9 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}x - 1 = -\frac{1}{3}x + 9$$

$$\frac{5}{6}x = 10 \quad /: \left(\frac{5}{6}\right)$$

$$x = 12$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 12 - 1 = 5 \quad \left. \vphantom{y = \frac{1}{2} \cdot 12 - 1 = 5} \right\} \boxed{F(12, 5)}$$

תשובה: $F(12, 5)$.

ה. נחשב את שטח המשולש EBF.

לצלע EB, המקבילה לציר ה- x יש גובה המאונך לציר ה- x .

$$EB = x_B - x_E = 20 - 0 = 20$$

$$h = 9 - 5 = 4$$

$$S_{\triangle EBF} = \frac{BD \cdot h}{2} = \frac{20 \cdot 4}{2}$$

$$\boxed{S_{\triangle EBF} = 40}$$

תשובה: שטח המשולש EBF הוא 40.

**התחום האפור מתקבל ממערכת אי-שוויונים של מפעל,
שאיזור x סוכריות ו- y מסטיקים בדקה.**

א. נסמן ב- x את מספר הסוכריות שהמפעל מייצר בדקה,

וב- y את מספר המסטיקים שהמפעל מייצר בדקה.

משוואת הישר BC היא $y = x + 4$, ולכן $B(0, 4)$.

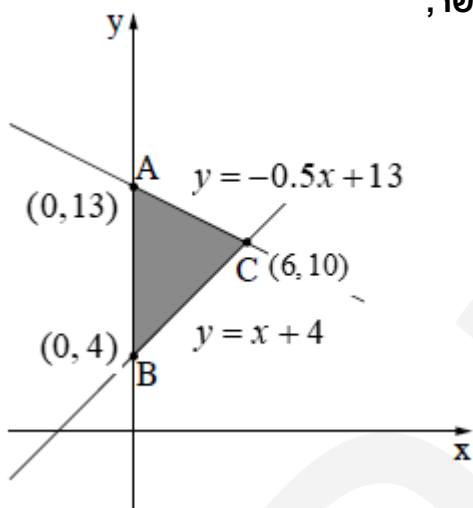
הנקודה $(0, 0)$ נמצאת מתחת לישר, כאשר השטח האפור הוא מעל לישר,

ולכן האילוח המתאים הוא $y \geq x + 4$.

משוואת הישר AC היא $y = -0.5x + 13$, ולכן $A(0, 13)$.

הנקודה $(0, 0)$ נמצאת מתחת לישר, כאשר השטח האפור הוא מתחת לישר,

ולכן האילוח המתאים הוא $y \leq -0.5x + 13$.



$x, y \geq 0$ כמובן, ובהתאם ניתן לרשום את מערכת האילוחים המתאימה

$$\begin{cases} y \geq x + 4 \\ y \leq -0.5x + 13 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

תשובה: מערכת האילוחים I מתאימה לבעיה זו.

ב. על כל סוכריה המפעל מרוויח 2 שקלים, ועל כל מסטיק הוא מרוויח שקל אחד.

(1) תשובה: פונקציית המטרה היא $f(x, y) = 2x + y$.

(2) נבנה טבלה שתסייע במענה לשאלה – מתי הרווח יהיה מקסימלי (הגבוה ביותר).

נמצא את שיעורי הנקודה C.

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ y = -0.5x + 13 \end{cases}$$

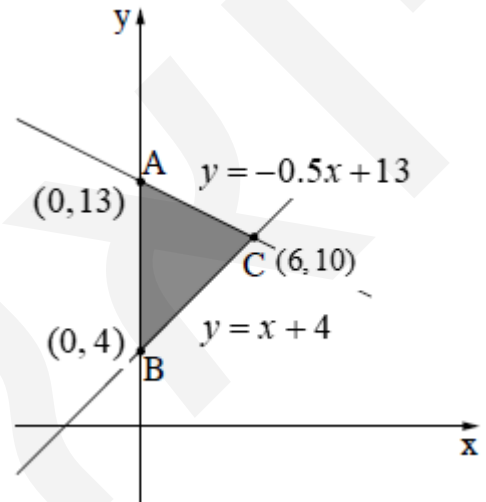
$$x + 4 = -0.5x + 13$$

$$1.5x = 9 \quad /: 1.5$$

$$x = 6$$

$$y = 6 + 4 = 10 \rightarrow \boxed{C(6, 10)}$$

	$f(x, y) = 2x + y$
A(0, 13)	$f(0, 13) = 2 \cdot 0 + 13 = 13$
B(0, 4)	$f(0, 4) = 2 \cdot 0 + 4 = 4$
C(6, 10)	$f(6, 10) = 2 \cdot 6 + 10 = 22$



הערך המקסימלי של פונקציית המטרה הוא 22 שקלים.
תשובה: המפעל צריך לייצר 6 סוכריות ו- 10 מסטיקים בדקה, כדי שהרווח שלו יהיה מקסימלי.

- ד. נבדוק האם אפשרי שהמפעל מייצר 5 סוכריות ו- 5 מסטיקים בדקה .
האילוץ הראשון הוא $y \geq x + 4$, ולכן לא ייתכן ש- $y = x = 5$.
תשובה: לא ייתכן שהמפעל מייצר 5 סוכריות ו- 5 מסטיקים בדקה .

שטחי דירות בעיר מסוימת מתפלגים נורמלית
לפנינו גרף ההתפלגות הנורמלית
ועליו נתונים על שטחי דירות במטרים רבועים (מ"ר).

א. הפרש בין כל שנת לשנת בגרף של התפלגות נורמלית הוא $\frac{1}{2}$ סטיית תקן.

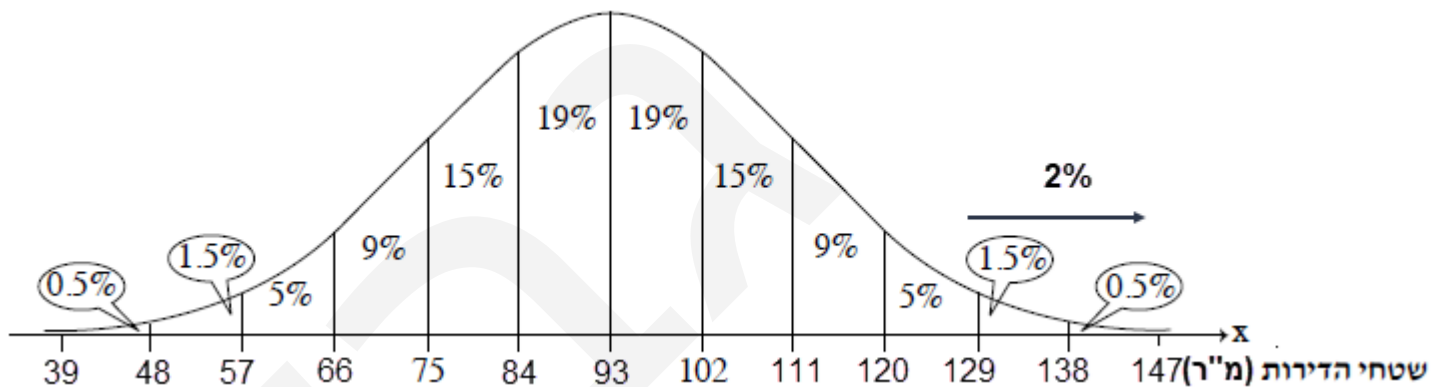
לכן, המרחק בין דירה בשטח של 102 מ"ר לדירה בשטח של 75 מ"ר הוא של 1.5 סטיות תקן = $3 \cdot \frac{1}{2}$.

ומכאן שסטיית תקן אחת היא 18 מ"ר = $1.5 : 27$, וחצי סטיית תקן הוא 9 מ"ר = $2 : 18$.

הממוצע קטן בחצי סטיית תקן מדירה בשטח של 102 מ"ר, ולכן הוא 93 מ"ר = $102 - 9$.

תשובה: סטיית התקן היא 18 מ"ר = s , וממוצע שטחי הדירות הוא 93 מ"ר = \bar{x} .

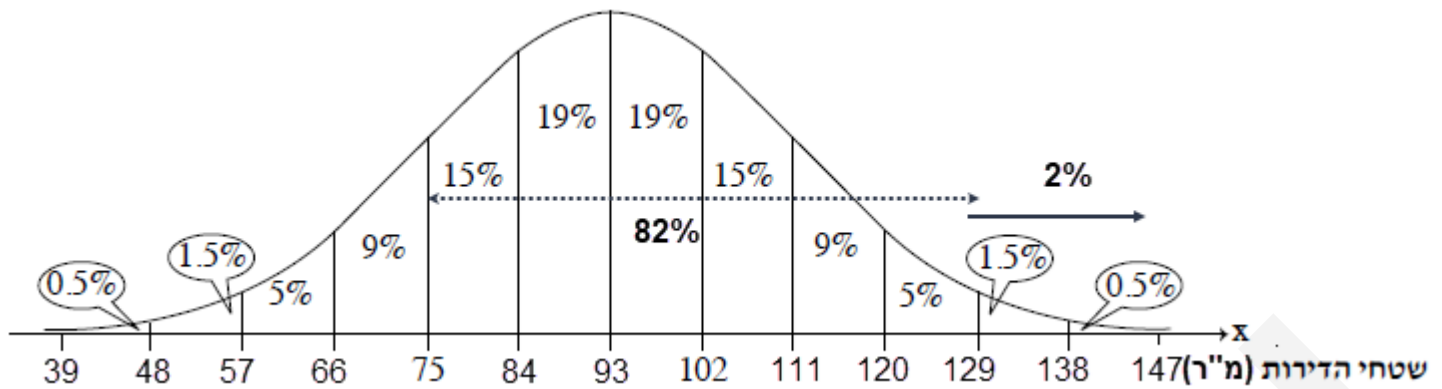
ב. נשלים את שטחי הדירות על הציר האופקי, על פי חצי סטיית תקן שהוא 9 מ"ר.



נחשב את האחוז המצטבר של הדירות ששטחן גדול מ- 129 מ"ר: $0.5\% + 1.5\% = 2\%$.

לכן, אחוז הדירות ששטחן קטן מ- 129 מ"ר הוא: $100\% - 2\% = 98\%$.

תשובה: שטח של 98% מהדירות גדול מ- 129 מ"ר.



ג. בעיר זו יש 26,000 דירות .

נחשב את האחוז המצטבר של השירות ששטחן גדול מ-75 מ"ר וקטן מ-129 מ"ר.

$$. \quad 15\% + 19\% + 19\% + 15\% + 9\% + 5\% = 82\%$$

אם נכפול את ההסתברות ($82\% = \frac{82}{100} = 0.82$) במספר הדירות ($n = 26,000$)

$$. \quad 0.82 \cdot 26,000 = 21,320 \quad \text{נמצא את מספר הדירות המתאים:}$$

פתרון חלופי: אחוז אחד מ-26,000 דירות הוא 260 דירות = $26,000 : 100$.

$$. \quad 82\% \cdot 260 = 21,320 \quad \text{הם 82\% דירות}$$

תשובה: על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, ל-21,320 דירות בעיר זו יש מקום חניה אחד.

ד. נשתמש בנוסחה למציאת ציון תקן: $z = \frac{x - \bar{x}}{s}$

נמצא את שטח הדירה עם ציון תקן 2.4 :

$$2.4 = \frac{x - 93}{18} \quad / \cdot 18$$

$$43.2 = x - 93$$

$$\boxed{x = 136.2}$$

דירה עם שטח של 136.2 מ"ר היא ללא מקום חניה אחד (אולי שניים...).

פתרון חלופי: דירה בשטח של 129 מ"ר נמצאת במרחק של 2 סטיות תקן מהמוצע,

כלומר עם ציון תקן 2, ולכן דירה עם ציון תקן של 2.4 היא כבר בשטח שגדול מ-129 מ"ר.

תשובה: לדירה בעיר זו, שציון התקן שלה הוא 2.4, אין מקום חניה אחד.

נדב זרק אבן כלפי מעלה.

$$y = -5x^2 + 16x + 2 \quad \text{הפונקציה הריבועית}$$

מתארת במטרים את הגובה של האבן מעל הקרקע (ציר ה- y)

כפונקציה של הזמן בשניות (ציר ה- x)

א. נתונה הפרבולה $y = -5x^2 + 16x + 2$.

גובה האבן ברגע הזריקה, מסומן בנקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- y .

בנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y מתקיים $x = 0$, נקבל $y = 2$.

תשובה: גובה האבן מעל הקרקע ברגע הזריקה הוא 2 מטר.

ב. שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה, $y = -5x^2 + 16x + 2$, מתקבל על ידי הנוסחה $x = -\frac{b}{2a}$.

לכן, $x_{\text{KODKOD}} = \frac{-16}{2 \cdot (-5)} = \frac{-16}{-10} = 1.6$, משמע לאחר 1.6 שניות האבן מגיעה לגובה המקסימלי.

משמע, $y_{\text{KODKOD}} = -5 \cdot 1.6^2 + 16 \cdot 1.6 + 2 = 14.8$ מטרים.

תשובה: לאחר 1.6 שניות האבן מגיעה לגובה המקסימלי של 14.8 מטרים.

ג. גובה של 14 מטרים משמעו $y = 14$.

נציב $y = 14$ במשוואת הפרבולה.

$$14 = -5x^2 + 16x + 2$$

$$0 = -5x^2 + 16x - 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-12)}}{2 \cdot (-5)} = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm 4}{-10}$$

$$x_1 = \frac{-16 + 4}{-10} = \frac{-12}{-10} = 1.2$$

$$x_2 = \frac{-16 - 4}{-10} = \frac{-20}{-10} = 2$$

תשובה: לאחר 1.2 שניות, וגם לאחר 2 שניות, היה גובה האבן 14 מטרים.

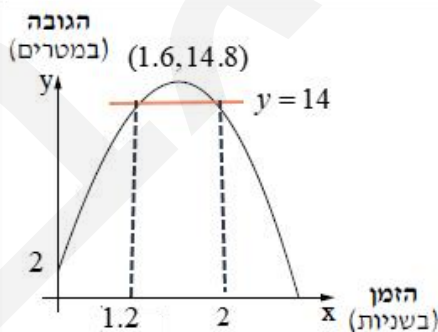
ד. נמצא את גובה האבן כעבור 4 שניות. נציב $x = 4$: $y = -5 \cdot 4^2 + 16 \cdot 4 + 2 = -14$.

משמע האבן כבר פגעה בקרקע, כי הגובה אינו יכול להיות שלילי (אלא אם כן נפלה לבור).

תשובה: כעבור 4 שניות מרגע הזריקה האבן כבר הגיעה לקרקע.



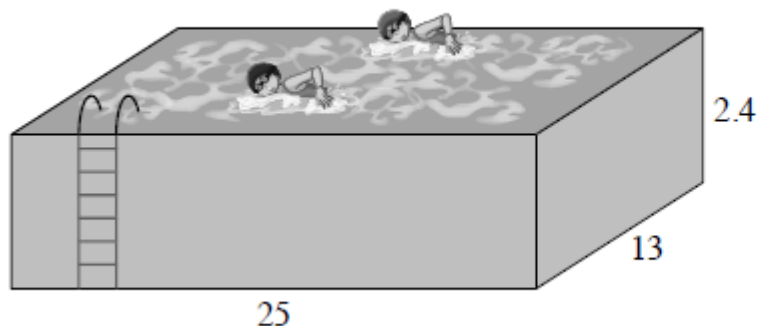
shutterstock.com · 2130031364



מארכל ספורט יש שתי בריכות: בריכת אבולריק ובריכת ילדים.

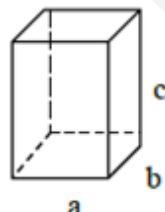
כל בריכה היא בצורת תיבה שקיסה מלבן (ראו סרטוט)

בריכת מבוגרים



בריכת ילדים



נפח (V)	שטח פנים (F)	שטח מעטפת (M)	סרטוט	הגוף
$V = a \cdot b \cdot c$	$F = M + 2ab$ $F = 2(a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$	$M =$ סכום שטחי הפאות הצדדיות $M = 2(a \cdot c + b \cdot c)$		<u>תיבה</u> שמקצועות הבסיס שלה הן a ו-b והמקצוע הצדדי שלה הוא c

א. נחשב את נפח בריכת המבוגרים, שצורתה תיבה.

נפח תיבה, שמקצועות הבסיס שלה הם a ו-b, והמקצוע הצדדי הוא c,

הוא $V = a \cdot b \cdot c$.

נפח הבריכה הוא 780 מ"ק $= 25 \cdot 13 \cdot 2.4 = V$.

תשובה: נפח בריכת המבוגרים הוא 780 סמ"ק.

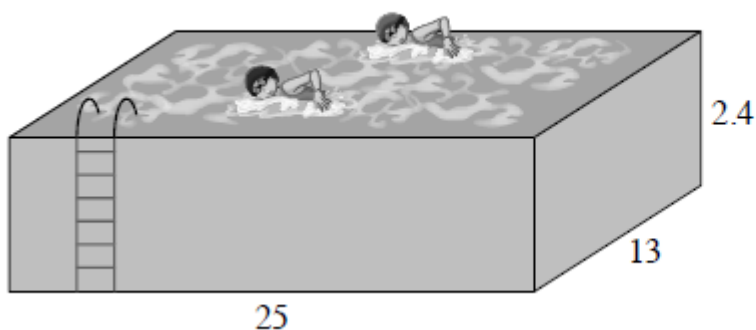
ב. שטח הקירות החיצוניים הוא שטח המעטפת של הבריכה (של התיבה).

182.4 מ"ר $= M = 2 \cdot (25 \cdot 2.4 + 13 \cdot 2.4)$.

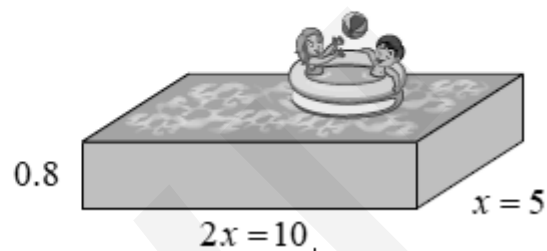
או: שני קירות, ששטחם 120 מ"ר $= 2 \cdot 25 \cdot 2.4$, ועוד שני קירות ששטחם 62.4 מ"ר $= 2 \cdot 13 \cdot 2.4$.

תשובה: השטח שסיידו הוא 182.4 מ"ר.

בריכת מבוגרים



בריכת ילדים



ג. הגובה של בריכת הילדים הוא $\frac{1}{3}$ מן הגובה של בריכת המבוגרים, כלומר 0.8 מטר $= 2.4 : 3$.

תשובה: הגובה של בריכת הילדים הוא 0.8 מטר.

ד. אחת מצלעות הבסיס של בריכת הילדים גדולה פי 2 מן הצלע האחרת של בסיס בריכת הילדים.

נסמן ב- x את אורך הצלע הקטנה (מטרים), ובהתאם $2x$ הוא אורך הצלע הגדולה (מטרים).

הנפח של בריכת הילדים הוא 40 מ"ק.

$$40 = x \cdot 2x \cdot 0.8$$

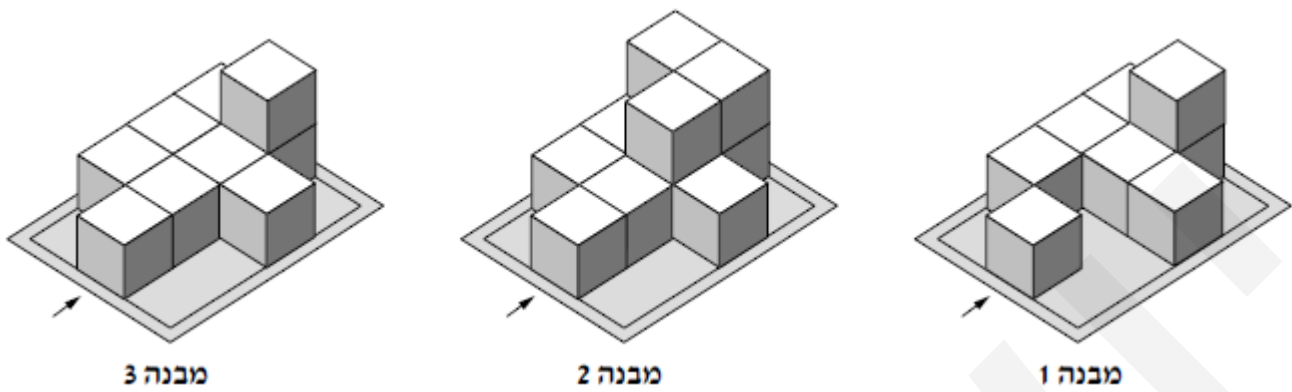
$$40 = 1.6x^2 \quad / : 1.6$$

$$25 = x^2 \quad \sqrt{\quad}$$

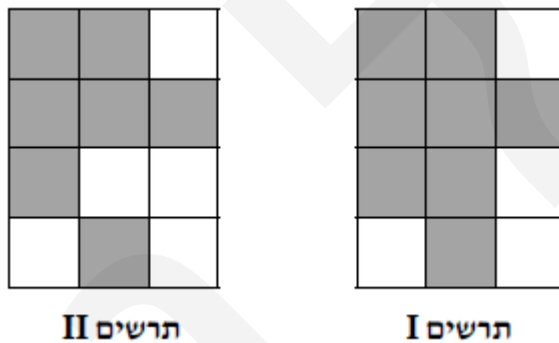
$$\boxed{x = 5} \quad \leftarrow x > 0$$

$$\boxed{2x = 10}$$

תשובה: אורכי צלעות הבסיס של בריכת הילדים הם 5 מטרים ו- 10 מטרים.

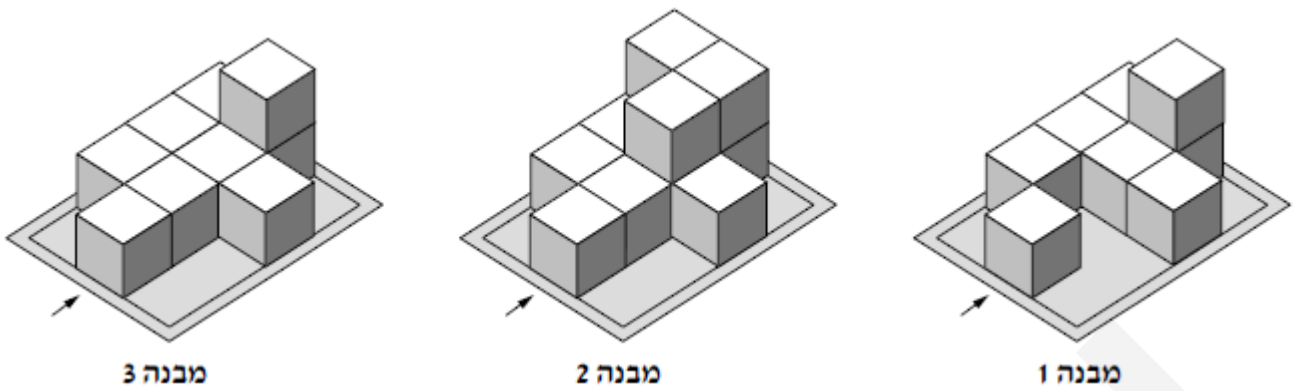


לפנינו סרטוט של מבנה מקוביות להיות.
החץ בסרטוט מסמן את המקט מלפניו.



אלו תרשימים של שני מקטים מלאצלה, המתארים את המקטים

- א. במבנה 1 יש קוביות בשורה הראשונה באמצע, בשנייה משמאל, בכל השורה השלישית וברביעית בשתי המשבצות משמאל, ולכן מתאים לו תרשים II. במבנים 2 ו-3 יש קוביות באמצע השורה הראשונה, בשתי המשבצות השמאליות בשורה השנייה, בכל השורה השלישית ובשתי המשבצות השמאליות בשורה הרביעית, ולכן מתאים להם תרשים I. תשובה: מבנה 1 - תרשים II, מבנים 2 ו-3 - תרשים I.



ב. תרשים מספרים, מראה כמה קוביות יש בכל משבצת, כאשר מסתכלים ממבט לפנים. בלוח, שבסרטוט, יש שתי שורות וארבעה טורים.

1	2	0
1	1	1
1	1	0
0	1	0

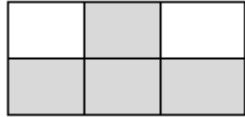
תשובה: תרשים המספרים של מבנה 3, מעל.

ג. במבט מלפנים של מבנה 3 רואים מימין לשמאל גובה של קובייה אחת, שתי קוביות וקובייה אחת.

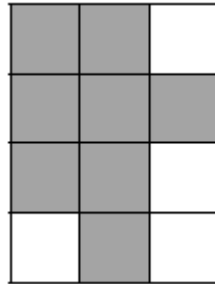
תשובה: סרטוטו מבט לפנים של מבנה 3, מעל.

ד. למבנה 3 הוסיפו את מספר הקוביות המקסימלי שמאפשר גם למבט למעלה וגם למבט שלפנים, להישאר ללא שינוי.

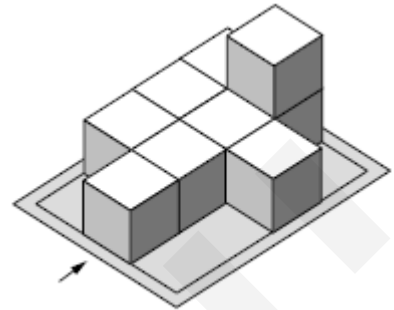
נציג מחדש את שלושת המבטים הקיימים



מבט מלפנים



מבט מלמעלה



מבנה 3

תמונת המבנה

(1) ניתן להוסיף קוביות רק במשבצות המסומנות באפור במבט מלמעלה, מבלי להוסיף גובה במבט מלפנים. לכן, ניתן להוסיף שלוש קוביות בטור האמצעי, בשלוש המשבצות הראשונות. תשובה: הוסיפו 3 קוביות למבנה 3.

(2) בהתאם תרשים המספרים המתאים (מוקפים במסגרת השינויים).

1	2	0
1	2	1
1	2	0
0	2	0

תשובה: תרשים המספרים של מבנה 3, מעל.