

פתרון הבחינה

במתמטיקה

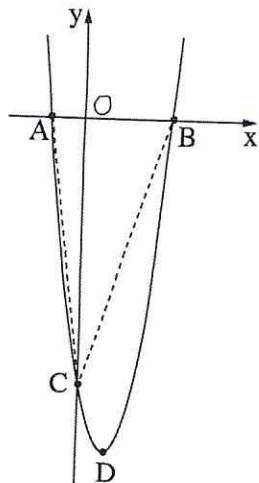
חורף תשפ"ד, 2024, שאלון: 35381

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





אלגברה

1. נתונה הפרבולה $y = 2x^2 - 5x - 12$.
 - A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x, כמתואר בסרטוט.
 - הנקודה C היא נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-y.
 - הנקודה D היא קודקוד הפרבולה.
- א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B ו-C.
- ב. מצאו את שיעורי הנקודה D.
- ג. מצאו את שטח המשולש ACB.

א. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x, ולכן שיעור ה-y שלהן הוא 0. נציב $y=0$ במשוואת הפרבולה:

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12)}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 11}{4} = \begin{cases} 4 \\ -1.5 \end{cases}$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = -1.5$$

הנקודות A ו-B נמצאות בחלק הנמוך של ציר ה-x

$$y_B = 4 - 1 \quad y_A = -1.5$$

$$A(-1.5, 0) \quad B(4, 0)$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



הנקודה C היא נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-y, ולכן שיעור ה-x הוא 0.
(צ"מ) $x=0$ במשוואת הפרבולה ונקרא:

$$y = 2 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 - 12 = -12$$

אם נק' שיעוריו הנקודה C הם $(0, -12)$.

תשובה! שיעורי הנקודות הם:

$A(-1, 5)$	$B(4, 0)$	$C(0, -12)$
------------	-----------	-------------

ג. הנקודה D היא קודקוד הפרבולה.
נמצא בנוסחה אלגוריתם שיעור ה-x של קודקוד הפרבולה:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$x_D = \frac{-(-5)}{2 \cdot 2} = \frac{5}{4} = 1.25$$

נציב $x=1.25$ במשוואת הפרבולה ונקרא את שיעור ה-y של הנקודה D.

$$y_D = 2 \cdot 1.25^2 - 5 \cdot 1.25 - 12 = -15.125$$

תשובה! שיעורי הנקודה D הם $(1.25, -15.125)$



ג. נסמן / $P-O$ את כואו הציור $(0,0)$

$$S_{\Delta} ABC = \frac{AB \cdot CO}{2}$$

$$AB = X_B - X_A = 4 - (-1.5) = 4 + 1.5 = 5.5$$

$$CO = Y_O - Y_C = 0 - (-12) = 12$$

$$S_{\Delta} ABC = \frac{5.5 \cdot 12}{2} = 33$$

תשובה: טוט אטוט ACB הוא 33

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





2. אלעד קנה מקרר ושילם בעבורו בתשלומים. כל תשלום גדול בסכום קבוע מן התשלום שלפניו.
- גובה התשלום השלישי הוא 324 שקלים.
 - גובה התשלום השביעי הוא 472 שקלים.
- א. מצאו בכמה שקלים גדול כל תשלום מן התשלום שלפניו.
- ב. מצאו מהו גובה התשלום הראשון.
- מחיר המקרר שקנה אלעד הוא 5,442 שקלים.
- ג. מצאו כמה תשלומים שילם אלעד בעבור המקרר.
- מרים קנתה מקרר אחר ושילמה בעבורו ב-9 תשלומים שווים.
- כל אחד מן התשלומים ששילמה מרים שווה לתשלום האחרון ששילם אלעד.
- ד. מצאו את מחיר המקרר שקנתה מרים.

א. התשלום השלישי הוא 324 שקלים, התשלום השביעי הוא 472 שקלים.
 $a_3 = 324$, $a_7 = 472$
 קראנו את שתי המשוואות:

$$\begin{cases} a_3 = 324 \\ a_7 = 472 \end{cases}$$

נניח את האיבר הראשון a_1 וההפרש d בין האיברים $a_7 - a_3$ הוא 148

$a_n = a_1 + (n-1)d$ הנוסחה: $d = 148$

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 324 & \text{נניח: } (-) \\ a_1 + 6d = 472 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} -a_1 - 2d = -324 \\ a_1 + 6d = 472 \end{cases}$$



$$4d = 148 \quad /:4$$

$$d = 37$$

תשובה: כל תשלום גדול א-37 שקלים מהתשלום הקודם
ב. נצב $d=37$ באחת המשוואות בסעיף א'

$$a_1 + 2 \cdot d = 324$$

$$a_1 + 2 \cdot 37 = 324$$

$$a_1 + 74 = 324$$

$$a_1 = 250$$

תשובה: ארבע התשלומים הראשונים הן 250 שקלים

א. אורך שלם סה"כ 5,442 שקלים, כלומר
סכום כל התשלומים הוא 5,442, ח"כ
 $S_n = 5442$

נמצא בנוסחת הסכום של סדרה חשבונית

$$S_n = \frac{n[2a_1 + d(n-1)]}{2}$$

נצב $a_1 = 250$ ערך סעיף ב'
 $d = 37$ ערך סעיף א'

למידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



נקודת אגרו המטאלאה!

$$\frac{n [2 \cdot 250 + 37(n-1)]}{2} = 5,442 \cdot 2$$

$$n (500 + 37n - 37) = 10,884$$

$$500n + 37n^2 - 37n = 10,884$$

$$37n^2 + 463n - 10,884 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-463 \pm \sqrt{463^2 - 4 \cdot 37 \cdot (-10,884)}}{2 \cdot 37} = \frac{-463 \pm 1351}{74}$$

$$n_1 = 12 \qquad n_2 = -24 \frac{19}{37}$$

הפתרון השלישי והוא שלם $-24 \frac{19}{37}$ לא מתאים
רצפה ולכן $n=12$

תשובה: מספר התשלומים הוא 12.

3. התשלום האחרון של אלדד הוא a_{12} .
ע"פ נוסחת האיבר ה-n של

$$a_{12} = a_1 + 11d$$

נצוק $d=37$ $a_1=250$ ע"פ עיקום א, ג



$$Q_{12} = 250 + 11 \cdot 37 = 657$$

מכיון שאם Q תלומדים שוללים שכל אחד
 מביא הוא 657 שקלים.
 הסכום הכולל ששילמה מרים הוא

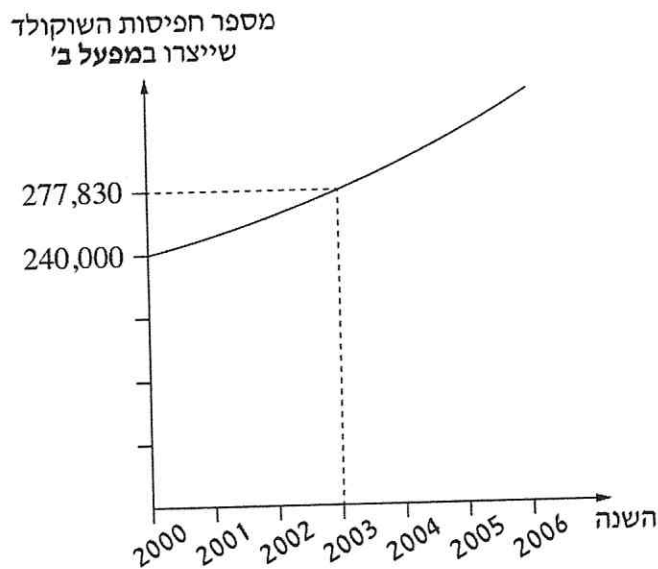
$$657 \cdot 9 = 5,913$$

תשובה: אחרי האקור סקנתה מרים הוא 5913 שקלים



3. במפעל א' מייצרים חפיסות שוקולד. מספר חפיסות השוקולד שמייצרים במפעל א' גדל בכל שנה ב-3% .
בשנת 2000 ייצרו במפעל א' 270,000 חפיסות שוקולד.
א. כמה חפיסות שוקולד ייצרו במפעל א' בשנת 2006?

גם במפעל ב' מייצרים חפיסות שוקולד. מספר חפיסות השוקולד שמייצרים במפעל ב' גדל באחוז קבוע בכל שנה.
לפניכם גרף המתאר את מספר חפיסות השוקולד שייצרו במפעל ב', לפי השנים.
היעזרו בגרף, וענו על הסעיפים ב-ד שאחריו.



- ב. (1) כמה חפיסות שוקולד ייצרו במפעל ב' בשנת 2000?
(2) כמה חפיסות שוקולד ייצרו במפעל ב' בשנת 2003?
ג. בכמה אחוזים גדל בכל שנה מספר חפיסות השוקולד שייצרו במפעל ב'?
ד. קבעו איזה מן המפעלים, א' או ב', ייצר יותר חפיסות שוקולד בשנת 2006. נמקו את קביעתכם.

א. בשנת 2000 ייצרו במפעל א' 270,000 חפיסות שוקולד
לכן $M_0 = 270,000$

מספר החפיסות שמייצרים במפעל ב' גדל בכל שנה ב-3%
לכן:

$$q = \frac{100 + 3}{100} = 1.03$$

עליון המצב או מספר חפיסות השוקולד שייצרו במפעל ב' בשנת 2006, נמצא כגון 6 טון.

אם נק $t=6$

נצוב בנוסחת הערך והפריכה:

$$M_t = M_0 \cdot q^t$$

נקבל:

$$M_6 = 270,000 \cdot 1.03^6$$

$$M_6 = 322,394$$

תשובה: **אמנם יוצרו 322,394 תכונות טוקן 3**

1) עדי הגילי בטנ 2000 יוצרו אמנם ק 240,000 תכונות טוקן 3.

תשובה: **240,000 תכונות טוקן 3 יוצרו בטנ 2000.**

2) עדי הגילי בטנ 2003 יוצרו אמנם ק 277,830 תכונות טוקן 3.

תשובה: אמנם יוצרו 277,830 תכונות טוקן 3 בטנ 2000

3) עדי סגילי ה' הנמוג ההתחלית בטנ 2000

היא 240,000, ולכן $M_0 = 240,000$

כמו כן הנמוג אלוני 3 טנים, נלומר בטנ

2003 היא 277,830, נלומר $M_3 = 277,830$



ע"ס הנוסחה!

$$M_3 = 277,830$$

$$M_0 q^3 = 277,830$$

$$M_0 = 240,000 \quad \text{נציב}$$

$$240,000 q^3 = 277,830$$

$$q^3 = \frac{277,830}{240,000}$$

$$q^3 = 1.1576$$

$$q = \sqrt[3]{1.1576} = 1.05$$

נמצא את האות ק באמצעות הנוסחה:

$$q = \frac{100 + p}{100}$$

$$1.05 = \frac{100 + p}{100} \quad / \cdot 100$$

$$105 = 100 + p$$

$$p = 5$$

תשובה:

אספר החיסול גדל בכל שנה ב- 5%.

נמצא את אספר החיסול הטקני 3 ש"כ
קטנת 2006 באמצעות





חזינו זמנא אן M_6 כאטר:

$$q = 1.05, M_0 = 240,000$$

$$M_6 = M_0 q^6$$

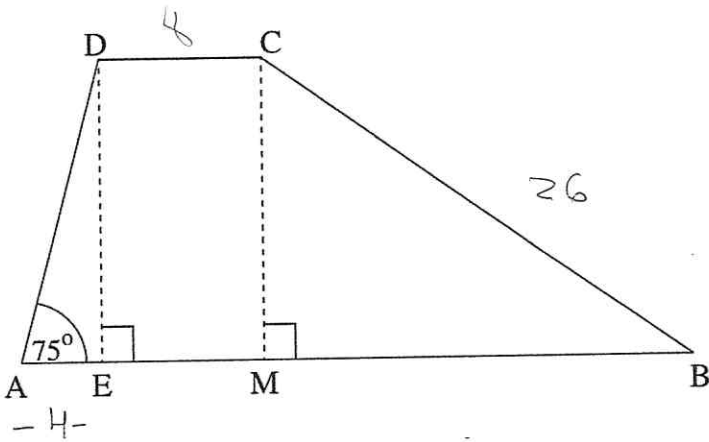
$$M_6 = 240,000 \cdot 1.05^6$$

$$M_6 = 321,623$$

קטנה 2006 "צנא באגא אן 322,394 חניסא
 באגא ק' יצנא קטנה 321,632, זאטן
 באגא אן "צנא יאגז חניסא.

תשובה: באגא אן "צנא יאגז חניסא טאק, אן
 $322,394 > 321,632$





4. בסרטוט שלפניכם מתואר טרפז $(AB \parallel DC)$ ABCD .
 DE ו- CM הם גבהים בטרפז.
 נתון: $\angle DAE = 75^\circ$, $CB = 26$, $AE = 4$.
 א. מצאו את אורך הגובה DE.
 ב. מצאו את גודל הזווית CBM.
 נתון: $CD = 8$.
 ג. מצאו את אורך הבסיס AB.
 ד. חשבו את שטח הטרפז ABCD.

א. נמצא את DE במשולש ישר הזווית DAE
 כאט"ו $\angle A = 75^\circ$ $AE = 4$
 נשתמש בקוסינוס הישנים.

$$\tan 75^\circ = \frac{DE}{4}$$

$$4 \cdot \tan 75^\circ = DE$$

$$DE = 14.928$$

$DE = 14.928$

 תשובה:

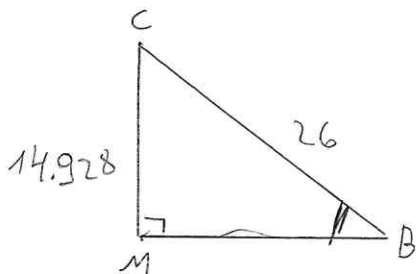
ב. נמצא את הזווית CBM במשולש ישר הזווית CMB
 כאט"ו $BC = 26$ קט"ו הישנים.

($CM \perp DE$ גבהים בסרטוט) $CM = DE = 14.928$

נשתמש בקוסינוס הישנים

$$\sin \angle B = \frac{14.928}{26}$$

$$\angle B = 35.04^\circ$$





$$\angle CBM = 35.04^\circ$$

תשובה!

א. נמצא את אורך AB עם חוקי טליתס והוקי הברג:

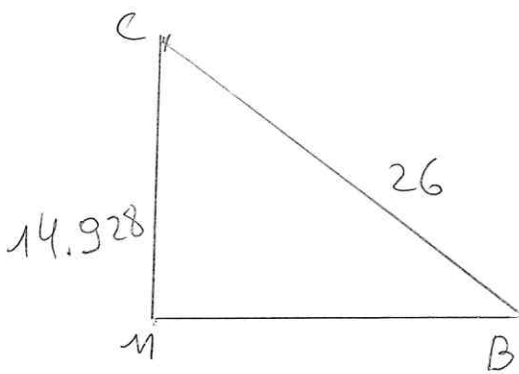
$$AB = AE + EM + MB$$

נמצא תחילה את MB באמצעות יחס הזוויות
CMB

$$CB = 26$$

$$MC = 14.928$$

ניתן באמצעות פיתגורס:



$$MB^2 + 14.928^2 = 26^2$$

$$MB = 21.287$$

$$EM = DC = 8$$

נתון

$$AE = 4$$

נחבר את אורכי הטליתס והוקי הברג:

$$AB = 4 + 8 + 21.287 = 33.287$$

$$AB = 33.287$$

תשובה!





3. הנוסחה לחישוב שטח טרפז היא:

$$S = \frac{(\text{סכום הגושים}) \cdot \text{אקספוננט}}{2}$$

$$S = \frac{(AB + CD) \cdot DE}{2}$$

נציב את הנתונים שמצאנו בסעיף ב'
 קיבלנו:

$$S_{\text{טרפז}} = \frac{(33.287 + 8) \cdot 14.928}{2} = 308.166$$

תשובה! שטח הטרפז 308.166



הסתברות וסטטיסטיקה

5. בקלמר של לילך יש 19 עטים זהים בגודלם בשלושה צבעים.
6 עטים כחולים, 4 עטים אדומים והשאר עטים שחורים.
- א. אם מוציאים באקראי עט מן הקלמר, מהי ההסתברות שהוא יהיה שחור? לילך הוציאה באקראי עט אחד מן הקלמר, החזירה אותו לקלמר, ושוב הוציאה באקראי עט אחד.
- ב. מהי ההסתברות שלילך הוציאה שני עטים בצבע כחול?
ג. מהי ההסתברות שלילך הוציאה שני עטים באותו הצבע?
ד. מהי ההסתברות שלילך הוציאה מן הקלמר עט אחד אדום ועט אחד כחול?

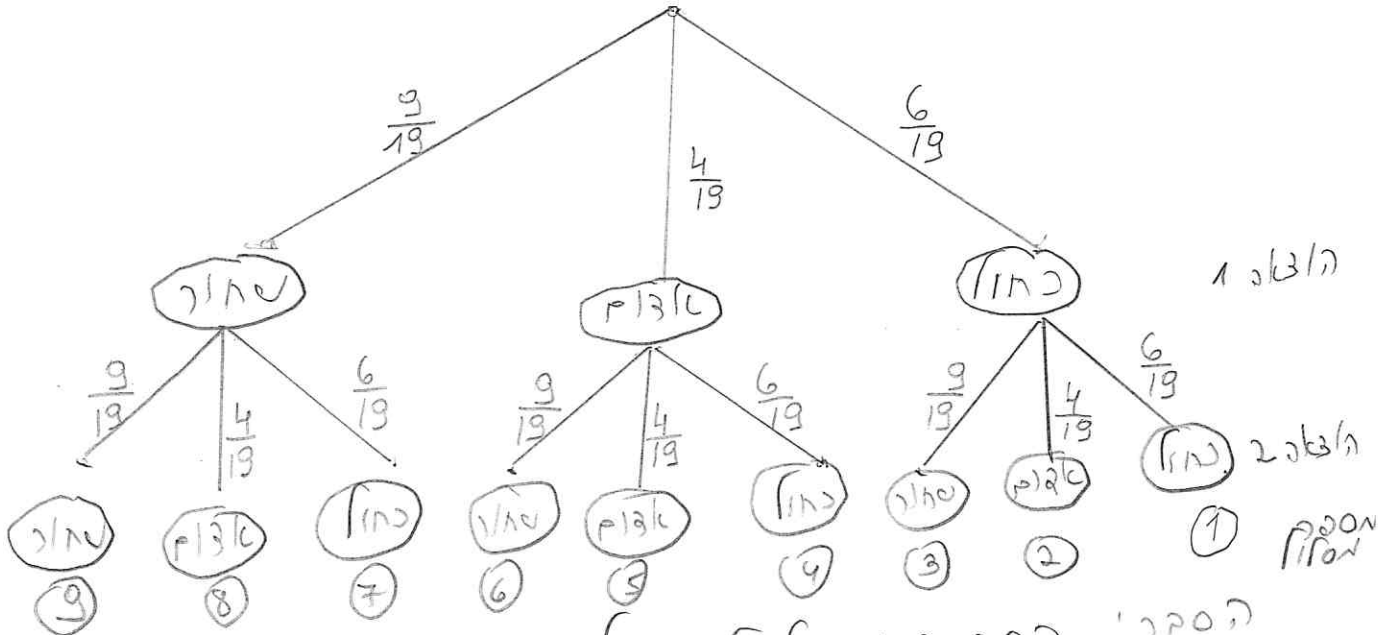
א. מספר העטים הכולל הוא 19 עטים.
מספר העטים הכחולים הוא 6.
מספר העטים האדומים הוא 4.
מספר העטים השחורים הוא: $19 - 6 - 4 = 9$

ההסתברות להוציא עט שחור הוא מספר העטים השחורים מתוך סך כל העטים.
(נקרא!)

$$P(\text{שחור}) = \frac{9}{19}$$

ההסתברות להוציא עט שחור הוא $\frac{9}{19}$.

ב. לילך הוציאה שני עטים שחורים.
לילך הוציאה שני עטים שחורים (אדום) (אדום)



ההסתברות לקבל כחול היא $\frac{6}{19}$
 ההסתברות לקבל אדום היא $\frac{4}{19}$
 ההסתברות לקבל שחור היא $\frac{9}{19}$

ההסתברות לקבל כחול הוא $\frac{6}{19}$ והסתברות לקבל אדום הוא $\frac{4}{19}$ והסתברות לקבל שחור הוא $\frac{9}{19}$

הסתברות לקבל כחול הוא $\frac{6}{19}$ והסתברות לקבל אדום הוא $\frac{4}{19}$ והסתברות לקבל שחור הוא $\frac{9}{19}$

$$P(\text{כחול כחול}) = \frac{6}{19} \cdot \frac{6}{19} = \frac{36}{361}$$

$$P = \frac{36}{361}$$

תשובה!





2. האסטרטגיות המתאימות הם 1, 5, 9.

$$P = P(\text{כחול, כחול}) + P(\text{אדום, אדום}) + P(\text{שחור, שחור})$$

$$P = \frac{6}{19} \cdot \frac{6}{19} + \frac{4}{19} \cdot \frac{4}{19} + \frac{9}{19} \cdot \frac{9}{19} = \frac{7}{19}$$

$$\boxed{P = \frac{7}{19}}$$

תשובה:

3. האסטרטגיות המתאימות הם 2, 4.

$$P = P(\text{כחול, אדום}) + P(\text{אדום, כחול}) = \frac{6}{19} \cdot \frac{4}{19} + \frac{4}{19} \cdot \frac{6}{19}$$

$$P = \frac{48}{361}$$

$$\boxed{P = \frac{48}{361}}$$

תשובה:



תנובת החלב היומית של פרות ברפת מסוימת מתפלגת נורמלית.
ידוע ש- 31% מן הפרות ברפת מניבות פחות מ- 28 ליטרים חלב ביום, ו- 7% מן הפרות ברפת מניבות פחות מ- 20 ליטרים חלב ביום.

א. מצאו את הממוצע ואת סטיית התקן של תנובת החלב היומית של הפרות ברפת.

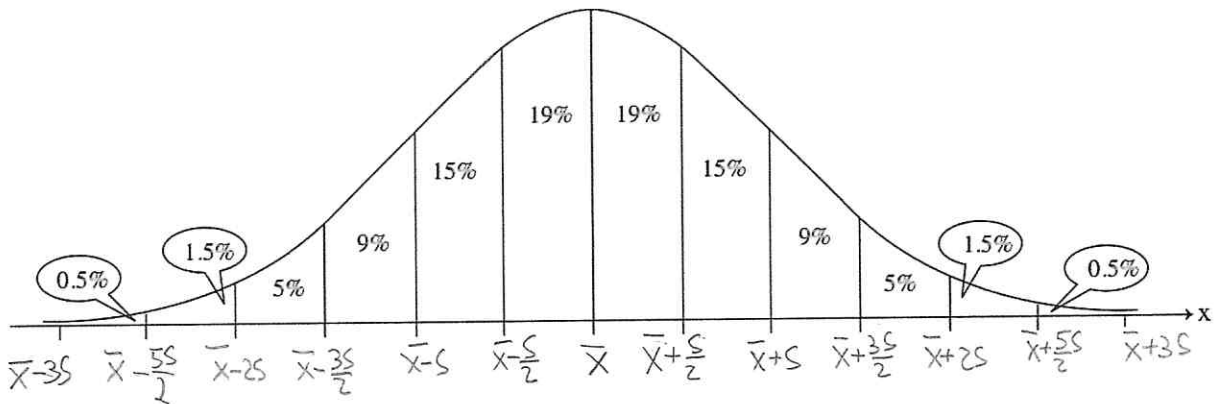
ב. מצאו כמה אחוזים מן הפרות ברפת מניבות יותר מ- 48 ליטרים חלב ביום.

לפרות שמניבות פחות מ- 24 ליטרים חלב ביום נותנים תוסף תזונה.

ידוע כי ל- 60 פרות ברפת נותנים תוסף תזונה.

ג. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה פרות יש ברפת?

לפניכם גרף ההתפלגות הנורמלית מדף הנוסחאות. השתמשו בו בחישוביכם.



א. עלינו למצוא את סטיית התקן המתאימה ל- 31% הנמוכים ביותר.

$$0.5\% + 1.5\% + 5\% + 9\% + 15\% = 31\%$$

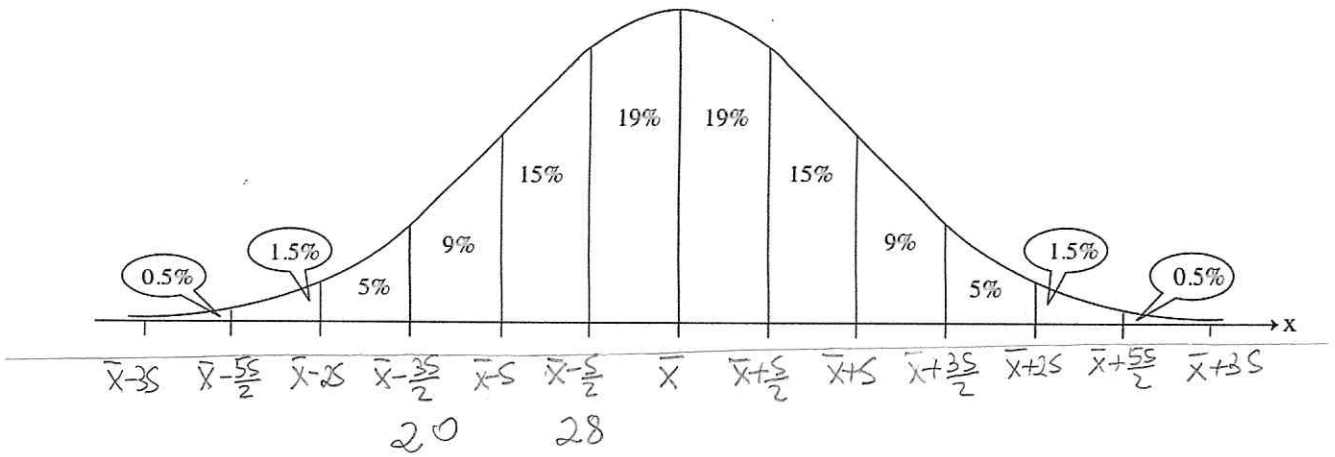
סטיית התקן המתאימה היא $\bar{x} - \frac{s}{2}$.

ב. עלינו למצוא את סטיית התקן המתאימה ל- 7% הנמוכים ביותר.

$$0.5\% + 1.5\% + 5\% = 7\%$$

סטיית התקן המתאימה היא $\bar{x} - \frac{3s}{2}$.

נראה כי את מספר היסודות המתאימים לסטיית התקן שאנחנו מחפשים.



סטיות התקן הוא $28 - 20 = 8$ זיסר

כפי שהלוג הממוצע עשויים להיות 28-28 זיסר חצי
סטיות התקן פחות 4 זיסר.

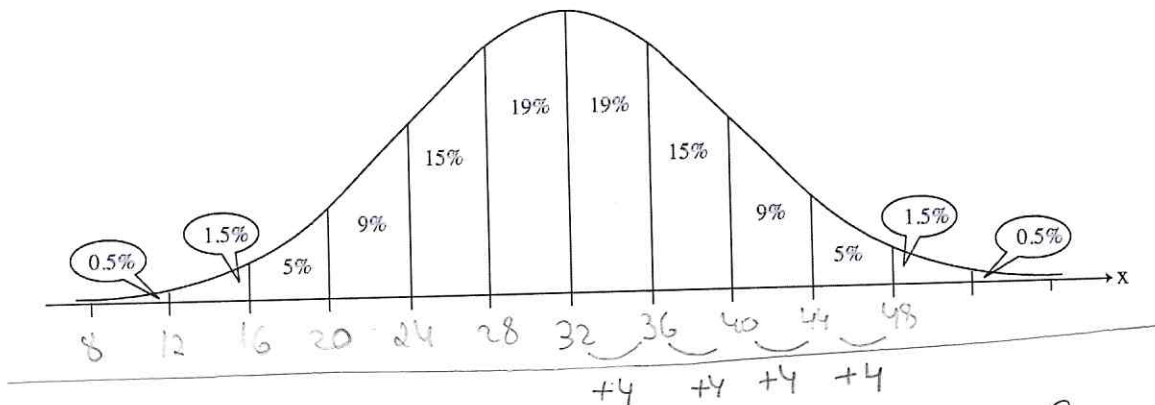
$28 + 4 = 32$

אם נק הממוצע סטן 32 זיסר.

הממוצע הוא 32 זיסר
וסטיות התקן הוא 8 זיסר

משקלה!

ה. נוסף את הזיסות המתאימות עם את מסיות התקן



לפי 48 זיסר נמצאים! $1.5\% + 0.5\%$ פחות 2 זיסר.

נחידע עכ פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



2% מהכנסות מניקוט יורג N 48 זיסר

תשובה!

ל. דוד הגדף אחוץ הכנסות מניקוט בחור N 24 זיסר הם

$$9\% + 5\% + 1.5\% + 0.5\% = 16\%$$

אם נק': 16% הם 60 כחול וגיליו

מכפול של מספר הכנסות קופרן בלואה
אלה הם - 100%

ניצוי קטלור הרוכזות:

	מספר הכנסות	
אחוץ		גיליו
16%	60	של
100%	X	

$$16X = 60 \cdot 100 \quad /: 16$$

$$X = \frac{60 \cdot 100}{16}$$

$$X = 375$$

קופרן יורג 375 כחול

תשובה!

