

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ג, 2023, מועד א, שאלון: 35381

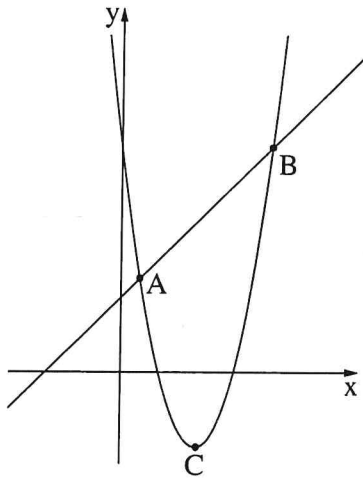
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



אלגברה



1. בסרטוט שלפניכם מתוארים הגרפים של שתי פונקציות:

$$f(x) = x^2 - 8x + 12$$

$$g(x) = x + 4$$

אחד מן הגרפים הוא פרבולה, והגרף האחר הוא ישר.

א. איזו מן הפונקציות, $f(x)$ או $g(x)$, מתארת את הפרבולה?

ב. מצאו את שיעורי קודקוד הפרבולה, הנקודה C.

ג. רשמו את תחום העלייה של הפרבולה.

הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם הישר, כמתואר בסרטוט.

ד. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

א. הנקודה הגרפית של פונקציית המעלה באמצע היא פרבולה, והנקודה הגרפית של פונקציית המעלה באמצע היא קו ישר.
מכאן שהפונקציה הריבועית $f(x)$ מתארת את הפרבולה.

תשובה: $f(x)$ מתארת את הפרבולה

קס. הנוסחה לחיטוב שיעור ה-x של קודקוד הפרבולה היא:

$$x_{\text{קודקוד}} = \frac{-b}{2a}$$

$$b = -8 \quad a = 1$$

$$x_{\text{קודקוד}} = \frac{-(-8)}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4 \quad \text{חין!}$$

כדי למצוא את שיעור ה-y של הקודקוד נציב $x=4$ בפונקציית $f(x)$.





$$f(4) = 4^2 - 8 \cdot 4 + 12 = -4$$

שיעורי הנקודה הם $C(4, -4)$

תשובה: שיעורי קוצקוצ הנכדולה הם $(4, -4)$

ג. הפירוק הוא עולה קתומם טבן א לצול $4-N$
 צומת: $x > 4$

תשובה: תחום העליון בנא $x > 4$

3. A ו-B הן נקודות החיתוך בין הפירוק הישני, חתך נצטא אותן עי בתבון מעיט המטואל
 הפירוק והישר:

$$\begin{cases} y = x^2 - 8x + 12 & \text{(נקודות)} \\ y = x + 4 \end{cases}$$

$$x^2 - 8x + 12 = x + 4$$

$$x^2 - 8x + 12 - x - 4 = 0$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{9+7}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{9-7}{2} = 1$$



נמצא את שיעור ה- y שבו נא את מהנקודה $x=1$ הנקראת
 ה- x שנקראת באתר הממואלר.

$$y = x + 4$$

$$x = 1 \rightarrow y = 1 + 4 = 5 \quad (1, 5)$$

$$x = 8 \rightarrow y = 8 + 4 = 12 \quad (8, 12)$$

עפ"י הערך הנקודה A נמצא מטמאל B -
 חקן שיעור ה- x שבו נקראת ילר
 אים נקרא $A(1, 5)$ $B(8, 12)$

תשובה: $B(8, 12)$ $A(1, 5)$



2. נועם רוצה לקנות טלפון חכם שמחירו 2,040 שקלים.
גם יוסי רוצה לקנות טלפון חכם באותו המחיר.
כל אחד מהם צריך לחסוך 2,040 שקלים כדי שיוכל לקנות את הטלפון.
הם החלו לחסוך כסף באותו היום.
נועם חסך ביום הראשון 150 שקלים, ולאחר מכן הוא חסך בכל יום 30 שקלים יותר מביום שלפניו.
יוסי חסך ביום הראשון 285 שקלים, ולאחר מכן הוא חסך בכל יום 18 שקלים פחות מביום שלפניו.
- כמה שקלים חסך נועם ביום השלישי?
 - באיזה יום חסך יוסי 195 שקלים?
 - כעבור כמה ימים מתחילת החיסכון חסך נועם את כל הסכום הנדרש לקניית הטלפון?
 - כמה שקלים היו חסרים ליוסי לקניית הטלפון כאשר סיים נועם לחסוך את כל הסכום הנדרש לקניית הטלפון?

א. נועם חסך ביום הראשון 150 שקלים, ולכן $a_1 = 150$
ב. ביום הראשון חסך 30 שקלים יותר מאשר ביום הראשון, ולכן $d = 30$

חיינו למצוא כמה חסך נועם ביום השלישי, כלומר
חיינו למצוא את a_3 .

נועם חסך באותו היום a_n .

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

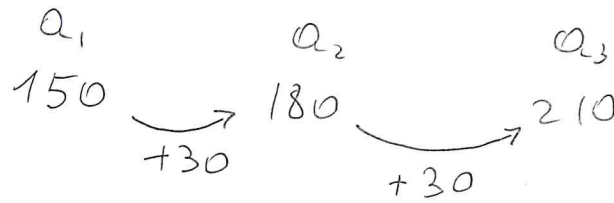
$$a_3 = a_1 + (3-1)d = a_1 + 2d$$

$$d = 30, a_1 = 150$$

$$a_3 = 150 + 2 \cdot 30 = 210 \quad \text{שקלים}$$

ההיגיון: אנחנו רוצים לדעת את a_3 ויש לנו a_1 ו- d .





תשובה: לא מסתדר כי הנתונים 210 סתריים.

ב. יחסית מסתדר כי אם הכאטון 285 סתריים, אז $a_1 = 285$.
 בל יחסית מסתדר 18 סתריים בחומר, אז $d = -18$.

אזינו חזרנו אל הולם בו מסתדר 195 סתריים.
 $a_n = 195$

נמצא את מספר האיברי (n)

$$a_1 + (n-1)d = 195$$

$$d = -18 \quad a_1 = 285 \quad \text{נציב}$$

$$285 + (n-1)(-18) = 195$$

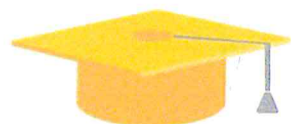
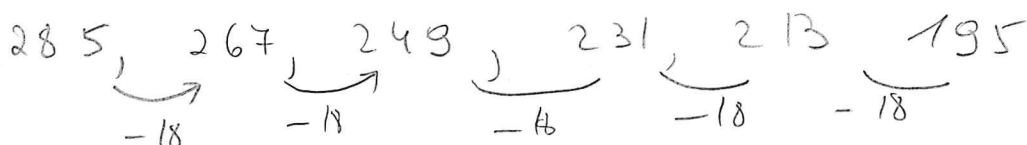
$$285 - 18n + 18 = 195$$

$$-18n = 195 - 285 - 18$$

$$-18n = -108 \quad /: -18$$

$$n = 6$$

התשובה: אנוכי אים אמת א ירי בריסה צר טעם א-195:





תשובה: יוסי חסק 195 שקלים קיבל השווי

ג. הסכום הנצטף הוא 2040, אז $S_n = 2040$
 נצטף קניסית הסכום של סכמה הטבולוג

$$S_n = \frac{n [2a_1 + d(n-1)]}{2}$$

$$S_n = 2040$$

$$\frac{n [2a_1 + d(n-1)]}{2} = 2040$$

$$d = 30 \quad a_1 = 150 \quad (13 \text{ ק"ג})$$

$$\frac{n [2 \cdot 150 + 30(n-1)]}{2} = 2040 \quad / \cdot 2$$

$$n (300 + 30n - 30) = 4080$$

$$n (30n + 270) = 4080$$

$$30n^2 + 270n - 4080 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-270 \pm \sqrt{270^2 - 4 \cdot 30 \cdot (-4080)}}{2 \cdot 30}$$

$$n_{1,2} = \frac{-270 \pm 750}{60}$$

$$n_1 = \frac{-270 + 750}{60} = 8$$

$$n_2 = \frac{-270 - 750}{-60} = -17$$



ה מ"צ"ג אג מספר הימים, ולכן התוצאה הנכונה
לא מתאימה. אם נקו נוסף חוסק את הסכום
הנדרש לקניי הסלון ב - 8 ימים.
תשובה: 8 ימים

3. נקודת כמה נסל חסכו ונסל קמטקו 8 ימים.
נראה נמצא את S_8

נמצא קמטקו הסכום אנציק ב ה
 $d = -18$ $a_1 = 285$, $n = 8$

$$S_8 = \frac{8 [2 \cdot 285 - 18 (8-1)]}{2} = \frac{8 (570 - 126)}{2}$$

$$S_8 = 1776$$

הסכום שהיה צריך לחסוק הוא 2040 שק"ל,
ולכן הסכום הנסר הוא

$$2040 - 1776 = 264$$

תשובה! ע"ס 264 שק"ל



3. במאפיית "הלחמניא" אופים חלות ועוגות. לשם כך מכינים שני סוגי בצק: בצק לחלות, ובצק לעוגות.

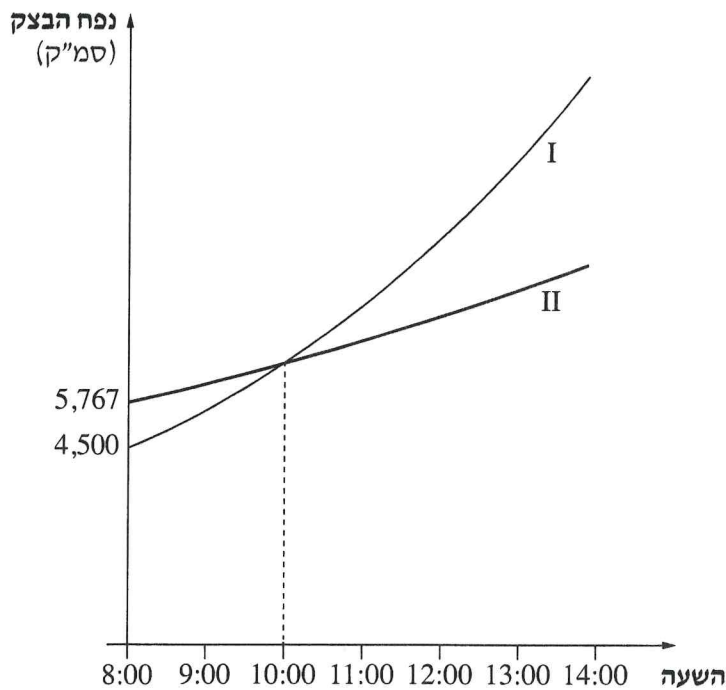
הנפח של שני סוגי הבצק גדל בצורה מעריכית.

תהליך התפיחה של שני סוגי הבצק החל בשעה 8:00.

בשעה זו היה נפח הבצק לעוגות גדול יותר מנפח הבצק לחלות.

בשעה 10:00 היה הנפח של שני סוגי הבצק זהה.

גרפים I-II בסרטוט שלפניכם מתארים את הנפח של כל אחד מסוגי הבצק, לפי השעה.



א. איזה מן הגרפים, גרף I או גרף II, מתאר את נפח הבצק לחלות?

ב. על פי הגרף, מה היה נפח הבצק לחלות בשעה 8:00?

נתון כי נפח הבצק לחלות גדל ב-20% בכל שעה.

ג. מצאו מה היה נפח הבצק לחלות בשעה 10:00.

ד. מצאו בכמה אחוזים גדל נפח הבצק לעוגות בכל שעה.

ה. מצאו מה היה נפח הבצק לעוגות בשעה 13:00.

א. לפי הנפח הנפח בשעה 8:00 היה נפח הבצק לעוגות
ב. צדו ילמי מנפח הבצק לחלות.





ז' פה הגרף - בטענה 8^{00} גרף II נמצא מעל
ג' גרף I, חתך גרף II מתאימה לנפח המוגדר יעקב
I מתאימה לנפח החולר

טענה: גרף I מתאימה לנפח החולר

ב. נפח הקצבן החולר בטענה 8^{00} הוא 4,500 סמ"ק
טענה: 4500 סמ"ק

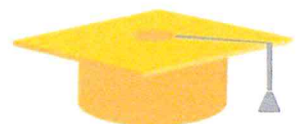
ג. נמצא תחילה כי כמה גרף הנפח החולר בה סעיף, כולל נמצא את q

$$q = \frac{100 + P}{100} =$$

אחוז הגדילה הוא 20% חתך $P=20$

$$q = \frac{100 + 20}{100} = 1.2$$

חיינו למצוא את נפח הקצבן החולר בטענה 10^{00}
כולל לאחר שתיים מתחילת התבונה,
אם נק $t=2$
ניסוי הנוסחה אדירה ויעילה



$$M_t = M_0 q^t$$

M_0 הוא הנכס בתחילת התהליך, בואר הטבה 8^{00} .

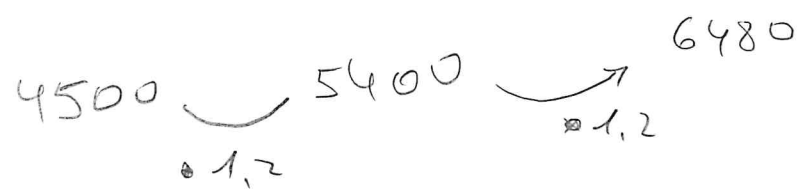
ערף סגוף \bar{c}
 $M_0 = 4,500$

$t = 2$
 $q = 1.2$

$$M_2 = 4500 \cdot 1.2^2$$

$$M_2 = 6,480$$

הצבה אנו אף זמבואל אל M_2 קצנה כריסה



נשארה: נסת הקצבן זחאל בטנה 10^{00} היה $6,480$ סמך

3. בתחילת התהליך בטנה 8^{00} היה נסת הקצבן זחאל $5,767$.

בטנה 10^{00} היה נסת הקצבן זחאל $6,480$ סמך (ערף סגוף \bar{c}).

ערף הנתון בטנה 10^{00} היה נסת הקצבן של החלוג ושל הזולג שוה זכן $6,480$ נסת הקצבן זחאל בטנה 10^{00} היה $6,480$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





אם כן בעיה 800 יהיה נכח הקצב, אז יאלג 5,767 סוף
 אלא שבעתים היו 6,480.

נמצא אל q בעזרת נוסחה גזירה ובעזרה.

$$M_0 = 5767$$

$$t = 2$$

$$M_2 = 6480$$

$$M_2 = M_0 q^2$$

$$5767 \cdot q^2 = 6480$$

$$q^2 = \frac{6480}{5767}$$

$$q^2 = 1.1236$$

$$q = \sqrt{1.1236} = 1.06$$

$$q = 1.06$$

$$q = \frac{100 + p}{100}$$

$$1.06 = \frac{100 + p}{100} \quad / \cdot 100$$

$$106 = 100 + p$$

$$p = 6$$

תשובה: נכח הקצב, אז יאלג 6-א 675 סוף



ה. צוינו זמבוא אר נפח הקצבן אדואלר בטעם 13^{00} ,
 דיבואר 5 טאלר זאלר טעהר יתויק הירביותה,
 אר נק צוינן זמבוא אר M_5 , כאטער
 $t=5$ $M_6=5767$, $q=1.06$ (עפוי סעיף 3)

$$M_5 = M_0 \cdot q^5$$

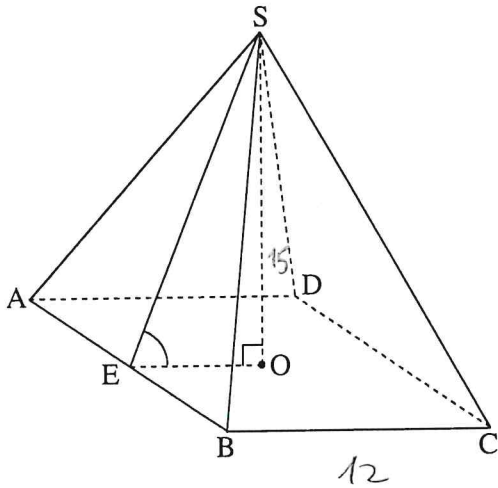
$$M_5 = 5767 \cdot 1.06^5$$

$$M_5 = 7,717.55$$

תשובה:
 נפח הקצבן אדואלר בטעם 13^{00}
 הויק $7,717.55$ סאלר



טריגונומטרייה



4. בסרטוט שלפניכם מתוארת פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה ABCD הוא מלבן.

SO הוא גובה הפירמידה.

SE הוא הגובה לצלע AB בפאה SAB.

נתון: $SO = 15$, $BC = 12$.

א. (1) מצאו את אורך הקטע EO.

(2) חשבו את אורך הקטע SE.

ב. חשבו את גודל הזווית שבין הגובה SE לבין בסיס הפירמידה.

נתון: $SB = 17$.

ג. חשבו את אורך הצלע AB.

ד. חשבו את נפח הפירמידה.

א. (1) $EO = \frac{1}{2} BC$

$BC = 12$ ע"פ הנתון

$EO = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$

$EO = 6$ תשובה!

(2) נמצא את SE קטע ישר הזווית SEO

כאשר $EO = 6$ ע"פ סעיף קודם.

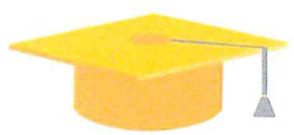
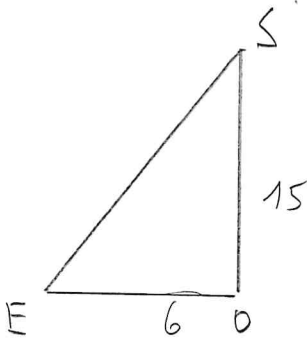
$SO = 15$ ע"פ הנתון.

נמצא קטע ניכונים

$SE^2 = 15^2 + 6^2$

$SE^2 = 261$

$SE = \sqrt{261} = 16.16$

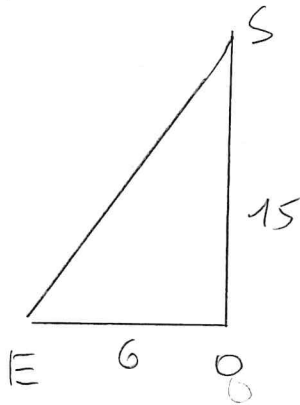


$$SE = 16.16$$

תשובה:

ק. הצולע טקין SE זקין קסים הכיורמיצה הוא $\neq SEO$.

נמצא את הצולע המתוחט וטר הצולע SEO



כאשר
 $SO = 15$
 $EO = 6$

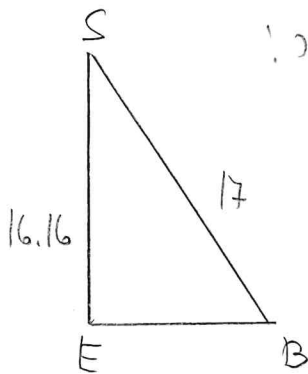
ניצני קבוקביג ה. ה. tg

$$\tan \angle SEO = \frac{15}{6}$$

$$\angle SEO = 68.2^\circ$$

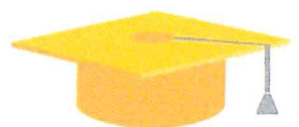
תשובה: הצולע טקין יעקב SE זקין קסים הכיורמיצה הוא 68.2°

ג. נמצא תחילה את אורך הקטע BE במטוחט וטר הצולע SEB באטני!



אם נתון
 $SB = 17$
 $SE = 16.16$

ניצני במטוחט היתאום
 $BE^2 + 16.16^2 = 17^2$



$$BE^2 = 17^2 - 16.16^2$$

$$BE^2 = 27.851$$

$$BE = 5.277$$

$$AB = 2 \cdot BE$$

$$AB = 2 \cdot 5.277 = 10.55$$

$$\boxed{AB = 10.55} \quad \text{אטובה!}$$

3. הנוסחה לחיטוב (בת הכולניצב הוא)

$$V = \frac{B \cdot h}{3} = \frac{\text{שטח בסיס} \cdot \text{גובה}}{3}$$

שטח הבסיס הוא $AB \cdot BC = 10.55 \cdot 12$

$$AB \cdot BC = 10.55 \cdot 12 = 126.6$$

גובה הכולניצב 15 ע"פ הנתון

$$V = \frac{126.6 \cdot 15}{3} = 633$$

$$\boxed{633} \quad \text{אטובה! (בת הכולניצב הוא)}$$



5. הסתברות וסטטיסטיקה

ביישוב מסוים גרות 50 משפחות.

בטבלה שלפניכם מתוארת ההתפלגות של כל המשפחות ביישוב לפי מספר המכוניות שיש לכל משפחה.

מספר המכוניות למשפחה	0	1	2	3	4
מספר המשפחות	12	x	12	9	4

- א. לכמה משפחות ביישוב יש מכונית אחת?
- ב. מהו מספר המכוניות הממוצע למשפחה ביישוב?
- בחרים באקראי משפחה אחת מן היישוב.
 - ג. (1) מהי ההסתברות שלמשפחה שנבחרה אין מכונית?
 - (2) מהי ההסתברות שמספר המכוניות שיש למשפחה שנבחרה גדול ממספר המכוניות הממוצע למשפחה?
- ד. ליישוב הצטרפו שתי משפחות: למשפחה אחת יש 3 מכוניות, ולמשפחה האחרת יש 4 מכוניות. האם לאחר הצטרפות שתי המשפחות ליישוב, מספר המכוניות הממוצע למשפחה גדל, קטן או נשאר ללא שינוי? נמקו.

א. מספר המשפחות קיימק הוא 50.
מספר המשפחות שיש להן מכונית אחת הוא

$$50 - (12 + 12 + 9 + 4) = 50 - 37 = 13$$

תשובה: 13 משפחות

ב. נחשב את הממוצע

$$\bar{X} = \frac{0 \cdot 12 + 1 \cdot 13 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 4}{50} = \frac{80}{50}$$

$$\bar{X} = 1.6$$

תשובה: מספר המכוניות הממוצע למשפחה הוא 1.6



ע. (1) מספר המטפות שאין להן מכונת הוא 12.
מספר המטפות הכולל כייטוב הוא 50.
הסתקנות למטפות שנכתבה אין מכונת
היא $\frac{12}{50}$.

אתר במצב נקי :

$$\frac{12}{50} = \frac{6}{25} = 0,24$$

טובת!
הסתקנות למטפות אין מכונת
היא $\frac{6}{25} = 0,24$

(2) מספר המטפות המאובן זה סוף ב הוא 1.6
מספר המטפות שמספר המטפות שלהן
עצום מ 1.6 הוא מספר המטפות
שמספר המטפות שלהן הוא 2, 3, 4-1.
מספר המטפות שלהן 2 או 3 או 4 מטפות
הוא $12 + 9 + 4 = 25$

מספר המטפות הכולל הוא 50, חסר
הסתקנות הוא $\frac{25}{50}$

אתר במצב נקי :

$$\frac{25}{50} = \frac{1}{2} = 0,5$$





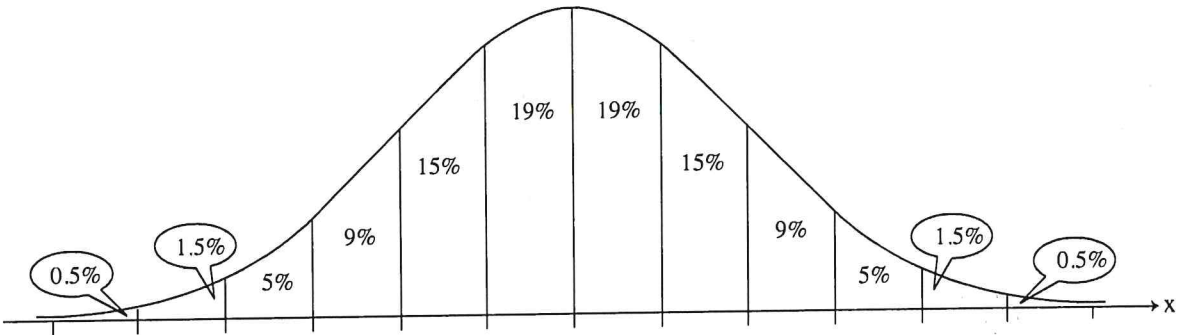
תשובה: ההסתברות שמספר המכונים שקנה מהמאונג הוא $\frac{1}{2} = 0.5$

3, מספר המטבעות המאונג עדין סגור קו הוא 1.6
 חייטוק הבטוחו שתי אפשרות מספר המכונים
 חייטוק הוא 3 ו-4, כלומר מספר המכונים
 המצוייז שקנה מהמאונג, חייטוק הבטוחו
 אפיקה אג המאונג.

תשובה: מספר המכונים שקנה עדין

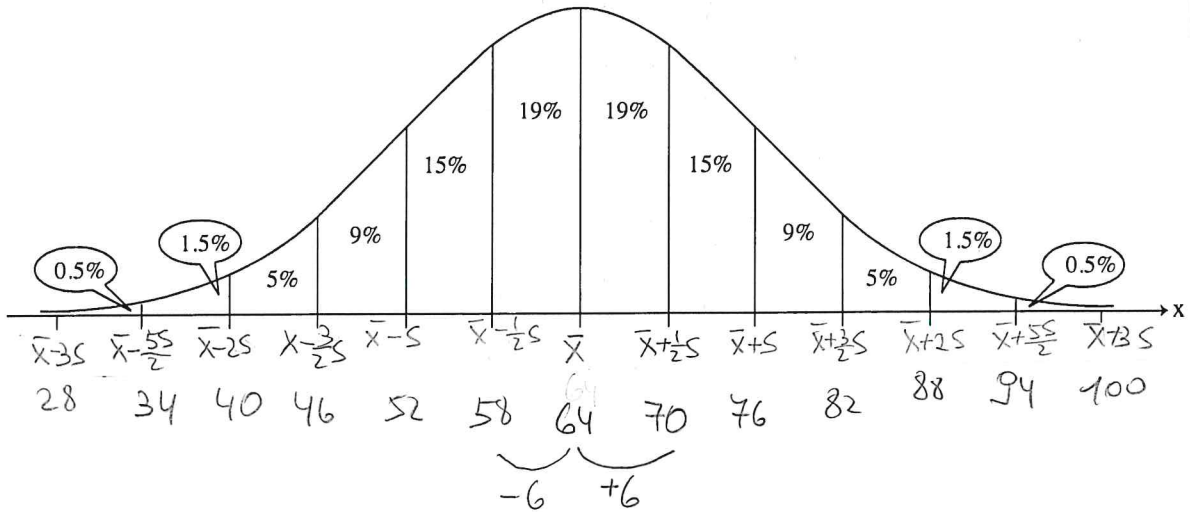


6. ציוני תלמידים במבחן ארצי מתפלגים נורמלית.
 הציון הממוצע במבחן הוא 64, וסטיית התקן היא 12.
- א. מהו אחוז התלמידים שהציון שלהם במבחן נמוך מ- 52?
 ב. מהו אחוז התלמידים שהציון שלהם במבחן גבוה מן הממוצע ונמוך מ- 82?
 למבחן ניגשו 17,000 תלמידים.
- ג. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, מהו מספר התלמידים שהציון שלהם במבחן היה גבוה מן הממוצע ונמוך מ- 82?
 התלמידים שהציונים שלהם במבחן היו הגבוהים ביותר זכו לציון לשבח.
 2% מן התלמידים זכו בציון לשבח.
- ד. מהו הציון הנמוך ביותר במבחן המזכה בציון לשבח?
 לפניכם גרף ההתפלגות הנורמלית מדף הנוסחאות. השתמשו בו בחישוביכם.



א. סטיית התקן היא 12, חלק מצ' סטיית תקן
 היא $\frac{12}{2}$ כלומר 6.
 הציון הממוצע הוא 64.
 נסמן את הממוצע ב- μ וסטיית התקן ב- σ .
 הציונים הם סטיית התקן מעל או מתחת ל- μ .
 מצ' סטיית התקן מתחת ל- μ הוא 52.





הציון 52 מתאים לסטייה היתקן $\bar{x}-s$.
אחוז הציונים הנמצאים מתחת ל-52 הוא
 $0.5\% + 1.5\% + 5\% + 9\% = 16\%$.

משקבה! אחוז הוסמכים שבונים נמאק מ-52 הוא 16%.

הציון 82 מתאים לסטייה היתקן $\bar{x}+\frac{3}{2}s$.
אחוז הציונים הנמצאים בין הממוצע לבין הציון 82 הוא:
 $9\% + 15\% + 19\% = 43\%$.

משקבה! אחוז הוסמכים שבונים בין הממוצע לבין 82 הוא 43%.

חמתן נגטו 14,000 תלמידים, חיים חמוסא
כמה מהם קיבלו ציון גבוה מהממוצע ונמאק מ-82?
בסך הכל מכלל הוסמכים שקיבלו ציון
גבוה מהממוצע ונמאק מ-82 הוא 43%.



אם כן עלינו למצוא כמה הם 43% מהלק 17,000.

כמות	אחוז	חלק
X	43%	חלק
17,000	100%	סה"כ

למצוא קצתם האם כן?

$$100X = 43 \cdot 17,000 \quad /: 100$$

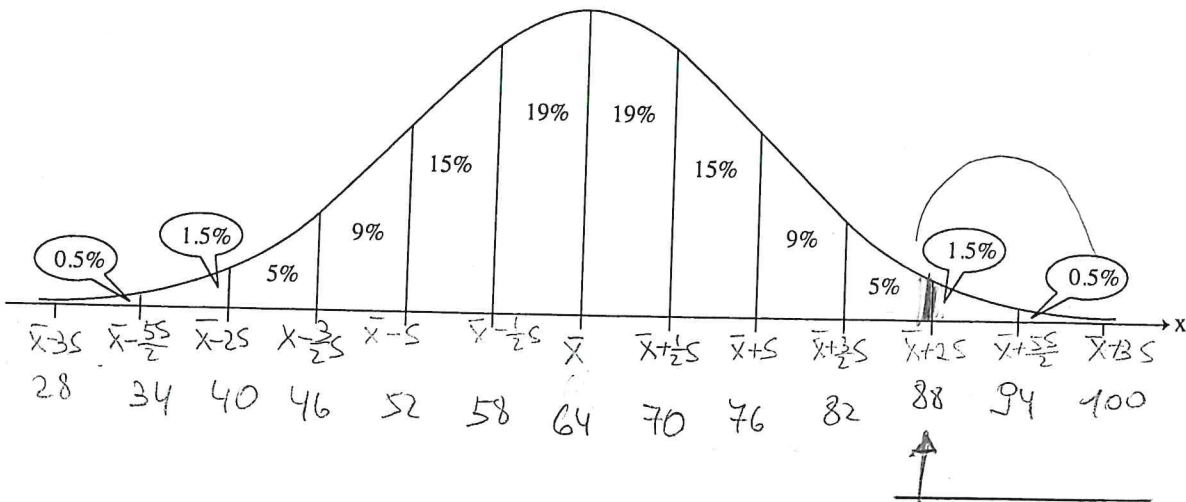
$$100X = 731,000 \quad /: 100$$

$$X = 7,310$$

צריך נוספת: כדי למצוא חלק מהלק אומרים
פעולה כזו:

$$17,000 \cdot \frac{43}{100} = 7,310$$

7,310 האומרים קראו ציון ג'קס הממוצע והוא 82



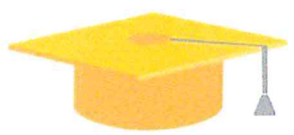
נתקרא אל האמונים מיומן אז טעם ל-א

$$1.5 + 1.5 = 3$$

ניתן לראות בקלות שהציון הנמוך ביותר קרוב

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



2% הט/קים ביוגז הוא 88.

תשובה!
הציון הנמוך ביוגז הוא 88.
הציון אטקת הוא 88.

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.**

