

## פתרון הבחינה

# במתמטיקה

קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב, שאלון: 35382

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.





1. בבית קפה מסוים המחיר של מאפה אחד ר" 5 בקבוקי שתייה הוא 88 שקלים סך הכול. המחיר של 6 מאפים ר" 10 בקבוקי שתייה הוא 320 שקלים סך הכול.
- א. (1) מצאו מהו מחירו של מאפה אחד.  
(2) מצאו מהו מחירו של בקבוק שתייה אחד.

בבית הקפה הכריזו על מבצע: 20% הנחה על מחיר של מאפה (המחיר של בקבוק שתייה אינו משתנה).

משפחת לוי הזמינה במסגרת המבצע מספר מסוים של מאפים ר" 13 בקבוקי שתייה. מחיר ההזמנה של משפחת לוי היה 336.8 שקלים סך הכול.

ב. כמה מאפים הזמינה משפחת לוי?

משפחת לוי שילמה 390 שקלים סך הכול, כולל דמי שירות (טיפ) למלצר.

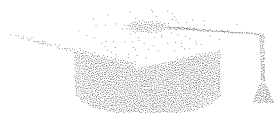
ג. מהו אחוז דמי השירות (הטיפ) מתוך מחיר ההזמנה של משפחת לוי?

פתרון

א. (מטן): מחיר מאפה = א  
מחיר בקבוק שתייה = ב

בנייה שלוקולד:

$$\begin{array}{l}
 I \left\{ \begin{array}{l} x+5y = 88 \quad / \cdot (-2) \\ 6x+10y = 320 \end{array} \right. \\
 II \\
 + \left\{ \begin{array}{l} -2x-10y = -176 \\ 6x+10y = 320 \end{array} \right. \\
 \hline
 4x = 144 \quad / : 4 \\
 x = 36
 \end{array}$$





$$x + 5y = 88$$

נ"ק  $x = 36$

$$36 + 5y = 88$$

$$5y = 88 - 36$$

$$5y = 52 \quad | :5$$

$$y = 10.4$$

השאלה

(1) מחיר האבן אבן אבן

(2) מחיר הנדון לאחר 40% הנחה

(?) השאלה: 20% הנחה על מחיר האבן.

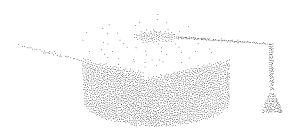
מחיר האבן לפני הנחה =  $(100\% - 20\%) \cdot$  מחיר האבן לפני הנחה

$\Rightarrow$  מחיר האבן לפני הנחה =  $80\% \cdot$  מחיר האבן לפני הנחה

$\Rightarrow$  מחיר האבן לפני הנחה =  $\frac{80}{100} \cdot 36 = 28.8$  ש"ח

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.**





נישן: מלגות א"י היצענה דמסקיה וירקנע מסנו מסוים על מלגות  
1 - 13 דקולין שלמים. מחיר וירקמנה איז 336.8 ט"ל, היל.

סטען:  $x$  - מסנו מלגות

(דנה משמש:

$$28.8x + 13 \cdot 10.4 = 336.8$$

$\uparrow$                        $\nwarrow$   
 מלגה וירקמנה      מלגה ושלמים

$$28.8x + 135.2 = 336.8$$

$$28.8x = 336.8 - 135.2$$

$$28.8x = 201.6 \quad | : 28.8$$

$$x = 7$$

מסקיה: 7 מלגות

(1) מחיר מלגה נאלי גימל (6 י"ט) = 59 ט"ל  
מחיר וירקמנה (13 מלגות ט"ל) = 336.8 ט"ל

$$\Rightarrow \text{מחיר גימל (6 י"ט)} = 59 - 336.8 = 53.2 \text{ ט"ל}$$

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
אל תתפשר עליה.



יש ארנוא ונתני האנוצ מהווי (ה'ינ ) 53.2 ט,א'א'א' מה'י'נ' .  
 מה'י'נ' הג'צ'ט'ר'נ' ( 336.8 ט,א'א'א' ) .

$$\frac{\text{אנוצ}}{\text{ה'י'נ'}} = \frac{\text{ק'צ' (ה'י'נ' )}}{\text{מה'י'נ' הג'צ'ט'ר'נ'}} \cdot 100\% = \frac{53.2}{336.8} \cdot 100\% = 0.158 \cdot 100\% = 15.8\%$$

ת'ט'ק'נ' : 15.8%

נמידע על פסיכומטרי  
 ביאכל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
 אל תתפשר עליה.**





הנקודה הנמצאת על הציר ה-x היא הנקודה (10, 0).

$$\Rightarrow m_{AC} \cdot m_{BC} = -1$$

$$5 \cdot m_{BC} = -1 \quad | :5$$

$$m_{BC} = -\frac{1}{5}$$

הנקודה הנמצאת על הציר ה-y:

$$m_{BC} = -\frac{1}{5}$$

$$\underline{C(10, 0)}$$

ניגשו בנוסחה:  $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - 0 = -\frac{1}{5}(x - 10)$$

$$y = -\frac{1}{5}x + 2$$





מציאת נקודת A

(2)

$$\begin{cases} J = 5x - 50 \\ J = -x + 62 \end{cases}$$

$$5x - 50 = -x + 62$$

$$5x + x = 62 + 50$$

$$8x = 112 \quad / : 8$$

$$x = 14$$

$$J = 5x - 50$$

$$x = 14 \quad (2)$$

$$J = 5 \cdot 14 - 50$$

$$J = 20$$

$$A(14, 20)$$

(3) נמנע: 50 נקודות לפני ה-x

$$J = -\frac{1}{5}x + 2$$

$$\underline{B(0, )}$$

$$J = -\frac{1}{5} \cdot 0 + 2 = 2$$

$$B(0, 2)$$

לחידע על פסיכומטרי  
 ביזאל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**





30 מנקודת מבט ה- x ואיזור גזעניכ B(0,2), מהיין, אטלוניכ פפ :  $x=2$

מהיין אינקינג 0

$$\begin{cases} x = -3x + 62 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$-3x + 62 = 2$$

$$-3x = 2 - 62$$

$$-3x = -60 \quad /: (-3)$$

$$x = 20$$

$$0(20, 2)$$

ה) מהיין אטט קינג מ (אמנוע AC) דעליה ה, אוסייה, לוינגע, 86.

$$A(17, 20) \quad ; \quad C(10, 0)$$

$$x_{\text{מקום}} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

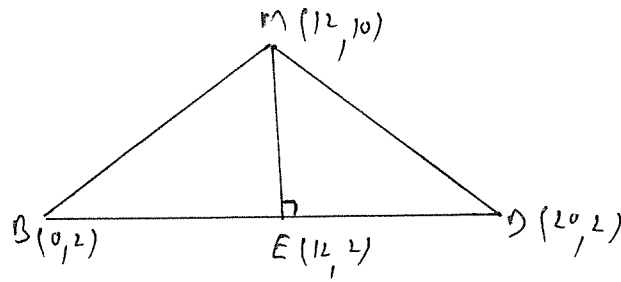
$$y_{\text{מקום}} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$x_M = \frac{17 + 10}{2} = \frac{27}{2} = 12$$

$$y_M = \frac{20 + 0}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$M(12, 10)$$





נוני קינה לנאצ סב - ME

$$\int \Delta \beta m \delta = \frac{\beta \delta \cdot m E}{2}$$

ME מיוני (סב, טאני מיוני, אלו 2, וואן

משיג ME : מסט = א.

בניס, ME עקד קינה  $m(10, 12)$ , מנין משיג ME :  $x=12$ .

מנין קינה E

$$\begin{cases} J=2 \\ x=12 \end{cases}$$

E(12, 2)

$$\beta \delta = x_D - x_B = 20 - 0 = 20$$

$$m E = J_m - J_E = 10 - 2 = 8$$

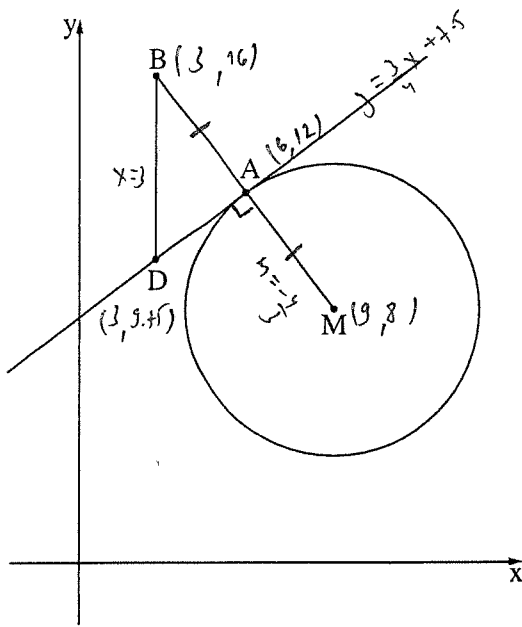
$$\int \Delta \beta m \delta = \frac{20 \cdot 8}{2} = 80$$

משיג :  $\int \Delta \beta m \delta = 80$

נחידע עב פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.**





3. נתון מעגל שמשוואתו  $(x - 9)^2 + (y - 8)^2 = 25$ .

הנקודה M היא מרכז המעגל.

הנקודה A נמצאת על המעגל, כמתואר בסרטוט.

א. רשמו את שיעורי הנקודה M.

ב. שיעור ה-x של הנקודה A הוא 6.

ג. מצאו את שיעור ה-y של הנקודה A.

ד. שיעור ה-y של הנקודה A גדול מ-8.

ה. הנקודה B נמצאת על המשך הקטע MA.

ו. הנקודה A היא אמצע הקטע MB.

ז. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ח. דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.

ט. (1) מצאו את השיפוע של MA.

י. (2) מצאו את משוואת המשיק.

יא. מן הנקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה-y וחותך את המשיק בנקודה D.

יב. מצאו את היקף המשולש BDA.

פתרון

(1)  $\sqrt{25} = 5$  - כי משוואת המעגל  
 $(x-9)^2 + (y-8)^2 = 25$

שיעור ה-x של הנקודה M:  $M(9, 8)$

(2)  $(x-9)^2 + (y-8)^2 = 25$

A(6, 12)

$(6-9)^2 + (12-8)^2 = 25$





$$9 + (x-8)(x-8) = 25$$

$$9 + x^2 - 8x - 8x + 64 = 25$$

$$9 + x^2 - 8x - 8x + 64 - 25 = 0$$

$$x^2 - 16x + 48 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{64}}{2}$$

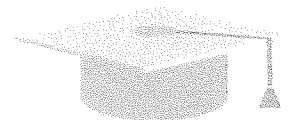
$$x_{1,2} = \frac{16 \pm 8}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{16+8}{2} = \frac{24}{2} = 12 \\ x_2 = \frac{16-8}{2} = \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$$

נסו,  $x_1$   
 $x_A > 8$

$$x_A = 12 \quad \underline{\text{תשובה}}$$

למידע על פסיכומטרי  
 ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**





(ר) ממשן:  $A - \text{אמנו}$   $m$   $B$

$B(x, y)$  ;  $A(6, 12)$  ;  $m(9, 8)$

ניגודי (ניסיון) אמנו  $y$

אמנו  $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$

אמנו  $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

$\frac{2 \cdot}{6} = \frac{1 \cdot}{x + 9} \quad / \cdot 2$

$\frac{2 \cdot}{12} = \frac{1 \cdot}{y + 8} \quad / \cdot 2$

$12 = x + 9$

$24 = y + 8$

$12 - 9 = x$

$24 - 8 = y$

$3 = x$

$16 = y$

$B(3, 16) \quad \Leftarrow$

נחידע ענן פסיכומטרי  
ביזאל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**



(3) נ"י: הישעיה A הידוקיה משך למעלה.

||

$$m(9, 8), A(6, 12)$$

משך ומשך למעלה MA קבועה הידוקיה:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{MA} = \frac{12 - 8}{6 - 9} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$

$$m = -\frac{4}{3} : MA$$

(2) נמצאו משך: משך למעלה מהמשך, לזווית העדר הישעיה הנ"ל.  
 משך למעלה הישעיה מהמשך, לזווית MA.  
 קבועה, משך למעלה של ילדו מהמשך שלו (1-).

$$\Rightarrow m_{MA} \cdot \frac{\text{משך}}{\text{משך}} = -1$$

$$-\frac{4}{3} \cdot \frac{\text{משך}}{\text{משך}} = -1 \quad /: (-\frac{4}{3})$$

$$\frac{\text{משך}}{\text{משך}} = \frac{3}{4}$$



נמצא את משוואת הישר:

$$m = \frac{3}{4}$$

$$A(6, 12)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 12 = \frac{3}{4}(x - 6)$$

$$y - 12 = \frac{3}{4}x - 4\frac{1}{2}$$

$$y = \frac{3}{4}x - 4\frac{1}{2} + 12$$

$$y = \frac{3}{4}x + 7\frac{1}{2}$$

(ג) מישור: מצא מישור אנכי הי-ה.

מצא מישור אנכי לישר  $AB$  דרך הנקודה  $B(3, 16)$ .

מישור אנכי הי-ה:  $x = 3$ .



מרכז עיני D

$$\begin{cases} I & \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{2}{7}x + 7.5 \\ II & \left\{ \begin{array}{l} x = 3 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases}$$

$I \text{ נכנסת } x=3 \text{ ל-} y = \frac{2}{7}x + 7.5$

$$y = \frac{2}{7} \cdot 3 + 7.5$$

$$y = 9.75$$

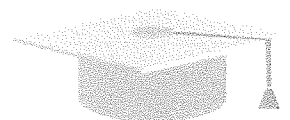
$$D(3, 9.75)$$

אם מרכז היקף העיני הוא  $B(16, 16)$ , נמצא את מרכז העיני הנכנסת  $A$  ו-  $B$ .

$$B = D - A = 16 - 9.75 = 6.25$$

נמצא את מרכז העיני הנכנסת  $A$  ו-  $B$ .

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$





$$B(3, 16) ; A(6, 12)$$

$$BA \rightarrow d = \sqrt{(6-3)^2 + (12-16)^2}$$

$$d = \sqrt{25}$$

$$d = 5$$

∴

$$BA = 5$$

$$A(6, 12) ; D(3, 9.75)$$

$$AD \rightarrow d = \sqrt{(3-6)^2 + (9.75-12)^2}$$

$$d = \sqrt{14.0625}$$

$$d = 3.75$$

∴

$$AD = 3.75$$

$$\text{היקל גמאל} \\ \text{בדא} = BD + BA + AD = 6.25 + 5 + 3.75 = 15$$

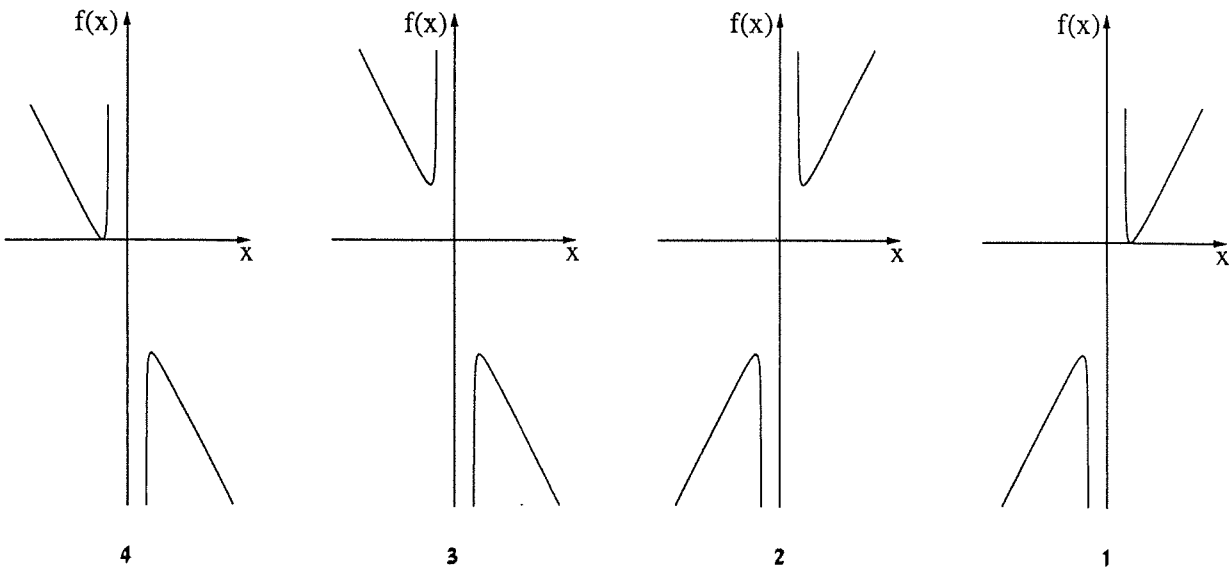
$$15 = \text{בדא גמאל} \quad \underline{\text{היקל גמאל}}$$





4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = 2x + \frac{32}{x} - 16$ .

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה וקבעו את סוגן.
- ג. קבעו איזה מן הגרפים 1-4 שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- ד. לגרף הפונקצייה  $f(x)$  העבירו משיק אחד בנקודה שבה  $x = 2$  ומשיק נוסף בנקודה שבה  $x = -2$ . קבעו בנוגע לכל אחד מן ההיגדים (1)-(2) שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון, ונמקו את קביעתכם.
  - (1) שיפוע המשיק בנקודה שבה  $x = 2$  הוא  $-6$ .
  - (2) שני המשיקים מקבילים זה לזה.



פתרון

1) הפונקציה מיוקציה (יש לה) המינימום שלה הוא ב- $x=0$ .  
 תחום ההגדרה:  $x \neq 0$

2) למציאת נקודת הקיצון של הפונקציה נגזרו ונמצא נקודת הקיצון של הפונקציה ונמצא את המשיקים בנקודות  $x=2$  ו- $x=-2$ .  
 נגזרו ונמצא את המשיקים ונמצא את המשיקים בנקודות  $x=2$  ו- $x=-2$ .

למידע על פסיכומטרי  
 ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים**  
**אל תתפשר עליה.**





$$f'(x) = 2 + \frac{(-32)}{x^2}$$

$$f'(x) = 2 - \frac{32}{x^2}$$

$$\frac{x^2}{x^2} \cdot 2 - \frac{32}{x^2} = 0 \quad | \cdot x^2$$

$$2x^2 - 32 = 0$$

$$2x^2 = 32 \quad | :2$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm \sqrt{16}$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = -4$$

נמצא את הנקודות הקיצוניות על ידי הצבת הנקודות הנ"ל לתוך הפונקציה.

$$f(x) = 2x + \frac{32}{x} - 16$$

$$\underline{(4, \quad)}$$

$$f(4) = 2 \cdot 4 + \frac{32}{4} - 16$$

$$f(4) = 0$$

$$(4, 0)$$

$$\underline{(-4, \quad)}$$

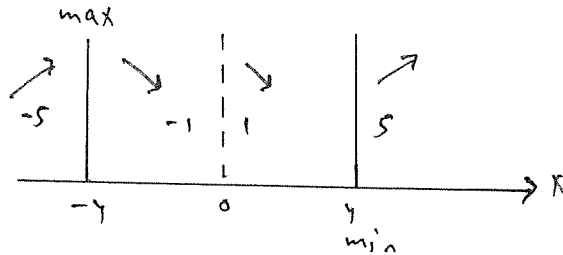
$$f(-4) = 2 \cdot (-4) + \frac{32}{(-4)} - 16$$

$$f(-4) = -32$$

$$(-4, -32)$$



ניגודי טאקו-זאליס אינדינג, עאל מנה א קוזק אקדמי טא קונק, אל היא היינן,  
אזא כן - אל סוק. (מינימל ווא טנס-מיל).



$$f'(x) = 2 - \frac{32}{x^2}$$

$$f'(-5) = 2 - \frac{32}{(-5)^2} = \frac{18}{25} \quad \text{מחזק זאליס}$$

$$f'(-1) = 2 - \frac{32}{(-1)^2} = -30 \quad \text{מחזק יונינג}$$

$$f'(1) = 2 - \frac{32}{1^2} = -30 \quad \text{מחזק יונינג}$$

$$f'(5) = 2 - \frac{32}{5^2} = \frac{18}{25} \quad \text{מחזק זאליס}$$

תשקב:  $\min(4, 0)$ ,  $\max(-4, -2)$

זא עאל ני מה א טייקל די סעניני היינונג, מחזק היקנוב:  $x \neq 0$ .  
קונק היינן  $\max(-4, -2)$ ,  $\min(4, 0)$ .  
היקנוב היממאל היא קנל 1.  
תשקב: קנל 1.



ב) נמצאו את אינפי המטרייה בקצוות  $x=2$  ו  $x=-2$ .

$$f'(x) = 2 - \frac{3x}{x^2}$$

$$f'(2) = 2 - \frac{3 \cdot 2}{2^2}$$

$$f'(2) = -6 \Rightarrow$$

אינפי המטרייה בקצוה  $x=2$  היא  $-6$ .  
(הייק 3 ו ננין)

$$f'(-2) = 2 - \frac{3 \cdot (-2)}{(-2)^2}$$

$$f'(-2) = -6 \Rightarrow$$

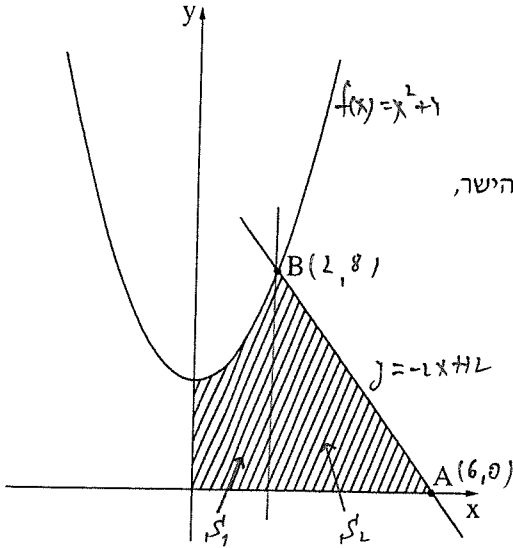
אינפי המטרייה בקצוה  $x=-2$  היא  $-6$ .

אמטרייה בקצוה  $x=2$  ו  $x=-2$  וז אטו אינפי, מהנין להקטיון מהווייליו.  
(הייק 2 ו ננין)

חשיבה: היק 1 ו ננין

הייק 3 ו ננין





5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x^2 + 4$ ,

ונתון הישר שמשוואתו היא  $y = -2x + 12$ .

הישר חותך את ציר ה- $x$  בנקודה A.

נקודה B שברביע הראשון היא אחת מנקודות החיתוך של הפונקצייה  $f(x)$  והישר,

כמתואר בסרטוט.

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ג. חשבו את השטח המקווקו שבסרטוט:

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ , על ידי הישר,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי ציר ה- $y$ .

ניתן

(1)

$$g = -2x + 12$$

$$A( \quad, 0)$$

$$0 = -2x + 12$$

$$2x = 12 \quad | :2$$

$$x = 6$$

$$A(6, 0)$$

ניתן ציבור B

(2)

$$\begin{cases} f = x^2 + 4 \\ g = -2x + 12 \end{cases}$$

$$x^2 + 4 = -2x + 12$$

$$x^2 + 4 + 2x - 12 = 0$$





$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 6}{2} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{-2+6}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{-2-6}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$

כסף, בני חין  
טקניקה ב גורד  
גיוגולק

$$y = -2x + 12$$

נניח  $x = 2$

$$y = (-2) \cdot 2 + 12$$

$$y = 8$$

$$B(2, 8)$$

זו נקודת גומף אנכי ה-א נייב היקונוס ב אמתק גמר הולט היקונוס  
אפי טאחז.

גא - טא גמילי

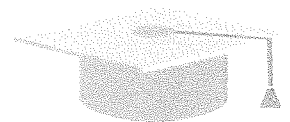
גא - טא ימני

נחטק טא טא קנונו.

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**

**אל תתפשר עליה.**



$$S_1 = \int_0^2 (x^2 + 4) dx = \left[ \frac{x^3}{3} + 4x \right]_0^2 = \left( \frac{2^3}{3} + 4 \cdot 2 \right) - (0) = 10 \frac{2}{3}$$

נושא 1

$$S_2 = \int_2^6 (-2x + 12) dx = \left[ -\frac{2x^2}{2} + 12x \right]_2^6 = \left( \frac{-2 \cdot 6^2}{2} + 12 \cdot 6 \right) - \left( \frac{-2 \cdot 2^2}{2} + 12 \cdot 2 \right) =$$

$$= (36) - (20) = 16$$

נושא 2

$$S = S_1 + S_2 = 10 \frac{2}{3} + 16 = 26 \frac{2}{3}$$

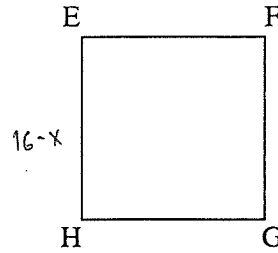
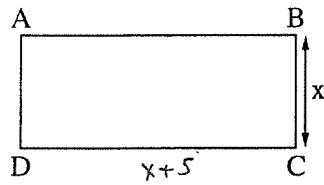
$$S = 26 \frac{2}{3} \quad \therefore \underline{\text{תשובה}}$$







6. בסרטוט שלפניכם מתוארים מלבן ABCD וריבוע EFGH.



נסמן ב- $x$  את אורך הצלע BC.

נתון: אורך הצלע DC גדול ב-5 מאורך הצלע BC.

א. (1) הביעו באמצעות  $x$  את אורך הצלע DC.

(2) הביעו באמצעות  $x$  את שטח המלבן ABCD.

סכום אורכי הצלעות BC ו-EH הוא 16.

ב. לפניכם שלושה ביטויים.

בחרו את הביטוי המתאים לאורך צלע הריבוע EFGH.

1.  $x + 16$

2.  $x - 16$

3.  $16 - x$

ג. מצאו את ערכו של  $x$  שבעבורו סכום השטחים של המלבן והריבוע הוא מינימלי.

פתרון

(1)  $BC = x$ ,  $DC = x + 5$  (נתון)

(2)  $S_{ABCD} = BC \cdot DC$

||

$S_{ABCD} = x(x+5) = x^2 + 5x$

$S_{ABCD} = x^2 + 5x$



(2) נתון:  $BC + EH = 16$

נניח  $BC = x$

אז  $x + EH = 16$

(היציאה)  $EH = 16 - x$

(3) נרצה כיוון צ'י, השתמשנו בזה כי כל השטחים של המלבן זהו הריבוע.

$$S_{\text{מלבן}} = \left( \frac{1}{2} \cdot x \cdot (16-x) \right)^2$$

||

$$S_{\text{EFGH}} = (EH)^2 = (16-x)^2$$

סכום השטחים של המלבן והריבוע =  $S_{\text{מלבן}} + S_{\text{EFGH}} = x^2 + 5x + (16-x)^2 =$

$$= x^2 + 5x + (16-x)(16-x) =$$

$$= x^2 + 5x + 256 - 16x - 16x + x^2 =$$

$$= 2x^2 - 27x + 256$$



$$f(x) = 2x^2 - 24x + 256$$

סניק  
הטוח

נמצא את הנקודה הנמוכה ביותר.

$$f'(x) = 4x - 24$$

$$4x - 24 = 0$$

$$4x = 24 / : 4$$

$$x = 6.75$$

נקודה זו היא הנקודה הנמוכה ביותר, ולכן הנקודה הנמוכה ביותר.

יג'קוה:  $x = 6.75$

